

Главное Управление Гидрометеорологической службы  
при Совете Министров СССР

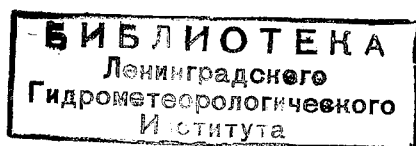
55149  
P24

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГИДРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

РАСЧЕТЫ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ  
ВОДЫ В РЕКАХ

(практическое пособие).

219324



Ленинград. 1967

Расчеты  
неустановившегося движения  
воды в реках

Редактор Н.Е.Кондратьев

---

Подписано к печати 28/ХП 1967 г.

М-58576.

Заказ № 94. Тираж 700 экз. Бумага картографическая. Формат 60х92  
1/16. Уч.-изд.л. 10. Печ.л. 9,7.

Цена 47 коп.

---

Фотоофсетная лаборатория ВНИГЛ ГТИ, Валдай, ул.Победы, 2.

## П р е д и с л о в и е

Настоящее практическое пособие является опытом обобщающего документа по широкому кругу вопросов, связанных с расчетом неустановившегося движения воды в реках (распространение волн пусков, паводков и половодья). Обоснование целесообразности создания такого документа и изложения его специфики приводится ниже (см. "Введение").

Пособие составлено ст. научн. сотр. ГГИ, канд. техн. наук М.С. Грушевским на основе исследований неустановившегося движения воды, выполненных в Государственном гидрологическом институте (детальные натурные исследования, анализ материалов наблюдений, расчеты на электронных вычислительных машинах) и в других организациях - Гидрометцентре СССР (б.Центральный институт прогнозов), Институте гидродинамики Сибирского отделения АН СССР, Гидропроекте, ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева и др. Изданные ранее проекты норм /70,86/ не могли быть широко использованы, т.к. в них рассматривается очень узкий круг вопросов и излагаются лишь отдельные, в основном устаревшие, методы ручного счета.

При составлении пособия учтены замечания, сделанные на различных этапах подготовки и обсуждения работы рядом сотрудников ГГИ, лаборатории аналитических методов и моделирования Гидрометцентра СССР и проектного отдела водного хозяйства Гидропроекта, а также проф. Г.П. Калинин, проф. Н.А. Картвелишвили, канд. техн. наук Е.К. Трифоновым и канд. геогр. наук И.А. Железняком.

Редактирование осуществлялось канд. техн. наук Н.Е. Кондратьевым.

## Основные обозначения

- $x$  - продольная координата
- $\Delta x$  - расчетный шаг по длине
- $t$  - время
- $\Delta t$  - расчетный интервал времени
- $Q$  - расход воды
- $Q_{max}$  - максимальный расход
- $v$  - средняя по живому сечению скорость потока в данный момент
- $K$  - модуль расхода (пропускная способность или расходная характеристика русла)
- $i_0$  - уклон дна
- $i$  - уклон свободной поверхности воды
- $W$  - объем воды на расчетном участке
- $Z$  - отметка уровня воды
- $Q_0, Z_0$  - начальные значения
- $Q', Z', K'$  - значения во входном створе
- $Q'', Z'', K''$  - значения в выходном створе
- $Q_{cp}, Z_{cp}, K_{cp}$  - средние значения на расчетном участке
- $W_n, Q_n, Z_n$  - значения в начале расчетного интервала времени
- $W_k, Q_k, Z_k$  - значения в конце расчетного интервала времени
- $Q_y, i_y, z_y$  - значения при установившемся режиме
- $i_g$  - добавочный уклон при неустановившемся режиме
- $g$  - ускорение силы тяжести
- $H$  - наибольшая глубина русла в живом сечении
- $H_{cp}$  - средняя глубина русла в живом сечении
- $F$  - площадь живого сечения
- $B$  - ширина живого сечения (поверху)
- $c$  - фазовая скорость распространения (добегания) волны
- $\tau$  - время добегания
- $C$  - коэффициент Шези
- $n$  - коэффициент шероховатости
- $R$  - гидравлический радиус
- $\alpha$  - корректив скорости
- $K_{sum}$  - суммарный коэффициент
- $h$  - напор на ГЭС
- $L=2\ell$  - длина характерного участка (метод ЦИЛ).

## В в е д е н и е

0.1. Специфика вопросов расчета неустановившегося движения воды в реках, затрудняющая эти расчеты и сделавшая целесообразным изложение этих вопросов в настоящем пособии, заключается в следующем.

1. Для расчетов неустановившегося движения воды в открытых руслах разработано большое количество методов, которые можно разделить на две группы:

а) так называемые "строгие" методы, т.е. методы численного интегрирования системы уравнений одномерного медленно-изменяющегося неустановившегося движения воды - уравнения динамического равновесия (уравнение Сен-Венана) и уравнения неразрывности, реализуемые, в основном, с помощью цифровых электронных вычислительных машин (ЭВМ);

б) упрощенные методы, т.е. методы, основанные на каких-либо иных допущениях (обычно заменяющих уравнение динамического равновесия), реализуемые на аналоговых (реже - цифровых) вычислительных машинах или путем ручного счета.

Однако до настоящего времени нет четких рекомендаций об области применения того или иного метода (или даже группы методов), о точности и надежности результатов расчета по этому методу (или группе методов), о требуемой детальности и точности исходных данных, их влиянии на результаты расчета и т.д.

2. В связи с этим нет и четких указаний о том, для каких задач и при каких условиях целесообразно применение того или иного метода (или группы методов).

3. При расчетах для рек, в отличие от расчетов для каналов простейшей формы, возникают еще и дополнительные трудности, связанные с учетом влияния сложных природных условий:

А) необходимость оперировать с недостаточным количеством исходных данных как по морфометрии русла и поймы, так и, особенно, по гидравлическим сопротивлениям для открытого русла и для зимних условий; эти данные, кроме того, имеют обычно малую точность;

Б) существенное влияние способа схематизации русла на результаты расчетов (см., например, [74]);

В) отсутствие достаточно полных представлений о физической картине влияния отдельных факторов естественных русел на процесс неустановившегося движения, что осложняет проблему задания таких исходных данных, которые обеспечили бы получение надежных результатов расчета на базе классических уравнений неустановившегося движения воды в открытых руслах.

0.2. В пособии рассматривается неустановившееся движение воды в одном естественном или искусственном русле, с поймой или без поймы, в летних и зимних условиях, возникающее при попусках суточного регулирования, специальных и аварийных попусках в нижних бьефах ГЭС, а также при паводках и половодье. Влияние боковой приточности и потерь воды на фильтрацию и испарение при этом не учитывается. Не рассматриваются прерывные волны и волны поосу. В основном имеется в виду расчет распространения волны вниз по течению. Вопросы расчетов для обратных волн, верхних бьефов и неустановившегося движения воды в гидрографической сети (реки с притоками) кратко рассматриваются в пп. 4, 17-4, 20.

Данное практическое пособие может применяться;

1. Для расчета распространения волн попусков в реках с помощью строгих методов, реализуемых на цифровых электронных вычислительных машинах, а также с помощью упрощенных методов, реализуемых на аналоговых или цифровых вычислительных машинах или при ручном счете, в следующих случаях:

- а) на различных стадиях проектирования водохозяйственных объектов;
- б) при составлении гидрологических прогнозов уровней и расходов воды;
- в) для водохозяйственных расчетов.

2. Для расчетов распространения волн паводков и половодья в одном русле с помощью как строгих, так и упрощенных методов расчета.

Практические расчеты можно проводить и для многорукавных русел в тех случаях, когда расход воды, текущей по главному руслу, составляет основную часть суммарного расхода.

Во многих случаях целесообразна постановка натурных наблюдений над распространением волн попусков (п.2.26), что не только облегчает выяснение характера явления и влияния основных факторов, но и позволяет более обоснованно задать расчетные параметры (см. пп. 3.36-3.41).

В особо важных или сложных случаях может оказаться целесообразной постановка специальных лабораторных исследований для решения отдельных вопросов — исследование влияния сооружений на неустановившийся режим, русловые деформации, разработка рационального метода прогноза расходов и уровней воды на моделируемом участке реки и т.д. (см. п. 2.28).

0.3. Пособие содержит основной текст и приложения. В основном тексте приводятся общие положения, описание и классификация явлений (гл. I), дается краткое описание основных идей различных методов расчета (гл. II), рекомендации по подготовке исходных данных (гл. III) и, наконец, рекомендации по расчету — постановка различных задач, общие соображения, выбор метода (или группы методов) расчета, учет влияния факторов естественных русел (гл. IV). В приложениях излагаются в основных чертах сами методы. Иллюстрация методов примерами расчета, программы для расчетов на быстродействующих электронно-вычислительных машинах, детальные описания методов ручного счета и использования аналоговых машин и другие подобные обширные материалы здесь не представлены.

В список литературы включены лишь те работы, на которые делаются ссылки в тексте. В частности, почти отсутствуют зарубежные работы. Довольно полный перечень зарубежных работ, изданных до 1961 г., вместе с аннотациями содержится в библиографии В.Евджевича, включающей и некоторые советские работы [102].

0.4. В настоящее время нет возможности дать исчерпывающие и надежные рекомендации для всех встречающихся случаев. В зависимости от конкретной задачи расчета, степени влияния сложных факторов русла и т.д. рекомендации могут быть более или менее полными и уверенными. Поэтому рекомендации (излагаемые в гл. IV) следует рассматривать лишь как дающие ориентировку инженеру-проектировщику в расчетах неустановившегося движения воды в естественных руслах. С учетом этого обстоятельства общее описание качественной стороны явлений (гл. I) частично выходит за пределы вопросов, непосредственно используемых в гл. IV. Предполагается, что такое описание процесса поможет проектировщику и гидропрогнозисту лучше понять специфику стоящей перед ним задачи и более уверенно подойти к выбору метода расчета и к оценке точности и надежности полученных результатов.

0.5. Многообразие задач, связанных с расчетом неустановившегося движения воды, и условий, в которых это движение происходит, привело к необходимости изложения большого количества методов. Невозможность дать исчерпывающие и надежные рекомендации также не

позволила ограничиться небольшим числом методов. Изложение же многих методов, охватывающее все возможные варианты и способы их использования и содержащее полный перечень вычислительных операций и формы расчетных таблиц, потребовало бы большого объема и вылилось бы в многотомное издание. Поэтому настоящее пособие неправильно было бы рассматривать как исчерпывающие указания по расчетам неустановившегося движения воды в реках. Это, скорее, введение к таким указаниям, позволяющее ориентироваться в возможных задачах расчета, их специфике, особенностях физического процесса распространения волн попусков и паводков, в имеющихся методах расчета, их взаимосвязи, исходных материалах, необходимых для расчетов, способах задания расчетных параметров, использовании вычислительных машин, натурных и лабораторных исследованиях, в терминологии и т.д. На этой основе можно более уверенно выбрать метод расчета (или хотя бы группу методов) и способы задания расчетных параметров с помощью имеющихся исходных материалов.

Можно надеяться, что дальнейшая работа организаций, занимающихся исследованиями и расчетами неустановившегося движения воды в реках, позволит существенно улучшить и уточнить многие положения настоящего пособия.



## Г л а в а I

### НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ВОДЫ В РЕКАХ - ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЙ

#### I. Виды движения воды в открытых потоках

I.1. Движение воды в открытом потоке является полностью определенным, если в любом створе и для любого момента времени известно живое сечение и распределение осредненных скоростей течения<sup>1)</sup> по этому сечению. Вместо площади живого сечения в качестве одной из искомых величин может быть принята глубина наполнения русла или отметка уровня воды (поперечным уклоном при этом пренебрегают). Вместо распределения скоростей по сечению в большинстве прикладных гидравлических задач достаточно знать среднюю по сечению скорость потока или расход воды.

Задача в такой постановке (скорость есть функция только одной продольной координаты и времени) является одномерной. Одномерное движение воды в данном открытом потоке полностью определено, если известны расход и отметка уровня как функции продольной координаты  $x$  и времени. Эти две не зависящие друг от друга функции - расход (или средняя скорость) и отметка уровня (или глубина, или площадь живого сечения) - являются основными изменяющимися характеристиками потока, расчет которых требуется во многих практических задачах.

I.2. Движение воды может быть установившимся или неустойчивым.

При у с т а н о в и в ш е м с я движении характеристики потока не изменяются в течение времени на рассматриваемом участке. Практически такое движение наблюдается в канале или реке, если расход при регулировании поддерживается неизменным в течение достаточно длительного времени. В естественных реках движение

---

<sup>1)</sup> Предполагается, что интервал времени осреднения мгновенных скоростей достаточно велик, чтобы осреднить турбулентные пульсации, но достаточно мал, чтобы изменением характеристик потока за время осреднения (при неустойчивом движении) можно было пренебречь.

близко к установившемуся в период межени. Установившееся движение называется равномерным, если характеристики потока, не изменяющиеся во времени, кроме того, одинаковы по всей длине участка. Движение потока может быть равномерным только в случае постоянного расхода в русле призматической формы<sup>1)</sup> при постоянной по длине глубине наполнения (т.е. при одинаковых по длине гидравлических сопротивлениях). Если характеристики потока различны в разных створах, но не меняются во времени, установившееся движение называется неравномерным (при неравномерном установившемся движении расход воды одинаков во всех створах). В непризматических руслах установившееся движение всегда является неравномерным. Такое движение может наблюдаться и в призматических руслах, например, на участке, где профиль свободной поверхности воды представляет собой кривую подпора или кривую спада. Равномерное движение является частным случаем неравномерного. Движение будет близким к равномерному и в непризматическом русле, если (при постоянном расходе) площади живых сечений мало меняются по длине реки. Такие условия могут иногда создаваться при половодье и паводке в период стояния высоких уровней, когда глубины на перекатах (имеющих относительно более широкое сечение) заметно меньше, чем на плесах.

1.3. При неустановившемся движении характеристики потока в любом створе изменяются с течением времени. Вследствие этого в каждый момент времени характеристики потока оказываются не одинаковыми и по длине участка. Неустановившееся движение наблюдается при регулировании расходов, а в естественных реках — при прохождении волны паводка или половодья. Неустановившееся движение является самым общим случаем движения, установившееся (равномерное и неравномерное) — его частным случаем.

1.4. Задачей расчета неустановившегося движения является определение двух характеристик потока (например, расхода  $Q$  и глубины  $H$ ) в функции от продольной координаты  $x$  и времени  $t$ , т.е. получение зависимостей вида

$$\begin{aligned} Q &= f_1(x, t), \\ H &= f_2(x, t). \end{aligned} \quad (1)$$

---

1) Призматическим называется русло или его участок, у которого все поперечные сечения одинаковы, а уклон дна не меняется по длине.

По параметрам  $Q$  и  $H$  могут быть определены и другие параметры (для установившегося движения достаточно определить  $H = f(x)$ , для равномерного - величину  $H = \text{const}$ , одинаковую для любого створа). В отличие от указанной задачи полного расчета, в ряде случаев достаточно получить какие-либо отдельные данные (частичный расчет неустановившегося движения воды). Задачи полного или частичного расчета рассмотрены ниже, в гл. I.

## 2. Типы волн при неустановившемся движении воды в открытых потоках

1.5. Неустановившееся движение воды в открытых руслах проявляется в форме длинных волн<sup>1)</sup> (в продольном сечении потока).

Простейшая форма неустановившегося движения воды возникает в случае нарушения первоначального установившегося движения в результате изменения расхода в некотором створе, который можно называть створом возмущения. Если расход в створе возмущения только возрастает или только убывает, то волну, возникающую при этом, принято называть волной одного направления. Такая волна, распространяясь вдоль бьефа, вовлекает в состояние неустановившегося движения все большую длину бьефа с некоторой скоростью - скоростью распространения возмущения. Если волна распространяется по течению потока, она называется прямой, в противном случае - обратной; при возрастании уровня принято называть волну положительной (волна повышения), при убывании уровня - отрицательной (волна понижения). Сложной волной называется неустановившееся движение, возникающее в результате ряда последовательных изменений уровня в разных направлениях (например, при поочередном увеличении и уменьшении расходов) в створах возмущения.

Прямая положительная волна, обычно называемая волной наполнения (рис. 1), переносит увеличение уровня и расхода вниз по течению. Для этой волны  $\frac{\partial Q}{\partial x} < 0$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} < 0$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial t} > 0$  и  $\frac{\partial z}{\partial t} > 0$ . Обратная положительная волна - волна подпора (рис. 2) - переносит уве-

<sup>1)</sup> Длинными называются такие волны, длина которых превышает глубину потока во много раз (иначе говоря, эти волны очень пологи), хотя высота волны и может быть большой, например, по сравнению с первоначальной глубиной потока. У длинных волн скорости частиц воды одинаковы по всей глубине, а скорость распространения не зависит от периода и определяется (для длинных волн малой высоты) только глубиной. Длинные волны переносят значительные массы воды, поэтому их часто называют волнами перемещения.

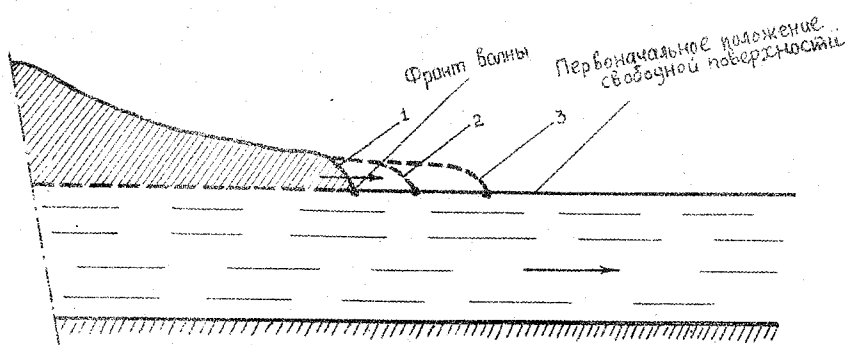


Рис. 1. Волна наполнения.  
1, 2, 3 - последовательные положения волны.

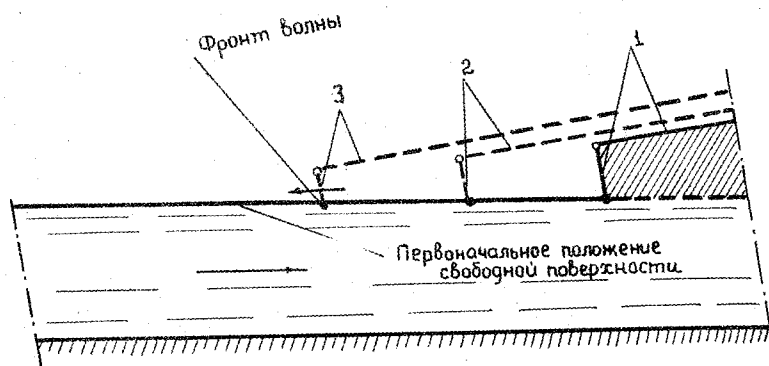


Рис. 2. Волна подпора.  
1, 2, 3 - последовательные положения волны.

личение уровня и уменьшение расхода вверх по течению. Для нее имеем  $\frac{\partial Q}{\partial x} < 0$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} > 0$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial t} < 0$  и  $\frac{\partial z}{\partial t} > 0$ . Прямую отрицательную волну называют волной отлива (рис. 3). Она переносит уменьшение уровня и расхода вниз по течению. Имеем  $\frac{\partial Q}{\partial x} > 0$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} > 0$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial t} < 0$  и  $\frac{\partial z}{\partial t} < 0$ . Обратная отрицательная волна, которая называется волной излива (рис. 4), переносит уменьшение уровня и увеличение расхода вверх по течению. Для этой волны  $\frac{\partial Q}{\partial x} > 0$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} < 0$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial t} > 0$  и  $\frac{\partial z}{\partial t} < 0$ .

Практический интерес представляет сложная прямая волна, состоящая из положительной волны и следующей за ней отрицательной (т.е. из волны наполнения и волны отлива). Такой характер явления наблюдается при попусках и, в меньшей степени, при паводках и половодьях. Сложные волны при неустановившемся движении можно разделить на отдельные простые волны. Граница на свободной поверхности потока, по которой происходит нарушение предшествующего (установившегося или неустановившегося) режима данной волной, называется фронтом волны. На мгновенном плане потока фронт волны представляется линией, на мгновенном профиле волны — точкой.

1.6. Если в каком-либо створе канала или реки наблюдается резкое изменение поперечного сечения (сужение, расширение, уступ на дне и т.д.), то в этом створе волна будет частично отражаться, т.е. распадется на две волны. Одна из них — преломленная волна — будет распространяться в прежнем направлении, а другая — отраженная — в обратном направлении. В случаях наличия вертикальной стенки по всей глубине (например, в створе, перекрытом гидротехническим сооружением) или водоема практически неограниченных размеров (в плане) возможно полное отражение волны, при котором преломленная волна отсутствует. При отражении от стенки волна не меняет знака — прямая положительная (отрицательная) волна переходит в обратную положительную (отрицательную). При отражении от водоема волна меняет знак — прямая положительная (отрицательная) волна переходит в обратную отрицательную (положительную) волну.

1.7. Положительные волны в открытых руслах можно разделить на два основных типа — медленно изменяющееся неустановившееся движение ("непрерывные" волны) и прерывные волны. Отрицательные волны всегда относятся к первому из указанных типов — прерывных отрицательных волн не бывает.

Медленно изменяющееся неустановившееся движение воды характеризуется:

1) настолько малой кривизной элементарных струек, что их можно считать почти прямолинейными;

2) малым изменением вдоль потока живых сечений, в связи с чем угол расхождения струек весьма мал;

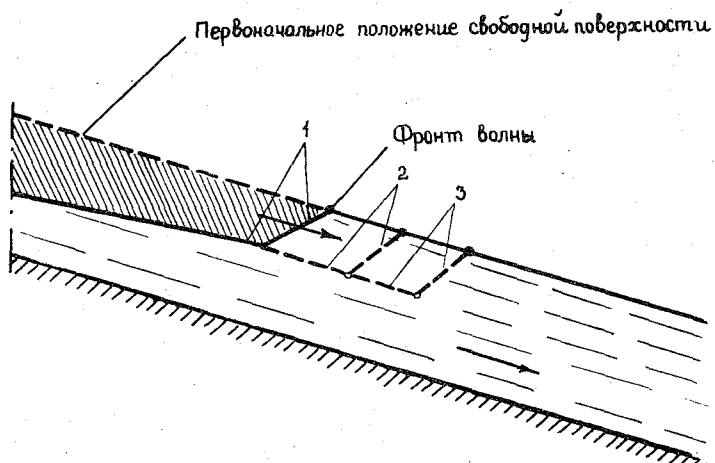


Рис. 3. Волна отлива.  
1, 2, 3 - последовательные положения волны.

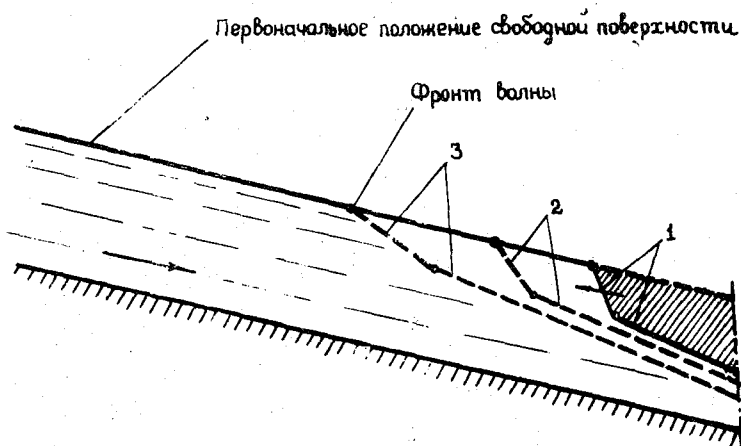


Рис. 4. Волна излива.  
1, 2, 3 - последовательные положения волны.

3) относительно медленным изменением расхода воды с течением времени.

Первые два положения относятся и к медленно изменяющемуся (плавно изменяющемуся) установившемуся движению [95]. При медленно изменяющемся движении можно пренебречь местными потерями напора.

При медленно изменяющемся неустановившемся движении воды кривизна профиля свободной поверхности очень мала, хотя подъемы уровня не обязательно малы по сравнению с первоначальной глубиной потока. Важно лишь, что изменения уровня происходят достаточно медленно с течением времени и достаточно плавно по длине потока.

Прерывные волны не отвечают условиям медленной изменяемости движения. Они характеризуются резким изменением уровня на коротком участке и быстрым изменением его во времени; профиль свободной поверхности имеет большую крутизну. Такие волны образуются при прорыве плотины, резких попусках при малой начальной глубине воды в нижнем бьефе ГЭС, движении воды по сухому руслу и т.д. В этих случаях волна является прерывной лишь в короткой области (так называемый лоб волны). В остальной части (тело волны) движение является медленно изменяющимся.

### 3. Характеристика попусков, паводков и половодий

1.8. Медленно изменяющееся неустановившееся движение воды возникает при попусках, паводках и половодьях [18].

Попуски образуются путем искусственного увеличения расходов в створе возмущения (например, в створе ГЭС) с последующим их уменьшением — для целей энергетики, а также для повышения расходов, уровней и глубин на нижележащих участках реки в связи с запросами судоходства, орошения, водопользования и т.д. В простейшем случае попуск представляет собой совокупность прямой положительной к прямой отрицательной волн — волны наполнения и волны отлива. Длительность попусков при суточном регулировании невелика и измеряется обычно часами (в некоторых случаях — минутами), попуск для других целей может продолжаться несколько суток и даже недель. Так, гидрографы (графики изменения расхода воды с течением времени) суточного регулирования часто имеют М-образную форму, что связано с наличием утренних и вечерних максимумов и дневного минимума в графике нагрузок (ночью таких попусков, как правило, нет). При суточном регулировании часто можно считать неустановившееся движение периодическим (за исключением выходных и

послевыходных дней, когда еще сказывается специфика работы станции в нерабочие дни, т.е. проявляется недельное регулирование).

Половодья и паводки образуются в результате последовательного суммирования стока с отдельных частей данного водосбора. В отличие от попусков, при половодье и паводках имеет место поступление воды с территории бассейна, рассредоточенное вдоль некоторого участка реки, поэтому здесь нет створа возмущения и о нем можно говорить только условно. Половодье и паводки характерны обычно большой длительностью, достигающей до нескольких недель и даже месяцев.

В местах впадения притоков в основную реку при половодье и паводке поступают сосредоточенные объемы воды, однако они отличаются от кратковременных попусков (например, от волн суточного регулирования) большой длительностью формирования, соизмеримой с длительностью формирования половодья или паводка в основной реке. Явление осложняется тем, что оно формируется в результате сложения половодий и паводков в гидрографической сети (притоки высших порядков, притоки низших порядков, основная река). На бесприточном участке реки обычно можно считать половодье или паводок уже сформировавшимся и рассматривать только его распространение по реке.

При половодье и паводках может иметь место не только сосредоточенное или рассредоточенное вдоль некоторого участка поступление воды в реку, но и соответствующие изъятия расхода (не только боковая приточность, но и потери воды). Сосредоточенное изъятие расхода имеет место при наличии водозаборов, рассредоточенное (по типу бокового водослива) - в случае перелива воды при высоких уровнях через дамбы (искусственные вали) или прирусловые (естественные) вали, ограждающие русло, при прорыве обвалования, лиманном орошении, грунтовым регулированием (см. п. I.20) и т.д. В некоторых случаях приходится учитывать и потери воды на испарение.

Половодье представляет собой ежегодно повторяющееся в один и тот же сезон, более или менее длительное (до нескольких месяцев) и значительное увеличение расхода воды, вызывающее повышение уровня и обычно сопровождающееся выходом воды из русла на пойму. Половодье формируется главным источником питания реки: на равнинных реках - снеготаянием (весеннее половодье), на высокогорных - таянием снега и ледников (летнее половодье), в муссонных зонах - выпадением обильных длительных летних дождей. Половодье формируется и распространяется на длинном участке реки, протяжением в некоторых случаях до тысяч километров.



Паводки, в отличие от половодья, представляют собой более кратковременные и быстрые повышения расхода и уровня воды (с почти столь же быстрым спадом), возникающие нерегулярно, при сильных дождях и ливнях, а также при быстром таянии снега или ледников во время зимних оттепелей, и во многих случаях охватывают лишь часть водосбора. При резком паводке малой длительности, например, при ливнях на большой территории, паводочная волна может мало отличаться от волны попуска. В отдельных случаях катастрофических паводков, особенно на малых водосборах, максимальные расходы и уровни (но не объемы стока) могут превышать таковые при половодье. Иногда понятие паводков употребляют в более широком смысле, включая в него как собственно паводки, так и половодья.

1.9. Характер медленно изменяющегося неустановившегося движения воды в открытых потоках (при отсутствии переменного подпора) в значительной мере определяется максимальным значением (при прохождении волны) отношения  $|i_g| / i_y$  - абсолютной величины добавочного продольного уклона, вызванного неустановившимся движением, к первоначальному уклону (при установившемся движении) [35, 18]<sup>1)</sup>. Чем меньше отношение  $\max |i_g| / i_y$  для данного участка реки, тем уже и получающаяся при неустановившемся движении петля на графике связи расходов и уровней. При достаточно малых значениях этого отношения, когда ширина петли (по расходам) не выходит за пределы точности измерений (обычно принимается 3-5% от значения расхода, что соответствует  $\max |i_g| / i_y \leq 0,03-0,05$ , если не учитывать несимметричность петли относительно кривой для установившегося режима - ветвь подъема имеет обычно большее отклонение, чем ветвь спада), можно практически считать кривую расходов однозначной и совпадающей с таковой для установившегося движения (изменение уровней практически успевает следовать за изменением расходов). Такой частный случай медленно изменяющегося неустановившегося движения воды можно назвать квазиустановившимся движением [18]. При этом для достаточно коротких участков реки близка к однозначной также зависимость объема воды в пределах участка от среднего расхода на участке, выражаемого полусуммой расходов на его концах. Квазиустановившееся движение может иметь место при половодье, а зачастую и при паводках (например, на гор-

1) В указанных работах речь идет просто о величине отношения  $|i_g| / i_y$ , что неточно, т.к. в процессе неустановившегося движения воды величина  $|i_g|$  изменяется; например, в момент прохождения гребня волны через данный створ  $i_g \approx 0$ .

219324

ных и предгорных участках рек, имеющих большие уклоны). Если добавочный уклон соизмерим с первоначальным, неустановившееся движение уже нельзя считать квазистационарным: оно будет собственно медленно изменяющимся, т.е. будет четко выражена неоднозначность зависимости расхода воды от уровня и зависимости объема воды от среднего по участку расхода. Такое соотношение уклонов характерно вблизи источника возмущения для попусков и резких кратковременных паводков, а для больших равнинных рек — и для половодья. При таком движении обычно (кроме случаев крутой волны попуска, рассматриваемой в непосредственной близости от ГЭС, и случаев резкого изменения сечения реки или наличия поймы) изменение скорости течения во времени и при переходе от створа к створу не является все же очень интенсивным, что позволяет и в этом случае пренебречь в уравнении динамического равновесия инерционными членами и свести его к уравнению Шези. При крутой волне попуска и при резком изменении сечения уже нельзя пренебречь инерционными членами. Крайним случаем является водохранилище, на котором основной уклон  $i_g$  близок к нулю и поэтому отношение  $\max |i_g| / i_g$  очень велико (кроме случаев, когда близок к нулю также добавочный уклон  $i_g$ ).

#### 4. Трансформация волн. Скорость и время добегания волны

1.10. При распространении зоны неустановившегося движения воды вдоль реки или канала форма волны изменяется — волна трансформируется. Характер трансформации различен для положительных и отрицательных волн. Ограничимся для примера рассмотрением прямых волн, представляющих больший практический интерес, нежели обратные волны.

При распространении прямой положительной волны вдоль призматического русла в теоретически рассматриваемых условиях отсутствия сил сопротивления (идеальная жидкость) элементы профиля волны, лежащие на более высоких отметках, перемещаются, благодаря большей глубине, быстрее, чем ниже расположенные элементы профиля. При достаточно длинном канале или русле волна в этих условиях переходит в прерывную, а затем (когда касательная к переднему склону волны становится вертикальной) волна опрокидывается; наступает разрушение волны. После разрушения волны фронт прерывной волны будет распространяться по законам механики, относящимся к явлениям с рассеянием энергии. На остальной части волны течение можно рассматривать как медленно изменяющееся.

Прямая отрицательная волна по мере ее распространения вдоль призматического русла (в случае идеальной жидкости) делается все более пологой, поэтому переход волны в прерывную и разрушение ее никогда не наступают.

В реальной жидкости всегда имеются гидравлические сопротивления, под воздействием которых как положительная, так и отрицательная волна становятся более пологими. Таким образом, для положительной волны влияние обоих факторов направлено в разные стороны, для отрицательной — их воздействия складываются. Поэтому при небольшой величине гидравлических сопротивлений эффект увеличения крутизны положительной волны по мере ее распространения ослабляется, а при большой — наблюдается обратное явление: уплощение положительной волны, характерное для естественных рек.

Рассмотрим теперь сложную прямую волну — волну попуска или паводка, головная часть которой представляет собой положительную, а хвостовая — отрицательную прямую волну.

При распространении волны вдоль русла, имеющего малые гидравлические сопротивления, возможно увеличение крутизны головной части волны, вплоть до превращения ее в прерывную, при одновременном уменьшении крутизны хвостовой части волны. Кроме такого перекашивания волны, в канале происходит и увеличение ее длины (распластывание), связанное с отставанием хвостовой части волны (ввиду меньшего поверхностного уклона) от ее головной части [42].

В реках гидравлические сопротивления обычно значительны, поэтому уплощается и увеличивает свою длину как отрицательная, так и положительная волна; длина сложной волны возрастает не только за счет отставания хвостовой части волны от головной, как в канале, но и за счет увеличения длины головной части волны. Таким образом, в реках паводки и попуски распластываются быстрее, чем в каналах; происходит интенсивное снижение высоты волны и максимального расхода по длине бьефа (имеется в виду отсутствие бокового притока). В результате распластывания волны по мере распространения по бьефу высота ее может уменьшиться до практически неучитываемого значения. Такое явление называется выкликиванием волны.

В реках с поймой уплощение волны вызывается не столько наличием гидравлических сопротивлений, сколько пойменным и грунтовым регулированием (п. 1.20).

I.II. В непризматических руслах, представляющих основной практический интерес при рассмотрении неустановившегося движения воды в реках, явление трансформации волны существенно осложняется.

Для таких русел высота волн в различных створах (ввиду различия живых сечений в них) уже не является объективным показателем распластывания волны. Основной характеристикой распластывания в этих условиях является снижение максимальных расходов по длине русла. При наличии пойм это явление еще более осложняется (см. гл. I, разд. 5).

I.I2. На интенсивность снижения максимального расхода по длине бьефа в призматическом русле влияют острота гидрографа, гидравлические сопротивления и уклон дна реки.

Снижение  $Q_{max}$  тем интенсивнее, чем острее гидрограф, больше сопротивления и меньше уклон [42, 29]. В непризматическом русле большое влияние на распластывание волны оказывает форма русла. В пойменном русле существенную, а иногда и решающую роль играют другие факторы, рассматриваемые в главе II.

I.I3. Практически важными характеристиками неустановившегося движения воды являются время добегания и скорость распространения волны (фазовая скорость). Следует различать: скорость распространения возмущения (фронта волны)  $C_F$ , скорость распространения заметного возмущения (заметных объемов воды или главной части волнового возмущения)  $C_z$ , скорость добегания данного расхода  $C_a$  и скорость добегания гребня волны  $C_r$ . Под гребнем волны понимается точка, где  $\frac{\partial z}{\partial t} = 0$  (уровень, как функция времени, является экстремальным для данного створа). Рассматривая неустановившееся движение воды в призматическом русле, В.В. Ведерников [9] вводит, в отличие от понятия гребня, еще и понятие вершины волны как точки, где  $\frac{\partial H}{\partial x} = 0$  (в данный момент глубина экстремальна по длине участка реки. Для непризматического русла понятие вершины волны не представляет практического интереса).

I.I4. Скорость распространения возмущения (скорость распространения фронта волны)  $C_F$  может быть, в принципе, определена по моментам начала возмущения в различных створах и расстоянию между ними. В простейшем случае, когда начальное движение было установившимся, этот момент для данного ( $i$ -го) створа определяется как момент времени  $t_i$ , в который расход или (при отсутствии данных о расходе) уровень в створе начинает изменяться. Скорость  $C_F$  выражается теоретической формулой

$$C_F = v \pm \sqrt{\frac{gF}{B}} = v \pm \sqrt{gH_{cp}}. \quad (2)$$

Знак в формуле зависит от того, распространяется волна по течению или против него.

1.15. При значительном расправывании волны изменение как расходов, так и уровней становится по мере удаления от начального створа все менее интенсивным, что делает практическое определение моментов времени  $t_i$  все более затруднительным (особенно при отсутствии данных о расходах). В этих случаях удается определить лишь более поздние моменты времени  $t'_i$ , когда изменение расходов и уровней становится заметным. Скорость  $C_3$ , определенная по моментам времени  $t_i$ , может быть названа скоростью распространения заметного возмущения или скоростью перемещения заметных объемов воды. Это, по существу, скорость, с которой распространяется главная часть волнового возмущения. В.В. Ведерников [ 9 ] называет эту скорость "технической скоростью фронта волны", Стокер [ 82, стр. 525 ] - "скоростью главной части возмущения" ("*the speed of the main portion of the disturbance*"). Естественно, что  $C_3 < C_{\phi}$ . Понятие скорости распространения заметного возмущения является условным, т.к. определение моментов времени  $t'_i$  существенно зависит от точности измерения уровней (или расходов) воды и, кроме того, содержит элемент субъективного подхода<sup>1)</sup>.

1.16. Скорость добегания данного расхода  $C_a$  - это та скорость, с которой распространяется граница установившегося движения с данным расходом  $Q_k$ . Для определения этой скорости может применяться формула Седдона

$$C_a = \left( \frac{dQ}{dF} \right)_{Q=Q_k} \quad (3)$$

полученная по наблюдениям над уровнями на реках Миссисипи и Миссури [ 49 ]. Эта формула может быть выведена и теоретически [ 49, 2, 18 ] при допущении, что связь расхода с уровнем в данном створе близка к однозначной (иначе говоря, движение является квазиустановившимся). При этом можно пренебречь расправыванием волны на протяжении небольшого участка и определять время добегания данного расхода в пределах этого участка с помощью формулы (3). Из этой формулы следует, что

$$C_a = v|_{Q=Q_k} + F \frac{dv}{dF} \Big|_{Q=Q_k} \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Этим и объясняется, что некоторые авторы (Л.С. Кусков и др.) предлагают для определения скорости добегания возмущения формулы типа  $C = \beta \sqrt{g H_{ср}}$ , где  $\beta$  - эмпирический коэффициент, а меньший единицы. Такие формулы не имеют физического смысла, а величина коэффициента  $\beta$  оказывается существенно различной в разных случаях (см., например, [ 89 ]), поэтому пользоваться формулами такого типа не рекомендуется.

Обычно  $\frac{d\mathcal{V}}{d\mathcal{F}} > 0$ , поэтому  $C_Q > v$ . Для пойменных русел при уровнях, отвечающих малой глубине на пойме, возможно и  $\frac{d\mathcal{V}}{d\mathcal{F}} < 0$ . В таких случаях для соответствующих диапазонов изменения расхода имеем  $C_Q < v$  (скорость добегания данного расхода меньше средней скорости потока).

Если выразить среднюю скорость потока по формуле Шези-Маннинга (для случая широкого русла) и положить, что форма живого сечения русла описывается параболой  $m$ -ой степени  $B = \alpha H^m$  (имеется в виду либо призматическое русло, либо величины  $B$  и  $H$ , осредненные по длине расчетного участка), то имеем

$$C_Q = v \left( 1 + \frac{2/3}{m+1} \right). \quad (5)$$

Так, для прямоугольного русла  $m = 0$  и  $C_Q = \frac{5}{3} v$ , для треугольного  $m = 1$  и  $C_Q = \frac{4}{3} v$ , для параболического второй степени  $m = 2$  и  $C_Q = \frac{11}{9} v$ .

1.17. Скорость добегания гребня волны  $C_r$  определяется по моментам времени, в которые уровень в данных створах принимает максимальное (для отрицательной волны - минимальное) значение, и по расстоянию между этими створами. Скорость гребня волны, вследствие трансформации последней, не совпадает со скоростью распространения возмущения. В естественных руслах, где силы сопротивления играют существенную роль, крутизна переднего склона уменьшается по мере распространения волны, т.е.  $C_r < C_Q$ . Ввиду сложности явления трансформации волны надежных формул для определения  $C_r$  не существует.

По исследованиям В.И. Корня  $C_r > C_Q$ , поэтому  $C_Q < C_r < C_\varphi$  и можно написать

$$C_r = (1 - \varphi) C_\varphi + \varphi C_Q, \quad (6)$$

где коэффициент  $\varphi$  находится в пределах между нулем и единицей, Он возрастает с ростом глубины русла  $H$ , убывает с увеличением коэффициента шероховатости  $n$  и зависит, кроме того, от крутизны волны и уклона дна.

Уже при глубине в несколько метров (и средних для рек уклонах дна и шероховатости)  $\varphi \approx 1$ , т.е.  $C_r = C_Q$ <sup>1)</sup>.

1) Интересна также зависимость  $C_r$  от уклона дна  $i_0$ , полученная Корнем с помощью численного эксперимента на ЭВМ для прямоугольного русла. С убыванием  $i_0$  скорость гребня сначала также убывает, затем, после достижения уклоном определенного значения  $i_0 = i_0^*$ , начинает резко возрастать с убыванием  $i_0$ . Уклон  $i_0^*$  можно для широкого прямоугольного русла рассчитывать по формуле  $i_0^* = 7,3 \cdot 10^{-5} n^{0,4} H^{0,8}$ . Так, например, при  $n = 0,04$  и  $H = 10$  м  $i_0^* = 5,8 \cdot 10^{-5}$ , а при  $n = 0,04$  и  $H = 4$  м  $i_0^* = 3,7 \cdot 10^{-5}$ . Отсюда видно, что для больших равнинных рек уклон может быть меньше переходного значения ( $i_0 < i_0^*$ ).

1.18. В соответствии с указанными понятиями скорости добега-  
ния можно говорить и об аналогичных понятиях времени добегания  
вдоль данного участка реки (или расчетного участка - при произ-  
водстве расчетов): время добегания возмущения (фронта волны)  $\tau_{\phi}$ ,  
время добегания заметного возмущения (заметных объемов воды или  
главной части волнового возмущения)  $\tau_z$ , время добегания данно-  
го расхода  $\tau_a$  и время добегания гребня волны  $\tau_r$ . Понятие  
времени добегания волны  $\tau$  широко применяется в упрощенных ме-  
тодах расчета неустановившегося движения воды (см. гл. II). Способы  
определения значений  $\tau$  излагаются в пп. 3.21-3.22.

## 5. Влияние поймы на неустановившееся движение воды

1.19. Неустановившееся движение воды в реках (в отличие от  
такового в каналах) во многих случаях существенно осложняется на-  
личием пойм и других аккумулярующих емкостей, притоков, ледяного  
покрова, резких изменений формы и размеров поперечного сечения  
и т.д.<sup>1)</sup> Физическая картина распространения волн пусков и  
паводков в этих случаях изучена очень слабо. Расчет по уравнени-  
ям одномерного неустановившегося движения может в этих условиях  
не дать надежных результатов.

Ниже приводится описание некоторых особенностей неустановив-  
шегося движения воды в реках. Излагаются не только положения, не-  
посредственно используемые в расчетных рекомендациях (гл. IV), но  
и некоторые другие, способствующие лучшему пониманию рассматрива-  
емых явлений и поэтому позволяющие более уверенно выбрать метод  
расчета и оценить точность и надежность получаемых результатов.

1.20. При заметном затоплении поймы (или наличии других ви-  
дов аккумуляющей емкости, например, устьев притоков или зато-  
нов - озеровидных участков реки) часть стока реки в период подъ-  
ема уровня затрачивается на временное заполнение емкости. Это  
явление (его можно называть долинным [93] или, лучше, поймен-  
ным регулированием) приводит к снижению максимальных расходов и  
к увеличению продолжительности паводка (пуска или половодья),  
иначе говоря, к его распластыванию. При этом на фазе подъема и  
в районе максимума уменьшаются расходы и снижаются уровни, а фа-  
за спада становится более продолжительной.

<sup>1)</sup> Извилистость рек обычно не оказывает существенного влия-  
ния на неустановившееся движение даже при сравнительно резких из-  
менениях режима. Лишь в исключительных случаях очень крутых изги-  
бов русла это влияние может быть заметным. Поэтому практически  
приходится считаться только с изменениями живых сечений и их гид-  
равлических сопротивлений [ 72, т. 30, стр. 37 ] .

При наличии поймы могут иметь место и безвозвратные потери воды. Это — объемы, расходуемые как на заполнение стариц, бессточных впадин и т.д. (и испаряющиеся, не возвращаясь в русло), так и на фильтрацию в почво-грунты высохшей поймы и на смачивание частиц почвы. Последние объемы возвращаются в русло реки лишь частично и обычно уже после прохождения паводка. При половодье большая часть таких объемов успевает возвратиться в русло, создавая эффект грунтового (в работе [ 93 ] — "берегового") регулирования, приводящий к расплыванию волны половодья.

В случае выхода воды при распространении волны попуска на пойму, оставшуюся в какой-то мере затопленной в результате прохождения предыдущего попуска (что может иметь место, например, при суточном регулировании), эффекты пойменного и грунтового регулирования значительно изменяются.

1.21. Кроме расплывания волн, пойма влияет также на все виды скорости добегания, рассмотренные выше (в пп. 1.13-1.17), и на скорость течения в русле.

В простейшей умозрительной схеме реки с поймой, когда продольные оси русла и поймы параллельны между собой, а рельеф поймы не является четко выраженным (поверхность поймы близка к плоскости<sup>1)</sup>), картину явления можно описать следующим образом.

Если бы потоки в русле и на пойме были изолированы друг от друга, то волна распространялась бы по пойме значительно медленнее, чем по руслу (ввиду меньших глубин и соответственно — меньших скоростей течения на пойме). Поскольку такой изоляции не существует, на фазе подъема паводка (или попуска) образуется поперечный уклон свободной поверхности воды — от русла к пойме, что приводит к оттоку воды из русла на пойму и увеличивает скорость распространения возмущения вдоль поймы. Так как скорость течения воды в русле при этом меньше, чем она была бы здесь в случае изоляции русла от поймы, практически уменьшается и скорость перемещения вдоль него заметных объемов воды (см. п. 1.15) по сравнению с той, которая имела бы место при наличии стенки между руслом и поймой. Таким образом, происходит некоторое выравнивание скоростей распространения волн в русле и на пойме. При

-----  
1) Кроме того, предполагается отсутствие как крутых изгибов русла и поймы, так и общего поперечного уклона поверхности поймы. Предполагается также, что во входном створе вода подается одновременно в русло и на пойму (если отметка уровня воды выше отметки бровки).



этом тормозящее влияние поймы зависит от градиента продольных скоростей между руслом и поймой. Аналогичное явление имеет место и на спаде паводка (или попуска), с тем лишь отличием, что в этом случае поперечный поверхностный уклон направлен от поймы к руслу и объемы воды поступают с поймы в опорожняющееся русло.

1.22. Картина взаимодействия руслового и пойменного потоков в рассматриваемом схематизированном случае связана не только с фазой (подъема или спада) неустановившегося движения воды. Даже при установившемся движении в условиях высоких уровней (затопленной поймы) взаимодействие ярко выражено, как показывают натурные данные [ 80, 27 ] и лабораторные исследования [ 81 ]. Сущность явления заключается в торможении руслового потока пойменным с появлением в районе бровки русла вихревых образований, на которые затрачивается, по-видимому, значительное количество энергии руслового потока. Таким образом, наличие поймы приводит к заметному увеличению гидравлических сопротивлений собственно руслового потока. Ввиду процесса вихреобразования это дополнительное сопротивление оказывается существенно большим, чем при отсутствии поймы (т.е. чем при замене жидкой границы между русловым и пойменным отсеками твердой стенкой). Эффект торможения руслового потока пойменным сильно проявляется только при сравнительно небольших затоплениях поймы. С возрастанием горизонта воды выше некоторого (критического) уровня различие между русловым и пойменным потоками сглаживается, а скорости течения определяются, в основном, гидравлическими и морфометрическими характеристиками поймы. При очень малых затоплениях поймы эффект торможения также невелик [ 89, 20, 53 ].

При неустановившемся движении, особенно при резко выраженных фазах подъема и спада, картина осложняется описанными выше (в п. 1.20) явлениями.

1.23. В природных условиях продольные оси русла и поймы редко бывают параллельными. Обычно русло имеет много поворотов, а пойма состоит из отдельных массивов, располагающихся попеременно по обоим берегам реки (при этом вообще нельзя говорить о продольной оси поймы). Это значительно усложняет и видоизменяет описанную выше картину. При больших расходах вода выходит на пойму и динамическая ось потока спрямляется, что приводит к установлению на пойме большего поверхностного уклона, чем в русле, и к увеличению скоростей течения на пойме, которые даже могут стать близкими к скорости в русле. Это заставляет воду в период прохождения больших расходов течь на отдельных участках от русла к

пойме как при подъеме, так и при спаде паводка. При этом и поперечный уклон водной поверхности направлен здесь от русла к пойме (см., например,  $\angle 15$ ). На узких участках в низовьях пойменных массивов в этот период наблюдается слив воды в главное русло.

Изложенная выше схема оказывается уже недостаточной для описания всех этих сложных явлений. Поэтому можно схематизировать течение в пойменном русле как совокупность следующих элементов  $\angle 80$  :

- а) приток воды из поймы в главное русло,
- б) отток воды из главного русла на пойму,
- в) пересечение осей руслового и пойменного потоков.

В первом из этих случаев (примером его может быть участок р.Дон у х. Хованского; рис. 5) тормозящий эффект, рассмотренный выше для схемы прямолинейных и параллельных осей руслового и пойменного потоков, усиливается благодаря вторжению в поток главного русла больших масс замедленных вод пойменного потока.

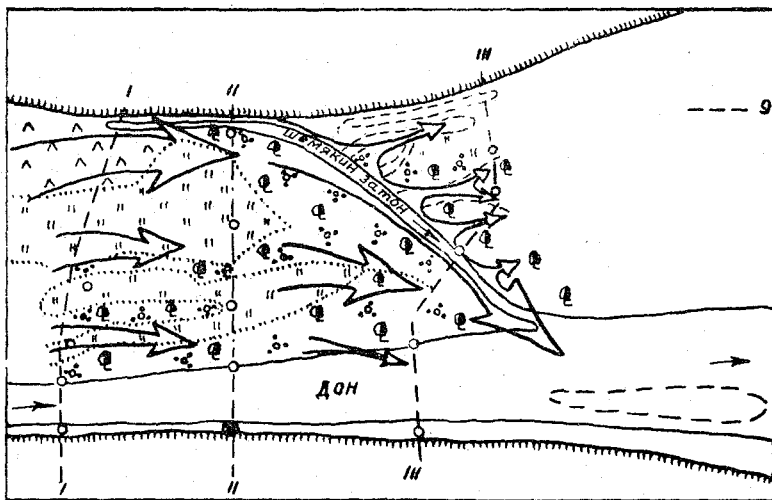


Рис. 5. Схематический план участка натурных исследований на р.Дон у х.Хованского в 1963 г. (по данным Д.Е. Скородумова  $\angle 80$  ).

9 - дополнительные створы (I-I - верхний, III-III - нижний), II-II - основной гидроствор. Остальные обозначения см. на рис. 7.

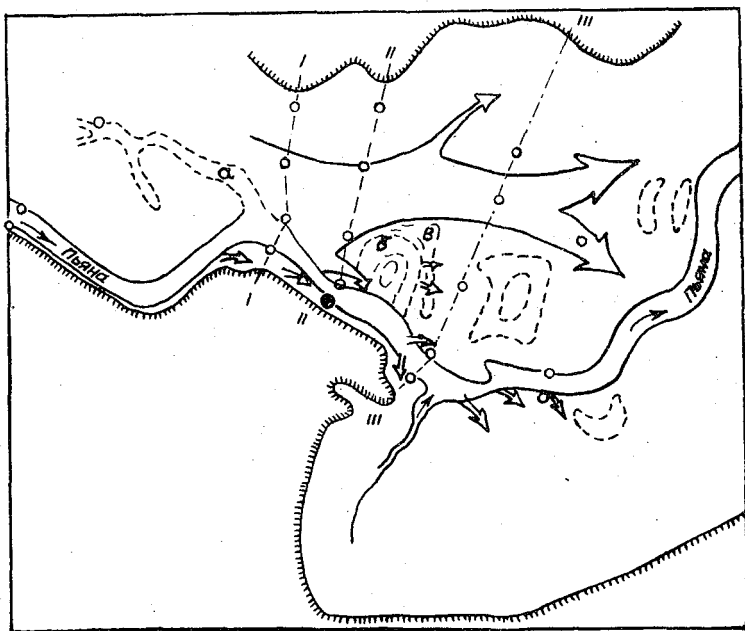


Рис. 6. Схематический план участка природных исследований на р. Пьяне у д. Камкино в 1963 г. (по данным Д. Е. Скородумова / 80 /).

I-I - верхний гидроствор, II-II - основной гидроствор, III-III - нижний гидроствор; а, б - местные понижения рельефа, в - местное повышение.

При оттоке воды на пойму (см., например, участок р. Пьяны; рис. 6) также возникает дополнительный тормозящий эффект, связанный, видимо, с возникновением при переливе воды через бровку поперечных течений весьма сложного характера, охватывающих главное русло на значительном протяжении сечения от бровки или даже все живое сечение.

В случае пересечения осей потоков (примером может служить район створа ГМС на р. Луге; рис. 7) эффект взаимодействия достигает наибольшего развития по сравнению с другими случаями и будет тем большим, чем больше угол пересечения потоков (рис. 8). Пересечение осей руслового и пойменного потоков не соответствует пересечению их струй: явление сводится к совокупности притока в главное русло у одного берега и оттока из него у другого (ниже по течению).

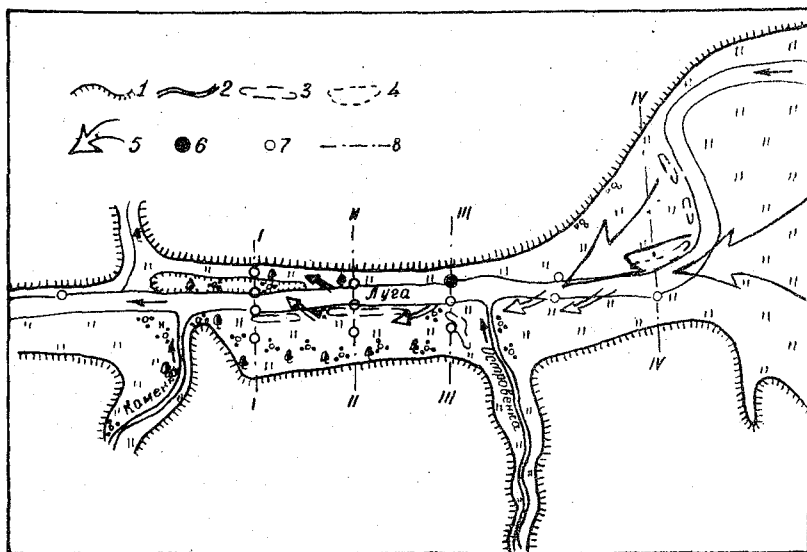


Рис. 7. Схематический план участка натурных исследований на р. Луге у пос. Толмачево в 1963 г. (по данным Д.Е. Скоро-  
думова [80]).

- 1 - граница затопления при наивысшем уровне 1963 г.,
- 2 - контуры главного русла, притоков, рукавов, озер,
- 3 - контуры основных повышений рельефа,
- 4 - контуры основных понижений рельефа,
- 5 - направление наиболее выраженных течений,
- 6 - основной водост, 7 - уклоные водосты,
- 8 - гидростворы (I-I - нижний ГГИ, II-II - основной ГГИ, III-III - верхний ГГИ, IV-IV - ГИС).

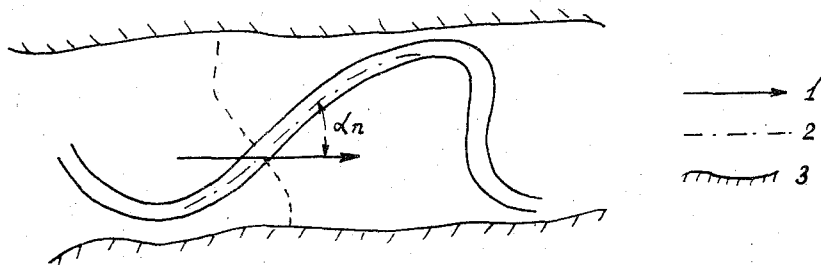


Рис. 8. Схема к определению угла пересечения руслового и пойменного потоков.

- 1 - основное русло, 2 - динамическая ось потока в русле,
- 3 - берега долины.

Во многих случаях поверхность поймы имеет поперечный уклон от русла к коренному берегу долины. В таких случаях у внешнего края поймы может образоваться протока, по которой проходит значительная часть расхода.

1.24. Еще более сложная картина может наблюдаться при пересеченном рельефе поймы [ 91 ]. Пример участка поймы с таким рельефом приводится (в схематизированном виде) на рис. 9. В таких случаях процесс распространения волны половодья или наводка в значительной степени определяется особенностями строения поймы.

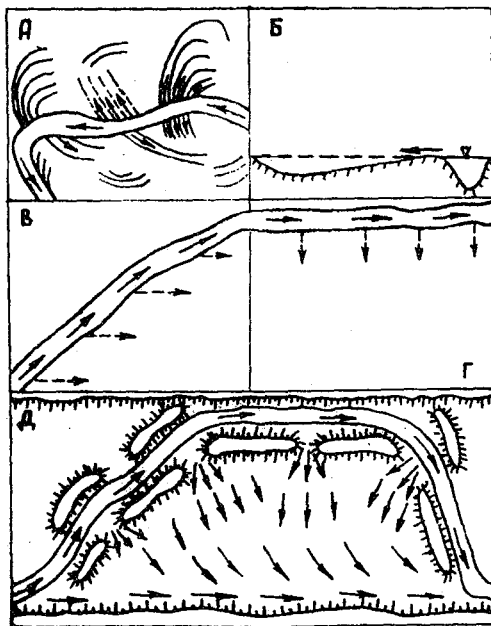


Рис. 9. Особенности затекания воды на пойму в начале 2-ой фазы.

А - направления выхода воды на пойму, определяемые системой вееров перемещения русла;

Б - направление движения воды по пойме, определяемое ее общим поперечным уклоном;

В и Г - характер затекания воды на пойму при различном взаимном расположении русла и поймы;

Д - предполагаемая картина течений на участках, ограниченных руслом, пересекающим пойму по всей ширине и имеющим прирусловый вал (поперечный уклон поймы - от русла к коренному берегу).

А, В, Г, Д - план, Б - поперечный профиль.

Важнейшими из этих особенностей являются:

а) повышенная прирусловая часть поймы - прирусловой вал, имеющий при средних глубинах на пойме вид узких не затопленных участков, примыкающих к главному руслу, местами расширяющийся со снижением в этих местах относительных отметок прируслового вала (над отметками поймы);

б) протоки, начинающиеся на пойме и впадающие в главное русло в пониженных частях прируслового вала;

в) отдельные рукава, вытекающие из главного русла и впадающие в него значительно ниже по течению;

г) отдельные повышения, пересекающие пойму на значительной части ее ширины или по всей ширине и затопляемые только при высоких горизонтах воды на пойме;

д) многочисленные пониженные зоны, не имеющие стока вдоль оси долины, но обычно имеющие связь с главным руслом через протоки и пониженные части прируслового вала;

е) чередование участков, в которых русло примыкает к одному из коренных берегов, с участками, в пределах которых русло пересекает пойму по всей ее ширине.

Кроме того, рельеф поймы может осложняться наличием вееров перемещения (остатки прежних положений русла), различно ориентированных по отношению к главному руслу. Даже при большом (близком к полному) затоплении поймы это приводит к тому, что зеркало воды оказывается испещренным отдельными узкими полосами или пятнами незатопленной поверхности, что создает значительное сопротивление движению воды на пойме.

1.25. Сложный рельеф поймы существенно влияет на характер неустановившегося движения воды, в частности, на скорости течения. Особенно сильно это влияние при малых глубинах на пойме (максимальные глубины при невысоких половодьях и паводках, фазы подъема и спада уровня - при высоких). В этих условиях движение воды существенно неоднородно, поэтому для описания явления недостаточно ограничения средними скоростями в сечении; надо рассматривать средние скорости течения на вертикалях. Имеет место заметные поперечные составляющие этих скоростей, застой воды в ряде областей и т.д. Наличие прируслового вала, частично изолирующего русло от поймы, может привести к существенному различию величин скоростей в русловой и пойменной частях потока.

Некоторые схемы движения воды на пойме при малом ее затоплении приводятся на рис. 9.

По мере повышения уровня затопления поймы застойные зоны все более вовлекаются в транзитное движение, рукава и притоки выражаются все слабее, увеличиваются продольные и уменьшаются поперечные составляющие скорости, сглаживается различие между скоростями течения в русле и на пойме. Таким образом, поток все более приближается к однородному.

I.26. Дополнительные сложности вносит наличие растительности на пойме. Влияние ее приводит к замедлению течения (особенно при малом затоплении поймы), что эквивалентно увеличению шероховатости. Сопротивление, оказываемое крупной растительностью (лес и крупный кустарник), весной меньше, чем летом, когда появляется листва.

I.27. Сооружение дамб, отделяющих русло от поймы (обвалования), приводит к увеличению отметок уровня воды в главном русле, при которых происходят данные расходы, по сравнению с отметками, наблюдавшимися до обвалования, а также к существенному уменьшению трансформации волн. При обваловании, ввиду повышения уровня, а следовательно, и глубины, заметно увеличивается скорость распространения волн пусков и паводков.

## 6. Влияние зимних условий на неустановившееся движение воды

I.28. Неустановившееся движение воды в зимних условиях достаточно рассматривать только в пределах основного русла, т.к. зимой уровни воды в реках обычно невысоки и пойма не затопляется.

Можно использовать две гидравлические схемы водного потока под ледяным покровом. В основной схеме, которой можно практически ограничиться при расчетах волн суточного регулирования в зимних условиях [ 32, 73, 98 ] и во многих случаях при расчетах паводочных волн, ледяной покров рассматривается как не связанный с берегами и свободно плавающий, следуя за всеми колебаниями уровня воды. По другой схеме лед рассматривается как примерзающий к берегам; при этом явление приближается к условиям напорного движения. Примерзание наблюдается только при малых колебаниях уровня и сильных холодах, чаще всего для малых рек. В некоторых случаях на разных участках реки и в различные периоды времени могут наблюдаться обе схемы явления. Возможны и случаи частичного примерзания ледяного покрова к берегу.

I.29. Ледяной покров, не связанный с берегами, увеличивает смоченный периметр и тем самым повышает гидравлическое сопротив-

ление русла. Это приводит к прохождению данных расходов при более высоких уровнях (и, соответственно, больших живых сечениях и меньших скоростях течения воды), нежели при отсутствии ледяного покрова, и поэтому к усилению распыливания волны.

Дополнительное гидравлическое сопротивление, вызванное влиянием ледяного покрова (и, соответственно, повышением отметки уровня, при которой проходит данный расход в зимних условиях, по сравнению с летней отметкой уровня), может быть для данного створа не одинаковым в различные зимы и даже меняться в течение одной зимы (нижняя поверхность льда, имеющая обычно наибольшую в течение сезона шероховатость в начале зимы, затем все время сглаживается как под воздействием текущей воды, так и в результате различной теплопроводности ледяного покрова в плане, ввиду неодинаковой толщины его).

1.30. Указанные явления осложняются неоднородностью ледяного покрова на протяжении реки. Так, вблизи ГЭС обычно имеется участок открытого русла - полынья (в работе [ II ] она именуется майной). В некоторых местах реки могут возникать заторы и зазоры, стесняющие сечение реки и приводящие поэтому к образованию местных подпоров и к увеличению гидравлического сопротивления. Эти факторы также меняются в зависимости от различных условий [ 77 ]. Ледяной покров влияет и на скорость распространения воли неустановившегося движения, обычно уменьшая ее. Образование заторов и зазоров приводит к дополнительному уменьшению скорости распространения волны и к другим усложнениям процесса. Однако в случае примерзания льда к берегам скорость распространения возмущения резко увеличивается и может существенно превысить теоретическую скорость  $C_F$ , вычисленную по формуле (2)), так как при чисто напорном движении эта скорость зависит не только от глубины воды ("диаметр трубы"), но и от толщины и упругих свойств ледяного покрова ("стенки трубы") [ 95 ].



## Г л а в а II

ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ  
В ОТКРЫТЫХ РУСЛАХ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАТУРНЫХ И ЛАБОРАТОРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ. ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

## I. Дифференциальные уравнения

## неустановившегося движения воды в открытых руслах

2.1. Дифференциальные уравнения неустановившегося движения воды в открытых руслах имеют следующий вид:

$$J = i_0 - \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\alpha}{g} \left( v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{v |v|}{C^2 R} + \frac{q v}{F}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q.$$

В системе уравнений (7) независимыми переменными (аргументами) являются координата  $x$  и время  $t$ , а их функциями - глубина  $H$  и средняя скорость  $v$ . При заданной форме русла площадь живого сечения  $F$  является в данном створе известной функцией глубины, а расход  $Q$  определяется через  $v$  и  $F$  как их произведение.  $C$  есть коэффициент Шези,  $R$  - гидравлический радиус,  $g$  - ускорение силы тяжести,  $q$  - боковой приток на единицу длины,  $\alpha$  - коэффициент, характеризующий неравномерность распределения скоростей по поперечному сечению. Первое из уравнений (7) является уравнением динамического равновесия и называется обычно уравнением Сен-Венана, а второе - уравнением неразрывности. Иногда уравнениями Сен-Венана неточно называют всю систему уравнений (7). При отсутствии бокового притока уравнение неразрывности переписывается в виде

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (7a)$$

а в уравнении динамического равновесия отпадает последний член. Предпоследнее слагаемое в этом уравнении можно представить и в виде  $\frac{Q |Q|}{K^2}$ , где  $K = CF \sqrt{R}$  - модуль расхода (пропускная способность русла).

В уравнении динамического равновесия первый член в левой части представляет собой уклон дна  $i_0$ , а второй - дополнительный уклон, связанный с изменением глубины по длине русла. Сумма этих членов дает поверхностный уклон  $J$ .

Первое слагаемое в скобках правой части учитывает изменение скоростей по длине, т.е. отражает неравномерность течения. Этот член в реках обычно невелик и приобретает значительную величину лишь в зонах резкого изменения сечения.

Второе слагаемое в скобках - уклон, связанный с изменением скоростей во времени, т.е. непосредственно с неустановившимся движением. Этот член также обычно мал, кроме зоны резкого неустановившегося движения, например, волнзв ГЭС при пусках суточного регулирования. Первое и второе слагаемые учитывают влияние на неустановившееся движение скоростей частиц воды, участвующих в нем. Эти слагаемые называют инерционными членами.

Третье слагаемое правой части уравнения - уклон трения - играет для речных бьефов преобладающую роль (в числителе этого члена правильнее писать, как это сделано выше, произведение скорости  $v$  на ее абсолютную величину, а не  $v^2$ , как пишут в некоторых работах [3, 12, 92], т.к.  $v^2$  не учитывает изменения знака силы трения при изменении знака скорости, что возможно при большой обратной волне).

2.2. Строго говоря, у каждого из инерционных членов уравнения динамического равновесия ( $\frac{1}{g} v \frac{\partial v}{\partial x}$  и  $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$ ) должен стоять свой коэффициент; однако ввиду малости этих членов обычно считают коэффициенты равными между собой. В расчетах неравномерного установившегося движения воды (т.е. в случае отсутствия члена  $\frac{\partial v}{\partial t}$ ) обычно принимают  $\alpha = 1,1$  - значение, характерное для каналов. В большинстве методов расчета неустановившегося движения воды пренебрегают отклонением коэффициента  $\alpha$  от единицы. Для беспойменных русел это не дает значительной ошибки; большие ошибки будут связаны с неполнотой и неточностью исходных данных. В случаях русла с поймой сложного строения неравномерность распределения скоростей по сечению очень велика и значения  $\alpha$  могут превышать 1,5 или даже 2. Однако в таких случаях соответственно возрастают и другие ошибки расчета, а требуемое значение  $\alpha$  задать трудно. Более того, коэффициент неравномерности распределения скоростей по сечению  $\alpha$  теряет в этом случае свой первоначальный смысл, т.к. поток разбивается на отдельные фрагменты (основное русло, протоки, пониженные части поймы), гидравлически не связанные между собой. Поэтому при сложной пойме более целесообразными, чем вычисление  $\alpha$  [например, по формуле (8)], могут оказаться другие подходы, непосредственно учитывающие физическую картину процесса и тем самым позволяющие получить более эффективные результаты расчета (см, например, гл. IV, п. 5).

Специальное исследование значений коэффициента Корнолиса (стоящего у члена  $v \frac{\partial v}{\partial x}$ ), выполненное недавно американцами на большом натурном материале [101], показало, что при неравномерном установившемся движении распределение скоростей по гори-

зонти оказывает значительно большее влияние на величину  $\alpha$ , чем распределение скоростей по вертикали. Значения  $\alpha$  для каналов и искусственных беспойменных русел составляли 1,03–1,76 при среднем значении 1,10; для естественных русел трапецеидальной формы без пойм, мостовых устоев и других искусственных сооружений  $\alpha = 1,09$ –2,90 и  $\alpha_{cp} = 1,40$ ; для естественных русел с поймами  $\alpha = 1,18$ –2,99;  $\alpha_{cp} = 1,46$ . Была получена более или менее удовлетворительная связь  $\alpha$  с коэффициентом шероховатости по Маннингу:  $\alpha = 14,8n + 0,884$ , причем, если по этой формуле оказывается  $\alpha > 2$ , авторы рекомендуют принимать  $\alpha = 2$ . Попытки установить связь  $\alpha$  с другими параметрами русла или течения или с их комбинацией успеха не имели. Русло с поймой авторы работы [101] рекомендуют разбивать на отсеки и, после вычисления для каждого отсека  $\alpha$  по приведенной связи, определение общего значения  $\alpha$  производится по формуле

$$\alpha = \frac{\alpha_1 \frac{K_1^3}{F_1^2} + \alpha_2 \frac{K_2^3}{F_2^2} + \dots + \alpha_m \frac{K_m^3}{F_m^2}}{\frac{(K_1 + K_2 + \dots + K_m)^3}{(F_1 + F_2 + \dots + F_m)^2}}, \quad (8)$$

где

$$K = C F \sqrt{R}, \quad C = \frac{1}{n} R^{1/6}.$$

2.3. Уравнения (7) выведены при следующих основных допущениях:

- 1) рассматривается одномерное медленно изменяющееся неустойчившееся движение;
- 2) принимается гидростатический закон распределения давления, т.е. пренебрегается избыточным давлением за счет ускорения частиц воды по вертикальному направлению<sup>1)</sup>;
- 3) силы сопротивления вводятся в уравнения в таком же виде, как и для равномерного движения;
- 4) уклон дна принимается малым по сравнению с единицей.

Наиболее важно первое допущение. В случае резких изменений сечения (особенно при широкой пойме), при крутых изгибах и т.д. скорости могут быть существенно различными по ширине русла. В других случаях (ледяной покров, шуга, заторы) скорости могут, кроме того, существенно различаться и по длине русла. Второе

---

1) Это фактически соответствует принятию в основу теории мелкой воды (глубина воды достаточно мала по сравнению с длиной волны) [82].

допущение практически всегда выдерживается. Третье допущение не имеет большого принципиального значения, так как при медленно изменяющемся одномерном неустановившемся движении нет особых оснований считать силы сопротивления существенно отличающимися от таковых для равномерного движения. Четвертое допущение всегда справедливо для спокойных потоков, которые только и рассматриваются.

## 2. Общие сведения о строгих и упрощенных методах расчета неустановившегося движения воды в открытых руслах

2.4. Методы расчета неустановившегося движения воды в открытых руслах можно разделить на строгие (их называют еще детальными или гидродинамическими [21]) и упрощенные (инженерные) методы.

Строгие методы основываются на решении системы уравнений (7); в этом и заключается их "строгость". Говорить же о том, что эти методы всегда дают строгое решение, полностью соответствующее действительной картине неустановившегося движения воды в реках, не приходится, т.к. уравнения выведены при определенных допущениях, указанных выше. Поэтому термин "строгие методы" является в этом смысле условным.

Строгие методы можно, в свою очередь, разделить на линейные и нелинейные. К нелинейным относятся методы характеристик, сеток, мгновенных режимов (в последнем методе, являющемся, по существу, частным случаем метода сеток, при ручном счете пренебрегают инерционными членами уравнения динамического равновесия). В нелинейных методах система уравнений (7) решается путем замены производных разностными отношениями. В линейных строгих методах дифференциальные уравнения в частных производных (7) линеаризуются (метод Н.Т. Мелещенко [50] и др.).

При использовании упрощенных методов система уравнений (7) непосредственно не интегрируется и заменяется какой-либо упрощенной моделью явления. Большинство упрощенных методов основано на моделях, описываемых обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями.

2.5. Строгие методы применяются в проектной практике, а иногда и при эксплуатации гидросооружений и для гидропрогнозов. Вследствие трудоемкости вычислений и развития вычислительной техники эти методы реализуются в последнее время, в основном, на быстродействующих электронных вычислительных машинах, для чего нужно иметь соответствующую программу для данного типа машин.

Преимущества упрощенных методов заключаются в простоте расчетов и в возможности быстро получить приближенное решение задачи. Расчеты по этим методам можно производить вручную. В последнее время развивается тенденция реализации упрощенных методов на аналоговых вычислительных машинах (возможно и применение электронных цифровых машин).

В отдельных случаях упрощенные методы могут (при наличии наблюдений над неустановившимся движением) дать лучшие результаты расчета, чем строгие методы (см. п. 4.15).

2.6. В линейных методах, как строгих, так и упрощенных, используются линейные модели нелинейного процесса неустановившегося движения воды в открытых руслах [46]. Линейные модели применяются в настоящее время во многих отраслях науки и техники. Линейными называются системы, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями и подчиняются принципу суперпозиции — реакция системы на воздействие  $(A+B)$  равна сумме реакций этой системы на независимые воздействия  $A$  и  $B$ . Так, если реакцией системы является гидрограф в замыкающем створе какого-то участка, то, согласно принципу суперпозиции, гидрограф, обусловленный притоком воды к участку  $(Q'_1 + Q'_2)$ , должен равняться сумме гидрографов в этом же створе при притоках  $Q'_1$  и  $Q'_2$ .

В линейных моделях, описываемых линейными дифференциальными уравнениями в частных производных, исходные гидравлические и морфометрические характеристики задаются вдоль всего рассматриваемого участка реки. Поэтому такие модели можно назвать (согласно терминологии, установившейся в ряде отраслей техники) линейными моделями с распределенными параметрами [46]. Эти модели позволяют, как и нелинейные методы, определить рассчитываемые гидравлические характеристики потока на всем рассматриваемом протяжении реки. Поэтому те и другие методы, основанные на решении уравнений (7) в частных производных, объединены, как указано выше, в одну группу строгих методов.

В линейных моделях неустановившегося движения, описываемых линейными обыкновенными дифференциальными уравнениями, делается в той или иной форме предположение о том, что длина рассматриваемого участка мала по сравнению с длиной волны. Тогда можно пренебречь размерами этого участка и считать, что его характеристики сосредоточены в одной точке. Поэтому такие модели называются линейными моделями с сосредоточенными параметрами. В уравнениях, описывающих эти модели, независимой переменной является только время. Упрощенные методы расчета, основанные на таких моделях,

позволяют непосредственно рассчитать гидравлические характеристики потока лишь в отдельных створах (в других створах их можно определить с помощью интерполяции).

2.7. В двух следующих разделах излагаются основные идеи некоторых строгих и упрощенных методов расчета неустановившегося движения воды в реках. Из всех многочисленных методов выбраны те, ознакомление с которыми представляется полезным либо с точки зрения их практического использования, либо для понимания путей развития расчетных методик (как строгих, так и упрощенных) с различных точек зрения. Для некоторых методов (вариационных, волн малой амплитуды, превышений, Маскингам, функций влияния) приводятся и краткие расчетные формулы. Более подробное описание дано для наиболее важных в практическом отношении методов — для явных и неявных схем метода сеток (в частности, методов Института гидродинамики и мгновенных режимов), метода характеристик и метода ЦИП. В гл. II излагаются лишь основные идеи и понятия этих методов, а расчетные формулы и изложение порядка расчетов вынесены в приложения, помещенные в конце работы. Это подробное описание вполне достаточно для ознакомления с указанными (важнейшими) методами, однако полное изложение этих методов, содержащее перечень всех вычислительных операций, формы расчетных таблиц, детальное перечисление порядка подготовки исходных данных для расчетов, все варианты и способы подготовки исходных данных и т.д. не представляется возможным в пределах данной работы. Поэтому для широкого практического использования методов необходимо обратиться к первоисточникам.

### 3. Строгие методы

2.8. С теоретической точки зрения основной интерес для решения системы уравнений (7) представляют нелинейные строгие методы. В этих методах частные производные, входящие в систему, заменяются разностными отношениями, т.е. отношениями приращений функции и аргумента, а затем решается получающаяся система алгебраических разностных уравнений. Иначе говоря, при использовании этих методов мы переходим от непрерывной области существования решения в плоскости независимых переменных ( $x, t$ ) — так называемой волновой плоскости — к дискретной сетке точек. Поэтому нелинейные строгие методы можно назвать методами конечных разностей или методами сеток. Во всех методах сеток (включая метод мгновенных режимов, как частный случай) сетка точек фиксируется заранее, в методе характеристик она получается в процессе решения. Применение дискретизованной сетки дает те преимущества, что не требуется вы-

числять значения координат точек сетки и что значения неизвестных функций получаются в удобной системе точек, обычно исключающей необходимость интерполяции между узлами.

Решение системы разностных уравнений при правильно выбранной разностной схеме дает в численной форме приближенное решение исходной системы дифференциальных уравнений. Разработка разностного метода распадается на следующие этапы:

- 1) выбор разностной схемы;
- 2) оценка устойчивости выбранной разностной схемы и ее сходимости к точному решению исходной системы уравнений при уменьшении шагов по независимым переменным ( $x$  и  $t$ );
- 3) разработка порядка решения системы разностных уравнений.

Рассмотрим эти вопросы несколько подробнее, для чего нам придется привести в весьма краткой и упрощенной форме основные понятия вычислительной математики (для случая дифференциального уравнения в частных производных при наличии двух независимых переменных —  $x$  и  $t$ ) [13].

Выбор разностной схемы определяет способ замены (аппроксимации) частных производных разностными отношениями. Величина погрешности аппроксимации не превосходит некоторой степени  $k$  шага соответствующей независимой переменной, умноженной на постоянный коэффициент  $[A(\Delta x)^k]$ . Эта степень называется порядком аппроксимации. Погрешность аппроксимации обычно обозначается через  $O$  ("Ordering").

Так, например, приближенное выражение  $\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ , где  $f$  — некоторая функция  $x$  и  $t$ , дает первый порядок аппроксимации —  $O(\Delta x)$ , т.е. погрешность замены производной отношением конечных разностей пропорциональна первой степени шага  $\Delta x$ .

При замене частной производной другим разностным отношением  $\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$  имеем 2-ой порядок аппроксимации  $O[(\Delta x)^2]$ . Аналогичные выражения можно написать для  $\frac{\partial f}{\partial t}$ , а также (несколько более сложные) для вторых производных.

Аппроксимировать приходится не только дифференциальный оператор, представляющий собой определенную комбинацию частных производных и стоящий в левой части уравнения, но и правую часть уравнения (известную величину), а также начальные и граничные условия.

В ряде случаев существенную роль при аппроксимации уравнения играет соотношение между шагами  $\Delta t$  и  $\Delta x$  при их неограниченном уменьшении.

Для сходимости разностной схемы, т.е. для того, чтобы при измельчении шагов  $\Delta x$  и  $\Delta t$  ее решение приближалось к решению исходного дифференциального уравнения, недостаточно, чтобы разностная схема аппроксимировала уравнение. Схема должна еще быть устойчивой. Это значит, что небольшие изменения в правой части и в граничных условиях для разностного уравнения должны приводить лишь к небольшим изменениям решения этого уравнения. В противном случае (при неустойчивой разностной схеме) ошибки, неизбежно возникающие в процессе счета, например погрешности округления, будут неограниченно расти.

Для проверки устойчивости той или другой схемы необходимы тщательные исследования, т.к. в ряде случаев неустойчивость может проявиться лишь при длительном счете и только при определенных значениях коэффициентов уравнений. Практически это может быть проверено лишь при использовании электронных вычислительных машин.

От того, насколько удачен выбор порядка решения системы разностных уравнений, зависит трудоемкость расчета, выражающаяся в затратах машинного времени.

#### А. Методы сеток (явные и неявные схемы)

2.9. Методы сеток обладают полной механичностью расчета, т.е. искомые величины находятся путем применения однообразных вычислительных операций. Сложность и многообразие начальных и граничных условий не вносят принципиальных изменений в расчетную методику и лишь увеличивают объем вычислительной работы. Численный метод решения дифференциальных уравнений состоит в продвижении от известных значений уровня и расхода в расчетный момент времени  $t$  к неизвестным их значениям в следующий расчетный момент  $t + \Delta t$ .

2.10. При использовании методов сеток может применяться явная или неявная схема. При явной схеме [5, 13, 24, 82] последовательно вычисляются величины отдельно для каждого узла сетки. При неявной схеме весь процесс расчета разбивается на последовательное решение систем уравнений для каждого отдельного расчетного интервала времени. В результате решения каждой такой системы вычисляются характеристики потока во всех узлах данного слоя на волновой плоскости  $(x, t)$ , т.е. во всех створах бьефа в данный расчетный момент времени  $t$ .

Преимуществом явной схемы по сравнению с неявной является относительная простота вычислений и программирования. Однако



явная схема не позволяет производить расчет при больших расчетных интервалах времени  $\Delta t$  (обычно  $\Delta t$  не должно превосходить нескольких минут), т.к. должно выдерживаться определенное соотношение между  $\Delta t$  и расчетным шагом по длине  $\Delta x$ , так называемое условие Куранта-Фридрихса-Леви [ 13 ]

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|v| + \sqrt{gH}}. \quad (9)$$

Это ограничивает использование явных схем для расчета паводков и половодий.

Как показал С.К. Годунов [ 7, 8, 97 ], имеется и другое ограничение

$$\Delta t \leq \frac{C}{g} \sqrt{\frac{R}{l_0}} = \frac{K}{g \mathcal{F} \sqrt{l_0}}. \quad (10)$$

Описание некоторых явных схем проводится в приложении I, п.А.

Для неявных схем ограничение (9) отпадает, а условия Годунова (10) можно избежать, если брать значение модуля расхода из верхнего слоя волновой плоскости, т.е. для момента времени  $t + \Delta t$ , как это и делается в неявной схеме, применяемой в Институте гидродинамики СО АН СССР (см. приложение I, п.Б).

#### Б. Метод мгновенных режимов

2.11. Метод мгновенных режимов был предложен Н.М. Бернадским и усовершенствован (для ручного счета) В.А. Архангельским [ 3, 4 ] и Я.Д. Гильденблатом [ 12 ]. Алгоритм и программы для машинных расчетов разработаны Б.Л. Историком [ 33 ]. По существу, метод представляет собой один из вариантов применения неявной разностной схемы для метода сеток. Расчет ведется последовательно по интервалам времени, с переходом от участка к участку. Для каждого момента времени, соответствующего окончанию расчетного интервала времени, определяются мгновенные значения расходов и уровней на границах расчетных участков - "мгновенные режимы", что объясняет происхождение традиционного названия метода ("мгновенные режимы" определяются и во всех других методах, где применяется фиксированная сетка точек в волновой плоскости - в методах сеток).

При ручном счете методом мгновенных режимов отбрасываются инерционные члены уравнения динамического равновесия (7) и последнее принимает вид формулы Шези; при машинном расчете производится приближенный учет инерционных членов.

Основные предположения метода сводятся к допущениям о сохранении при неустановившемся движении однозначных зависимостей среднего модуля расхода и объема воды на расчетном участке от полусуммы уровней на концах участка

$$K_{cp} = f(z_{cp}) \quad \text{и} \quad W = f(z_{cp}), \quad (II)$$

полученных для установившегося режима. Эти допущения являются, вообще говоря, тем более справедливыми, чем короче участок и чем менее резко выражена нестационарность движения воды.

Формулы метода и порядок их использования (как при ручном, так и при машинном счете) приводятся в приложении 2.

### В. Метод характеристик

2.12. Пусть в некоторый момент времени в определенном створе реки создается какое-то малое возмущение (например, подан дополнительный объем воды). Это возмущение будет распространяться вниз и вверх по течению в виде двух волн – прямой и обратной. Законы распространения этих возмущений с течением времени могут быть получены из уравнений фронтов всех мыслимых волн, накладывающихся на установившийся режим, существовавший до их прихода в данный створ. В волновой плоскости ( $t, x$ )<sup>1)</sup> указанные уравнения будут изображать два семейства кривых, называемых прямыми и обратными характеристиками (рис. 20–22 в приложении 3). Точки пересечения этих кривых образуют узлы сетки характеристик.

При использовании метода характеристик система двух уравнений в частных производных (7) заменяется эквивалентной ей системой четырех обыкновенных дифференциальных уравнений – двумя уравнениями характеристик (прямой и обратной) и двумя уравнениями, связывающими между собой элементы потока вдоль этих характеристик [92, 3, 12, 51]. Система из четырех уравнений решается в конечных разностях и позволяет вычислить координаты  $t, x$  узлов сетки характеристик в волновой плоскости и значения двух параметров (например,  $z$  и  $Q$ ) при этих значениях  $t$  и  $x$ . Для других значений  $t$  и  $x$  определение параметров производится путем интерполяции между узлами сетки характеристик. Так приходится поступать, например, при построении мгновенных профилей

<sup>1)</sup> В методе характеристик, в отличие от методов сеток, принято откладывать по оси абсцисс время  $t$ , а по оси ординат – координату  $x$ .

$z = f(x)$  при  $t = \text{const}$ , гидрографов или водомерных графиков для отдельных створов -  $Q = f(t)$  или  $z = f(t)$  при  $x = \text{const}$ .

Основные формулы метода и порядок их использования приводятся в приложении 3.

#### Г. Вариационный метод расчета периодического неустановившегося движения воды

2.13. Для расчета периодического неустановившегося движения (например, суточного регулирования - без учета недельного регулирования) Н.А. Картвелишвили разработал способ использования прямого вариационного метода Бубнова-Галеркина [40, 23]. Метод позволяет свести решение системы дифференциальных уравнений в частных производных (7) к решению сначала системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а затем системы алгебраических уравнений. Это оказывается удобным при использовании электронных цифровых машин.

Метод представляет и теоретический интерес ввиду своеобразия подхода к решению задачи и к подготовке исходных данных. В работе [40] намечаются некоторые принципы решения обратной задачи (см. п.4.6) с помощью вариационного метода.

Изложим основные идеи метода.

Уравнения Сен-Венана (7) приводятся к безразмерной форме

$$\lambda(0, \bar{x}) - \frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{x}} = \lambda(\bar{z}, \bar{x}) + \mu(\bar{z}, \bar{x}) \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{t}} + \bar{D} \mu^2(\bar{z}, \bar{x}) \bar{q} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{x}} + \nu(\bar{z}, \bar{x}) \frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{t}} = 0, \quad (13)$$

где

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{z} = \frac{h}{h_0}, \quad \bar{q} = \frac{Q}{Q_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{T},$$

$$\bar{D} = \frac{2g h_0 T^2}{L^2}, \quad \lambda(\bar{z}, \bar{x}) = \frac{L Q_0^2}{h_0 K^2}, \quad \mu(\bar{z}, \bar{x}) = \frac{L Q_0}{g h_0 T^2}, \quad \nu(\bar{z}, \bar{x}) = \frac{L h_0 B}{T Q_0}.$$

$T$  - период колебаний уровня и расхода воды в бьефах;  $L$  - длина бьефа;  $h$  - отклонение отметки в данном сечении от таковой при установившемся режиме с некоторым произвольным расходом  $Q_0$  (его удобно принимать равным среднесуточному расходу);  $h_0$  - произвольная единица измерения амплитуд колебания уровня,

$$\frac{1}{K^2} = \frac{1}{K^2} - \frac{1}{0.5^3} \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_*,$$

причем  $(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x})_*$  есть изменение площади сечения по длине русла, связанное с его непризматичностью.

При выводе уравнения (12) отброшена величина  $\frac{BQ^2}{gF^3} = \frac{v^2}{gH_{cp}} = (\frac{v}{c})^2$  по сравнению с единицей, что обычно приемлемо для равнинных рек (спокойные потоки).

Граничное условие в створе ГЭС задается в виде периодической функции  $\bar{q} = f(\bar{t}) = f(\bar{t} + 1)$ ; на противоположном конце бьефа оно имеет в разных случаях различный вид. Начальные условия заменяются условиями периодичности решения  $\bar{z}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{z}(\bar{x}, \bar{t} + 1)$ ,  $\bar{q}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{q}(\bar{x}, \bar{t} + 1)$ .

Сущность метода заключается в том, что система уравнений (12)–(13) упрощается путем представления функций  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  в виде степенных рядов по  $\bar{x}$  (с коэффициентами, зависящими только от  $\bar{x}$ ) и отбрасывания степеней  $\bar{x}$  выше второй. Получается система уравнений во втором приближении, решение которой ищется в виде разложения функций  $\bar{z}(\bar{x}, \bar{t})$  и  $\bar{u}(\bar{x}, \bar{t})$  в ряд Фурье по  $\bar{t}$  (величина  $\bar{u} = \bar{q} - 1 = \frac{Q - Q_0}{Q_0}$  вводится вместо неизвестной  $\bar{q}$ ).

Если ограничиться конечным числом  $m$  членов ряда Фурье, то это приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для определения  $(4m + 1)$  коэффициентов Фурье, зависящих только от  $\bar{x}$ . Система решается опять-таки методом Бубнова-Галеркина – указанные коэффициенты представляются в виде разложения по полиномам Лежандра. Ограничиваясь снова конечным числом  $(p)$  членов этих рядов, можно прийти к системе  $(4m + 1)(p + 1)$  алгебраических (квадратных) уравнений для определения постоянных величин – коэффициентов последних рядов.

Решения этой громоздкой системы квадратных уравнений заключаются во внесении поправок в приближенные значения корней, которые определяются тем же методом Бубнова-Галеркина из линейной системы уравнений (первое приближение), получаемой при отбрасывании не только более высоких, но еще и вторых степеней  $\bar{x}$  после представления  $\lambda$ ,  $\mu$  и  $\nu$  в виде степенных рядов по  $\bar{x}$ .

2.14. Подготовка исходных данных для расчетов с помощью прямого вариационного метода имеет свою специфику. Так, коэффициенты в аппроксимирующих выражениях

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \bar{x} + \lambda_2 \bar{x}^2, \quad \mu = \mu_0 + \mu_1 \bar{x}, \quad \nu = \nu_0 + \nu_1 \bar{x}$$

подбираются для отдельных участков русла таким образом, чтобы они давали наилучшее (например, в смысле способа наименьших квадратов) приближение к кривым  $\lambda(\bar{x})$ ,  $\mu(\bar{x})$ ,  $\nu(\bar{x})$ , построенным

для этих участков на основании топографических и гидрометрических материалов изысканий.

#### Д. Метод волн малой амплитуды

2.15. Метод был разработан Н.Т. Мелещенко для расчета периодического неустановившегося движения воды (суточное регулирование / 50 / ). Изложим основные идеи метода в интерпретации М.Д. Чертоусова, который считает решение уравнений неустановившегося движения, получаемое с помощью этого метода, вполне удовлетворительным, если только изменение расхода (или отметки уровня) воды в створе возмущения осуществляется достаточно медленно / 86 /. Метод не получил широкого применения, т.к. не были исследованы пределы его использования. Не составлялись также программы для машинного счета по методу волн малой амплитуды.

Основное допущение метода – все изменения параметров режима полагаются малыми по сравнению с их значениями при первоначальном установившемся режиме, поэтому квадратами и произведениями этих величин можно пренебречь.

Обозначим изменения расхода, скорости и глубины соответственно через  $Q'$ ,  $v'$  и  $H'$ . Имеем

$$Q = Q_{уст} + Q', \quad v = v_{уст} + v', \quad H = H_{уст} + H'. \quad (14)$$

Для вычисления члена трения  $i_f$  пользуемся показательной зависимостью Б.А. Бахметева

$$\left( \frac{K_{уст}}{K} \right)^2 = \left( \frac{H_{уст}}{H} \right)^2,$$

из которой с точностью до малых 2-го порядка можно получить

$$i_f = i_{f_{уст}} \left[ 1 + \frac{2v'}{v_{уст}} + \left( \frac{2B_{уст}}{F_{уст}} - \frac{\chi}{H_{уст}} \right) H' \right], \quad (15)$$

где  $i_{f_{уст}}$  – первоначальный уклон трения,  $\chi$  – гидравлический показатель русла. Подставляя выражения (14) и (15) в динамическое уравнение, считая первоначальный режим установившимся и используя основное допущение метода, можно привести уравнения неустановившегося движения к одному уравнению

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + (v_{уст}^2 - C_{уст}^2) \frac{\partial^2 H'}{\partial x^2} + 2v_{уст} \frac{\partial^2 H'}{\partial t \partial x} + \beta \frac{\partial H'}{\partial t} + \gamma \frac{\partial H'}{\partial x}, \quad (16)$$

где

$$C_{уст}^2 = \frac{g F_{уст}}{B_{уст}}, \quad \beta = \frac{2g J_{уст}}{v_{уст}}, \quad \gamma = \frac{J_{уст} C_{уст}^2 \chi}{v_{уст}}.$$

Таким образом, получилось линейное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами для изменения глубины  $H'$ , общий интеграл которого может быть найден. Точно такое же уравнение можно получить и для изменения скорости  $w'$ .

Решение уравнения (16) ищется в виде простого гармонического колебания с периодом  $T$ , равным периоду заданного изменения расхода или уровня в створе возмущения. При суточном регулировании  $T = 1$  суткам, при недельном —  $T = 7$  суткам. Возможно получение решения и в виде суммы гармонических колебаний нескольких периодов, если граничное условие в створе возмущения представлено в виде суммы колебаний тех же периодов.

Отдельно рассматривается случай решения для "канала ограниченной длины",<sup>1)</sup> в котором отраженные обратные волны, возникающие в концевом створе, оказывают существенное влияние на колебания в створе возмущения, и более простой, но менее интересный случай "канала, безгранично простирающегося в одну сторону",<sup>1)</sup> для которого таким влиянием можно пренебречь.

Граничное условие в створе возмущения обычно задается в виде  $Q = f(t)$  или  $z = f(t)$  и представляется суммой нескольких гармоник, в другом крайнем створе  $z = Const$  или  $Q = Const$ .

Решение в основном формируется только для условий призматического русла. В работе Мелещенко [50] приводится также приближенный прием расчета для русла, состоящего из ряда призматических участков; Чертоусовым [86] этот случай не рассматривается.

В качестве начального обычно задается установившийся режим со средне-суточным расходом  $Q_{cp}$ . Для облегчения трудоемкой работы по разложению граничного условия в створе возмущения на гармоники можно использовать специальные шаблоны, которые должны быть заранее изготовлены [86].

## Е. Метод прямых

2.16. Метод прямых можно рассматривать как предельный случай метода сеток, когда при применении прямоугольной сетки один из линейных размеров ее стремится к нулю, а множество узлов в пределе заполняет некоторую систему прямолинейных параллельных отрезков [5, 24]. При этом дифференциальные уравнения в част-

<sup>1)</sup> Указанные термины приводятся в работе Мелещенко [50]; Чертоусовым [86] применяются менее удачные термины: "короткий канал" и "длинный канал".

ных производных (в случае двух независимых переменных) сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (так называемой системе уравнений прямых) путем замены производных по соответствующей неизвестной разностными отношениями. Затем определяется общее решение этой системы, причем произвольные постоянные находятся из алгебраических уравнений, которые можно получить на основании краевых условий.

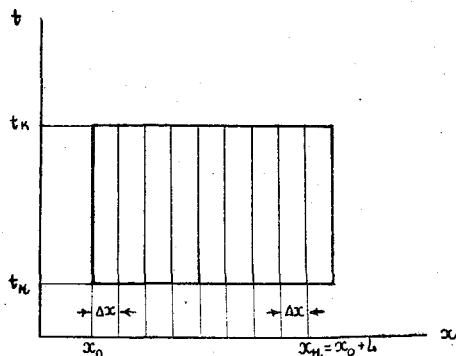


Рис. 10. Метод прямых.

При расчете неустановившегося движения воды методом прямых [6] интервал изменения  $x$  разбивается на  $n$  равных частей длиной  $\Delta x = \frac{L}{n}$  каждая ( $L$  — общая длина расчетного протяжения реки), что дает в волновой плоскости  $(x, t)$  систему вертикальных прямых (см. рис. 10). Производные по  $x$  заменяются разностными отношениями, а производные по  $t$  сохраняются. При

этом получается система  $(2n-1)$  обыкновенных дифференциальных уравнений с неизвестными приближенными значениями расхода и уровня для каждого интервала длиной  $\Delta x$ , являющимися функциями только времени.

Ввиду отсутствия широкой апробации метода пока нельзя дать общей оценки целесообразности и границ его применения. Расчет для одной задачи неустановившегося движения в верхнем бьефе, о которой сообщается в работе [6], привел к обнадеживающим результатам. Решение проводилось на электронной вычислительной машине методом Рунге-Кутты с постоянным шагом интегрирования. Как показали численные расчеты на машине, такая схема является устойчивой. Для данной конкретной задачи отклонения приближенных значений  $Q$  и  $z$  при  $n = 10$  от более точных, полученных при  $n = 50$ , не превышали 1%. Результаты расчета дали также хорошее совпадение с данными лабораторного эксперимента, для которого решалась задача.

Известен также основанный на методе прямых способ решения уравнений Сен-Венана на аналоговых вычислительных машинах, разработанный в МЭИ [61], который нашел некоторое применение в проектных расчетах, хотя, по-видимому, не является перспективным для таких расчетов и вытесняется расчетами на цифровых машинах.

## Ж. Метод превышений

2.17. Метод превышений, разработанный М.А. Бухтеевым и И.О. Танагозом [83], представляет собой дальнейшее упрощение метода мгновенных режимов (для ручного счета) с целью уменьшения трудоемкости расчетов и поэтому может иметь практический интерес после соответствующей апробации. Название метода объясняется тем, что при его использовании вычисляются не сами величины расходов и уровней в соответствующий момент времени, а их приращения за расчетный интервал времени ("превышения")

$$\Delta Q'' = Q_K'' - Q_H'' \text{ и } \Delta z'' = z_K'' - z_H''.$$

Основными допущениями метода являются:

1) малость приращений расходов  $\Delta Q'$  и  $\Delta Q''$  за расчетный интервал времени в граничных створах участка по сравнению со средним расходом на участке в начальный момент времени  $Q_{н.ср}$ , что позволяет пренебречь квадратом отношения  $\frac{\Delta Q' + \Delta Q''}{2} : Q_{н.ср}$  по сравнению с единицей;

2) малость приращений уровня  $\Delta z'$  и  $\Delta z''$  за расчетный интервал времени, что позволяет пренебречь разностью квадратов этих величин по сравнению с их первыми степенями и другими слагаемыми соответствующего уравнения.

Естественно, допущения 1 и 2 могут быть справедливыми лишь при достаточно малом расчетном интервале времени (в работе [83] указывается, что при  $\Delta t = 1$  часу погрешность практически не сказывается на результате расчетов, а при  $\Delta t = 20$  мин. она будет ничтожно малой).

Рассмотрим использование метода на примере задачи о суточном регулировании в нижнем бьефе при задании в створе ГЭС гидрографа  $Q = f(t)$ , а в другом крайнем створе - кривой расходов  $Q = f(z)$ .

Если в уравнении баланса воды (25) положить  $W_K - W_H = B_{ср} \ell \Delta z_{ср}$ , т.е. пренебречь изменением средней ширины (по длине расчетного участка  $\ell$ ) с глубиной, что допустимо для широкого русла, то можно привести это уравнение к виду

$$\Delta Q' - \Delta Q'' = x(\Delta z' + \Delta z'') - 2(Q_H' - Q_K'), \quad (17)$$

где  $x = B_{ср} \ell / \Delta t$ .



Из уравнения движения, записанного без инерционных членов и бокового притока

$$J = \frac{Q^2}{K^2} \quad (7')$$

(рассматривается только случай  $Q > 0$ ), получаем

$$Q_{к.ср}^2 \ell = K_{к.ср}^2 (z'_к - z''_к) \quad (7'')$$

Имея в виду, что

$$Q_{к.ср} = \frac{Q'_к + Q''_к}{2} = \frac{Q'_н + Q''_н}{2} + \frac{\Delta Q' + \Delta Q''}{2} = Q_{н.ср} \left( 1 + \frac{\Delta Q' + \Delta Q''}{2 Q_{н.ср}} \right),$$

получаем, с учетом допущения I,

$$Q_{к.ср}^2 \ell = Q_{н.ср}^2 + (\Delta Q' + \Delta Q'') Q_{н.ср} \quad (18)$$

Перейдем теперь к дальнейшим допущениям.

Ввиду того, что изменение величины расхода  $\Delta Q$  определяется (в условиях пренебрежения инерционными членами) только изменением уровня и уклона, можно предположить, что  $\Delta Q$  является суммой двух соответствующих приращений

$$\Delta Q = \Delta z Q + \Delta i Q.$$

Так как величины  $\Delta Q$  и  $\Delta z$  невелики (допущения I и 2), можно в первом приближении принять составляющую изменения расхода, обусловленную изменением уровня, пропорциональной последнему.

Тогда имеем

$$\Delta Q = a \Delta z + \Delta i Q, \quad (19)$$

где  $a$  — неизвестная величина, подлежащая определению в каждом створе, кроме последнего. В последнем створе, где расход зависит только от уровня, и, следовательно,  $\Delta i Q = 0$ , величина  $a$  определяется по заданной кривой расходов  $Q = f(z)$ , а именно  $a = \frac{dQ}{dz} = \frac{dQ}{dz}$ .

Формула (19) дает соответственно для верхнего и нижнего створов расчетного участка  $\Delta Q' = a \Delta z' + \Delta i Q'$ , (19')

$$\Delta Q'' = a \Delta z'' + \Delta i Q''. \quad (19'')$$

Величина  $K_{к.ср}$  отвечает уровню

$$z_{к.ср} = z_{н.ср} + \Delta z_{ср} = z_{н.ср} + \frac{\Delta z' + \Delta z''}{2}.$$

Значения  $\Delta z'$  и  $\Delta z''$  невелики (допущение 2), поэтому можно положить изменение модуля расходов пропорциональным изменению уровня, т.е. принять

$$\Delta K_{к.ср}^2 = K_{к.ср}^2 - K_{н.ср}^2 = b \frac{\Delta z' + \Delta z''}{2}, \quad (20)$$

причем практически  $\delta$  равно котангенсу угла между направлением кривой  $K(z)$  в точке  $z_{н.ср}$  и осью абсцисс.

Подстановка выражения (19'') в уравнение (17) позволяет получить

$$\Delta z'' = \frac{\Delta Q' - \Delta_i Q'' - \tau \Delta z' + 2(Q'_H - Q'_K)}{\tau + a''}. \quad (21)$$

Подставляя выражения (19''), а затем (5) в уравнение (18), получаем

$$Q_{к.ср}^2 \ell = \left\{ Q_{н.ср}^2 + Q_{н.ср} (\Delta Q' + \Delta_i Q'') + \frac{Q_{н.ср} a'' [\Delta Q' - \Delta_i Q'' - \tau \Delta z' + 2(Q'_H - Q'_K)]}{\tau + a''} \right\} \ell \quad (22)$$

Так как падение на участке в конечный момент времени

$$z'_K - z''_K = z'_H - z''_H + \Delta z' - \Delta z'' = \delta + \Delta z' - \Delta z'',$$

где  $\delta = z'_H - z''_H$  — начальное падение на участке, то с учетом уравнения (20) можно получить

$$K_{к.ср}^2 (z'_K - z''_K) = K_{н.ср}^2 (\delta + \Delta z' - \Delta z'') + \frac{b\delta}{2} (\Delta z' + \Delta z'') + \frac{b}{2} (\Delta z'^2 - \Delta z''^2).$$

Отбрасывая последнее слагаемое (на основании допущения 2) и используя формулу (21), а затем подставляя полученное выражение в правую часть формулы (7''), а выражение (22) в левую часть той же формулы, получим уравнение, решение которого относительно  $\Delta Q'$  даст

$$\Delta Q' = \frac{m(\tau + a'') + n\tau + a''\tau}{n + (\tau + a'') + a''} \Delta z' + \frac{(p + Q_{н.ср})(\tau + a'') - 2(n + a'')(Q'_H - Q'_K) + (n - \tau)\Delta_i Q''}{n + (\tau + a'') + a''},$$

где величины

$$m = \frac{K_{н.ср}^2 + \frac{b\delta}{2}}{Q_{н.ср} \ell}, \quad n = \frac{K_{н.ср}^2 - \frac{b\delta}{2}}{Q_{н.ср} \ell}, \quad p = \frac{K_{н.ср}^2 \delta}{Q_{н.ср} \ell}$$

являются известными, так как выражаются через характеристики русла и элементы режима в начальный момент времени.

Сравнивая полученное выражение с формулой (19), видим, что

$$a' = \frac{m(\tau + a'' + n\tau + a''\tau)}{n + (\tau + a'') + a''}, \quad (23)$$

$$\Delta_i Q' = \frac{(p - Q_{н.ср})(\tau + a'') - 2(n + a'')(Q'_H - Q'_K) + (n - \tau)\Delta_i Q''}{n + (\tau + a'') + a''}. \quad (24)$$

Уравнения (23) и (24), вместе с уравнениями (19') и (21), являются расчетными зависимостями метода.

Изложим теперь последовательность расчетов.

Так как для последнего расчетного участка величина  $a''$  известна, а  $\Delta_i Q'' = 0$ , можно по формулам (23) и (24) вычислить вспомогательные величины  $a'$  и  $\Delta_i Q'$ , которые играют роль  $a''$  и  $\Delta_i Q''$  для предпоследнего участка. Пользуясь этими формулами снова, уже для предпоследнего участка, вычисляем  $a'$  и  $\Delta_i Q'$ , и таким образом переходим от участка к участку вверх по бьефу, и, наконец, определяем величины  $a$  и  $\Delta_i Q$  для створа ГЭС. Так как для этого створа по граничному условию можно определить  $Q_K$  и  $\Delta Q' = Q_K - Q_H$ , то, следовательно, можно определить по уравнению (19) и величину

$$\Delta z' = \frac{\Delta Q' - \Delta_i Q'}{a'}$$

а также по формуле (21) - величину  $\Delta z''$ , которая соответствует  $\Delta z'$  для нижележащего участка. Далее переходим вниз от участка к участку, определяя по уравнению (19') величину  $\Delta Q'$ , а по формуле (21) - величину  $\Delta z''$ .

Закончив расчет приращений искомых величин  $\Delta Q$  и  $\Delta z$ , определяем и сами величины  $Q_K' = Q_H' + \Delta Q$ ;  $z_K' = z_H' + \Delta z$  для всех расчетных участков в конечный момент времени. Затем весь расчет повторяется для следующего интервала времени и т.д.

Некоторые практические рекомендации и форма расчетных таблиц приведены в работе [83].

#### 4. Упрощенные методы расчета неустановившегося движения воды

2.18. Значительное количество упрощенных методов неустановившегося движения воды исходит из совместного решения уравнения баланса воды и какого-либо упрощенного выражения, построенного на тех или иных допущениях и заменяющего уравнение динамического равновесия. К таким (балансовым) методам относятся, в частности, метод ЦИП и метод Маскингам.

Уравнение баланса воды представляет собой уравнение неразрывности, написанное в конечных разностях для расчетного участка за расчетный интервал времени. Обычно оно пишется в виде

$$\frac{Q_H' + Q_K'}{2} - \frac{Q_H'' + Q_K''}{2} = \frac{W_K}{\Delta t} - \frac{W_H}{\Delta t}, \quad (25)$$

т.е. предполагается, что как расход  $Q'$ , поступающий на расчетный участок, так и расход  $Q''$ , стекающий с него, изменяются в течение расчетного интервала времени  $\Delta t$  по линейному закону<sup>1)</sup>. Кроме балансовых, рассматриваются и некоторые другие методы расчета неустановившегося движения воды в реках (использование критических добогания, методы соответственных уровней и расходов), основанные на иных соображениях.

#### А. Метод ЦИП

2.19. Метод Центрального института прогнозов (ЦИП, ныне Гидрометцентр СССР), часто называемый в литературе методом Г.П.Каливина - П.И. Милюкова, основан на следующем положении: участок реки, имеющий определенную длину  $L$  (так называемый характерный участок), оказывает такое же регулирующее воздействие на волну наводка или паводка, как и равное ему по объему  $W$  водохранилище. Соответственно регулирующее воздействие всего расчетного протяжения русла эквивалентно воздействию каскада водохранилищ.

Иначе говоря, при неустановившемся движении воды сохраняется однозначность зависимости объема воды на участке от расхода в его замыкающем створе

$$W = f(Q'') \quad , \quad (26)$$

справедливой для установившегося режима. Если считать русло широким, характерный участок принять в первом приближении призматическим, а профиль свободной поверхности воды в пределах участка прямолинейным, приходим к однозначной зависимости объема воды на участке от уровня в его середине  $W = f(z_{cp})$  (см. рис. II). Вместе с зависимостью (26) это дает второе положение метода - однозначную зависимость расхода воды в замыкающем створе от уровня в середине характерного участка

$$Q'' = f(z_{cp}) \quad ,$$

совпадающую с кривой расходов при установившемся режиме для середины участка.

Длина характерного участка  $L$  определяется через параметры установившегося режима<sup>2)</sup>.

1) Так же, по существу, пишется и уравнение неразрывности при использовании метода мгновенных режимов [см. формулу (79)].

2) При квазистационарном движении определение характерного участка теряет смысл, т.к. в этом частном случае медленно изменяющегося неустановившегося движения зависимость  $W(Q)$  будет однозначна не только для характерного, но и для любого более короткого участка, вплоть до бесконечно малой его длины.

Расчет производится путем совместного решения уравнения оа-ланса воды на характерном участке (заменяющего уравнение неразрывности) и зависимости расхода от объема воды на участке (заменяющей уравнение движения). Расходы вычисляются от участка к участку вниз по течению. По расходам, вычисленным в замыкающем створе каждого характерного участка, определяются уровни в центре этого участка.

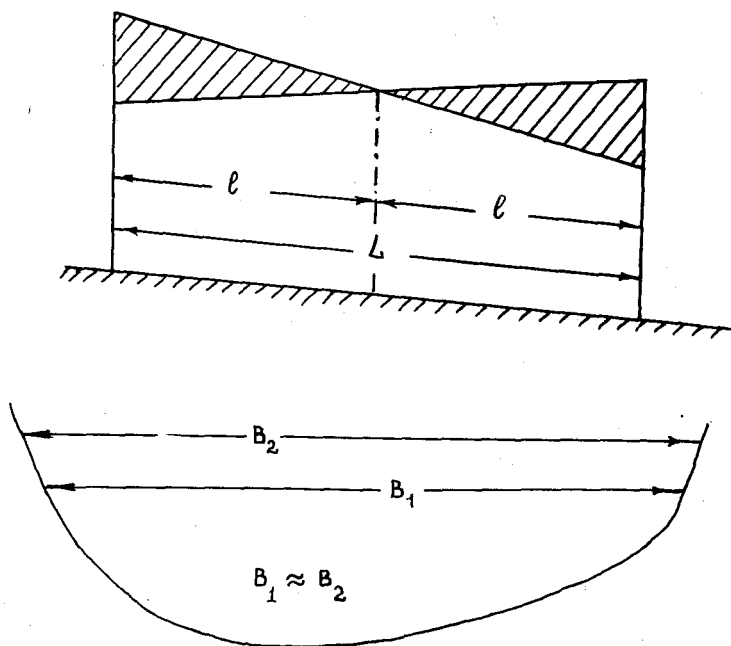


Рис. II. Иллюстрация к методу ЦП.

Основные формулы и порядок их использования приводятся в приложении 4.

На базе метода разработаны и испытаны способы расчета на аналоговых вычислительных машинах, например, МН-7, и, в частности, на специально созданных моделирующих устройствах (ПР-27 и ПР-43). Особенно удобен метод в тех случаях, когда имеются материалы наблюдений за неустановившимся движением на данном участке реки (например, ход уровней). В этих условиях можно просто и с достаточной для практики точностью подобрать исходные параметры и получить надежные данные для других, не наблюдавшихся слу-

чаев неустановившегося движения воды на данном участке рек?г. Благодаря 8-му методу ЦШ широко применяется для оперативных расчетов, например, на гидрометеорологических обсерваториях, обслуживающих гидропрогнозы бьефов крупных ГЭС. Для такого использования метода ставятся специальные натурные наблюдения по программе, разработанной ЦШ [52] (см. также ниже, п.2.27). Метод удобен и для решения различных частных задач (неполный расчет неустановившегося движения). Рекомендации по его применению в конкретных случаях приводятся в гл. 1У.

При большом количестве характерных участков вдоль расчетного бьефа расчет становится громоздким, поэтому рекомендуется /^3.5 7 упрощенный способ - метод кривых добегаания (см.ниже).

### Б. Предложение УкрНИГМИ

2.20. Украинский научно-исследовательский гидрометеорологический институт рекомендует некоторое видоизменение метода ЦШ, разработанное И.А. Железняком Г 26, стр. глх-гз\*\* 7. По данным автора метода, полученным при ручных расчетах распространения волн попусков на некоторых участках рек и при сопоставлении результатов расчетов с материалами наблюдений, точность расчета может быть несколько повышена, если при неустановившемся движении считать однозначной функцией от расхода в замыкающем створе объем воды на участке длиной  $l$  и, а вдвое меньшей ( $2$ ) или близкой к ней. В предложении УкрНИГМИ сохраняется однозначная зависимость между расходом в указанном створе и уровнем в створе, расположенном на расстоянии  $l$  выше, как и в методе ЦШ. Расчет выполняется непосредственно по кривым объемов  $W=f(Q)$ , поэтому дополнительным показанием к использованию предложения УкрНИГМИ является, по мнению автора метода, отчетливо выраженная криволинейность этой зависимости. Он рекомендует выдерживать соотношение между расчетным интервалом времени  $\Delta t$  и временем добегакиа гребня волны  $t^{\wedge}$  вдоль расчетного участка в пределах

$$\{0.3 \sim 0.5\} Z^{\wedge \wedge} \quad \{/.S \quad , \quad (27)$$

Получение несколько лучшего совпадения данных расчетов с натурными, чем при использовании метода ЦШ, объясняется Железным [26, стр. 222-224] тем, допущение, принятое в методе ЦШ, о приблизительной прямолинейности профиля волны в пределах характерного участка длиной  $L$  (в любой момент времени) не подтверждаю ош.'том. Приводят^'а ттлюстрации са примере распространения Волн попусков в нижнем бьефе Ивановской ГЭС.

2.21. Преимущество предложения УкрНИГМИ по сравнению с методом ЦИП, очевидно, не обосновано в должной мере, т.к. кроме выбора длины участка, для которого однозначна зависимость  $W(Q)$ , расчеты по обоим способам различаются еще и многими другими факторами – видом уравнения баланса (в расчет вводятся конечные значения расходов притока и оттока, а не средние за время  $\Delta t$ ), способом выбора расчетных параметров – величин  $\tau$ , длины участков и т.д. Кроме того, и вычисленная по формуле (104) длина характерного участка изменяется в значительных пределах при изменении расхода (см. приложение 4). Имея в виду эти обстоятельства, можно утверждать, что незначительные различия результатов расчетов и получение автором метода несколько меньших отклонений от натурных данных еще не дают достаточных оснований констатировать преимущество предложения УкрНИГМИ по сравнению с методом ЦИП, особенно если учесть, что в предложении УкрНИГМИ есть существенная принципиальная слабость. Именно, из однозначной зависимости  $W_\rho = f_1(Q)$  для участка длиной  $\ell = L:2$  и однозначной же зависимости уровня в верхнем створе этого участка от того же расхода  $z' = f_2(Q)$  с неизбежностью вытекает однозначная зависимость  $W_\rho = f_3(z')$ , которая физически не оправдана – объем воды на участке не может определяться уровнем в верхнем створе этого участка даже в 1-ом приближении.

Практически, по-видимому, можно выполнять расчеты любым из указанных способов. Метод УкрНИГМИ более трудоемок из-за более коротких участков. Существенное практическое преимущество метода ЦИП заключается в том, что к настоящему времени имеется богатый опыт реализации его на аналоговых вычислительных машинах (в частности, на моделирующих устройствах). Особенно важны многократно апробированные способы подбора на этих машинах расчетных параметров при наличии материалов наблюдений за неустановившимся движением воды.

## В. Метод Маскингам

2.22. Метод Маскингам [2, 49, 101] используется в службе гидрологических прогнозов США и ряда других стран. Сущность этого метода, разработанного Мак-Карти и впервые примененного для р. Маскингам (откуда происходит и название метода), заключается в совместном решении уравнения баланса воды (для расчетного участка в течение расчетного интервала времени) и кривой объемов, выраженной в виде зависимости (в первом приближении – линейной)

объема воды на участке от средневзвешенного расхода

$$W = f(Q_{\text{ср. в.с.г.}}) \approx \tau Q_{\text{ср. в.с.г.}}, \quad (28)$$

где последний определяется выражением

$$Q_{\text{ср. в.с.г.}} = \kappa Q' + (1 - \kappa) Q'' \quad (29)$$

При практическом использовании метода значение коэффициента  $\kappa$  принимается постоянным для данного участка и определяется эмпирическим путем. Величина  $\kappa$  лежит в пределах  $0 < \kappa < 0.5$ , т.е. "вес" расхода в нижнем створе  $Q''$  больше, чем в верхнем створе  $Q'$ .<sup>1)</sup>

Параметр  $\tau$  по своему значению близок ко времени добега-ния максимальных расходов воды от верхнего до нижнего створа участка.

При  $\tau = \text{const}$  и  $\kappa = \text{const}$  расчетное уравнение принимает вид

$$Q''_{\kappa} = C_0 Q'_{\kappa} + C_1 Q'_{\kappa} + C_2 Q''_{\kappa} \quad (30)$$

где

$$C_0 = \frac{\Delta t - 2\tau\kappa}{\Delta t + 2\tau(1-\kappa)}, \quad C_1 = \frac{\Delta t + 2\tau\kappa}{\Delta t + 2\tau(1-\kappa)}, \quad C_2 = -\frac{\Delta t - 2\tau(1-\kappa)}{\Delta t + 2\tau(1-\kappa)}, \quad (32)$$

$$\text{причем } C_0 + C_1 + C_2 = 1 \quad (33)$$

Последнее равенство можно использовать для контроля правильности вычисления коэффициентов  $C_0$ ,  $C_1$  и  $C_2$ .

Основной задачей при использовании метода является определение параметров  $\kappa$  и  $\tau$ . Обычный способ их определения по данным наблюдений заключается в следующем [49]. По входному и вы-

I) Укажем для сравнения, что в методе ЦИП  $\kappa = 0$ , правда, для участка определенной, а не любой длины. Если исходить из метода ЦИП, можно получить выражение для  $\kappa$  через соотношение полудлины  $\ell$  характерного участка и длины  $\Delta x$  участка, для которого применяется метод Маскингам [35],  $\kappa = 0.5 - \ell/\Delta x$ . (Если участок совпадает с характерным,  $\Delta x = L = 2\ell$ , то имеем  $\ell/\Delta x = 0.5$  и  $\kappa = 0$ ). Длина характерного участка изменяется с величиной расхода (см. п.2.21). Отсюда вытекает, что и величина  $\kappa$  также не является постоянной, а зависит от расхода. Принятие ее постоянной для данного участка является, таким образом, некоторым приближением.



ходному гидрографам определяются запасы воды на расчетном участке в каждый расчетный момент времени. Задается ряд значений  $\kappa$  и для каждого из них по наблюдаемым гидрографам в верхнем и нижнем створах  $Q'$  и  $Q''$  определяется средневзвешенный расход  $Q_{\text{ср.взв.}}$ . Затем строятся графики связи одновременных значений  $W$  и  $Q_{\text{ср.взв.}}$ . Выбирается тот из графиков, который дает кривую, наиболее близкую к однозначной связи. Зная соответствующее значение  $\kappa$ , легко найти и  $\tau = W/Q_{\text{ср.взв.}}$ .

В последнем зарубежном руководстве [100] для нахождения параметров метода рекомендуются другие два способа.

1) По уравнению

$$\tau = \frac{0,5 \Delta t [(Q'_H + Q'_K) - (Q''_H + Q''_K)]}{\kappa (Q'_K - Q'_H) + (1 - \kappa) (Q''_K - Q''_H)}, \quad (34)$$

которое можно получить из совместного решения уравнения (28) и уравнения баланса воды (24), вычисляются отдельно числитель (накопленный объем) и знаменатель (взвешенный объем) для разных значений  $\kappa$  и на график наносятся зависимости второго от первого (см. рис. 12). Выбирается с помощью интерполяции между соответствующими графиками такое значение  $\kappa$ , при котором график будет ближайшим к одной кривой. Котангенс угла наклона касательной к оси абсцисс дает значение  $\tau$ .

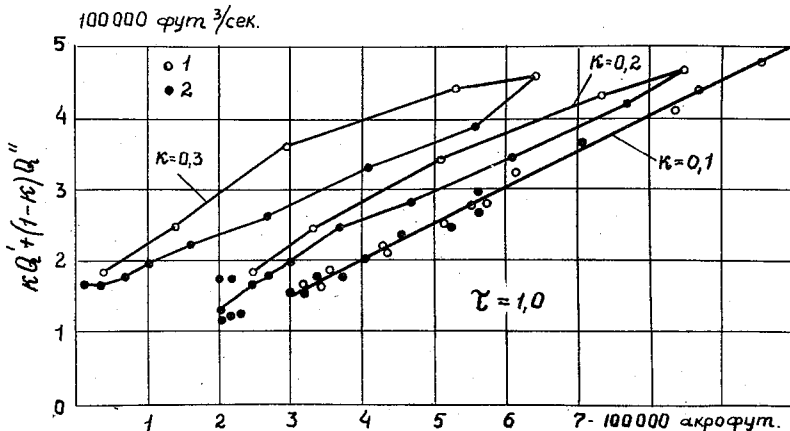


Рис. 12. Метод Маскингем. Определение расчетных параметров (I-й способ).

2) Значение  $\tau$  определяется по наклону кривой объемов (см. рис. 13). Производятся расчеты наблюдаемых паводков при разных значениях  $\kappa$  и выбирается то из них, которое дает наилучшее совпадение данных расчета с натурными. Возможно и уточнение в результате расчетов первоначально принятого значения  $\tau$ . Влияние изменений  $\kappa$  и  $\tau$  и их соотношения на результаты расчета легко проследить, сделав несколько пробных расчетов.

Расчетный интервал времени  $\Delta t$  рекомендуется выбирать в пределах  $2\tau(1-\kappa) > \Delta t \geq 2\tau\kappa$  (если  $\Delta t < 2\tau\kappa$ , то получается  $C_0 < 0$ , если же  $\Delta t > 2\tau(1-\kappa)$ , то  $C_2 < 0$ ). При слишком большом значении  $\Delta t$  нарушается предположение (принятое фактически в методе) о том, что за время  $\Delta t$  расход  $Q'$  практически изменяется по линейному закону.

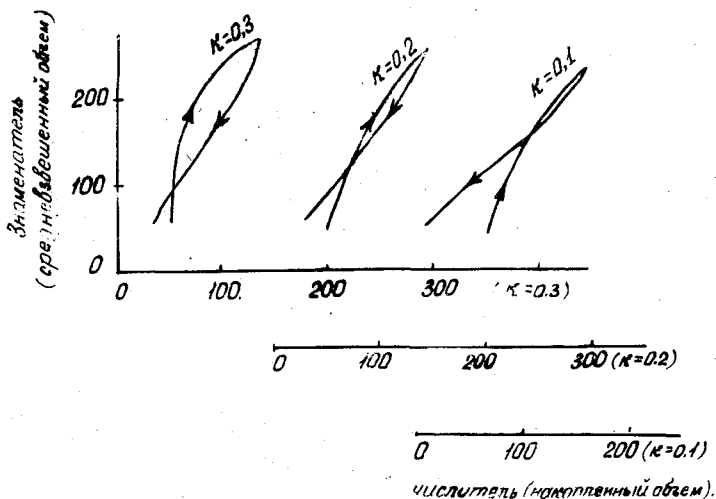


Рис. 13. Метод Маскинггем. Определение расчетных параметров (2-ой способ).

#### Г. Метод, основанный на интеграле Драмеля (метод функций влияния)

2.23. Если на участке реки имеются наблюдения за расходами во входном и выходном створах  $Q'$  и  $Q''$ , но нет данных о морфометрии и гидравлических сопротивлениях, можно рассматривать участок как "черный ящик", <sup>1)</sup> преобразующий входной гидрограф в

<sup>1)</sup> Термин, широко применяемый в кибернетике.

выходной. При предположении, что параметры этого "черного ящика" постоянны, т.е. не зависят от величины  $Q'$ , связь между входным и выходным гидрографами может быть выражена интегралом Дюамеля

$$Q''(t) = \int_0^t Q'(\tau) p(t-\tau) d\tau \quad (35)$$

или, в другом виде, по уравнению

$$Q''(t) = P(t)Q''(0) + \int_0^t \frac{\partial Q'(\tau)}{\partial \tau} P(t-\tau) d\tau, \quad (36)$$

где  $P(t-\tau) = \int_0^t p(t-\tau) d\tau$  — реакция на постоянное единичное возмущение (или единичная функция, или интегральная кривая добегания);  $p(t-\tau)$  — функция влияния (или дифференциальная кривая добегания), позволяющая преобразовать входную величину  $Q'$  в выходную  $Q''$ .

Интеграл Дюамеля может описывать связь не только между выходным и входным расходами, но и между любыми другими входной и выходной функциями  $\varphi'(t)$  и  $\varphi''(t)$  и позволяет рассчитать реакцию линейной системы с сосредоточенными параметрами  $\varphi''(t)$  на возмущение  $\varphi'(t)$ . Иначе говоря, если существует связь между входной и выходной величинами, выражаемая линейным дифференциальным уравнением  $n$ -ого порядка

$$\varphi' = \alpha_0 \frac{d^n \varphi''}{dt^n} + \alpha_1 \frac{d^{n-1} \varphi''}{dt^{n-1}} + \dots + \alpha_n \varphi'', \quad (37)$$

то такую связь можно представить в виде интеграла Дюамеля, который является решением уравнения (37) при нулевых начальных условиях [44, 46].

Предполагая, что через достаточно большой отрезок времени  $Q'' = Q'$  (если  $Q'$  перестает изменяться), получим важное свойство функции влияния  $t$

$$\int_0^t p(t-\tau) d\tau \rightarrow 1 \text{ при } t \rightarrow \infty, \quad (38)$$

т.е. сумма ординат функции  $p(t-\tau)$  должна равняться единице.

Для нахождения функции влияния на бесприточном участке реки могут быть применены различные способы, рассматриваемые ниже [46].

1. Определение  $p(t-\tau)$  по гидрографам, обусловленным кратковременной или постоянной водоподачей в течение длительного времени. Для этого можно использовать либо фактические данные, либо результаты расчетов по строгим методам. Способ получил широкое развитие в виде метода единичного гидрографа.

2. Определение  $p(t-\tau)$  с помощью физического моделирования исследуемого гидрологического процесса и последующего использования первого способа (этот способ начал применяться после внедрения в практику гидрологических расчетов и прогнозов электронных моделирующих машин). Линейная модель неустановившегося движения воспроизводится с помощью линейной электрической модели [47]. При этом нет необходимости искать аналогии между электрическим и гидравлическим процессами. Гидравлическую и электрическую системы можно рассматривать как два "черных ящика", в каждом из которых происходит линейное преобразование входной величины в выходную. Подобрав параметры линейной электрической системы таким образом, чтобы ее входная и выходная величины соответствовали в данном масштабе входной и выходной функциям линейной гидравлической системы, получим две линейные системы, имеющие одинаковую функцию влияния  $p(t-\tau)$ . Эту функцию легко получить на выходе электрической системы, задавая на ее входе кратковременный единичный импульс.

3. Определение функции влияния в виде какой-либо аналитической зависимости. Задание вида зависимости существенно упрощает подбор  $p(t-\tau)$ . Наиболее употребительно выражение для кривой добегания, предложенное Г.П. Каляниным и П.И. Милковым (см. ниже).

Более точно кривая добегания, соответствующая морфометрическим и гидравлическим характеристикам участка реки, может быть получена при разложении аналитического выражения кривой по системе ортогональных функций, например, в виде рядов Фурье. Коэффициенты этого разложения должны находиться по материалам наблюдений на основе методов корреляции. При большом числе членов разложения эти операции выполняются с помощью электронной вычислительной машины.

4. В последнее время разрабатываются способы решения обратной задачи для определения  $p(t-\tau)$  из интегрального уравнения (35) по известным выражениям для  $Q'(t)$  и  $Q''(t)$ . Эти способы основываются на методах решения так называемых некорректных задач, разработанных в последние годы советскими математиками. В данном случае задача является некорректной в том смысле, что небольшие изменения выходной величины  $Q''(t)$  могут иметь место при сколь угодно больших изменениях  $Q'(t)$ . Так, например, очень значительное, но весьма кратковременное увеличение  $Q'$  ("всплеск" входного расхода) может "сгладиться" в результате трансформации гидрографа и привести к незначительному изменению соответствующего значения выходного расхода  $Q''$ .

2.24. Как указывалось выше (п.2.19), расчет неустановившегося движения воды методом ЦИП производится последовательно, от одного характерного участка к другому. В случае, если число характерных участков, на которые разбивается расчетное протяжение русла, велико (это может иметь место как при очень длинном участке, так и при большом уклоне дна), такой расчет становится громоздким; поэтому авторы метода рекомендуют использовать интеграл Дамеля, предлагая следующее выражение кривых добегаания:

$$\mathcal{P}_N(t) = \Delta t p_N(t) = \frac{\Delta t}{\tau_L(N-1)!} \left( \frac{t}{\tau_L} \right)^{N-1} e^{-\frac{t}{\tau_L}}, \quad (39)$$

где  $\tau_L$  - время добегаания вдоль характерного участка (оно предполагается одинаковым для всех характерных участков). Расход  $Q''$  воды с  $n$ -го характерного участка за малое время  $\Delta t$ , в течение которого можно принимать как расход притока  $Q'$ , так и величину  $Q''$  постоянными, выражается формулой

$$Q_N = p \cdot \Delta t Q' = P Q'. \quad (40)$$

Если выбрать  $\Delta t = \tau_L$ , т.е. принять в качестве расчетного интервала времени время добегаания на одном характерном участке, то уравнение (39) переходит в уравнение кривой Пуассона

$$\mathcal{P}_N(t) = \Delta t p(t) = \frac{m^{N-1}}{(N-1)!} e^{-m}, \quad (41)$$

где

$$m = \frac{t}{\tau_L} \quad (42)$$

- число расчетных единиц времени.

Значения  $\mathcal{P}_N$ , рассчитанные по формуле (41), - стандартные координаты кривых добегаания. Их значения приводятся в табличной форме в работе [35] для  $m \leq 60$ , в Наставлении [54] - для  $m \leq 40$  и в Методических указаниях [52] - для  $m \leq 30$ .

Через стандартные координаты кривых добегаания можно вычислить и значения  $\mathcal{P}_N(t)$  по формуле (39), для чего достаточно умножить все табличные значения на  $\frac{\Delta t}{\tau_L}$ , причем под  $m$  следует понимать отношение  $\frac{t}{\tau_L} = \frac{t}{\Delta t} \frac{\Delta t}{\tau_L}$  или  $\frac{\Delta t}{\tau_L}$ , умноженное на количество расчетных единиц времени.

Если значения  $\Delta t$  и  $\tau_L$  получаются близкими между собой, но не равными, имеет смысл для простоты расчетов несколько изменить  $\tau_L$  путем изменения длин участков, т.е. число участков вдоль всего расчетного протяжения русла. Это можно делать на

том основании, что незначительные изменения длины характерного участка, положенной в основу расчетов, практически не влияют на результаты расчетов.

#### Д. Методы соответственных уровней и расходов воды

2.25. В методах соответственных уровней и расходов закономерности движения паводочной волны отражаются в наиболее простой форме.

Соответственными уровнями (расходами) воды называются уровни (расходы) одной и той же фазы паводка на верхнем и нижнем створах участка реки (пике, впадин, уровни на подъеме и спаде, устойчивые уровни). Решение уравнений неустановившегося движения сводится к построению графиков соответственных уровней (расходов), т.е. зависимостей уровней (расходов) в нижнем створе от уровней (расходов) в верхнем створе со сдвигом на время добегания воды на участке  $\tau$ . Определение величины  $\tau$  в зависимости от уровней (расходов) воды и построение графиков соответственных уровней (расходов) производится по материалам натурных наблюдений. Методы являются, конечно, весьма приближенными. Основное их допущение - наличие однозначной связи времени добегания от уровня или расхода воды в верхнем створе. При наличии переменного во времени бокового притока эта связь существенно нарушается. Наиболее применим метод соответственных уровней при квазиставившемся движении (например, в случае нижнего бьефа ГЭС - за пределами влияния зоны суточного регулирования) [14].

Практические способы прогнозов по методу соответственных уровней на бесприточных и малоприточных участках излагаются в соответствующих изданиях [2, 76].

#### 5. Постановка натурных исследований для расчетов распространения волны попусков

2.26. При решении задач неустановившегося движения воды в нижних бьефах ГЭС, работающих в режиме суточного регулирования, могут быть специально поставлены натурные исследования для получения материалов, характеризующих гидрологический режим определенного участка реки, где прослеживается влияние суточного регулирования. Постановка натурных наблюдений существенно повышает надежность расчетов неустановившегося движения воды, позволяя свести к возможному минимуму ошибки расчетов, связанные с неполнотой и неточностью исходных данных, с неудачной схематизацией объекта и т.д. Непосредственной целью натурных исследований

могут являться: получение информации для расчетов и прогнозов уровней воды для этого участка (в частности, подбор и уточнение значений расчетных параметров – см. пп. 3.36–3.41), определение минимальных и максимальных уровней в интересующих створах и др., а иногда определение необходимой точности задания исходных данных, обеспечивающей получение результатов расчетов с требуемой точностью.

2.27. Типовая программа специальных наблюдений в нижних бьефах ГЭС (с целью использования материалов наблюдений для расчетов по методу ЦИП) включена в состав Методических указаний, разработанных Центральным институтом прогнозов [ 52 ]. Согласно этой программе, работы включают обычно две или больше серии наблюдений, в течение каждой из которых производится измерение расходов в 1–2 створах и уровней на 8–10 постах. Желательно добиться учащенной регистрации расходов в створе ГЭС в период наблюдений. При невозможности организовать наблюдения по полной программе можно несколько сократить число постов и не организовывать гидростворов.

Для получения общих сведений о характере распространения волн попусков в нижнем бьефе при суточном и недельном регулировании можно использовать стандартные наблюдения, которые производятся на постах Гидрометслужбы ниже ГЭС и включают измерения уровней, как правило, 2 раза в сутки [ 52, стр. II ]. Для расчетов распространения волн попусков в зимних условиях необходимы сведения о ледовой обстановке, которые при отсутствии специальных наблюдений можно получить на основании стандартных наблюдений [ 54, стр. 21–26 и 293–307 ].

## 6. Постановка лабораторных исследований для расчетов неустановившегося движения воды

2.28. При лабораторном исследовании неустановившегося движения воды в открытых руслах создается гидравлическая модель объекта с целью выявить специфику явления на данном участке конкретного русла и при интересующих случаях неустановившегося движения (обычно задаваемых по форме входного гидрографа). Для этого русло моделируется в определенном масштабе.

Лабораторное исследование, дополненное имеющимися данными натурных наблюдений (хотя бы и весьма неполными), может дать материал для разработки регионального эмпирического метода прогноза расходов и уровней воды при неустановившемся движении на моделируемом участке реки.

Кроме режима уровней и расходов при неустановившемся движении, на модели объекта можно исследовать и влияние отдельных сооружений на этот режим, а также изучить скоростную структуру потока и русловые деформации (последний вопрос разработан еще очень слабо).

2.29. Искажение масштабов модели объекта (неравенство горизонтального и вертикального масштабов, причем последний является более крупным), неизбежное при лабораторном исследовании участков рек длиной в десятки километров и более, затрудняет моделирование сил сопротивления. Поэтому для изучения режима расходов и уровней вдоль бьефа приходится обычно создавать искусственную повышенную шероховатость [ 75 ]. При моделировании скоростного поля целесообразно вместо этого форсировать расходы [ 75 ], т.е. увеличить на модели масштаб скоростей и расходов по сравнению с их масштабом, вытекающим из равенства чисел Фруда на модели и в натуре ( $m_v = \sqrt{m_H}$ ). Подбор масштаба расходов при этом выполняется так, чтобы в новом масштабе расходов кривые  $Q = f(z)$  на модели были возможно ближе к натурным кривым. Форсирование расходов должно быть тем большим, чем больше искажение масштабов.

2.30. Граничным условием в створе ГЭС на модели является обычно входной гидрограф  $Q = f(t)$ .

Предпочтительно, чтобы модель охватывала весь участок, течение на котором является медленно изменяющимся неустановившимся движением, т.е. чтобы нижняя граница модели уже относилась к области квазистационарного движения; в этом случае там может быть задана зависимость  $Q = f(H)$  по условиям установившегося режима, например, с помощью соответствующим образом подобранного водослива. Если модель не имеет достаточной длины, т.е. не охватывает весь участок медленно изменяющегося неустановившегося движения, то для нижней границы модели нужно заранее знать график колебаний уровня. Такой график можно задать с помощью концевое устройства, изменяющего с течением времени свою пропускную способность, например, с помощью качающегося щита [ 75 ].

## 7. Использование современных вычислительных машин для расчетов неустановившегося движения воды в открытых потоках

2.31. Успехи в развитии вычислительной техники привели к стремлению использовать в расчетах неустановившегося движения во-



ды как цифровые, так и аналоговые вычислительные машины<sup>1)</sup>. Цифровые (дискретные) машины, обладая большой скоростью вычислений (быстродействием), автоматизмом выполнения операций по заранее составленной программе, большой емкостью запоминающих устройств и универсальностью действия, широко используются в проектной практике для расчетов неустановившегося движения воды с помощью строгих методов. В ряде случаев может быть целесообразным использование этих машин и для расчетов по упрощенным методам. Для оперативной работы в эксплуатационной практике удобно применять аналоговые машины (машины непрерывного действия), с помощью которых реализуются упрощенные методы расчета.

2.32. Цифровые машины позволяют в течение минут и в крайнем случае - часов выполнить детальные расчеты, требующие месяцев работы при ручном счете, однако составление программ является трудоемкой работой при высокой квалификации исполнителя. Поэтому желательно по возможности использовать уже составленные программы, количество которых в СССР в ближайшие годы будет, очевидно, быстро возрастать.

Точность вычислений на цифровой машине принципиально не ограничена и зависит лишь от количества разрядов, отводимых для представления чисел (для расчетов неустановившегося движения количество разрядов на всех универсальных цифровых машинах вполне достаточно). Точность же решения дифференциальных уравнений зависит, кроме точности вычислений, еще и от точности исходных данных, а также от погрешностей замены дифференциальных уравнений разностной схемой (см. п. 2.8), определяемых порядком аппроксимации, устойчивостью схемы, величиной расчетных шагов по аргументам ( в нашем случае - по  $t$  и  $x$  ) и т.д.

2.33. В аналоговых машинах исследуемые физические величины изображаются электрическими величинами. Преимуществами этих машин являются их относительная дешевизна, малые габариты и легкость получения наглядного решения в виде графиков, а также отсутствие необходимости составления программы. Точность решения задачи ограничивается не только точностью соответствующих методов, но и погрешностями изготовления узлов машины, регулировкой блоков, состоящих из узлов, и стабильностью параметров элементов машины, что позволяет гарантировать обычно только два, в лучшем случае - три десятичных знака решения. Поэтому реализовать строгие методы на аналоговых машинах не имеет смысла.

<sup>1)</sup> К последним здесь отнесены и моделирующие устройства, созданные специально для расчетов неустановившегося движения воды (ПР-27, ПР-43 и др.).

2.34. Сопоставление результатов расчетов на обоих типах вычислительных машин с материалами наблюдений позволяет в ряде случаев подбирать или уточнять значения расчетных параметров [21, 22, 37, 7, 20, 45, 47, 94].

Первоначальное задание этих параметров может быть несовершенным как в связи с неполнотой или неточностью исходных данных, так и при неудачном способе схематизации русла, а в наиболее сложных случаях (существенное влияние поймы, зимние условия и т.д.) — также в связи с трудностью задания в этих случаях таких расчетных параметров, которые обеспечили бы получение надежных результатов на базе одномерных уравнений Сен-Венана. Этот вопрос рассматривается подробнее в пп. 3.36–3.41.

### Г л а в а III

#### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТОВ

3.1. Задание расчетных параметров для расчетов неустановившегося движения воды производится на основе имеющихся натурных материалов. Набор и точность требующихся материалов наблюдений зависят от специфики объекта, характера неустановившегося движения, принятого метода расчета и, наконец, от поставленной задачи и нужной точности ее решения.

В настоящее время нет возможности дать исчерпывающие указания по заданию расчетных параметров, однако многие рекомендации, имеющие более или менее общий характер, могут быть сделаны. В данной главе рассмотрим лишь такие рекомендации, которые относятся ко всем методам расчета или к большинству из них или, по меньшей мере, к большинству методов одной из групп (строгие или упрощенные).

Вопросы, связанные со спецификой задания расчетных параметров лишь для отдельных методов, рассматриваются при изложении последних.

В комплекс расчетных параметров для большинства методов входят: длины расчетных участков, величины расчетных интервалов времени и шагов по длине, обобщенные морфометрические характеристики русла (аккумулирующие емкости, положение дна, принятое в расчете), характеристики гидравлических сопротивлений и, наконец, схематизированные начальные и граничные условия.

Расчетным называется такой участок, для которого задается определенная закономерность изменения морфометрических и гидравлических характеристик при различных наполнениях русла. В строгих

методах, позволяющих осуществить расчет гидравлических характеристик на всем рассматриваемом протяжении реки (см. п.2.6), расчетные участки в большинстве случаев разбиваются на целое, обычно небольшое, число одинаковых расчетных шагов по длине (иногда шаг может совпадать с участком<sup>1)</sup>). Расчет искомых параметров режима производится по таким шагам (производные по координате аппроксимируются разностными отношениями для отрезков длиной  $\Delta x$ ). Рассмотрим отдельные составные части комплекса расчетных параметров.

### 1. Разбивка реки на расчетные участки.

Выбор расчетных интервалов времени и шагов по длине

3.2. Задание расчетных параметров начинается с разбивки бьефа на расчетные участки на основании рассмотрения топографических и гидрометрических материалов. При разбивке на участки рекомендуется руководствоваться следующими общими принципами [4, II, 20, 72] :

а) В пределах участка не должно быть резкого (ступенчатого) изменения глубины или ширины реки, а также резкого изменения уклона дна и шероховатости русла. Поэтому в более сложных в морфологическом отношении частях реки, например, в районах расположения пойменных массивов, расчетные участки должны быть, вообще говоря, короче, чем в других частях реки.

б) Изменения как глубины, так и ширины в пределах участка должны быть, в основном, односторонними (т.е. участок может быть либо расширяющимся, либо сужающимся, либо практически не меняющим свою ширину вниз по течению; аналогично - в отношении глубины). Особенно важно это требование для пойменных русел [74].

в) В створе впадения притоков, заметно изменяющих расход реки, обязательно назначается граница участков.

г) Целесообразно приурочивать границы участков к створам, для которых имеются кривые расходов (для установившегося движения воды) или данные наблюдений над неустановившимся движением.

д) При резко выраженном неустановившемся движении в створе возмущения (это относится, например, к расчету волн пусков) целесообразно назначать длину участков вблизи этого створа в несколько раз меньшей, чем вдали от него (в зонах меньшей нестационарности течения).

---

<sup>1)</sup> В методе мгновенных режимов применяется иная терминология - расчетные участки называют основными, а шаг по длине - расчетными участками (см. [33] и приложение 2).

При ручном счете общее количество участков обычно принимается не более 8-10. При использовании цифровых вычислительных машин это количество может быть значительно увеличено и ограничивается программой, составленной для реализации данного метода на данной машине (ограничение определяется обычно соотношением суммарного объема программы и информации, выраженного в ячейках памяти, и объема оперативной памяти машины).

3.3. При разбивке расчетного протяжения реки на участки следует руководствоваться также характером участков, определяемым выбранным расчетным методом. Методы, в которых задается изменение по длине реки, ширины или поперечного сечения русла при различных наполнениях, требуют определенной схематизации расчетного участка. В некоторых методах (точнее, в алгоритмах)<sup>1)</sup> участки должны быть схематизированы в виде призматических, а в других допускается линейное изменение ширины русла или его поперечного сечения по длине реки в пределах расчетного участка.

Методы, в которых морфометрия русла задается кривыми объемов  $[W = f(Q)]$ , не накладывают жестких требований на форму участка и поэтому для них можно ограничиться указанными выше общими принципами.

В некоторых упрощенных методах (ЦИП, Укр.НИГМИ) выбор длины участка связан с основными положениями метода.

3.4. Расчетные шаги по длине  $\Delta x$  должны, как и расчетные участки, выбираться меньшими в зоне более резко выраженного неустановившегося режима, например, вблизи ГЭС. Во избежание "пилообразных" колебаний расхода и уровня от точки к точке, имеющих чисто разностное происхождение и не отражающих физики явлений, целесообразно выбирать шаги малыми в местах, где свободная поверхность воды имеет значительную кривизну, например, на сильно выраженных кривых спада [7]. При использовании метода Института гидродинамики (ИГ) рекомендуется разбивать каждый расчетный участок на четное число шагов по длине.

---

<sup>1)</sup> Под алгоритмом (алгоритмом) в научно-технических расчетах понимается совокупность указаний для решения задачи (при наличии соответствующих исходных данных) о расчетных формулах, порядке и способе вычислений по ним и т.д. - совокупность настолько полная, что это обеспечивает реализацию решений на ЭВМ (т.е. не включает элементы интуиции и субъективного подхода).

3.5. Выбор расчетного интервала времени  $\Delta t$  определяется как нестационарность явления, отражаемой, в основном, характером гидрографа во входном створе, так и требованиями метода расчета.

Рекомендуется выбирать такое значение  $\Delta t$ , чтобы в течение расчетного интервала времени изменение расходов и уровней можно было в первом приближении считать линейным. Кроме того, желательно, чтобы продолжительность каждого попуска, паводка или половодья была заметно (в 10–20 раз) больше расчетного интервала времени. С другой стороны, выбор слишком малого интервала времени увеличивает трудоемкость расчета.

В некоторых методах (ИГ и, особенно, малой амплитуды и конечных приращений) расчетный интервал времени должен быть задан таким, чтобы изменение расходов за время  $\Delta t$  было невелико по сравнению со значением расхода в данный момент. Это невозможно при мгновенном, относительно значительном изменении расходов, поэтому в таких случаях приходится при использовании многих методов вводить в расчет какой-то период времени, скажем, несколько минут, в течение которого расход изменяется по линейному закону от начального до конечного значения, что, впрочем, отвечает реальным условиям на ГЭС. Это требование, а также желательность детального описания интенсивности изменений режима приводят иногда к целесообразности использования переменных значений  $\Delta t$ , уменьшающихся в период резких изменений расхода.

3.6. Выбрав ориентировочно пределы величины  $\Delta t$ , исходя из формы входного гидрографа и желательной точности результатов расчетов, следует еще проверить, как это увязывается с требованиями используемого метода расчета. Строгие и упрощенные методы предъявляют различные требования к выбору величины  $\Delta t$ . При расчете многих вариантов неустановившегося движения воды (по разным входным гидрографам) для данного объекта может оказаться целесообразным провести расчеты с разными значениями  $\Delta t$  для некоторых характерных гидрографов, и, выбрав на основании этих расчетов наиболее удобные значения  $\Delta t$ , использовать их для всех остальных случаев расчета.

При использовании строгих методов расчета неустановившегося движения воды, важным практическим вопросом является выбор отношения величин шагов по длине  $\Delta x$  и расчетных интервалов времени  $\Delta t$ . Соотношение  $\Delta x$  и  $\Delta t$  определяется в значительной мере используемым методом расчета. Так, в методе характеристик  $\Delta t : \Delta x$  получается автоматически. В явных схемах методов сеток имеются ограничения, накладываемые на это соотноше-

ние [ формула (9) в п. 2.6 ] и на величину  $\Delta t$  [ формула (10) ], не позволяющие, во избежание неустойчивости режима, выбирать большие расчетные шаги по времени. В неявных схемах ограничение (9) отпадает, а ограничения (10) можно избежать (п. 2.10).

В упрощенных методах ограничения накладываются не на соотношение  $\Delta t : \Delta x$  непосредственно, а на соотношение  $\Delta t : \tau$ , косвенно зависящее от первого соотношения (поскольку время добегания  $\tau$  будет тем больше, чем больше, при прочих равных условиях, длина участка). О допустимых и удобных значениях  $\Delta t : \tau$  говорится при изложении соответствующих методов. Соображения о способах задания величины  $\tau$  приводятся ниже, в п. 3.22.

## 2. Морфометрические характеристики русла

3.7. При использовании методов, в которых задается изменение поперечного сечения или ширины русла по длине реки, нужно выбрать характерные поперечные сечения.

Для методов расчета (и алгоритмов), в которых русло заменяется совокупностью призматических участков, нужно для каждого участка построить осредненный поперечник, характеризующий морфометрию участка, с помощью соответствующего анализа топографических материалов, либо крупномасштабной топографической съемки, либо, при отсутствии таковой (для крупных рек), топографических лопманских карт.

Для методов расчета (и алгоритмов), в которых русло разбивается на участки с линейным изменением ширины или площадей поперечного сечения по длине реки, нужно с помощью топографических материалов представить себе общий характер этого изменения (увеличение или уменьшение параметров по длине) и его интенсивность и, исходя из этого, задать поперечники на границах участка. При этом для одного и того же створа, расположенного на границе двух расчетных участков, могут получиться две разные формы сечения (для нижней границы вышележащего участка и верхней границы нижележащего)<sup>1)</sup>, хотя такой разрыв и нежелателен.

3.8. Поскольку дно реки имеет обычно сложную форму (плесы, перекаты, побочки, мелкие гряды и т.д.), его приходится схематизировать, заменяя естественное дно фиктивным. Это означает, что, кроме задания ширины и площадей живого сечения как функций от глубины (в отдельных створах), надо задать еще и уклон дна по длине реки.

<sup>1)</sup> При разбивке русла на призматические участки такой разрыв сечения на границе неизбежен (если только два призматических участка не объединяются в один общий призматический участок).

Профиль дна задается в пределах расчетного участка прямолинейным или, если это допускается алгоритмом, в виде ломаной линии.

Во многих случаях линию фиктивного дна проводят параллельно свободной поверхности в меженный период [7]; в случае требования большей точности расчета следует использовать не профиль свободной поверхности, а профиль дна, заменяя его ближайшей прямой линией (или ломаной с малым количеством некрутых изломов). При проведении линии фиктивного дна можно использовать условие равенства площадей, расположенных выше и ниже этой линии и заключенных между линиями фиктивного и естественного дна [7, 20, 79]. Фиктивное дно может иметь разрывы на границах участков, что допустимо (в большинстве методов), хотя и нежелательно. Поэтому лучше постараться избежать разрывов или, по крайней мере, уменьшить их.

### 3. Гидравлические сопротивления русла.

#### Кривые расходов. Кривые объемов

3.9. При расчетах как установившегося, так и неустойчивого движения воды гидравлические сопротивления принято характеризовать коэффициентом Шези, обычно выражаемым для каналов формулой Маннинга

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}, \quad (43)$$

где  $R$  — гидравлический радиус,  $n$  — коэффициент шероховатости.

Значения  $n$  для различной гладкости дна канала приводятся в гидравлических справочниках.

3.10. Для рек также имеется таблица (М.Ф. Срибного) для определения величины  $n$  в зависимости от характеристики состояния русла (см. приложение 5, табл. 1). Для пойменных русел имеется таблица Л.Л. Листвана (см. там же, табл. 2), в которой величина коэффициента шероховатости (и обратная ей  $\frac{1}{n}$ ) поставлена в зависимость не только от морфологических признаков (степень зарастания поймы), но и от глубины воды на ней<sup>1)</sup>. Однако ввиду сложности условий для естественных русел данные о шероховатости для них весьма ненадежны, особенно при наличии поймы. Осложняющими факторами являются: неоднородность подстилающей поверхности, сложная конфигурация русел, русловые образования и их развитие, перемещение взвешенных наносов и т.д. Так, например, донные гряды и рифели могут в большей степени непосредственно влиять на гидравлические

1) Обе таблицы заимствованы из Пособия по экстраполяции кривых расходов воды [67], в котором опущено ограничение применения табл. 6 заданной обеспеченностью расчетного уровня (1%).

сопротивления русла, нежели крупность частиц дна. Поэтому таблицы Срибного и, тем более, Ливштана могут применяться лишь для грубой ориентировки. При наличии данных наблюдений предпочтительнее определять шероховатость русла обратным путем, произведя расчет по кривым расходов  $Q = f(H)$ . При этом удобнее использовать не коэффициент шероховатости  $n$ , а непосредственно коэффициент Шези  $C = \frac{v_{cp}}{H_{cp}^{1/2}}$  или заменяющий его коэффициент  $M = C\sqrt{i} = \frac{v_{cp}}{\sqrt{H_{cp}}}$  (при отсутствии данных об уклоне) [ 96 ].

3.11. В зимних условиях гидравлические сопротивления увеличиваются и определяются суммарным влиянием шероховатости русла и шероховатости нижней поверхности ледяного покрова. Это обстоятельство требует соответствующего учета при расчетах неустановившегося движения воды (п. 4.31).

3.12. Важной и широко распространенной интегральной характеристикой речного потока является кривая расходов  $Q = f(H)$  или  $Q = f(z)$ , отражающая влияние как морфометрии русла, так и гидравлических сопротивлений на величину расхода воды, протекающего при данном уровне. Кривая расходов строится по материалам гидрометрических наблюдений (верхняя часть кривой, отвечающая наблюдаемым большим расходам, обычно освещена хуже) и является однозначной для условий установившегося (или квазистационарного) движения в неразрываемом открытом русле. (при отсутствии переменного подпора). Для участка реки ниже ГЭС, в зоне влияния суточного регулирования, в проектной документации обычно имеются кривые расходов для ряда створов (так называемая "елочка кривых"). При отсутствии данных наблюдений для высоких расходов кривые расходов рекомендуется экстраполировать до высших уровней. Методика такой экстраполяции излагается в соответствующем пособии [ 67 ], составленном Д.Е. Скородумовым. При экстраполяции кривой расходов вниз рекомендуется выводить ее на отметку лимитирующего переката, определяемую по продольному профилю реки, а при отсутствии такого переката - выводить на отметку фиктивного дна в данном створе.

3.13. При наличии переменного подпора получается серия кривых расходов, каждая из которых отвечает определенному значению подпорного горизонта. Подпор может возникать не только в месте расположения нижележащей плотины (например, в случае каскада ГЭС), но и в месте впадения реки в водоем, а также в месте слияния рек - при одновременном прохождении в них пика половодья или наводка.

3.14. При попусках и, в меньшей степени, при наводках и половодьях зависимость  $Q = f(z)$  не является однозначной (см. выше, п. 1.9). В случае изолированного однопикового наводка ветвь



подъема для зависимости  $Q(z)$  отвечает большим, а ветвь спада - меньшим значениям расходов, чем расходы при тех же уровнях по кривой для установившегося движения, т.е. на подъеме попуска или паводка данный расход протекает при более низком, а на спаде - при более высоком уровне, чем в условиях установившегося движения. В случае временного подпора (например, от паводка на притоке главной реки) определенные расходы и на ветви подъема могут проходить при более высоких уровнях, чем при отсутствии подпора.

Петлеобразные зависимости являются (при отсутствии переменного подпора) полезными для рассмотрения ряда вопросов характеристиками неустановившегося движения воды, а их изменение по длине реки - показателем трансформации волны попуска или паводка [29].

3.15. Значение кривых расходов для расчетов неустановившегося движения воды заключается в следующем.

а) При использовании строгих методов расчета они позволяют определить член трения  $\frac{v|v|}{C^2 R}$  (или  $\frac{Q|Q|}{K^2}$ ) в уравнении Сен-Венана без сведений о коэффициенте шероховатости русла или коэффициенте Шези. Действительно, принимая для установившегося движения как для равномерного  $C^2 R = \frac{Q^2}{F^2 L}$  или  $K^2 = \frac{Q^2}{L}$  ( $K$  - модуль расхода), можно, задавая для двух створов одинаковые значения  $Q$  и снимая с кривых расходов соответствующие значения уровня, определить по ним падение на участке и уклон, а также среднюю площадь живого сечения на участке. Это дает возможность получить зависимость  $C$  или  $K$  от глубины, более надежно учитывающую силы сопротивления в естественном русле, чем при использовании коэффициента шероховатости.<sup>1)</sup>

б) функция  $Q = f(z)$  часто представляет собой граничное условие в замыкающем створе зоны собственно медленно изменяющегося неустановившегося движения (п. 1.9) - там, где оно переходит в квазистационарное.

в) При сложных и накладывающихся друг на друга попусках кривая расходов позволяет анализировать ветви хронологического хода зависимости расходов от уровней, используя хронологические отметки на графике зависимости  $Q(z)$ , указывающие моменты изменения расходов.

<sup>1)</sup> Это, по существу, эквивалентно введению, в соответствии с предложением Скородумова [80, 67], вместо реального коэффициента Шези  $C$  фиктивного  $C_\infty$ , учитывающего неравномерность движения, а также влияние проекции скорости масс воды, притекающих в русло (из рукава или с поймы) или оттекающих из русла.

г) Наконец, вместе с топографическими материалами кривая расходов позволяет получить кривую объемов (см. ниже).

3.16. В строгих методах расчета неустановившегося движения воды вместо кривой расходов обычно используется зависимость пропускной способности русла (модуля расхода) от глубины  $K = f(H)$ . Если расчетные участки русла – призматические, то эта зависимость принимается одинаковой для всего участка. При этом получаются разрывы в значениях  $K$  на границах участков. Когда русло разбивается на участки с линейным изменением морфометрических характеристик по длине, зависимость  $K = f(H)$  также принимается линейно изменяющейся и задается в каждом граничном створе участка. Обычно значения  $K$  определяются по кривым расходов для гранич участка длиной  $L$  с помощью формулы

$$K = \frac{Q}{\sqrt{L}} = Q \sqrt{\frac{L}{\Delta z}}. \quad (44)$$

Можно, например, выбрать для обеих границ одно и то же значение  $Q$  и по соответствующим глубинам, с одной стороны, определить отметки и падение уровня воды на участке  $\Delta z$  и вычислить значение  $K$  по формуле (44), а с другой, – определить среднее значение  $H$  как полусумму значений на концах участка. При этом для участка получается по одному значению  $K$  для каждого значения  $H$ . Полученную зависимость можно отнести к середине участка.

Граничные значения  $K$  можно получить, соединяя прямыми линиями на графике  $K = f(x)$  точки для одинаковых значений  $Q$  на серединах участков [20, 25]. При этом на внешние границы крайних участков переносятся значения  $K$  с середин этих участков.

Можно применить и другие способы задания  $K = f(H)$  с использованием кривой расходов и формулы (44). При отсутствии кривых расходов можно при наличии поперечников и данных о шероховатости русла определять значения  $K$  в первом приближении по формуле

$$K = C \sqrt{R}. \quad (45)$$

Некоторые соображения о задании модуля расхода приводятся ниже, в п. 3.39 и 3.40.

3.17. Кривая объемов в пределах расчетного участка для установившегося движения [зависимость объема воды от расхода  $W = f(Q)$ ] является, как и кривая расходов, интегральной характеристикой. Она отражает особенности морфометрии и гидравлического сопротивления не в районе одного лишь створа, а для всего расчетного участка русла.

3.18. Иногда, например, в методе мгновенных режимов, под кривой объемов понимается зависимость  $W = f(z_{cp})$  объема воды на участке от уровня в его середине. Такая кривая объемов отражает лишь морфометрию русла, но не зависит от гидравлических сопротивлений.

3.19. При наличии кривой расходов для середины участка  $Q = f(z_{cp})$  можно из зависимостей  $W = f(z_{cp})$  и  $Q = f(z_{cp})$  получить зависимость  $W = f(Q)$  - путем исключения  $z_{cp}$ . Для неустановившегося режима, а также при наличии переменного подпора кривая объемов  $W = f(Q)$  неоднозначна ввиду неоднозначности кривой расходов  $Q = f(z_{cp})$ . Приблизительно однозначную кривую объемов для неустановившегося режима можно получить либо на основании метода ЦИП (п. 2.19), разбив русло на характерные участки и связав объем воды в пределах такого участка с расходом в замыкающем створе участка, либо на основании метода Маскингам, связывая объем воды на расчетном участке со средневзвешенным расходом (п. 2.22).

3.20. В случае значительного пойменного или грунтового регулирования кривая объемов  $W = f(z_{cp})$ , а следовательно, и кривая  $W = f(Q)$ , не является однозначной даже для установившегося режима. Большие трудности вызывает и построение кривых объемов для участков со значительной приточностью. В этих условиях точность расчета неустановившегося движения воды с использованием кривых объемов (см. ниже) существенно уменьшается.

3.21. Кривая объемов используется при расчетах медленно изменяющегося неустановившегося движения с помощью большинства упрощенных и некоторых строгих методов и заменяет данные о гидравлике и морфометрии русла. Часто используется не сама кривая объемов, а получающийся с ее помощью параметр - время добега изменения данного расхода  $\tau_a$  (см. п. 1.18), которое можно вычислить для данного расхода по формуле

$$\tau_a|_{a=a_i} = \frac{dW}{dQ} \bigg|_{a=a_i} \approx \frac{\Delta W}{\Delta Q} \bigg|_{a=a_i} \quad (46)$$

Если кривая объемов близка к линейной зависимости (значения  $\tau$  различаются для всего диапазона изменения расходов на 5-10%), то принимают  $\tau = \text{const} = \tau_{cp}$ .

3.22. Следует отметить, что понятие времени добега  $\tau$  используется во многих упрощенных методах расчета неустановившегося движения воды, причем не указывается, какое именно время добега (см. п. 1.18) имеется в виду. Если время добега определяется по кривой объемов [ по формуле (46) ], это, по существу, время добега изменения данного расхода, т.е.  $\tau = \tau_a$ . Если

оно определяется по наблюдаемым моментам прохождения максимальных уровней через створы, то фактически  $\tau = \tau_r$ . При малой нестационарности волн паводков или половодья (квазустановившееся движение) трансформация волны невелика и  $\tau_r \approx \tau_a$ . Во многих методах (ЦИП, Маскингам) время добегания  $\tau$  подбирается тем или иным способом по сопоставлению результатов расчетов с данными наблюдений [52, 100]. В этих случаях параметр  $\tau$  теряет свой первоначальный физический смысл и превращается в коэффициент пропорциональности в кривой объемов (которая предполагается линейной зависимостью или состоящей из нескольких прямых в различных диапазонах изменения  $Q$ ).

3.23. При использовании метода ЦИП обычно подбирают не саму величину  $\tau$ , а величину  $K_i = 1 - e^{-\frac{at}{\tau}}$ , зависящую, кроме  $\tau$ , также от расчетного интервала времени  $\Delta t$ . Для этого строится график связи расходов в нижнем створе характерного участка, рассчитанных при различных значениях  $K_i$ , с фактическими уровнями в середине участка, и выбирается то из значений  $K_i$ , при котором эта связь близка к однозначной. Если при каком-то значении  $K_i$  на графике получается петля с фазой подъема, лежащей ниже фазы спада (как это обычно имеет место при построении зависимости между  $Q$  и  $z$  в одном створе - паводочная петля), то это значение  $K_i$  следует уменьшить, а при противоположном расположении фаз - увеличить.

Изложенный способ подбора величины  $K_i$  дает возможность выполнить расчет неустановившегося движения воды в нижнем бьефе ГЭС при отсутствии топографических и гидрометрических данных об участке реки, если имеются только данные хотя бы кратковременных наблюдений над уровнями воды в тех створах, для которых необходим прогноз уровней [52].

3.24. Методы построения кривой объемов по натурным данным подробно разработаны и изложены в различных пособиях и статьях [52, 58, 56, 26, 35, 55, 49, 100]. Так, в работе Р.А. Нежиховского [58] рассматриваются возможности построения кривой объемов следующими способами:

а) по скорости перемещения гребней паводков - с помощью формулы Седдона;

б) по уравнению водного баланса - путем определения объемов по гидрографу ветви спада паводка (для малого бассейна - в одном створе, при построении  $W(Q)$  для всего участка от истока реки до данного створа; для большой реки - в двух створах, для участка между этими створами);

в) путем подбора.

3.25. Наиболее надежные кривые объемов для участков рек можно получить по топографическим материалам или аэрофотосъемкам разливов [58]. Так, при наличии сплошной съемки построение надежных кривых объемов производится по данным планиметрирования горизонталей или изобат на планшетах топографической съемки. При планиметрировании горизонталей река разбивается на элементарные участки, длина которых назначается такой, чтобы погрешность в оценке объема, вызываемая продольным уклоном поверхности воды, была пренебрежимо малой. Кривая объемов для всего участка получается суммированием элементарных кривых объемов, проводимых с учетом уклона реки (при установившемся режиме).

Аэрофотосъемка разливов [58] позволяет ограничиться сравнительно небольшим комплексом наземных наблюдений и обойтись без дорогостоящих привязок к единой системе отметок. За сравнительно короткое время самолет может выполнить большой объем работ. Особенно целесообразно использование авиации при массовых работах, охватывающих одновременно многие реки бассейна.

Аэрофотосъемка осуществляется при разных положениях уровня и обязательно при максимуме. Наведение границ разливов связано с дешифрированием снимков и требует от исполнителя известного опыта.

Аэрофотосъемка непосредственно дает данные о площади разливов воды (зеркала воды) при разных положениях уровня. Приращение объема воды от одного уровня до другого определяется при этом как полусумма соответствующих площадей, умноженная на приращение уровня. Кроме того, нужно знать объем воды в меженном русле. Поэтому, кроме площадей разливов, для определения объемов требуются данные об изменении уровня между аэрофотосъемками и о ширине и глубине русла в межень. Нужно также знать расходы, отвечающие данному объему. Все это приводит к необходимости промеров, а также организации сети временных гидростворов и водпостов.

3.26. При построении кривых объемов рекомендуется учитывать уменьшение длины участка реки в половодье за счет спрямления участка, вследствие чего  $W = F_{cp} \kappa L_m$ ,

где  $F_{cp}$  — осредненная по длине участка площадь живого сечения;  $L_m$  — длина участка в межень;  $\kappa$  — коэффициент, который до выхода воды на пойму равен 0,98–1,0 [56].

При дальнейшем повышении уровня  $\kappa$  уменьшается, доходя при максимальных разливах в среднем до 0,73–0,75 (для достаточно длинных участков). Нежиховский [56] приводит данные об уменьшении  $\kappa$  с возрастанием отношения ширины поймы к ширине ме-

женного русла  $\frac{B_n}{B_m}$ , которые сведены в нижеследующей таблице.

| $B_n/B_m$ | 1    | 2    | 3    | 5    | 10   | 20   | 30   | 50   | 100  |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\kappa$  | 1,00 | 0,96 | 0,92 | 0,88 | 0,85 | 0,81 | 0,79 | 0,77 | 0,75 |

3.27. В работе [ 56 ] предлагается формула для приближенного построения кривой объемов при отсутствии полных данных топографической съемки и аэрофотосъемки разливов

$$W \approx \frac{Q^{0,75} \kappa L_m}{a i_{cp}^{0,375} \cdot 10^3}, \quad (47)$$

полученная в результате обобщения массовых материалов натурных съемок.

Уклон  $i_{cp}$  определяется путем деления общего падения вдоль участка на длину  $L_m$ . Параметр  $a$  (см. табл. 3 в приложении 5)<sup>1)</sup> зависит от отношения  $\left(\frac{B}{H}\right)_{cp. макс.}$  (где в числитель входит ширина, отвечающая средней по длине участка максимальной глубине  $H_{cp. макс.}$ ), косвенно характеризующего размеры поймы и площадь водосбора, и от условий пропуска расхода воды, которые в свою очередь определяются обобщенным типом руслового процесса. Обобщенный тип руслового процесса можно выяснить по картам С.И. Пиньковского [ 63-66 ] или, при отсутствии там данных об интересующей малой реке, — по гидрографическим описаниям, рекогно-спировочным обследованиям и т.д.

Значения величины  $a$ , полученные по указанной таблице, могут быть несколько уточнены при более полном учете влияния растительности, а также строения русла и поймы [ 56 ].

#### 4. Начальные и граничные условия

3.28. Простейшим и наиболее часто применяемым в расчетах случаем начальных условий является установившееся движение. При этом задается начальный расход  $Q_0$ , а профиль свободной поверхности  $z_0(x)$  может быть вычислен одним из известных методов. Так, при расчетах волн суточного регулирования в качестве начального условия обычно принимается установившееся движение с расхо-

<sup>1)</sup> Табл. 3 составлена Нежиловским путем некоторого обобщения более полной таблицы, помещенной в его работе [ 56 ].

дом  $Q_0$ , равным среднесуточному расходу. Более сложным случаем начальных условий, реже используемым в расчетах, является начальное неустановившееся движение, которое либо должно быть задано в виде начального распределения расходов и уровней по длине участка  $Q_0 = f(x)$  и  $z_0 = f(x)$ , либо получается в результате расчета предыдущей волны неустановившегося движения (в случаях наложения волн).

3.29. В качестве граничного условия во входном створе обычно задается гидрограф  $Q = f(t)$ . Часто в створе ГЭС бывает известен график изменения мощности во времени (график мощности

ГЭС), который следует пересчитать в гидрограф с тем или иным приближением, т.к. нельзя заранее точно определить напор и к.п.д. агрегатов ГЭС. Способы такого пересчета излагаются ниже, в разделе 5.

3.30. В некоторых случаях (при расчетах волн паводков и половодья) во входном створе задается ход изменения уровней  $z = f(t)$ . Задание такого вида граничного условия может быть удобным и при лабораторных исследованиях.

3.31. В нижнем граничном створе<sup>1)</sup> может задаваться условие постоянства уровня  $z = \text{const}$ . Это отвечает случаю впадения реки или канала в море, озеро или водохранилище значительного объема, где влиянием на уровень объема воды, поступающей из реки, можно пренебречь. Иногда в створе впадения реки в водоем задается ход уровней  $z = f(t)$  или гидрограф  $Q = f(t)$ . Это может быть связано с заранее известными условиями работы водоема — сработка водохранилища, стокно-нагонные или приливные явления в море или озере и т.д.

3.32. Если у нижней границы расчетного протяжения реки не расположен створ впадения в водоем, принято задавать нижнее граничное условие в виде кривой расходов  $Q = f(z)$  в тех случаях, когда можно предполагать, что на границе рассматриваемого участка собственно медленно изменяющееся неустановившееся движение переходит в квазистационарное, являющееся частным случаем первого (например, если расчетное протяжение реки охватывает всю зону существенного влияния суточного регулирования). Аналогичное условие может быть задано и при лабораторных исследованиях, когда

---

1) Второе граничное условие необходимо при использовании строгих методов. В упрощенных методах это условие в явном виде не фигурирует и заменяется, по сути дела, каким-либо иным условием (безграничность бьефа, переход к установившемуся движению с новым расходом) и т.д.

границей потока в лотке является водослив того или иного типа. Если же длина расчетного бьефа недостаточна для задания в замыкающем створе однозначной кривой расходов (участок не охватывает полностью зону медленно изменяющегося неустановившегося движения и на границе движение еще не является квазиустановившимся), то можно либо задать граничное условие в нижнем створе бьефа в виде  $Q = f(t)$  или  $z = f(t)$  по данным наблюдений (если таковые имеются), либо искусственно "удлинить" расчетный бьеф (добавив, например, призматический участок с сечением и зависимостью  $Q = f(H)$ , соответствующими крайнему граничному створу) и на конце удлиненного бьефа задать  $Q = f(H)$ . Результаты расчета для добавленной части в этом случае являются фиктивными. Длина добавленной части устанавливается из общих соображений о суммарной длине того участка реки, на котором данное неустановившееся движение перейдет в квазиустановившееся, и проверяется по результатам расчетов.

3.33. Если граничное условие во входном створе  $Q = f_1(t)$  или  $z = f_2(t)$  выражается периодической функцией, то через некоторое время на всем рассматриваемом участке наступит периодическое неустановившееся движение, независимо от того, каковы были начальные условия. Для периодического неустановившегося движения начальные условия не задаются, а задаются граничные условия и условия периодичности. Граничное условие во входном створе должно быть периодической функцией  $f_1(t) = f_1(t+T)$  ( $T$  - период, для суточного регулирования  $T = 1$  суткам), а в другом крайнем створе задается обычно в виде  $Q = f_2(z)$ . Условия периодичности имеют вид  $Q(t) = Q(t+T)$ ,  $z(t) = z(t+T)$ .

## 5. Расчет входного гидрографа по заданному графику мощности ГЭС

3.34. При расчете волн пусков граничным условием в створе ГЭС обычно является гидрограф  $Q = f(t)$ . Между тем, на практике часто задается график мощности станции  $N = f(t)$ , обычно через ежечасные значения  $N$  (киловатт). График мощности пересчитывается в график расходов по формуле

$$Q = \frac{N}{\eta h} \text{ м}^3/\text{сек}, \quad (48)$$

где  $\eta = 9,81 \eta_T \eta_G$  - коэффициент мощности ГЭС,  $\eta_T$  и  $\eta_G$  - соответственно к.п.д. турбины и генератора, иногда объединяемые в один к.п.д. ГЭС  $\eta = \eta_T \eta_G$ ;  $h = z_{в.б.} - z_{н.б.}$  - напор на ГЭС (разность уровней верхнего и нижнего бьефов), в метрах.



Величины  $A$  и  $Z_{в.б.}$  задаются при расчете (изменением уровня верхнего бьефа при изменении расхода обычно пренебрегают). Сложность задачи заключается в том, что заранее неизвестен уровень нижнего бьефа (а следовательно, и напор), который может быть определен только при расчете неуставившегося движения воды.

3.35. Для расчета  $Q$  по  $N$  предложено несколько упрощенных способов, излагаемых ниже. Выбор способа расчета определяется условиями задачи и требуемой точностью.

а) Простейший способ, который можно применять, когда ожидаемая амплитуда колебания напоров очень мала — напор принимается постоянным и отвечающим среднесуточной мощности ГЭС [II].

б) Другой способ, применяемый для грубо ориентировочных расчетов при не очень резко выраженном пиковом режиме ГЭС [II], заключается в определении расхода воды в конце расчетного интервала времени  $Q_k$  по уравнению (48), куда подставляется мощность ГЭС в тот же момент —  $N_k$ , а напор — в начале этого интервала времени  $h_n$ , т.е. в предшествующий момент. Далее производится расчет неуставившегося движения воды для этого интервала времени любым способом и определяется, в частности,  $Z_{н.б.}$  и  $h = Z_{в.б.} - Z_{н.б.}$ . Аналогично производятся расчеты и для последующих интервалов времени. По окончании гидравлических расчетов и (в случае расчета графика суточного регулирования) после увязки замкнутого суточного хода уровней  $Z_{н.б.}$  и расходов воды  $Q_k$  следует проверить допустимость принятого порядка построения путем расчета значений  $N$  по полученным значениям  $Q_k$  и  $h$  и сопоставления вычисленного графика мощности с первоначально заданным.

Следующие три более точных способа расчета (в, г и д) связаны с использованием понятия характерного участка по методу ЦИП (при этом не требуется принимать допущение о линейности в целом кривой объемов для характерного участка длиной  $2\ell$  или для ее отдельных частей).

в) Если можно считать в течение рассматриваемого интервала времени расходы  $Q'$  и  $Q''$  на границах участка длиной  $\ell$  постоянными и расчетный интервал времени равным или большим времени добегаания вдоль этого участка ( $\Delta t \geq \tau_\ell$ ), то можно применять следующий способ [39].

Определяется длина половины характерного участка  $\ell$  непосредственно ниже ГЭС. По уравнению водного баланса  $Q'' = Q' - \frac{dW}{dt}$  для участка длиной  $\ell$  вычисляются (см. ниже) уровни в верховом створе участка (в створе ГЭС) и однозначно связанные с ними (согласно основному положению метода ЦИП) расходы в низовом створе

участка, т.е. на расстоянии  $\ell$  от ГЭС. При этом в низовом створе должно быть задано начальное значение  $Q''$  (при отсутствии сведений его можно принять равным среднесуточному для данного графика нагрузки). Кроме того, должна быть задана отметка верхнего бьефа, которая полагается постоянной в течение суток<sup>1)</sup>, а также к.п.д. ГЭС  $\eta$  для использования формулы  $Q' = \frac{N}{9,81 \eta h}$ , где  $N$  — мощность ГЭС,  $\eta = \eta_{в.б.} - \eta_{н.б.}$ . Из уравнения водного баланса имеем  $\Delta W = (Q' - Q'') \Delta t$ . По  $\Delta W$  определяется изменение площади живого сечения  $\Delta F$ . При  $\Delta t > \tau_\ell$   $\Delta F = \frac{\Delta W}{\ell}$ , т.е. приращение объема (оно может быть и отрицательным) схематизируется по параллелепипеду, затем определяется новая площадь в створе ГЭС, по ней — уровень в этом створе, а по нему как напор  $h$ , так и  $Q'$  (с использованием однозначной зависимости) и т.д. Если  $\Delta t \approx \tau_\ell$ , приращение объема схематизируется по треугольному клину, т.е. принимается  $\Delta F = 2 \frac{\Delta W}{\ell}$ .

г) Указанное уравнение баланса не применимо, если нельзя считать  $Q' = \text{const}$  и  $Q'' = \text{const}$  в течение рассматриваемого интервала времени. В этом случае лучше определять приращение объемов  $\Delta W$  с помощью заранее построенного графика  $\frac{\partial W}{\partial t} + Q = f(Q)$  [12] и более точного выражения водного баланса  $\frac{Q'_H + Q'_K}{2} - \frac{Q''_H + Q''_K}{2} = \frac{W_K - W_H}{\Delta t}$ , преобразуемого к виду

$$Q'_H + Q'_K + 2 \frac{W_H}{\Delta t} - Q''_H = 2 \frac{W_K}{\Delta t} + Q''_K. \quad (49)$$

Значения правой части, равной  $f(Q'')$ , последовательно вычисляются по формуле (49), затем с графика снимается  $Q'_K$ , вычисляется  $W_K$  и, наконец,  $\Delta W = W_K - W_H$ . В остальном метод расчета не изменяется.

д) Если  $\Delta t < \tau_\ell$  или вообще желательно обойтись без определения времени добегания или избежать довольно грубой схематизации приращения объема в виде параллелепипеда или треугольного клина, можно, по рекомендации И.А. Железняк [26, стр. 261], провести расчет в несколько приближений. В первом приближении уровень в нижнем бьефе  $z_{н.б.}$  принимается неизменным в течение всего расчетного периода времени (например, суток) и равным либо отметке среднего меженного уровня, либо уровню, подсчитанному по

<sup>1)</sup> В принципе, имея кривую объемов водохранилища, можно по расходам  $Q'$  определить объем сбросов и по ним — снижение отметки верхнего бьефа (если, конечно, известен и приток в водохранилище).

среднесуточной мощности станции, либо, наконец, равным ННГ ниже лежащей станции каскада. По этому напору и графику мощности вычисляются расходы. Далее производится расчет трансформации волны пуща на протяжении участка длиной  $\ell$  (например, по способу УкрНИГМИ) и по полученным расходам в замыкающем створе  $Q''$  определяются уточненные значения  $z_{н.б.}$  с помощью кривой  $Q = f(z)$  для створа в нижнем бьефе ГЭС. После этого можно перейти ко второму приближению, пересчитав снова напор  $h$ , затем расходы  $Q'$  в створе ГЭС, расходы  $Q''$  на расстоянии  $\ell$  ниже ГЭС и  $z_{н.б.}$ . Далее производится расчет третьего приближения. Расчет можно считать законченным тогда, когда практически совпадут расходы в замыкающем створе участка длиной  $\ell$ , полученные в двух последовательных приближениях.

е) Можно провести расчет  $Q(t)$  по  $N(t)$ , исходя из аналогичных предположений, в один прием — без последовательных приближений. Способ такого расчета предложен В.Г. Андреяновым [1, стр. 27-35]. Расчет требует графических построений для каждой ступени изменения мощности, поэтому применение способа целесообразно при небольшом количестве ступеней.

## 6. Подбор расчетных параметров

3.36. Задание расчетных параметров, необходимых для проведения расчетов неустановившегося движения воды в реках, во многих случаях затрудняется неполнотой и неточностью имеющихся исходных данных, а иногда и несовершенством способа схематизации русла. При сложности самого явления, вызванной существенным влиянием поймы, зимнего режима и т.д., может быть также трудным и задание таких расчетных параметров, которые обеспечили бы получение надежных результатов расчета на базе уравнений (7), выведенных при определенных допущениях. Поэтому при оперативных и прогностических расчетах целесообразна постановка натурных наблюдений над неустановившимся движением (или использование материалов имеющихся наблюдений) для уточнения первоначально заданных или для подбора расчетных параметров. Это, конечно, невозможно при проектных расчетах, т.к. для проектируемых ГЭС нет данных наблюдений над режимами нижних бьефов при суточном и недельном регулировании.

3.37. Кроме специфики задачи и объекта, характер и способ подбора (и уточнения) расчетных параметров зависят также от выбора метода расчета и вычислительных средств. К подбору расчетных параметров приходится прибегать во многих случаях при

расчетах неустановившегося движения воды с помощью упрощенных методов. Так, при применении метода ЦИП и реализации его на аналоговых вычислительных машинах оказывается удобным подбирать два параметра — число  $n$  характерных участков на расчетном протяжении бьефа (что соответствует выбору длины характерного участка) и время добегания  $\tau$  или зависящий от него, для данного значения  $\Delta t$ , параметр  $K$ , (см. п. 3.23 и таблицу в приложении 4). Для метода Маскингам расчетные параметры  $\tau$  и  $\alpha$  также подбираются по материалам наблюдений (п. 2.22).

3.38. Вопрос об уточнении расчетных параметров при использовании строгих методов более сложен как по существу, так и с точки зрения практического проведения расчетов. Уточнение на основании сопоставления результатов расчетов с имеющимися материалами наблюдений может быть обосновано только в том случае, когда сомнения вызывает задание лишь одного из расчетных параметров и имеются твердые основания полагать, что остальные расчетные параметры заданы достаточно надежно и погрешности их задания не могут поэтому внести существенную составляющую в суммарное отклонение результатов расчета от натурных данных. Удобно проводить уточнение, располагая данными сопоставления с натурой двух вариантов расчета с различными значениями подбираемого параметра, особенно если получается "вилка", т.е. если отклонения расчетных данных от натурных имеют в этих вариантах расчета различные знаки.

3.39. Практически обычно наибольшие затруднения вызывает задание зависимостей  $K = f(H)$  [21, 30, 8, 69]. Это связано, в первую очередь, с тем, что в большинстве случаев нет достаточного количества кривых расходов, построенных по непосредственным измерениям (особенно для рек с поймой).

При наличии кривых расходов можно построить кривую  $K(H)$ , характеризующую среднее значение пропускной способности русла для расчетного участка. Однако это еще не дает достаточно хорошей характеристики изменения пропускной способности вдоль всего протяжения участка. Такой характеристикой могли бы быть зависимости  $K(H)$ , построенные для границ участка при допущении линейного закона изменения пропускной способности русла вдоль участка. Однако эти зависимости могут содержать погрешности, связанные с ошибками определения глубин из-за переломов продольного профиля дна от участка к участку, а также с недостаточной надежностью самих кривых расходов. Поэтому целесообразно уточнять по данным наблюдений зависимости  $K = f(H)$  для створов, для кото-

рых расчетные уровни заметно отклоняются от наблюдаемых. Уточнение не должно превышать точности определения исходных кривых модуля расходов (обычно 10-15%). Чтобы увеличить отметки расчетных уровней, надо снизить пропускную способность русла, т.е. уменьшить значения  $K$  в функции от  $H$ , и наоборот.

Выполненные расчеты [ 25 ] показали, что изменение значений  $K$  в каком-либо створе практически влияет на ход уровней только в данном створе и на небольшом участке выше его.

3.40. Еще менее надежно, чем для открытого русла, первоначальное задание кривых  $K = f(H)$  для зимних условий [пересчет от летней кривой  $K(H)$  к зимней основывается обычно на графике  $K_{\text{зимн}} = f(Q_{\text{летн.}})$ , строящемся по наблюдениям]. Принципы уточнения расчетных кривых по данным наблюдений здесь остаются теми же, что и для открытого русла. Следует, однако, иметь в виду возможность изменения этих кривых от сезона к сезону и даже в течение сезона (см. п. 1.29). Во избежание неучета таких изменений рекомендуется проводить рекогносцировочные обследования состояния ледяного покрова и контрольные измерения расходов воды подо льдом. Полученные данные позволяют уточнять расчетные зимние кривые модулей расходов, либо изменяя значения  $K_{\text{зимн}}$ , либо опуская (или поднимая) кривые  $K = f(H)$  на определенную величину [ 79 ].

Для расчетов часто задается такой вариант зависимости  $K_{\text{зимн}} = f(Q_{\text{летн.}})$  (а следовательно, и зависимости  $K = f(H)$  для зимних условий), который дает некоторый запас с точки зрения обеспечения соответствующих потребностей народного хозяйства.

3.41. Самыми сложными для расчетов неустановившегося движения воды в русле являются случаи относительно широкой поймы сложного строения. Нынешний уровень знаний не всегда дает возможность выполнения расчетов при таких поймах. Вопрос об условиях, при которых такой расчет возможен на базе существующих методов, требует дополнительного рассмотрения. Некоторые соображения по этому вопросу, а также о подборе расчетных параметров в таких случаях приводятся ниже, в п. 4.28.

## Г л а в а IV

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАСЧЕТУ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ  
ВОДЫ В РЕКАХ

## 1. Постановка различных задач

4.1. Выбор метода расчета зависит не только от характеристики объекта и интенсивности изменения расходов воды, но и, в значительной степени, от специфики поставленной задачи. Задачи могут ставиться различным образом в зависимости от народнохозяйственных потребностей. Все многообразие возможных задач расчета неустновившегося движения воды целесообразно разделить на две основные группы - задачи полного и частичного расчета.

4.2. Полным расчетом неустновившегося движения воды будем называть расчет, в результате которого получаются значения расхода и уровня воды в функции от продольной координаты и времени. Практически искомые величины требуется получить обычно для нескольких створов в виде гидрографов  $Q = f(t)$  и графиков хода уровня  $z = f(t)$ .

4.3. В отличие от задачи полного расчета, для решения многих практических вопросов достаточно иметь лишь отдельные данные о неустновившемся движении (частичный расчет). Для решения различных вопросов требуются различные данные. Наиболее типичными из задач частичного расчета являются следующие:

- а) расчет гидрографа или хода уровня только для замыкающего створа бьефа;
- б) расчет только максимальных или только минимальных уровней воды в нескольких створах или по всей длине бьефа;
- в) расчет только максимальных или только минимальных расходов в нескольких створах или по всей длине бьефа;
- г) определение моментов времени, в которые в заданных створах проходят максимальные (минимальные) уровни или расходы, т.е. по сути дела, определение соответствующих скоростей добегания и времени добегания;
- д) расчет графиков напора в створе ГЭС.

4.4. Обычно для полного расчета неустновившегося движения воды применяются строгие методы. В ряде случаев, однако, целесообразно использовать упрощенные методы и производить интерполяцию вычисленных параметров режима между створами.

Для частичного расчета, как правило, используются упрощенные методы, хотя иногда при сложном объекте и необходимости учета влияния переменного подпора, притоков, широкой поймы и т.д. может быть целесообразным применение строгих методов.

Более подробные общие рекомендации о выборе метода расчета или группы методов приводятся в разделе 3 данной главы (пп. 4.II-4.I6).

4.5. Изложенные выше случаи как полного, так и частичного расчета относятся к прямой задаче неустановившегося движения воды, в которой по заданным начальным и граничным условиям, морфометрическим и гидравлическим характеристикам рассчитывается неустановившееся движение воды в пределах бьефа. Однако могут быть поставлены и обратные задачи, более сложные и менее изученные, чем прямая задача. Наиболее типичной из обратных задач (при полном расчете) является определение входного гидрографа или графика хода уровней, неустановившееся движение при котором проявляется в виде волны с данным гидрографом или ходом уровня в определенном нижерасположенном створе. Один из вариантов такой задачи рассмотрен ниже (п. 4.2I).

При частичном расчете соответственно может быть поставлена задача определения значения отдельных параметров входного гидрографа или хода уровня, обеспечивающих в определенном нижележащем створе неустановившееся движение, имеющее заданные параметры.

Более сложной и важной является другая обратная задача - определение (или уточнение) морфометрических и гидравлических характеристик русла по заданным начальным и граничным условиям и по известным данным наблюдений, например, за ходом уровня в нескольких створах. Это, собственно говоря, задача строгого задания (подбора) расчетных параметров при наличии материалов наблюдений над неустановившимся движением воды.

Некоторые общие соображения о путях решения такой задачи с точки зрения использования прямых вариационных методов и первоначальные наброски таких путей (в виде системы интегральных уравнений) приводятся Н.А. Картвелишвили [40].

Здесь также может быть поставлена как полная, так и частичная задача. В последней речь идет лишь о некоторых из характеристик русла или о возможных их изменениях.

## 2. Предпосылки к выбору метода расчета

4.6. Ввиду сложности вопросов расчета неустановившегося движения воды в реках, многообразия возникающих задач и отсутствия возможности дать исчерпывающие рекомендации, следует в каждом конкретном случае прежде всего разобраться в специфике явления и поставленной задачи. При этом необходимо выяснить следующее:

а) характер явления – вид неустановившегося движения (по пуски, паводки или половодья), его интенсивность, которую можно выразить через интенсивность изменения расхода, отнесенную к какой-то осредненной величине расхода или к его начальному значению (базовый расчет в случае суточного регулирования). Косвенным показателем интенсивности неустановившегося движения является также максимальное значение отношения абсолютной величины дополнительного уклона свободной поверхности воды к уклону при установившемся движении (п. 1.9);

б) влияние различных факторов естественных русел (пойма, зимний режим, притоки, фильтрация в почво-грунты, переменный подпор, резкие изменения живых сечений, крутые повороты русла и т.д.);

в) требования к решению задачи – решается прямая или обратная задача (и какая из обратных); нужен полный или частичный расчет, и, в последнем случае, что именно требуется рассчитать; какая нужна детальность, точность и надежность результатов расчета; каковы сроки расчетов и возможности в смысле наличия вычислительной техники, отлаженных программ (при использовании цифровых вычислительных машин); каковы денежные средства и штаты исполнителей и т.д.;

г) наличие, полнота и надежность исходных материалов для расчета – детальных данных по морфометрии русла (поперечные сечения, план в изобатах, продольные профили) и его пропускной способности (кривые расходов или кривые объемов); материалов наблюдений над уровнями (и расходами) при неустановившемся движении; начальных и граничных условий.

Собрав все указанные сведения, можно решать, какие именно расчетные характеристики подлежат определению и с какой детальностью и точностью их целесообразно вычислять. В соответствии с этим можно выбрать подходящий метод расчета и пользоваться излагаемыми выше, в разделе 3, или какими-либо иными общими рекомендациями о выборе метода расчета.

4.7. Если речь идет о действующем (а не проектируемом) объекте, одновременно следует решить, не является ли целесообразной постановка специальных натурных наблюдений над неустановившимся



режимом (хотя бы над ходом уровней). Такие наблюдения могут быть поставлены либо с целью подбора расчетных параметров (пп.3.36-3.41), либо для проверки тех морфометрических и гидравлических характеристик русла, которые были заложены в проектные расчеты, но могли претерпеть изменения, например, в результате руслового процесса, вызванного влиянием сооружения плотины ГЭС на режим расходов наносов и переформирования русла в нижнем бьефе.

4.8. При решении некоторых специальных задач, например, связанных с изучением скоростного поля потока при неустановившемся режиме, следует подумать о целесообразности постановки лабораторных исследований (п. 2.28). Такие исследования могут также позволить получить некоторые эмпирические зависимости, имеющие практическое значение (см., например, п. 4.24).

4.9. Имеются некоторые специфические отличия волн пусков от волн паводков и половодья, могущие влиять на выбор расчетного метода и ход расчета. Эти отличия сводятся, в основном, к следующим:

а) При пусках (суточного регулирования) рассчитывается неустановившееся движение на относительно коротком участке реки, ограниченном зоной влияния суточного регулирования, обычно не превышающей на больших реках 100 км, на средних - 30-40 км и на малых - 5-10 км<sup>1)</sup>. При паводках и половодьях рассматривается, как правило, участок реки длиной в сотни, а иногда и тысячи километров.

б) Длительность прохождения волны паводка или половодья значительно превышает в большинстве случаев длительность прохождения пускa и исчисляется неделями или даже месяцами, поэтому (а также благодаря обычно не очень большой интенсивности изменения расходов при паводках и, тем более, при половодьях) расчеты можно выполнять с большим интервалом времени  $\Delta t$ . Отсюда вытекает нецелесообразность применения для расчета паводков и половодий явных схем, требующих использования малых значений  $\Delta t$ , ограниченных несколькими минутами согласно условию Куранта (9) (см. п. 2.10).

в) При пусках расчетные варианты формы входного гидрографа обычно определяются потребностями водного хозяйства (измене -

<sup>1)</sup> По Р.А. Нехожовскому [56], к малым относятся реки, имеющие площадь водосбора от 100 до 2000 км<sup>2</sup>, к средним - от 2000 до 10000 км<sup>2</sup>, к большим - в пределах 10000-50000 км<sup>2</sup> и к очень большим - от 50000 до 100000 км<sup>2</sup>.

ния интенсивности энерго- и водопотребления, требования речного транспорта, сельского и рыбного хозяйства, лесосплава и т.д.) в разные сезоны, время суток, при различной водности года и т.п. и не являются очень сложными. При этом часто приходится иметь дело с очень интенсивными изменениями расходов во входном створе.

При расчете паводков обычно рассматриваются варианты гидрографа, либо полученные по прогнозу осадков и притока в реку, либо отвечающие различным сочетаниям природных факторов, создающих паводок. Разные варианты будут соответствовать паводкам различной обеспеченности. Изменение расходов во входном створе при этом обычно не является очень интенсивным, но форма гидрографа может быть и весьма сложной, в частности многопиковой.

г) При паводке и половодье неустановившееся движение принимает во многих случаях форму квазистационавшегося вдоль всего бьефа. При попуске движение переходит в квазистационавшееся лишь на достаточно большом удалении от створа возмущения.

4.10. Указанные отличия попусков от паводков и половодья не всегда отчетливо выражены. Так, волны попусков недельного регулирования или длительных попусков, создаваемых для затопления поймы, могут напоминать типичные паводочные волны и, наоборот, резкие дождевые паводки могут вызывать явления, похожие на прохождение волн попусков, на некотором удалении от ГЭС.

### 3. Выбор метода расчета

Основные рекомендации, которые могут быть сделаны по выбору метода (или группы методов) расчета, сводятся к следующим<sup>1)</sup>.

4.11. Если при проектировании ГЭС потребуется рассчитать различные варианты распространения волн попусков и имеются материалы по морфометрии русла и кривые расходов, рекомендуется использование строгих методов расчета, реализуемых на цифровых вычислительных машинах. При отсутствии детальных топографических и гидрометрических данных могут быть выполнены лишь ориентировочные расчеты на базе упрощенных методов. Для отдельных задач, в которых исходные данные для расчетов по строгим методам имеются, но они неполны или недостаточно репрезентативны, однако есть материалы наблюдений над неустановившимся движением, упрощенные методы могут дать лучшие результаты, чем строгие методы благодаря использованию характеристик, определяемых по этим материалам.

<sup>1)</sup> Рекомендации, изложенные в пп. 4.11-4.16, сведены для удобства в табл. I (стр. 91).

Таблица I

## Сводка рекомендаций по методам расчета

| №<br>п п | Объект и условия<br>расчета                                                                                 | Детальные топографические и гидрометрические материалы                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                       |                                                                                                                |                                                                 |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
|          |                                                                                                             | имеются                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                       | отсутствуют                                                                                                    |                                                                 |
|          |                                                                                                             | Наблюдения над уровнями при неустановившемся движении                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                       |                                                                                                                |                                                                 |
|          |                                                                                                             | имеются                                                                                                                                                                                                                      | отсутствуют                                                                                                                           | имеются                                                                                                        | отсутствуют                                                     |
| 1        | Попуски в нижних бьефах гидроузлов при проектировании                                                       | -                                                                                                                                                                                                                            | Строгие методы (мгновенных режимов, ИГ, характеристик и др.)                                                                          | -                                                                                                              | Упрощенные методы (ручной счет, аналоговые или цифровые машины) |
| 2        | Попуски в нижних бьефах гидроузлов при эксплуатации                                                         | При особо повышенных требованиях к точности и детальности расчета - строгие методы, при обычных требованиях - упрощенные методы с подбором расчетных параметров по наблюдениям (аналоговые или цифровые машины, ручной счет) | Строгие методы (мгновенных режимов, ИГ, характеристик и др.), а также упрощенные методы (ручной счет, аналоговые или цифровые машины) | Упрощенные методы с подбором расчетных параметров по наблюдениям (аналоговые или цифровые машины, ручной счет) | То же                                                           |
| 3        | Паводки и половодье - собственно медленно изменяющееся неустановившееся движение (паводочная петля имеется) | То же                                                                                                                                                                                                                        | Строгие методы (ИГ и др.), а также упрощенные методы (ручной счет, аналоговые или цифровые машины)                                    | То же                                                                                                          | "                                                               |
| 4        | Паводки и половодье - квазиустановившееся движение (паводочная петля отсутствует)                           | Методы соответственных уровней и расходов                                                                                                                                                                                    | Упрощенные методы                                                                                                                     | Методы соответственных уровней и расходов                                                                      | "                                                               |

Примечание. Рекомендации по применению упрощенных методов теряют силу в случаях переменного подпора и впадения притока, расход которого соизмерим с расходом основной реки. В этих случаях рекомендуется пользоваться только строгими методами расчета.

4.12. При эксплуатации гидроузлов, если имеются данные наблюдений над уровнями в нижнем бьефе (при отсутствии переменного подпора и впадения притоков) и расчеты, нужно производить многократно для одного и того же объекта, можно получить достаточную для практических целей точность, применяя упрощенные методы, предпочтительно с использованием аналоговых (или цифровых) вычислительных машин, хотя возможен и ручной счет. При этом необходимо предварительно, как можно более тщательно, подобрать расчетные параметры с помощью сопоставления результатов расчетов с материалами наблюдений.

Основные преимущества оперативных и прогностических расчетов на аналоговых (или цифровых) машинах по сравнению с ручным счетом заключаются в существенной экономии времени – как при подборе расчетных параметров на основе сопоставления результатов расчетов с данными наблюдений (см. и. 3.37), так и при производстве многократных расчетов для одного и того же объекта при различных начальных или (чаще) граничных условиях, например, при различных входных гидрографах. При наличии детальных материалов по морфометрии русла и его гидравлическим сопротивлениям, если при этом отсутствуют наблюдения над уровнями во время прохождения воли пусков, целесообразно использование строгих методов, хотя возможно применение и упрощенных. При наличии также данных об уровнях применение строгих методов целесообразно при повышенных требованиях к точности и детальности расчетов.

4.13. При расчете паводков и половодий для собственно медленно изменяющегося неустановившегося движения [наличие паводочной петли на связи  $Q = f(z)$ ] [18] в случаях, когда имеются топографические материалы и кривые расходов, но нет данных наблюдений в период прохождения паводков и половодий, целесообразно использование строгих методов, реализуемых на цифровых машинах, например, схемы Института гидродинамики. При невозможности использования цифровых машин либо при отсутствии достаточно полных и детальных топографических или гидрометрических материалов рекомендуется использование упрощенных методов на аналоговых (или цифровых) машинах, а также при ручном счете.

При наличии данных наблюдений и отсутствии переменного подпора и впадения притоков достаточную для практики точность даст расчет по упрощенным методам на аналоговой (или цифровой) машине или при ручном счете с предварительным подбором расчетных параметров.

4.14. В зоне квазистационарного движения, если для нее имеются данные наблюдений, лучше всего построить графики соответ-

ственных уровней и расходов (одни получаются из других при наличии кривых расходов в обоих связываемых пунктах) и пользоваться ими для расчетов. Данные наблюдений, хотя бы над уровнями, могут помочь и в определении границы между зоной собственно медленно изменяющегося неустойчивого и квазистационарного движения (см. и. 1.9). Для каждой из зон, очевидно, надо применять свои методы расчета.

4.15. Методы соответственных уровней и расходов могут применяться в случаях, когда нет оснований ожидать заметной трансформации волны. Одним из признаков практического отсутствия трансформации может служить малая величина максимального отношения абсолютного значения дополнительного уклона при прохождении паводочной волны к уклону при установившемся режиме (см. п. 1.9). При незначительной, но все же заметной трансформации волны целесообразно использовать переменное время добегания  $\tau$ , приняв несколько значений  $\tau$  для разных грааций расходов (уровней). При значительной трансформации волны методы соответственных уровней и расходов могут дать существенные ошибки и поэтому непосредственно неприменимы. Однако и в этих случаях можно использовать указанные методы для приближенного перехода от уровней (расходов) на пунктах, для которых расчеты выполнены более надежными методами, к уровням (расходам) близлежащих пунктов.

4.16. Для участков с переменным подпором, при наличии слияния рек или других сложных условий, а также в случае, если исходные данные достаточно репрезентативны и требуют лишь небольшой корректировки, а надежных и достаточно полных данных наблюдений не имеется, целесообразно использование строгих методов расчета, несмотря на большой объем подготовительной работы.

#### 4. Рекомендации по решению отдельных задач

4.17. Изложение всех методов и расчетных рекомендаций в данном пособии ведется на примере решения задачи о распространении прямой волны. Эта задача возникает, когда рассматриваются волны паводков и половодья, а также (в большинстве случаев) волны пуща в нижних бьефах гидроузлов. Большинство методов и рекомендаций может быть использовано и для расчета распространения обратной волн, например, для расчета неустойчивого движения воды в верхних бьефах, представляющих собой водохранилища речного типа и не имеющих притоков с относительно большим расходом воды. При этом в ряде формул изменятся знаки соответствующих величин. В некоторых методах это надо иметь в виду при расчетах.

В других - изменение знаков получится автоматически. Так, например, в методе Института гидродинамики (ИГ) изменение знаков будет учтено величиной  $\gamma$ . В явных схемах расчет будет осуществляться не слева направо, а справа налево в волновой плоскости. В методе мгновенных режимов изменится порядок расчета на отдельных участках, т.к. надо будет определять уже не  $Q_k''$  и  $z_k''$ , а  $Q_k'$  и  $z_k'$ . Кроме того, при переходе от участка к участку вместо прямого хода с использованием граничного условия в створе ГЭС будет использован обратный ход, а затем (после использования второго граничного условия) - прямой ход вместо обратного. Иначе говоря, изменится порядок перехода от участка к участку. В методе характеристик нулевая характеристика будет уже не прямой, а обратной и, следовательно, вообще все прямые и обратные характеристики как бы поменяются ролями. Это приведет к тому, что во всех формулах, в которых фигурирует величина  $W$  или индекс  $W$ , он должен быть заменен на величину или индекс  $\Omega$ , и наоборот.

В методе ЦИП формулы для определения  $Q_k''$  по заданной величине  $Q_k'$  должны быть решены относительно  $Q_k'$  при заданном  $Q_k''$ . Не вполне ясны возможности расчетов распространения обратных волн по методу Маскингам.

4.18. Методы соответственных уровней и расходов, по-видимому, не представляют интереса для решения задачи о верхнем бьефе, т.к. эти методы применимы, в основном, к расчету квазиустановившегося движения, расчеты же для верхнего бьефа важны при распространении волн пусков, т.е. для собственно медленно изменяющегося неустановившегося движения.

4.19. В случаях, когда требуется рассчитать неустановившееся движение воды в реке с притоками, надо прежде всего решить, можно ли считать известным (например, задавать по материалам наблюдений в створе на притоке) расход притока и его изменение в течение времени. Если это так, то расчет можно вести обычным путем, располагая границу расчетного участка в створе притока и добавляя расход притока к вычисленному в предположении отсутствия притока расходу основной реки в створе впадения притока. При этом предполагается еще, что расход притока относительно невелик и не оказывает влияния на режим основной реки выше впадения притока.

4.20. Если такое предположение сделать нельзя или изменение расхода притока во времени неизвестно, следует рассчитывать неустановившееся движение воды в системе русел - основная река плюс приток. Способы такого расчета и соответствующие программы

разработаны к настоящему времени лишь для некоторых строгих методов (ИГ, мгновенных режимов).

4.21. Иногда для судоходства и для затопления пойм в целях сельского или рыбного хозяйства нужно решить следующую обратную задачу: создать в створе ГЭС такой специальный попуск (искусственный паводок), чтобы при минимальной затрате воды из водохранилища обеспечить в рассматриваемом створе паводок данной высоты и продолжительности. Высота паводка может характеризоваться номинальным расходом  $Q_{ном}$ . Получить оптимальный прямоугольный гидрограф (или ход уровней) оказывается невозможным, т.к. искусственный паводок при распространении вдоль реки расплывается и его форма приближается к характерной для естественного паводка, причем в тем большей степени, чем дальше от ГЭС расположен рассматриваемый створ. Поэтому речь может идти лишь о возможном приближении формы паводка к прямоугольной.

Для обеспечения в рассматриваемом створе предельно крутого подъема следует дать во входном створе в течение короткого времени максимально возможный (с учетом пропускной способности сооружений и по условиям безопасности) начальный расход  $Q_{max}$ , который затем должен быть снижен до номинального  $Q_{ном}$ . В течение некоторого времени в створе ГЭС расход  $Q_{ном}$  должен сохраняться, а потом сброс воды из водохранилища может быть прекращен. Практические рекомендации по приближенному расчету входного гидрографа (длительность выдерживания расхода  $Q_{max}$ , закон убывания расхода до  $Q_{ном}$  и т.д.), исходящие из понятия о кривой добега, приводятся в работе Г.П. Калинина [38].

4.22. Для решения многих практических вопросов достаточно рассчитать расплывание волны попуска или паводка, т.е. снижение максимальных расходов по длине реки. Изложим кратко сущность рекомендаций по расчету снижения  $Q_{max}$ , подробнее описанных в работе Н.С. Нечаевой [59].

а) При определении расплывания паводка на бесприточном участке реки основную роль играет отношение регулирующей емкости русла  $W$  (соответствующей превышению объема воды в паводок в пределах всего участка между входным и выходным створами над объемом при установившемся движении) к объему паводка, выражаемому в виде  $\Delta t \cdot \Sigma Q'$ <sup>1)</sup>. Участок между входным и выходным створа-

<sup>1)</sup> Обычно объем паводка представляют в виде суммы значений расходов с интервалом через единицу времени (сутки, час) за весь период прохождения паводка, т.е. принимают  $\Delta t = 1$ . Однако исключать величину  $\Delta t$  из формул для расчета  $Q_{max}$ , как это обычно делают [59], неправильно, т.к. при этом нарушаются размерности составляющих величин.

ми делится на характерные участки (по методу ЦИП - см. п. 2.19). Если можно схематизировать входной и выходной гидрографы в виде треугольника и предположить, что регулирующие объемы на всех характерных участках одинаковы, то расчет снижения расходов можно провести по приближенной формуле

$$\kappa = \frac{Q''_{max}}{Q'_{max}} = \left(1 - \frac{W}{N \Delta t \sum Q'}\right)^N, \quad (50)$$

где  $N$  - число характерных участков. Значения  $\kappa$  в зависимости от  $\frac{W}{\Delta t \sum Q'}$  и  $N$  можно получить и по графику (рис. 14). На графике видно, что дальнейшее увеличение числа характерных участков при  $N > 5$  практически не играет роли. При малом отношении  $\frac{W}{\Delta t \sum Q'} (\leq 0,2)$ , что обычно имеет место для больших равнинных рек, влияние  $N$  характерных участков будет практически таким же, как и влияние одного участка, т.е. в формуле (50) можно положить  $N=1$ . Если форма гидрографов далека от треугольной, в расчет вводятся соответствующие поправки [59].

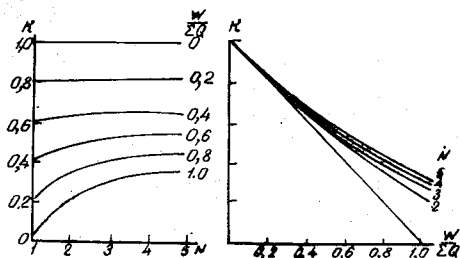


Рис. 14. График для определения коэффициента распадаивания.

б) Распадаивание волны пуща определяется по формуле

$$\frac{Q''_{max}}{Q'_{max}} = 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \left[ 1 + \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{1}{2!} \left( \frac{\Delta t}{\tau} \right)^2 + \dots + \frac{1}{(N-1)!} \left( \frac{\Delta t}{\tau} \right)^{N-1} \right], \quad (51)$$

где  $\tau$  - время добегаия вдоль одного характерного участка (по существу, коэффициент пропорциональности между объемом воды на участке и расходом в его замыкающем створе);  $\Delta t$  - расчетный интервал времени (в течение которого входной расход принимается постоянным).



4.23. В случае, когда приходится многократно проводить расчет максимальных и минимальных уровней для участка реки, расположенного в нижнем бьефе ГЭС, для которого имеются данные наблюдений, целесообразно построить по этим данным, с учетом времени добега, эмпирические зависимости максимальных (минимальных) уровней в интересующем створе, либо от максимальных (минимальных) уровней непосредственно в нижнем бьефе ГЭС, либо от максимальных (минимальных) нагрузок ГЭС [ 52 ]. В последнем случае лучше принимать в качестве аргумента средние нагрузки за несколько часов (например, для Волжской ГЭС им. XII съезда КПСС - за 3-4 часа), т.к. экстремальные уровни определяются не только величинами, но и продолжительностью экстремальных нагрузок ГЭС.

4.24. Часто в интересах судоходства возникает задача определения минимальных глубин и уровней при попусках в нижнем бьефе ГЭС.

Характер влияния на минимальный уровень (для данного створа реки) определяющих его параметров типового гидрографа в створе ГЭС (величина и длительность стояния минимального расхода, интенсивность изменения расходов, форма гидрографа в период прохождения малых расходов) был выявлен в лабораторных исследованиях Е.К. Рабковой [ 71 ]. Полученные результаты могут быть использованы при разработке рекомендаций по составлению графиков работы ГЭС, обеспечивающих необходимые судоходные глубины.

#### 5. Учет влияния поймы

4.25. При наличии поймы для решения вопроса об учете ее влияния следует сначала по имеющимся материалам (топографические данные, аэрофотосъемки разливов и т.д.) составить общее представление о характере поймы и общей картине неустановившегося движения (см. выше, пп. I.20-I.27) и о границах затопления.

4.26. В тех редких случаях, когда дополнительная площадь водного зеркала, связанная с затоплением поймы, даже при максимальных уровнях заметно меньше свободной поверхности воды в пределах русла, влияние поймы можно в первом приближении не учитывать. При этом достаточно ограничиться расчетом по уравнениям (7), рассматривая поток в русле и пойме как одномерный и представляющий собой единое целое.

Для всех остальных случаев, когда влиянием поймы пренебрегать нельзя, методика расчетов к настоящему времени не разработана. Поэтому для каждого конкретного случая вопрос должен решаться особо.

Для общей ориентировки можно дать лишь отдельные рекомендации, вытекающие из имеющегося опыта расчетов и логических соображений и излагаемые ниже.

4.27. Относительно более простыми являются случаи, когда пойма имеет сглаженный микрорельеф, в основном не выходит за пределы полосы меандрирования и имеет поперечный уклон, направленный в сторону русла [ 21 ]. При определенных уровнях выше бровки затопленная часть поймы примыкает здесь непосредственно к руслу. В этих случаях особенно важно учесть характер изменения живого сечения по длине. Поэтому здесь предпочтительно применять методы расчета ( и алгоритмы ), в которых русло разбивается на непризматические расчетные участки с изменением по длине по заданному закону поперечного сечения или ширины реки. При этом желательно располагать границы расчетных участков в тех створах, где по длине реки увеличение поперечного сечения сменяется его уменьшением ( расширение сменяется сужением ) или наоборот, иначе говоря, в створах, где живые сечения ( ширины ) экстремальны [ 74 ].

4.28. Более сложными являются случаи, когда пойма во много раз шире русла, выходит за пределы полосы меандрирования, имеет пересеченный рельеф, повышенную прирусловую часть, много бессточных ( в направлении оси долины ) понижений и т.д. [ 91 ]. В этих случаях обычный расчет даст более или менее приемлемые результаты лишь для высоких половодий, когда практически вся пойма затоплена и существует единый транзитный пойменный поток, направленный вдоль оси долины, и при малых уровнях, когда вода почти не выходит на пойму. Наиболее сложен расчет при средних уровнях, когда пойма затопляется лишь частично и на небольшую глубину. Учет влияния поймы при средних уровнях существенно затрудняется отсутствием четкого представления о картине явления и явно недостаточным количеством информации. В связи с этим еще не разработана методика расчета в таких условиях. Одним из возможных способов приближенного учета влияния поймы в таких случаях может быть искусственное временное уменьшение при расчете действующего ( аккумулярующего ) объема по сравнению с полученным непосредственно по топографическим данным. Вопрос о величине такого уменьшения весьма сложен и требует специального изучения. При этом, чтобы не возникало несоответствие расчетных аккумулярующих емкостей натурным, следует задать в период повышения уровней отток воды из реки для затопления "отсеченных" объемов, а при понижении уровней - соответствующий обратный приток воды в реку с учетом уменьшения объема на ту его часть, которая остается в бессточных понижениях рельефа. Так, на-

пример, если живые сечения заданы в виде зависимостей  $B = f(H)$ , можно при малых глубинах на пойме задавать искусственно уменьшенные ширины. Аналогичные изменения вносятся в исходные данные и в тех случаях, когда морфометрия русла задается через кривые объемов. Удобно задать отток и впоследствии приток воды в виде дополнительного объема, сосредоточенного в каком-либо створе и зависящего от уровня воды. Такая возможность предусмотрена в алгоритме расчетов по методу Института гидродинамики (см. приложение I, п.Б).

Критерием правильности выбора величины временного "отсечения" объема может быть (при наличии данных наблюдений) совпадение расчетной скорости распространения гребня волны с наблюдаемой.

#### 6. Учет влияния ледяного покрова

4.29. При необходимости расчета неустановившегося движения воды в зимних условиях нужно прежде всего разобраться в имевшей место или предполагаемой ледовой обстановке и влиянии ее на распространение волн пусков и паводков (см. выше, пп. I.28-I.30). Отдельные участки, на которых ледяной покров примерзает к берегам (это, по-видимому, может иметь место лишь в суровые зимы на малых и средних реках), а также участки с зазорами и заторами должны рассматриваться особо. По льны (майны) выделяется в самостоятельный участок, расчеты для которого ведутся по условиям открытого русла [ 73 ]. Длина польны при оперативных расчетах назначается по данным наблюдений, а при проектных расчетах - выбирается по результатам специальных ледотермических расчетов для холодных зим [ II ]. Остальная часть бьефа, на которой лед находится на плаву, также разделяется на участки, каждый из которых характеризуется более или менее одинаковыми вдоль участка ледовыми условиями (толщина льда, количество шуги и т.д.). Предполагается, что ледовая обстановка не изменяется в течение всего периода времени, для которого производится расчет.

4.30. Расчеты неустановившегося движения при наличии ледяного покрова (имеется в виду полный расчет с использованием строгих методов)<sup>1)</sup> выполняются по тем же формулам, что и для открытого русла, но в расчеты вводится зимний коэффициент  $K_{\text{зимн}} = \frac{Q_{\text{зимн}}}{Q_{\text{летн}}}$ , меняющийся с величиной расхода  $Q_{\text{летн}}$ ; здесь  $Q_{\text{зимн}}$  и  $Q_{\text{летн}}$  - соответственно расходы воды подо льдом и при открытом русле (зимний и летний расходы), отвечающие одному и тому же уровню.

При решении уравнения неразрывности учитывается уменьшение площади живого сечения за счет льда, находящегося в потоке.

<sup>1)</sup> Имеются предложения по использованию для такого расчета метода ЦИИ [ 16 ].

4.31. При отсутствии кривой расходов можно проводить расчеты без использования  $K_{зимн}$ , но с введением в формулу Маннинга [ для определения коэффициента Шези в уравнении (7) ] приведенного коэффициента шероховатости  $n$ , выраженного через коэффициент шероховатости русла  $n_1$  и коэффициент шероховатости нижней поверхности ледяного покрова (в работе [ 57 ] используется по существу более точный термин "шуголедяной покров")  $n_2$  по формуле Белокопья-Сабанеева [ 57 ]

$$n = 0,63 n_1 (1 + \alpha^{1,5})^{2/3}, \quad (52)$$

где  $\alpha = \frac{n_2}{n_1}$ .

Практически те же результаты дает более простая формула

$$n = \frac{n_1 + n_2}{2}. \quad (53)$$

Таблица значений  $n_{2 \text{ нач}}$  (коэффициента  $n_2$  в начале ледостава) в зависимости от начальной толщины шуголедяного покрова и его состава (из рыхлой или промерзшей шуги или льда), заимствованная из работы Нежиговского [ 57 ], приводится в табл. 2.

Таблица 2

Коэффициент шероховатости нижней поверхности шуголедяного покрова в начале ледостава  $n_{2 \text{ нач}}$ .

| Начальная толщина шуголедяного покрова, м | Значения коэффициента $n_{2 \text{ нач}}$     |                              |         |
|-------------------------------------------|-----------------------------------------------|------------------------------|---------|
|                                           | шуголедяной покров образовался ( в основном ) |                              |         |
|                                           | из рыхлой шуги                                | из плотной (промерзшей) шуги | из льда |
| 0,10                                      | -                                             | -                            | 0,015   |
| 0,30                                      | 0,010                                         | 0,013                        | 0,04    |
| 0,50                                      | 0,01                                          | 0,01                         | 0,05    |
| 0,70                                      | 0,02                                          | 0,03                         | 0,06    |
| 1,00                                      | 0,03                                          | 0,04                         | 0,07    |
| 1,50                                      | 0,04                                          | 0,06                         | 0,08    |
| 2,00                                      | 0,04                                          | 0,07                         | 0,09    |
| 3,00                                      | 0,05                                          | 0,08                         | 0,10    |
| 5,00                                      | 0,06                                          | 0,09                         | -       |

В течение зимнего периода коэффициент  $n_2$  постепенно убывает. Его величину можно рассчитать по формуле

$$n_2 = 0,01 + (n_{2\text{нач}} - 0,01) e^{-\kappa T}, \quad (54)$$

где  $T$  - число дней после ледостава,  $\kappa$  - параметр, зависящий от суровости зимы и количества полыней в ледяном покрове, 0,01 - среднее конечное значение коэффициента  $n_2$ . Значения  $\kappa$  следует выбирать из табл. 3.

Таблица 3

Значение параметра  $\kappa$  в уравнении (54)

| Характеристика метеорологических условий зимы | Характеристика ледяного покрова |                 |             |
|-----------------------------------------------|---------------------------------|-----------------|-------------|
|                                               | полыней много                   | полыней немного | полыней нет |
| Суровая                                       | 0,005                           | 0,010           | 0,020       |
| Умеренная                                     | 0,023                           | 0,024           | 0,025       |
| Мягкая                                        | 0,050                           | 0,040           | 0,030       |

## Л и т е р а т у р а

1. Андреев В.Г. Методика графоаналитического решения уравнений неразрывности и динамического равновесия. Тр. ГГИ, вып. II7, 1964.
2. Аполлов Б.А., Калинин Г.П., Комаров В.Д. Гидрологические прогнозы. Гидрометеиздат, Л., 1960.
3. Архангельский В.А. Графо-аналитический метод расчетов неустановившегося течения в бьефах речных гидроустановок при суточном регулировании. Изв.ВНИИГ, вып. 27, 1940.
4. Архангельский В.А. Расчеты неустановившегося движения в открытых руслах. Изд. АН СССР, М.-Л., 1947.
5. Березин И.С. и Жидков Н.П. Методы вычислений, т.2. Физматгиз, М., 1962.
6. Будах Б.М., Виноградова Е.А., Гласко В.Б., Кононкова Г.Е., Поборная Л.В. Решение задачи о неустановившемся движении воды в водохранилище с помощью электронной вычислительной машины. Метеорология и гидрология, № 12, 1963.

7. Васильев О.Ф., Годунов С.К., Притвиц Н.А., Темноева Т.А., Фрязинова И.А., Шугрин С.М. Численный метод расчета распространения длинных волн в открытых руслах и приложение его к задаче о паводке. ДАН СССР, т.151, № 3, 1963.
8. Васильев О.Ф., Темноева Т.А., Шугрин С.М. Численный метод расчета неустановившихся течений в открытых руслах. Изв. АН СССР, Механика, т. 2, 1965.
9. Ведерников В.В. Волны попусков реальной жидкости. В сб. "Неустановившееся движение водного потока в открытом русле". Изд. АН СССР, М., 1947.
10. Гендерсон Ф.М. Паводочные волны в призматических руслах. В сб. "Электронные вычислительные машины в гидрологии". Гидрометеиздат, Л., 1965.
11. Гильденблат Я.Д. Некоторые вопросы, связанные с расчетами неустановившегося движения и оценкой располагаемых по напору пиковых мощностей гидроэлектростанции. Проблемы регулирования речного стока, вып. 6, 1956.
12. Гильденблат Я.Д., Макулов В.В. и Семиколенов А.С. Неустановившийся режим нижнего бьефа гидростанции. Проблемы регулирования речного стока, вып. 2. Изд. АН СССР, М., 1948.
13. Годунов С.К. и Рябенский В.С. Введение в теорию разностных схем. Физматгиз, М., 1962.
14. Горбунов Ю.В. Прогноз расходов и уровней р.Ангара у Братской ГЭС с помощью электронного моделирующего устройства. Тр. ЦИП, вып. 141, 1965.
15. Гординов А.В. и Россомехин М.В. Поперечные уклоны водной поверхности затопленной поймы (на примере р.Иртыша). Тр. ГГИ, вып. 88, 1961.
16. Гофштейн А.С. Применение методики Г.П. Калинина - П.И.Милкова для расчета неустановившегося движения воды в зимних условиях. Тр. ЦИП, вып. 141, 1965.
17. Грушевский М.С. О влиянии пойм на распластывание волн попусков (по материалам натурных исследований ГГИ на реке Тверце). Тр. ГГИ, вып. 117, 1964.
18. Грушевский М.С. Некоторые вопросы неустановившегося движения воды в естественных руслах и водоемах. Тр. ГГИ, вып. 121, 1965.

19. Грушевский М.С. Использование электронной цифровой машины для расчета неустановившегося движения воды в призматическом русле. Тр. ГГИ, вып. 94, 1962.
20. Грушевский М.С., Русинов М.И., Федосеев В.А. Расчеты затопления поймы р. Иртыша. Тр. ГГИ, вып. 121, 1965.
21. Грушевский М.С. Некоторые вопросы расчетов неустановившегося движения воды в реках. Тр. ГГИ, вып. 140, 1967.
22. Грушевский М.С. Численный эксперимент как метод исследования неустановившегося движения воды в естественных руслах. Тр. ГГИ, вып. 136, 1966.
23. Гутсон М.Г. Расчет неустановившегося режима в нижнем бьефе гидроэлектростанции на быстродействующей цифровой машине. Тр. ВНИИЗ, вып. XIII. Госэнергоиздат, 1961.
24. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Физматгиз, М., 1963.
25. Дохнадзе Г.П. Исследование распространения волн попусков на р.Оби в зимних условиях методом численного эксперимента. Тр. ГГИ, вып. 140, 1967.
26. Железняк И.А. Регулирование паводочного стока. Гидрометеоздат, Л., 1965.
27. Железняков Г.В. Некоторые особенности движения потока при выходе его на пойму. В сб. "Управление поверхностными и подземными водными ресурсами и их исследование". Изд. АН СССР, М., 1961.
28. Знаменская Н.С. Экспериментальное исследование формы гряд и сопротивления русла при грядовой форме дна. Тр. ЛПИ, № 208, Гидротехника, 1960.
29. Иванова А.А. Анализ связей расходов воды с уровнями при распространении волн попусков в призматическом русле (численные эксперименты). Тр. ГГИ, вып. 140, 1967.
30. Иванова А.А. и Рупперт М.Л. Расчет распространения волн попусков на р.Свири в зимних и летних условиях и сопоставление его с натурными данными. Тр. ГГИ, вып. 136, 1966.
31. Исследования неустановившегося движения воды на реках Тверце и Орехе. Под ред. Н.Е. Кондратьева и В.А. Урываева. Гидрометеоздат, Л., 1961.
32. Исследования неустановившегося движения воды на р. Свири в зимних и летних условиях. Под ред. Н.Е. Кондратьева и В.А. Урываева. Гидрометеоздат, Л., 1963.

33. Историк Б.Л. Расчет неустановившегося движения воды в открытых водотоках на электронных вычислительных машинах. Тр. Гидропроекта, сб. 12, 1964.
34. Калинин Г.П., Милков П.И. Прогноз и расчет уровней воды ниже ГЭС на основе водомерных наблюдений. Метеорология и гидрология, № 9, 1959.
35. Калинин Г.П., Милков П.И. Приближенный расчет неустановившегося движения водных масс. Тр. ЦИП, вып. 66, 1958.
36. Калинин Г.П., Кучмент Л.С. О численных методах решения уравнения Сен-Венана для расчета неустановившегося движения воды в реках. Метеорология и гидрология, № 6, 1963.
37. Калинин Г.П., Кучмент Л.С., Корень В.И. Численные эксперименты в гидрологии. Метеорология и гидрология, № 11, 1964.
38. Калинин Г.П. О гидрологическом обосновании формы искусственных паводков. Тр. ЦИП, вып. 117, 1963.
39. Калинин Г.П., Зидиков А.П. Расчет уровней и расходов воды ниже ГЭС. Тр. ЦИП, вып. 133, 1964.
40. Картвелишвили Н.А. Волновой режим нижних бьефов гидростанции при суточном регулировании. Тр. ВНИИЭ, вып. XIII. Госэнергоиздат, 1961.
41. Корень В.И. Особенности некоторых разностных схем численного интегрирования уравнений Сен-Венана при расчетах неустановившегося движения воды для случая слияния рек (на примере прямоугольных русел). Тр. ЦИП, вып. 141, 1965.
42. Крицкий С.Н. и Менкель М.Ф. О распыливании волны высоких вод при продвижении по призматическому руслу. Проблемы регулирования речного стока, вып. 6, 1956.
43. Кулагин В.Ф. и Борщевский Е.Н. Расчет трансформации паводочной волны на приточном участке с помощью моделирующих машин. Тр. ЦИП, вып. 141, 1965.
44. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики, т.2. Гостехтеориздат, М., 1945.
45. Кучмент Л.С. Расчеты неустановившегося движения воды с помощью электронных вычислительных машин непрерывного действия. Тр. ЦИП, вып. 117, 1963.
46. Кучмент Л.С. Линейные модели расчета неустановившегося движения воды в реке. Тр. ЦИП, вып. 141, 1965.



47. Левин А.Г. и Жидиков А.П. Предвычисление хода уровней р.Волги ниже Волгоградской ГЭС методом электроимитирования. Метеорология и гидрология, № 8, 1961.
48. Левин А.Г. и Борщевский Е.Н. Подбор параметров функций влияния с помощью аналоговой вычислительной машины. Метеорология и гидрология, № 8, 1966.
49. Линслией Р.К., Колер М.А., Паулис Д.Д. Прикладная гидрология. Пер. с английского. Гидрометеиздат, Л., 1962.
50. Мелещенко Н.Т. Применение теории длинных волн малой амплитуды к вопросам суточного регулирования. Изв. ВНИИГ, т. 28, 1940.
51. Мелещенко Н.Т. и Якубов М.С. Методика расчетов неустановившегося движения воды в открытых руслах по методу акад. Христиановича. Изв.ВНИИГ, вып. 38, 1948.
52. Методические указания. Разработка методики прогнозов расходов и уровней воды на участках рек ниже ГЭС для условий открытого русла. Под ред. А.Г. Левина. Изд. ЦИП, М., 1964.
53. Минаева Г.Н. Влияние поймы на распространение волн паводья вдоль р.Иртыш. Тр. ГГИ, вып. 140, 1967.
54. Наставление гидрометеорологическим станциям и постам, вып.6, ч.1. Гидрометеиздат, 1957.
55. Нежиховский Р.А. Гидрологические расчеты и прогнозы при эксплуатации водохранилищ и озер. Гидрометеиздат, Л., 1961.
56. Нежиховский Р.А. Анализ и обобщение кривых объемов воды. Тр. ГГИ, вып. 136, 1966.
57. Нежиховский Р.А. Коэффициенты шероховатости нижней поверхности шуголедяного покрова. Тр. ГГИ, вып. 110, 1964.
58. Нежиховский Р.А. Методы построения кривых объемов воды. Тр.ГГИ, вып. 118, 1964.
59. Нечаева Н.С. Определение критерия распластывания паводочных волн и волн попусков. Тр. ЦИП, вып. 105, 1960.
60. Нечаева Н.С. Расчет трансформации максимальных расходов паводков в речных руслах. Автореферат диссертации. Изд. ЛГМИ, Л., 1961.
61. Обрезков В.И. Применение вычислительной техники в гидроэнергетических расчетах. Госэнергоиздат, М.-Л., 1963.

62. Петруничев Н.Н. Неустановившееся движение воды в естественных руслах. Госэнергоиздат, М.-Л., 1960.
63. Пиньковский С.И. Особенности русел равнинных рек СССР. В кн. "Русловой процесс", под ред. Н.Е. Кондратьева, Гидрометеиздат, Л., 1959.
64. Пиньковский С.И. Типы речных русел Средней и Южной Сибири. Тр. ГГИ, вып. 94, 1962.
65. Пиньковский С.И. Типы речных русел Северо-Востока СССР и полуострова Камчатки. Тр. ГГИ, вып. 120, 1965.
66. Пиньковский С.И. Типы речных русел Кавказа и Средней Азии. Тр. ГГИ, вып. 136, 1966.
67. Пособие по экстраполяции кривых расходов воды до наивысших уровней. Гидрометеиздат, Л., 1966.
68. Потапов М.В. Сочинения, т. II. Сельхозгиз, 1951.
69. Преиссман А. Распространение волновых возмущений в каналах и реках. (Пер. с франц.). В сб. "Электронные вычислительные машины в гидрологии", под ред. М.С. Грушевского и Л.С. Кучмента. Гидрометеиздат, Л., 1965.
70. Проекты технических условий и норм гидротехнического проектирования. И.В. Егизаров. - Проект технических условий и норм расчета свободной поверхности потока при неустановившемся движении в открытых длинных бьефах. Госстройиздат, Л.-М., 1939.
71. Рабкова Е.К. Лабораторное исследование влияния суточного регулирования на режим уровней в нижнем бьефе ГЭС. Тр. ЦНИИЭВТ, вып. 19, 1960.
72. Рахманов А.Н. О неустановившемся движении в нижних и верхних бьефах речных гидроустановок. Изв. НИИГ, т. 30, 1941. и т. 31, 1946.
73. Рахманов А.Н. и Круковский М.Я. Экспериментальное исследование неустановившегося движения под ледяным покровом в нижнем бьефе Нижнесвирской установки. Изв. НИИГ, т. 25, 1939.
74. Розенберг Л.И. и Русинов М.И. Особенности схематизации пойменных русел при расчетах неустановившегося движения воды. Тр. ГГИ, вып. 140, 1967.
75. Розовский И.Л. и Еременко Е.В. Изучение неустановившегося движения в нижнем бьефе ГЭС на гидравлических моделях. Труды координационных совещаний по гидротехнике, вып. XV, Энергия, М.-Л., 1964.

76. Руководство по гидрологическим прогнозам, вып. I. - Краткосрочные прогнозы расходов и уровней воды на реках. Гидрометеиздат, Л., 1964.
77. Рупперт М.Л. Влияние ледяного покрова на распластывание волн попусков. Тр. ГГИ, вып. 121, 1965.
78. Русинов М.И. Влияние некоторых параметров призматического пойменного русла на скорость распространения гребня волн попусков (численный эксперимент). Тр. ГГИ, вып. 140, 1967.
79. Русинов М.И. Расчеты распространения волн попусков с помощью ЭВМ (на примере нижнего бьефа Ивановской ГЭС). Тр. ГГИ, вып. 140, 1967.
80. Скородумов Д.Е. Вопросы гидравлики пойменных русел в связи с задачами построения и экстраполяции кривых расходов. Тр. ГГИ, вып. 128, 1965.
81. Спицын И.П. О механизме взаимодействия потоков основного русла и поймы. Тр. ЛГМИ, вып. 13, 1962.
82. Стокер Дж.Дж. Волны на воде (пер.с англ.). ИЛ, М., 1959.
83. Танагоз И.С. Аналитический метод расчета неустановившегося движения воды в нижнем бьефе гидроэлектростанции (метод превышений). Тр. Ленгидропроекта, вып. I, 1964.
84. Терминология гидротехники. Изд. АН СССР, М., 1955.
85. Терминология механики жидкости (гидромеханики). Изд. АН СССР, М., 1952.
86. Технические условия и нормы проектирования гидротехнических сооружений. Деривационные каналы гидроэлектростанций, ч. 2. Приложения. Приложение 3. М.Д. Чертоусов. Гидравлический расчет каналов при неустановившемся движении. Госэнергоиздат, М.-Л., 1948.
87. Трифонов Е.К. Алгоритмы некоторых задач неустановившегося движения воды в длинных бьефах. Изв. ВНИИГ, вып. 72, 1963.
88. Трифонов Е.К. Методика расчета точек характеристик на границах двух участков в координатах  $u$ ,  $h$  по методу акад. С.А. Христиановича. Изв. ВНИИГ, т.48, 1952.
89. Федоров Н.Н. Скорость распространения гребней волн попусков и влияние на ее величину пойменных участков русла. Тр. ГГИ, вып. 117, 1964.

90. Федоров Н.Н. Об определении скоростного множителя  $C$  для естественных русел. Тр. ГГИ, вып. 56 (III), 1956.
91. Федосеев В.А. Возможности использования одномерной модели при расчете неустановившегося движения воды в реках со сложной поймой. Тр. ГГИ, вып. 147, 1967.
92. Христианович С.А. Неустановившееся движение в каналах и реках. В сб. "Некоторые вопросы механики сплошной среды". Изд. АН СССР, 1938.
93. Чеботарев А.И. Гидрологический словарь. Гидрометеиздат, Л., 1964.
94. Чемеренко Е.Н. Расчет гидрологического режима Куибшевского водохранилища при помощи электронных вычислительных машин. Метеорология и гидрология, № 1, 1964.
95. Чертоусов М.Д. Гидравлика. Спец.курс. Госэнергоиздат, М.-Л., 1957.
96. Шестакова Р.А. Определение расходов воды при высоких уровнях по уклону водной поверхности и коэффициенту формулы Шези. Тр. ГГИ, вып. 106, 1963.
97. Шугрин С.М. Поведение разностной схемы для уравнений мелкой воды. В сб. "Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы". "Наука", М., 1964.
98. Шуляковский А.Г. О подсчете зимнего стока немугоносных рек. Метеорология и гидрология, № 2, 1954.
99. Isaacson E., Stoker J.J. and Troesch. Numerical solution of flood prediction problems. Report III. New York University, New York, 1956.
100. Lawler E.A. Flood routing. From "Handbook of applied hydrology" (Editor-in-Chief Ven Te Chow) McGraw-Hill Book Company, 1964.
101. Velocity-head coefficients in open channels. By Harry Hulsing, Winchell Smith and Ernest D. Cobb. Geological survey water-supply paper 1869-C. Washington, 1966.
102. Yevdjevich Vujuca M. Bibliography and discussion of flood-routing methods and unsteady flow in channels. Geological survey water-supply paper 1690. United States Government Printing Office. Washington, 1964.

## Методы сеток

## А. Явные схемы

В ряде статей американских и советских ученых [82, 99, 36, 41] рассматривается шахматная схема Лакса, в которой производные по координате и по времени заменяются разностными отношениями следующим образом (см. рис. 15):

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_R - f_L}{2\Delta x}, \quad \frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f_P - \frac{1}{2}(f_R + f_L)}{\Delta t}. \quad (55)$$

Таким образом, здесь используются всего три узла сетки:  $L$ ,  $P$  и  $R$ , принадлежащие двум последовательным моментам времени. Схема Лакса была впервые использована для интегрирования уравнений Сен-Венана американскими математиками Стокером, Исааксоном и Трешом [99]. Подстановка выражений (55) в уравнения (7) дает систему алгебраических уравнений для расчета элементов решения во внутренних точках сетки. Коэффициенты при производных берутся как средние для двух нижних точек сетки  $P$  и  $S$ .

Схема Лакса обеспечивает погрешность расчетов, пропорциональную квадрату шага интегрирования по расстоянию и первой степени шага по времени  $O[\Delta t, (\Delta x)^2]$ .

Для расчета режима в точках на границах совместно с граничными условиями используются уравнения Сен-Венана в характеристической форме

$$\frac{\partial(vF)}{\partial x} + B \frac{\partial z}{\partial t} \pm \sqrt{\frac{BF}{g}} \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + g \frac{v^2 F^2}{K^2} \right) = 0. \quad (56)$$

Заменяя в уравнении (56) производные на границах разделенными разностями, получаем на каждой из границ выражения, различные для четного и нечетного интервалов времени (для точек  $K$  и  $N$ ). Как показали расчеты [36], существенным практическим недостатком схемы Лакса является то, что результаты расчета в сильной мере зависят от точности определения зависимостей  $K = \varphi(F)$  и  $z = f(F)$ , используемых в расчетах. Это объясняется тем обстоятельством, что переход от одного момента к другому производится по инерционным члену  $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t}$ , который значительно меньше величин  $\frac{\partial^2}{K^2}$  и  $\frac{\partial z}{\partial x}$ . Следовательно, небольшие относительные ошибки в величинах

нах  $K$  и  $Z$  дают значительную ошибку при определении  $v$ , а отсюда и других гидравлических характеристик. Поэтому была предложена другая, трехточечная полувязная схема с меньшей чувствительностью к исходным данным. За основу берутся уравнения Сен-Венана без инерционных членов, а производные заменяются следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Z}{\partial x} &\approx \frac{Z_Q - Z_P}{\Delta x}, \\ \frac{\partial Q}{\partial x} &\approx \frac{Q_R - Q_L}{\Delta x}, \\ \frac{\partial F}{\partial t} &\approx \frac{F_P - \frac{F_R + F_L}{2}}{\Delta t}.\end{aligned}\quad (57)$$

При этом расчетные уравнения принимают вид

$$\begin{aligned}Q_s^{(1)} &= K_s \sqrt{\frac{Z_P - Z_Q}{\Delta x}}, \\ F_P &= \frac{F_R + F_L}{2} + \frac{Q_R - Q_L}{\Delta x} \Delta t.\end{aligned}\quad (58)$$

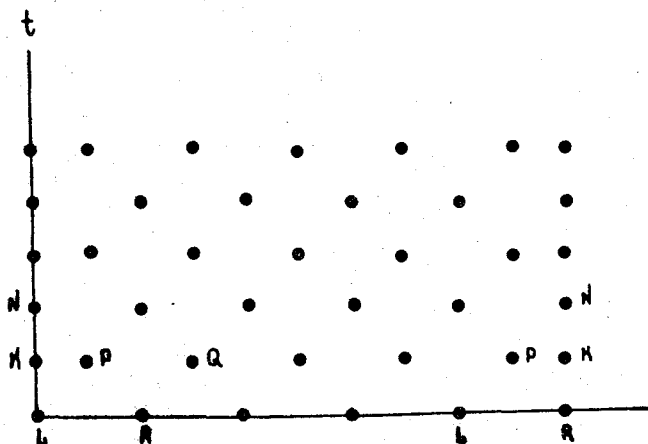


Рис. 15. Разностная схема Лакса.

### III

Таким образом, переход от одного момента времени к другому производится только по производной  $\frac{\partial F}{\partial t}$  и относительная ошибка за счет неточности определения  $\varepsilon$  и  $K$  дает такую же относительную ошибку при вычислении  $Q$ .

Рассчитанные по системе уравнений (58) значения  $Q_s^{(n)}$  (номер сверху обозначает номер приближения) могут быть уточнены путем введения в первое из уравнений системы инерционных членов

$$\frac{1}{g \Delta t} \left( \frac{2 Q_s^{(n)}}{F_p + F_a} - \frac{2 Q_R}{\frac{F_L + F_R}{2} + \frac{F_R + F_T}{2}} \right) \quad (59)$$

$$\text{и} \quad \frac{V_R}{g} \frac{\frac{V_R + V_T}{2} - \frac{V_L + V_a}{2}}{\Delta x}.$$

Уточнение может повторяться несколько раз, пока разность между двумя последовательными значениями расхода в точке  $S$

$|Q_s^{(n+1)} - Q_s^{(n)}|$  не окажется в пределах заданной точности.

На левой границе (в створе возмущения) решается та же система уравнений, что и в системе Стокера, Исааксона и Треша.

На правой границе, где приращения площади живого сечения невелики, предполагается, что эти приращения равны приращениям площади живого сечения в ближайшей внутренней точке в этот же интервал времени.

Описанная схема испытывалась на тех же материалах, что и американская, и дала гораздо лучшие результаты, чем последняя, несмотря на то, что не учитывались инерционные члены (учет их существенно осложняет простую программу для ЭВМ) [36].

Известна также шахматная схема центральных разностей. Производные в этой схеме аппроксимируются следующими разностными отношениями (рис. 16):

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f_p - f_n}{2 \Delta t}, \quad \frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_R - f_L}{2 \Delta t}. \quad (60)$$

Расчет в граничных точках производится так же, как и в явной схеме Лакса. Свойства схемы Лакса и центральной схемы (в частности, устойчивость и аппроксимация) исследовались В.И. Корнем [41]. Схема применялась для расчетов неустановившегося движения воды в нижних бьефах при слиянии двух рек, а также в верхних бьефах [41, 94].

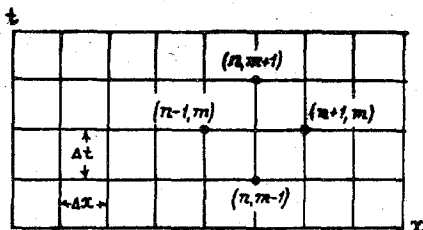


Рис. 16. Центральная шахматная схема.

Центральная шахматная схема имеет благодаря своей симметричности одинаковый (именно второй) порядок точности аппроксимации как по координате, так и по времени  $O[(\Delta t)^2, (\Delta x)^2]$ .

#### Б. Неявная разностная схема - метод ИГ

В неявной схеме, применяемой в Институте гидродинамики Сибирского отделения АН СССР (ИГ) [7, 8, 97], уравнения неустановившегося движения берутся в форме

$$\frac{1}{g\mathcal{F}} \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + 2v \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \left[ 1 - \left( \frac{v}{c} \right)^2 \right] \frac{\partial z}{\partial x} = \left[ i_0 + \frac{1}{B} \left( \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x} \right)_{H=Const} \right] \left( \frac{v}{c} \right)^2 - \frac{Q|Q|}{K^2},$$

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad (61)$$

где

$$c = \sqrt{\frac{g\mathcal{F}}{B}}.$$

Первое из этих уравнений нетрудно привести к обычной форме (7) (в ИГ проводят расчеты, полагая для простоты  $\alpha=1$ ). Счет ведется по неявной разностной схеме (рис. 17). Шаг  $\Delta x$  может быть различным для разных участков, шаг  $\Delta t$  может меняться в течение времени.

Начальные условия должны быть заданы в виде  $z_0 = f(x)$  и  $Q_0 = f(x)$  для момента времени  $t = t_0$ . Граничные условия в створе возмущения имеют вид  $Q = f(t)$  или  $z = f(t)$ , в другом крайнем створе - один из этих видов или вид  $Q = f(z)$ . Исходные данные по морфометрии или гидравлическим сопротивлениям



русла должны быть представлены в виде уравнения линии дна

$z_{дн} = z_{дн}(x)$  или, как это бывает чаще, задания на этой линии отдельных точек, между которыми производится линейная интерполяция, а также в виде функций  $\mathcal{F} = f(H)$  [или  $B = f(H)$ ] и  $K = f(H)$ , задаваемых в ряде створов.

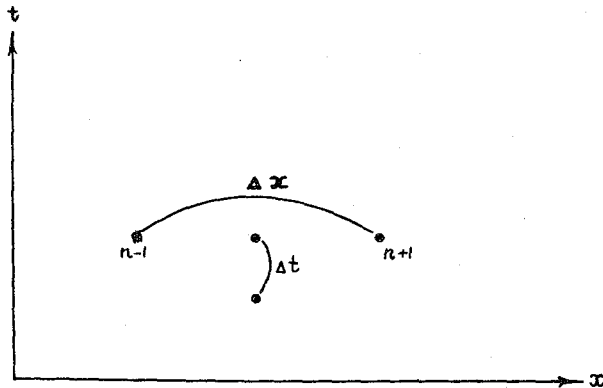


Рис. 17. Неявная схема Института гидродинамики (схема ИГ).

Составленная программа предусматривает возможность расчета одного русла без разветвлений или простейших схем русел: слияние двух русел или раздвоение одного русла<sup>1)</sup>. Программа позволяет учитывать боковой приток или отток, либо сосредоточенный в определенных сечениях (на границах расчетных участков)  $Q_{прит} = f(t)$ , либо равномерно распределенный по длине участка  $q = q(t)$ . Как сосредоточенный, так и распределенный приток или отток может изменяться по заданному закону в течение времени. Может быть задан также дополнительный аккумулирующий объем на границе двух участков.

<sup>1)</sup> В настоящее время в ИГ разработана программа, позволяющая рассчитывать более сложное русло, имеющее ряд притоков, которые, в свою очередь, имеют притоки 2-го порядка и т.д. ("дерево"), а также русло с "кольцами" (река с дельтой, острова на реке и т.д.).

Рассмотрим порядок расчетов несколько подробнее. Рассчитываемая система русел (слияние двух русел - рис. 18а), разветвление одного русла (рис. 18б) или одно русло без разветвлений (рис. 18в) разбивается на три области счета в соответствии с рис. 18. Одно русло без разветвлений может разбиваться на две области или быть задано как одна область. Таким образом, число областей  $j \leq 3$ . Каждая область разбивается на расчетные участки различной длины, имеющие номера 1, 2, . . . . .  $M_i$ , которые отсчитываются слева направо (рис. 18). При этом начало  $i$ -ой области всегда является левой точкой области и первого участка ее, точка слияния или раздвоения - правой точкой области. задается также "признак области"  $\eta$ , равный 1, если отсчет участков вдоль области идет по течению, и -1 - в противном случае (рис. 18).

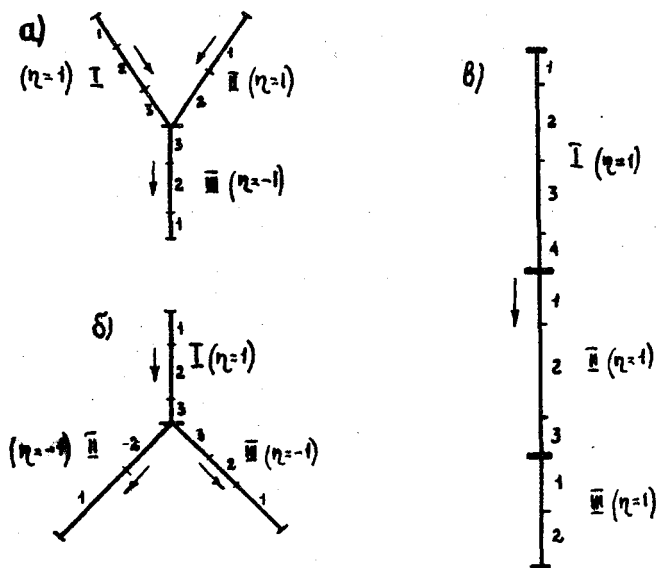


Рис. 18. Схема ИГ - системы русел; а) слияние двух русел, б) раздвоение одного русла, в) схема без разветвлений.

Остановимся на условиях сопряжения участков и областей. Уравнения  $m$ -го участка области, если он не является последним, сопрягаются с уравнениями  $(m-1)$ -го и  $(m+1)$ -го участков той же области. Условия сопряжения имеют вид

$$z_{лев}^m = z_{прав}^{m-1}, \quad (62)$$

$$Q_{лев}^m = Q_{прав}^{m-1} - \gamma Q_{прит}^{m-\frac{1}{2}} + \gamma \Omega^{m-\frac{1}{2}} \frac{\partial z}{\partial t}.$$

Здесь индексы  $m$  и  $(m-1)$  наверху указывают порядковый номер участка, "лев" и "прав" внизу - его левую и правую границы.

$Q_{прит}^{m-\frac{1}{2}}$  есть сосредоточенный приток на границе  $m$ -го и  $(m+1)$ -го участков (заданная функция времени), а  $\Omega^{m-\frac{1}{2}}(z)$  - площадь свободной поверхности дополнительного объема на той же границе.

Если одно русло разбито на две или три области, последний участок  $i$ -ой области граничит с первым участком  $(i+1)$ -ой области, а условия сопряжения такие же, как условия (62). В случае системы русел сопрягаются последние участки всех трех областей по условиям

$$z_{прав}^I = z_{прав}^{II} = z_{прав}^{III},$$

$$Q_{прав}^I + Q_{прав}^{II} = Q_{прав}^{III} \quad (\text{слияние}) \quad (63)$$

$$\text{или } Q_{прав}^I = Q_{прав}^{II} + Q_{прав}^{III} \quad (\text{раздвоение}).$$

На остальных границах участков (в случае одного русла - на левой границе первого участка первой области и правой границе последнего участка последней области; в случае системы русел - на левых границах первых участков всех трех областей) задаются обычные ("внешние") граничные условия одного из 3-х видов:

$$Q = f(t), \quad z = f(t), \quad Q = f(z).$$

# Разностные уравнения на расчетном участке

В системе уравнений (61) производные заменяются разностными отношениями (см.рис. 17)

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial t} &= \frac{\tilde{Q}_n - Q_n}{\Delta t}, & \frac{\partial z}{\partial t} &= \frac{\tilde{z}_n - z_n}{\Delta t}, \\ \frac{\partial Q}{\partial x} &= \gamma \frac{\tilde{Q}_{n+1} - \tilde{Q}_{n-1}}{2\Delta x}, & \frac{\partial z}{\partial x} &= \gamma \frac{\tilde{z}_{n+1} - \tilde{z}_{n-1}}{2\Delta x},\end{aligned}\quad (64)$$

где  $\tilde{Q}$  и  $\tilde{z}$  - искомые величины в верхнем слое, т.е. в момент  $t + \Delta t$ . Коэффициенты при производных берутся из точки нижнего слоя, т.е. в момент  $t$ . Слагаемое  $\frac{Q|Q|}{K^2}$  берется в точке  $n$  из верхнего слоя с точностью до величин второго порядка малости (с помощью разложения в ряд Тейлора), что очень важно для устойчивости счета.

Если перейти к матричным обозначениям и ввести вектор

$$\tilde{u}_n = \begin{pmatrix} \tilde{Q}_n \\ \tilde{z}_n \end{pmatrix}, \quad (65)$$

по существу, представляющий собой совокупность обоих неизвестных, то система конечно-разностных уравнений примет в матричной форме следующий вид:

$$A_n \tilde{u}_{n+1} + D_n \tilde{u}_n + R_n \tilde{u}_{n-1} = E_n, \quad (66)$$

где

$$\begin{aligned}A_n &= \begin{pmatrix} d & 0 \\ a_n & r_n \end{pmatrix}; & D_n &= \begin{pmatrix} 0 & B_n \\ e_n & \rho_n \end{pmatrix}; \\ R_n &= \begin{pmatrix} -d & 0 \\ -a_n & -r_n \end{pmatrix}; & E_n &= \begin{pmatrix} \psi'_n \\ \psi_n \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (67)$$

а элементы матриц (67) имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}d &= \gamma \frac{\Delta t}{2\Delta x}, & a_n &= \frac{2v_n}{gF_n} d, & e_n &= \frac{1}{gF_n} + 2 \frac{v_n F_n}{K^2} \Delta t \operatorname{sign} v_n, & r_n &= \left(1 - \frac{v_n^2 B_n}{gF_n}\right) d \\ \rho_n &= -2 \frac{v_n^2 F_n^2}{K^2} \left(\frac{\partial K}{\partial H}\right)_n \Delta t \operatorname{sign} v_n, & \psi'_n &= B_n z_n + \Delta t q_n, \\ \psi_n &= q_n \Delta t + \frac{v_n}{g} + \frac{v_n^2 F_n^2}{K^2} \left[1 - \left(\frac{2}{K} \frac{\partial K}{\partial H}\right)_n z_n\right] \Delta t \operatorname{sign} v_n, \\ \varphi_n &= \left[i_0 + \left(\frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial x}\right)_{H=\text{Const}}\right]_n \left(\frac{v}{c}\right)_n^2.\end{aligned}$$

Система разностных уравнений (66) решается методом линейной факторизации, который чаще называют методом прогонки [5, 13, 24].

Решение ищется в виде

$$\tilde{u}_{n-1} = L_{n-\frac{1}{2}} \tilde{u}_n + T_{n-\frac{1}{2}}, \quad (58)$$

где

$$L_{n-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \ell_{11}^{n-\frac{1}{2}} & \ell_{12}^{n-\frac{1}{2}} \\ \ell_{21}^{n-\frac{1}{2}} & \ell_{22}^{n-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad T_{n-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \ell_{13}^{n-\frac{1}{2}} \\ \ell_{23}^{n-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

- есть так называемые прогоночные коэффициенты.

Таким образом, для определения значения  $\tilde{u}_n$  необходимо определить  $L_{n-\frac{1}{2}}$  и  $T_{n-\frac{1}{2}}$  и значение  $\tilde{u}_{n-\frac{1}{2}}$ . Этот процесс разбивается на два этапа:

1) определение прогоночных коэффициентов для всех внутренних точек области - прямая прогонка;

2) после вычисления  $\tilde{u}$  в последней точке области, определение  $\tilde{u}_n$  для внутренних точек области - обратная прогонка.

Для определения прогоночных коэффициентов можно получить следующие рекуррентные выражения:

$$\ell_{11}^{n-\frac{1}{2}} = -(\alpha \delta_{11} + a_n \delta_{12}), \quad \ell_{12}^{n+\frac{1}{2}} = -\tau_n \delta_{12}, \quad (69)$$

$$\ell_{13}^{n+\frac{1}{2}} = \delta_{11}(\psi'_n + \alpha \ell_{13}^{n-\frac{1}{2}}) + \delta_{12}(\psi_n + a_n \ell_{13}^{n-\frac{1}{2}} + \tau_n \ell_{23}^{n-\frac{1}{2}}),$$

$$\text{где} \quad \delta_{\alpha\beta} = (D_n + R_n L_{n-\frac{1}{2}})^{-1}$$

[возведение матрицы в степень (-1) означает умножение ее на обратную матрицу слева].

#### Граничные разностные уравнения

Для граничных точек участка разностные уравнения получаются из уравнений (61), написанных в характеристической форме

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + (v \pm \tau c) \frac{\partial Q}{\partial x} - B(v \pm \tau c) \left[ \frac{\partial z}{\partial t} + (v \pm \tau c) \frac{\partial z}{\partial x} \right] = \left( \psi - \frac{Q|Q|}{K^2} \right) g F - (v \pm \tau c) q. \quad (70)$$

Для первой точки первого участка первой области (в случае одного русла) или любой области (в случае трех русел) граничное разностное уравнение имеет вид [независимо от вида граничного условия -  $z(t)$ ,  $Q(t)$  или  $Q(H)$ ]

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{Q}_0 - Q_0}{\Delta t} + (v - \gamma c) \frac{\tilde{Q}_1 - \tilde{Q}_0}{\Delta x} - B_0(v + \gamma c)_0 \left[ \frac{\tilde{z}_0 - z_0}{\Delta t} + (v - \gamma c) \frac{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_0}{\Delta x} \right] = \\ & = \varphi_0 - \left\{ 2 \left( \frac{Q}{K^2} \right)_0 \tilde{Q}_0 - 2 \left( \frac{Q^2}{K^2} \frac{\partial K}{\partial H} \right)_0 \tilde{z}_0 + \left( \frac{Q^2}{K^2} \right)_0 \left[ 2 \left( \frac{\partial K}{\partial H} \right)_0 z_0 - 1 \right] \right\} \text{sign} Q_0 - (v + \gamma c)_0 \tilde{q}_0 \\ & \text{или } \tilde{Q}_0 \left[ e_0 - \frac{2d(v - \gamma c)_0}{gF_0} \right] - \left\{ B_0 \frac{(v + \gamma c)_0}{gF_0} \left[ 1 - 2d(v - \gamma c)_0 \right] - \rho_0 \right\} z_0 = \\ & = - \frac{2d(v - \gamma c)_0}{gF_0} \tilde{Q}_1 + \frac{2d B_0(v^2 - c^2)}{gF_0} \tilde{z}_1 + \varphi_0 - \frac{(v + \gamma c)_0}{gF_0} \psi'_0. \quad (71) \end{aligned}$$

Для последней точки последнего участка последней области (в случае одного русла) граничное разностное уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} & \tilde{Q}_N \left[ e_N gF_N + 2d(v + \gamma c)_N \right] - \tilde{z}_N \left\{ B(v - \gamma c)_N \left[ 1 + 2d(v + \gamma c)_N \right] - \rho_N gF_N \right\} = \\ & = 2d(v + \gamma c)_N \tilde{Q}_{N-1} - 2d B_N(v^2 - c^2)_N \tilde{z}_{N-1} + gF_N \psi_N - (v - \gamma c)_N \psi'_N. \quad (72) \end{aligned}$$

Для внутренней границы области разностное уравнение в последней точке  $m$ -го участка совпадает с уравнением (72), а в первой точке  $(m+1)$ -го участка - с уравнением (71). Аналогично - на границе двух областей в случае одного русла.

#### Порядок счета

Расчет очередного слоя (величин  $Q$  и  $z$  вдоль всего русла или системы русел для очередного расчетного момента времени) состоит из прямой прогонки, определения  $Q$  и  $z$  для последней точки последнего участка области и, наконец, обратной прогонки.

Прямая прогонка начинается с расчета прогоночных матриц  $L_{\frac{1}{2}}$  и  $T_{\frac{1}{2}}$ , элементы которых рассчитываются по различным формулам в зависимости от вида граничного условия.

Из уравнения (68) имеем при  $n=1$ , с учетом выражений для прогоночных коэффициентов

$$\begin{aligned}\tilde{Q}_0 &= l_{11}^{1/2} \tilde{Q}_1 + l_{12}^{1/2} \tilde{Z}_1 + l_{13}^{1/2}, \\ \tilde{Z}_0 &= l_{21}^{1/2} \tilde{Q}_1 + l_{22}^{1/2} \tilde{Z}_1 + l_{23}^{1/2}.\end{aligned}\quad (73)$$

Если граничное условие имеет вид  $Z=f(t)$ , то  $\tilde{Z}$  определяется из этого условия, а система (71) решается относительно  $\tilde{Q}$ , и получается

$$\begin{aligned}l_{11}^{1/2} &= -\frac{2d(v-\gamma c)_0}{e_0 g F_0 - 2d(v-\gamma c)_0}, \quad l_{12}^{1/2} = \frac{2d(v^2-c^2)_0 B_0}{e_0 g F_0 - 2d(v-\gamma c)_0}, \\ l_{13}^{1/2} &= \frac{\xi_0 g F_0 + \tilde{Z}_0 \{B_0(v+\gamma c)_0 [1-2d(v-\gamma c)_0] - \rho_0 g F_0\}}{e_0 g F_0 - 2d(v-\gamma c)_0}, \\ l_{21}^{1/2} &= l_{22}^{1/2} = 0, \quad l_{23}^{1/2} = \tilde{Z}_0, \quad \xi_0 = \psi_0 - \frac{(v+\gamma c)_0}{g F_0} \psi'_0.\end{aligned}\quad (74)$$

При граничном условии  $Q(t)$  получается аналогично

$$\begin{aligned}l_{11}^{1/2} &= l_{12}^{1/2} = 0, \quad l_{13}^{1/2} = \tilde{Q}_0, \\ l_{21}^{1/2} &= \frac{2d B_0 (v+\gamma c)_0}{B_0 (v+\gamma c)_0 [1-2d(v-\gamma c)_0] - \rho_0 g F_0}, \\ l_{22}^{1/2} &= -\frac{2d B_0 (v^2-c^2)_0}{B_0 (v+\gamma c)_0 [1-2d(v-\gamma c)_0] - \rho_0 g F_0}, \\ l_{23}^{1/2} &= -\frac{\xi_0 g F_0 - \tilde{Q}_0 [e_0 g F_0 - 2d(v-\gamma c)_0]}{B_0 (v+\gamma c)_0 [1-2d(v-\gamma c)_0] - \rho_0 g F_0}.\end{aligned}\quad (75)$$

Если граничное условие имеет вид  $Q=f(H)$ , то функцию  $f(H)$  разлагают в ряд Тейлора и ограничиваются первым членом ряда. Тогда получается

$$\begin{aligned}\tilde{Q}_0 &= f(H)_0 + \left(\frac{\partial f}{\partial H}\right)_0 (\tilde{Z}_0 - Z_0), \\ l_{11}^{1/2} &= \frac{2d(v-\gamma c)_0}{\Gamma} f'_0, \quad l_{12}^{1/2} = \frac{2 B_0 d(v^2-c^2)_0}{\Gamma} f'_0,\end{aligned}$$

$$\ell_{13}^{1/2} = \frac{\xi_0 g F_0 f'_0 + B_0 (v + \gamma c)_0 [1 - 2d(v + \gamma c)_0] (z_0 f'_0 - Q_0)}{\Gamma},$$

$$\ell_{21}^{1/2} = - \frac{2d(v - \gamma c)_0}{\Gamma}, \quad \ell_{22}^{1/2} = \frac{2d B_0 (v^2 - c^2)_0}{\Gamma}, \quad (76)$$

$$\ell_{23}^{1/2} = \frac{\xi_0 g F_0 + [e_0 g F_0 - 2d(v - \gamma c)_0] (f'_0 z_0 - Q_0)}{\Gamma},$$

где знаменатель

$$\Gamma = [e_0 g F_0 - 2d(v - \gamma c)_0] f'_0 - \{ B_0 (v + \gamma c)_0 [1 - (v - \gamma c)_0] - \rho_0 g F_0 \}.$$

Соответствующие формулы получены и для внутренних границ (между  $m$ -ым и  $(m+1)$ -ым участками данной области, аналогично — для левой границы II и III областей в случае одного русла, разбитого на области) [ 96 ]. Для сокращения объема изложения они здесь не приводятся.

Определение величин  $Q$  и  $z$  для последней точки последнего участка области производится на основе граничных условий (в случае одного русла) или условий сопряжения (в точке слияния), к которым добавляются граничные условия, написанные в характеристической форме [ на основе формулы (72) ]. После этого производится обратная прогонка по формулам

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_n &= \ell_{11}^{n+\frac{1}{2}} \tilde{Q}_{n+1} + \ell_{12}^{n+\frac{1}{2}} \tilde{z}_{n+1} + \ell_{13}^{n+\frac{1}{2}}, \\ \tilde{z}_n &= \ell_{21}^{n+\frac{1}{2}} \tilde{Q}_{n+1} + \ell_{22}^{n+\frac{1}{2}} \tilde{z}_{n+1} + \ell_{23}^{n+\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (77)$$

Результаты расчета часто обнаруживают "пилообразные" колебания величин  $Q$  и  $z$  от точки к точке по длине участка. Эти эффекты проявляются, в основном, там, где свободная поверхность имеет значительную кривизну (например, на сильно выраженных кривых спада). "Пилы" являются результатом расчета по конечно-разностной схеме и не имеют отношения к природе гидравлических явлений. Для устранения "пил" рекомендуется принимать во внимание лишь данные расчета по четным по порядку точкам (число шагов  $\Delta x$ , на которые разделяется расчетный участок, должно поэтому выбираться четным).



Общий объем вводимой информации ограничен размерами оперативной памяти и магнитных барабанов электронной цифровой машины М-20, для которой составлена программа по методу ИГ. Программа предусматривает гибкое использование памяти в зависимости от особенностей конкретной задачи. Если часть информации может быть задана небольшим массивом чисел [ или вообще отсутствует - например, боковая приточность  $q(t)$  и  $q_{\text{прит}}(t)$  ], то это позволяет подробнее задать другую часть информации. Ограничения объема информации не являются жесткими и позволяют задавать, например, до 24 расчетных участков, до 240 расчетных точек в системе, до 128 числовых значений в таблицах граничных условий и бокового притока и т.д. (одновременная комбинация указанных здесь предельных количеств отдельных видов информации, конечно, невозможна).

Для облегчения подготовки исходных данных для расчета, в основном морфометрических характеристик, составлены специальные подпрограммы.

## Метод мгновенных режимов

Система уравнений мгновенного режима для каждого расчетного участка имеет в конечных разностях следующий вид:

уравнение динамического равновесия

$$z'_k - z''_k = \frac{Q_{ср.к} |Q_{ср.к}|}{K_{ср.к}^2 / \Delta x}, \quad (78)$$

уравнение неразрывности

$$Q_{ср.к} + \frac{W_k}{\Delta t} = Q'_k + \frac{Q'_H - Q''_H}{2} + \frac{W_H}{\Delta t} + Q_{пр}, \quad (79)$$

где, очевидно,

$$Q_{ср.к} = \frac{Q'_k + Q''_k}{2},$$

$Q_{пр} = q \Delta x$  — боковая приточность на участке длиной  $\Delta x$ ,  $q$  — известная приточность на единицу длины  $\left[ \frac{\text{м}^3 \cdot \text{сек}}{\text{м}} \right]$ .

Уравнение (79) представляет собой переписанное в другом виде уравнение баланса воды (24) с добавлением слагаемого  $Q_{пр}$ . В уравнении (78) отброшены инерционные члены (при машинном счете возможен приближенный учет этих членов).

Средний модуль расхода на участке  $K_{ср}$  и объем воды  $W$  определяются для отметки  $z = z_{ср} = \frac{z'_k + z''_k}{2}$ . Кривые  $W = f(z_{ср})$  и

$K / \Delta x = f(z_{ср})$  должны быть построены заранее для каждого расчетного участка по условиям установившегося режима [см. п. 2. II, допущения (II)].

Расчет ведется последовательно по интервалам времени  $\Delta t$  и состоит в совместном рассмотрении мгновенных режимов потока  $Q = f(x)$  и  $z = f_2(x)$  на начало и конец каждого расчетного интервала времени от  $t_H$  до  $t_K = t_H + \Delta t$ . Незвестными для каждого расчетного участка являются 4 величины  $Q'_k, Q''_k, z'_k, z''_k$ , уравнений же всего два — (78) и (79). Система уравнений для всех участков (для данного интервала времени) является, тем не менее, замкнутой, так как, во-первых, неизвестные для данного участка являются попарно и неизвестными для соседних участков ( $z''_k$  и  $Q''_k$  для вышележащего участка являются  $z'_k$  и  $Q'_k$  для нижележащего),

во-вторых, два дополнительных уравнения даются граничными условиями для каждого бьефа. Ввиду незамкнутости системы для отдельного участка нельзя полностью решить уравнение для одного участка, затем для следующего и т.д. Приходится определять некоторые соотношения между неизвестными (кривые возможных режимов) для первого участка [используя граничное условие в нем, которое дает вместе с уравнениями (78) и (79) 3 уравнения с 4 неизвестными], затем для второго участка и т.д. Лишь дойдя до последнего участка, можно использовать второе граничное условие и полностью определить неизвестные. Затем неизвестные определяются для предпоследнего участка и т.д.

Рассмотрим отдельно специфику ручного и машинного счета.

#### А. Ручной счет

Для каждого расчетного участка строятся две номограммы с общей осью, предложенные Я.Д. Гильденблатом [12]:

$$Q_{cp} = f(z', z'') \text{ и } Q_{cp} + W/\Delta t = f(z', z'') .$$

Каждая номограмма представляет собой семейство изолиний, отвечающих определенным значениям  $z'$ , для соответствующей функции от  $z''$  (см. рис. 19).

Номограммы представляют собой совокупность всех возможных решений системы уравнений (78) и (79) на данном участке. Поэтому серия номограмм, построенных для всех участков, может применяться к расчету неустановившегося медленно изменяющегося движения при любых граничных и начальных условиях [если только можно применять основные допущения метода (II) и отбрасывать инерционные члены]. Номограммы (80) строятся следующим образом:

для каждого значения  $z'$  (одна пара изолиний) задается ряд значений  $z_{cp}$ , для каждого из которых с графиков  $W = f(z_{cp})$  и  $K/\Delta x = f(z_{cp})$  снимаются значения  $W$  и  $K/\Delta x$  и вычисляются

$$\Delta z = z' - z'' = 2(z' - z_{cp}), \quad z'' = z' - \Delta z = 2z_{cp} - z', \quad Q_{cp} = \frac{K}{\Delta x} \sqrt{\Delta z},$$

затем определяется  $Q_{cp} + W/\Delta t$ . Это позволяет нанести по одной точке для каждой из двух изолиний для данного значения  $z'$ . Другие значения  $z_{cp}$  дают другие точки этих же изолиний. Приняв другие значения  $z'$ , можно построить другие изолинии. Построение номограмм позволяет исключить ранее применявшийся подбор искомых величин на расчетном участке с целью удовлетворения уравнений (78) и (79).

Рассмотрим порядок расчетов для наиболее типичного случая, когда граничное условие в створе ГЭС задано в виде  $Q = f(t)$ , а

другое граничное условие -  $Q = \varphi(z)$ . Все параметры режима в момент  $t_H$  ( $Q_H, Q_H'', W_H$ ) вдоль всего расчетного протечения реки считаем известными - либо из начальных условий, либо в результате расчета для предыдущего интервала времени.

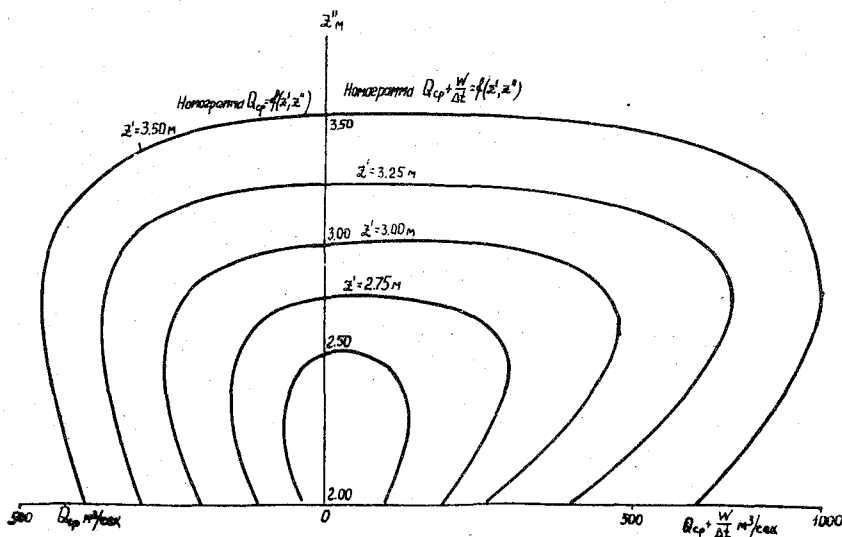


Рис. 19. Номограммы для расчетов по методу мгновенных режимов.

Для первого участка определяем значение  $Q_K'$  по граничному условию в створе ГЭС, что позволяет вычислить правую часть уравнения (79) и определить  $Q_{ср.К} + \frac{W}{\Delta t}$ . Зная эту величину и задавая различные значения  $z_K'$ , можно по правой номограмме (рис. 19) определить  $z_K''$ , а затем по левой номограмме (по паре соответствующих значений  $z_K'$ ,  $z_K''$ ) - величину  $Q_{ср.К}$ , которая позволяет вычислить

$$Q_K'' = 2 Q_{ср.К} - Q_K'$$

Это дает возможность построить кривые возможных режимов

$Q_K'' = f(z_K')$  и кривые  $Q_K'' = f(z_K'')$ , изображающие геометрические места точек, удовлетворяющих обоим уравнениям (78) и (79).

Построение кривых (8I), предложенное В.А. Архангельским [3], позволило избежать применявшегося до этого многократного (путем последовательных приближений) расчета "гидравлической цепочки" вниз от участка к участку, с целью удовлетворения граничному условию на последнем участке.

Кривая  $Q_K'' = f(z_K'')$  для первого участка является зависимостью  $Q_K' = f(z_K')$  для второго участка. Поэтому, задавая для этого участка ряд значений  $z_K'$ , можно для каждого из них снять с этой кривой  $Q_K'$  и, решая уравнение (II), определить значения  $z_K''$  и  $Q_K''$  так же, как это делалось для первого участка, и построить кривые возможных режимов (8I) и для второго участка. Аналогично строятся эти кривые и для всех последующих участков. Сочетая кривую возможных режимов  $Q_K'' = f(z_K'')$  для последнего участка с граничным условием  $Q = \varphi(z)$ , т.е. найдя точку пересечения этих кривых, определяем  $Q_K''$  и  $z_K''$  для последнего участка. Затем по кривой  $Q_K'' = f(z_K')$  для этого участка находится  $z_K'$ , т.е.  $z_K''$  для предпоследнего участка, а по кривой  $Q_K'' = f(z_K'')$  для предпоследнего участка находится для него  $Q_K''$ . Переходя таким образом от участка к участку против течения, получают значения  $Q$  и  $z$  вдоль всего бьефа для момента времени  $t_K$ . Проведя подобные построения и расчеты для ряда моментов времени, можно получить искомое решение задачи.

### Б. Машинный счет

Расчеты методом мгновенных режимов на машинах отличаются от таковых при ручном счете ввиду необходимости замены графических построений вычислительными операциями: все задаваемые и рассчитываемые зависимости между величинами представляются в машине в табличной форме.

При машинном счете удастся без особых затруднений решить полные уравнения Сен-Венана, без пренебрежения инерционными членами, что лишь незначительно увеличивает потребно машинное время.

Последовательность отдельных частей расчета остается той же, что и при ручном счете – продвижение вниз от участка к участку с определением двух зависимостей между параметрами на каждом участке, затем обратный ход с определением самих значений параметров.

Рассмотрим порядок выполнения расчетных операций [33]. В простейшем случае, когда можно пренебречь инерционными членами, для подбора решения на расчетном участке решается система урав-

нений (78) и (79) при некотором заданном значении  $z_{ср.к}$ . По этому значению аргумента определяются  $\frac{K_{ср.к}}{\Delta x}$  и  $W_k$ , затем вычисляется величина

$$M = \frac{Q'_H - Q''_H}{2} + \frac{W_H - W_K}{\Delta t} + Q_{пр}, \quad (82)$$

не изменяющаяся в процессе подбора.

Задается некоторое значение  $Q'_K = (Q'_K)_0^{заг}$  и на основании уравнения (79) вычисляется

$$Q_{ср.к} = Q'_K + M, \quad (83)$$

а по уравнению (78)

$$\Delta z = z'_K - z''_K = \frac{Q_{ср.к} / Q_{ср.к}}{(K_{ср.к} / \Delta x)^2}, \quad (84)$$

$$z'_K = z_{ср.к} + \frac{\Delta z}{2}. \quad (85)$$

С кривой  $Q'_K = f(z'_K)$  [кривая возможных режимов  $Q''_K = f(z''_K)$  для выходящего участка] снимается значение  $(Q'_K)_0^{пол}$ , соответствующее вычисленному  $z'_K$ . Можно составить разность полученного и заданного ранее значений  $Q'_K$

$$(\Delta Q'_K)_0 = (Q'_K)_0^{пол} - (Q'_K)_0^{заг}. \quad (86)$$

Задав теперь по формуле (88) (см. ниже) новое, более точное значение  $Q'_K = (Q'_K)_1^{заг}$ , можно вычислить по формулам (83)–(85) соответствующие значения  $Q_{ср.к}$ ,  $\Delta z$ ,  $z'_K$ , затем найти новое значение  $Q'_K = (Q'_K)_1^{пол}$  и т.д. Расчет продолжается до тех пор, пока заданное и полученное значения  $Q'_K$  не совпадут в пределах требуемой точности, после чего по результатам последнего приближения определяются

$$Q''_K = Q'_K + 2M, \quad z''_K = z'_K + \Delta z, \quad (87)$$

на чем и заканчивается подбор решения на участке. В результате для заданного значения  $z_{ср.к}$  получается совокупность соответствующих значений  $Q''_K$ ,  $z''_K$  и  $z'_K$ . Задавая другие значения  $z_{ср.к}$ , можно получить таблицу  $Q''_K$ ,  $z'_K$  и  $z''_K$ , т.е. выраженные в табличной форме зависимости  $Q''_K = f(z''_K)$  (кривая возможных режимов) и  $z''_K = f(z'_K)$ . Закончив подбор для участка, можно перейти к следующему, нижерасположенному участку.

Определение очередного приближения для  $Q'_K$  производится по заданному и полученному значениям для предыдущего приближения по следующей формуле:

$$(Q'_K)_{m+1}^{zag} = (Q'_K)_m^{zag} \pm \frac{|(\Delta Q'_K)_0|}{2^{m+1}}. \quad (88)$$

Знак в формуле берется таким же, как знак разности  $(Q'_K)_m^{пол} - (Q'_K)_m^{zag}$ .

Для первого участка подбора не требуется. Если, например, здесь задано граничное условие  $Q = f(t)$ , то по нему сразу находится окончательное значение  $Q'_K$ , затем определяются  $Q''_K$ ,  $Q_{ср.к}$ ,  $\Delta Z$  [по формуле (84)],  $Z'_K$  и  $Z''_K$ . Если же граничное условие задано в виде  $Z = f(t)$ , то находится  $Z'_K$ , вычисляются  $\Delta Z$  и определяются

$$Q_{ср.к} = \pm \frac{K_{ср.к}}{\sqrt{\Delta Z}} \sqrt{|\Delta Z|} \quad (89)$$

(знак расхода совпадает со знаком  $\Delta Z$ ),

$$Q'_K = Q_{ср.к} - M \quad \text{и} \quad Q''_K = 2Q_{ср.к} - Q'_K.$$

Для каждого из остальных расчетных участков в качестве начального значения  $Q'_K = (Q'_K)_0^{zag}$  можно принять, например, расход притока предыдущего участка, полученный для средней отметки уровня.

Рассмотрим теперь специфику подбора на участке с учетом инерционных членов уравнения динамического равновесия, которое теперь записывается так:

$$\Delta Z = \Delta Z_f + \Delta Z_t + \Delta Z_x = \frac{Q_{ср.к} |Q_{ср.к}|}{K_{ср.к}^2 / \Delta x} + \frac{\Delta x}{g} \left( \frac{v_{ср.к} - v_{ср.н}}{\Delta t} \right) + \frac{1}{g} (v_K'' - v_K') v_{ср.к}. \quad (90)$$

Определение члена  $\Delta Z_t$  (при возможности пренебрежения членом  $\Delta Z_K$ ) не вносит изменений в сущность подбора решения на участке; надо только для каждого приближения вычислить дополнительно

$$v_{ср.к} = \frac{Q_{ср.к}}{F_{ср.к}} = Q_{ср.к} \frac{\Delta x}{W_K}$$

и один раз рассчитать

$$v_{ср.н} = Q_{ср.н} \frac{\Delta x}{W_H}.$$

Член  $\Delta Z_x$  не изменяется в процессе подбора на участке. Для его вычисления используются начальные значения  $v_{ср.н}$ . Для первого участка процесс расчета остается таким же, как и без учета инерционных членов, но вместо формулы (84) используется формула (90). Если граничное условие задано здесь в виде  $Z = f(H)$ , то для

определения  $Q_{ср.к}$  приходится решать квадратное уравнение, получающееся после замены в уравнении (90) искомых скоростей через расходы.

Переходим к изложению подбора мгновенного режима по расчетному протяжению реки. Построив кривую возможных режимов для нижнего (замыкающего) створа последнего участка, нужно вычислить значения  $Q''_к$  и  $z''_к$ , удовлетворяющие как этой кривой, так и нижнему граничному условию. Если это условие имеет вид  $z = \varphi(t)$  или  $Q = \varphi(t)$ , то недостающая величина (соответственно  $Q''_к$  или  $z''_к$ ) определяется по кривой возможных режимов, заданной в табличной форме с помощью выборки из таблицы для граничного условия соответствующих соседних значений заданной функции времени и интерполяции между ними.

Если нижнее граничное условие задано в виде  $Q_{гp} = \varphi(z_{гp})$ , приходится отыскивать точку пересечения двух кривых, заданных в табличной форме. Для этого при произвольно выбранной отметке  $z''_к$  (удобно принять ее равной  $z''_н$ ) определяются величины  $Q_{гp} = \varphi(z)$  и  $Q''_к = f(z)$  и находится их разность. Так как зависимость  $Q_{гp} = \varphi(z)$  прямая, а  $Q''_к = f(z_к)$  — обратная (с ростом  $z$   $Q_{гp}$  растет, а  $Q''_к$  убывает), то в случае  $Q_{гp} > Q''_к$  выбранную отметку надо понизить, а при  $Q_{гp} < Q''_к$  — повысить. При изменении значений можно прийти к такой паре соседних значений, которые дадут различные знаки разности  $Q_{гp} - Q''_к$ . Линейная интерполяция между этими разностями позволит получить с достаточной точностью то значение  $z$ , при котором кривые пересекаются.

Определив  $z''_к$  для последнего участка, можно найти  $z'_к = f(z''_к)$ , далее по кривой возможных режимов для предпоследнего участка — расход в верхнем створе последнего участка и т.д. Такой обратный ход заканчивается вычислением  $z'_к$  в верхнем створе первого участка.

При расчете русло разбивается на небольшое число основных участков, которые принимаются призматическими, и для них задаются зависимости  $W$  и  $K/\Delta x$  от  $z_{ср}$ . Основные участки разбиваются на более мелкие расчетные участки, для границ которых определяются расходы и уровни. Зависимости  $W$  и  $K/\Delta x$  для расчетных участков получаются пересчетом зависимостей для основных участков с учетом другой величины  $\Delta x$ . Иначе говоря, зависимости интерполируются по двум переменным — уровню  $z$  и длине  $x$ . Разработаны также рекомендации о способе задания значений  $z_{ср.к}$ , обеспечивающем по возможности меньшие затраты машинного времени для поиска каждого мгновенного режима [33].



## Метод характеристик

Уравнения для прямой и обратной характеристики имеют вид (в конечных разностях)

$$\Delta x_w = W_{wcp} \Delta t_w, \quad \Delta x_\Omega = \Omega_\Omega \Delta t_\Omega. \quad (91)$$

Параметры, относящиеся к этим характеристикам, отмечены в уравнениях (91) и ниже соответственно индексами  $W$  и  $\Omega$ .

Сами величины  $W = v + \omega$ ,  $\Omega = v - \omega$  (92) представляют собой тангенсы угла между касательной соответственно к прямой и обратной характеристикам и ось абсцисс,  $\omega = \sqrt{g \frac{F}{B}}$  — скорость распространения фронта волны в неподвижной воде.

Если понимать под  $\varphi$  любой параметр потока ( $Q, H, z, \lambda, v, x, t, F, \omega, W, \Omega, K$ ) в рассчитываемой точке, а под  $\varphi_w$  и  $\varphi_\Omega$  — параметр в предыдущей точке соответственно по прямой и обратной характеристикам, то в формулах (91) и ниже обозначено:

$$\varphi_{wcp} = \frac{\varphi + \varphi_w}{2}, \quad \varphi_{\Omega cp} = \frac{\varphi + \varphi_\Omega}{2}, \quad \Delta \varphi_w = \varphi - \varphi_w, \quad \Delta \varphi_\Omega = \varphi - \varphi_\Omega. \quad (93)$$

Уравнения, связывающие между собой элементы потока вдоль характеристик, могут быть выражены либо в координатах  $Q, z$ , либо в координатах  $v, \lambda$  [51], где величина  $\lambda$  имеет размерность скорости и вычисляется по формуле

$$\lambda = \int_{F_0}^F \sqrt{\frac{g}{B F}} dF. \quad (94)$$

По физическому смыслу величина  $\lambda$  представляет собой скорость течения под волной с площадью живого сечения  $F$  (если начальным состоянием является покой при площади живого сечения  $F_0$ ). Также как и скорость распространения возмущения в неподвижной воде  $\omega$ , величина  $\lambda$  определяется только морфометрическими параметрами русла и уровнем воды и не связана с характером неустановившегося движения.

Уравнения в координатах  $Q, z$  более наглядны, и для русел, разбиваемых на ряд расчетных участков, дают простые условия перехода от участка к участку (равенство как расходов, так и уровней, прилегающих к границе между участками с обеих сторон). Однако уравнения в этих координатах имеют более сложный вид, и, главное, становятся малочувствительными к объемным соотношениям, выражающим собой уравнение неразрывности в конечных разностях,

что требует строгой объемной проверки в процессе расчета во избежание недопустимо больших ошибок [88]. Особенно ненадежным оказывается расчет в координатах  $Q$ ,  $z$  для длинных бьефов и при наличии пойм.

Уравнения в координатах  $Q$ ,  $z$  имеют следующий вид (при отсутствии бокового притока):

$$\left. \begin{aligned} \Delta z_w &= \frac{\Delta Q_w}{(B\Omega)_{wcp}} - \left( \frac{Q|Q|}{K_p^2 v} \right)_{wcp} \Delta x_w, \\ \Delta z_\Omega &= \frac{\Delta Q_\Omega}{(B\cdot W)_{\Omega cp}} - \left( \frac{Q|Q|}{K_p^2 v} \right)_{\Omega cp} \Delta x_\Omega, \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{K_p^2} &= \frac{1}{K^2} - (i_0 - \mu) \frac{B}{gF^3}, \\ v &= 1 - \left( \frac{v}{\omega} \right)^2, \quad \mu = \frac{1}{B} \frac{\Delta F}{\Delta x} = \mu(H, x). \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

Практически обычно  $\omega \gg v$  и  $v \approx 1$ .

Решение системы четырех уравнений (91) и (95) позволяет вычислить параметры  $t$ ,  $x$ ,  $Q$ ,  $z$  во всей области существования неустановившегося движения, т.е. построить сетку характеристик в волновой плоскости (по значениям  $x$ ,  $t$ ) и отметить в узлах этой сетки значения  $Q$  и  $z$  или, иначе говоря, получить две функции  $Q(t, x)$  и  $z(t, x)$ . Это позволяет при надобности вычислить любые другие параметры неустановившегося движения —  $F$ ,  $v$ ,  $H$  и т.д.

Координаты  $v$ ,  $\lambda$  менее наглядны и расчет переходных створов осложняется [88], но они дают значительно большую надежность решения задачи даже для длинных бьефов [88]. Поэтому в условиях применения электронных цифровых машин эти недостатки становятся не столь существенными.

Уравнения для элементов потока вдоль характеристик имеют в этих координатах вид (при отсутствии бокового притока)

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_w &= -\Delta \lambda_w + g \left( i_0 - \frac{Q|Q|}{K^2} \right)_{wcp} \Delta t_w, \\ \Delta v_\Omega &= \Delta \lambda_\Omega + g \left( i_0 - \frac{Q|Q|}{K^2} \right)_{\Omega} \Delta t_\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

Решение системы четырех уравнений (91) и (97) позволяет получить функции  $v(t, x)$  и  $\lambda(t, x)$  для всей области существования данного неустановившегося движения и рассчитать по  $v$  и  $\lambda$  другие функции -  $H$ ,  $Q$ ,  $z$  и т.д.

Непосредственное решение четырех уравнений (91) и (97) [или (91) и (95)] производится для внутренних точек сетки характеристик, расположенных на пересечении отрезков прямой и обратной характеристик, выходящих из соседних точек (рис. 20). Для точек, расположенных на границах рассматриваемого бьефа, решается система, включающая два из этих уравнений (только для одной из характеристик), уравнение границы на волновой плоскости  $x = \text{const}$  и граничное условие на этой границе. В переходных створах, на границе двух участков русла, принимаемых в расчете за призматические, граничные условия заменяются условиями перехода от участка к участку (равенство уровней и расходов по обеим сторонам границы).

После подготовки исходных материалов расчет медленно изменяющегося неустановившегося движения воды начинается с вычисления искомых величин в точках нулевой (для нижнего бьефа - прямой, для верхнего бьефа - обратной) характеристики, представляющей в волновой плоскости кривую движения фронта волны, нарушающей первоначальный режим (см. рис. 21). Если начальный режим потока - установившееся движение, то на нулевой характеристике задается одна из величин  $\Delta t$  или  $\Delta x$ , а другая определяется при расчете (расчет нулевой характеристики заменяет, по существу, задание начальных условий). Далее производится расчет первой (опять-таки, для нижнего бьефа - прямой, для верхнего - обратной) характеристики от точки к точке, начиная от точки, соответствующей входному створу, и кончая точкой, отвечающей другой границе бьефа. Затем производится расчет второй характеристики и т.д.

Для всех узлов сетки характеристик (рис. 22), кроме точек нулевой характеристики, расчет приходится выполнять в несколько приближений. В нулевом приближении все средние величины вдоль отрезков прямой и обратной характеристик задаются по их значениям в исходных точках, т.е. принимается

$$\varphi_{wcp} \approx \varphi_w, \quad \varphi_{\Omega cp} \approx \varphi_{\Omega} \quad (98)$$

После получения искомых величин рассчитываются  $\varphi_{wcp}$  и  $\varphi_{\Omega cp}$  по формулам (97) и производится переход к первому приближению и т.д. Расчет считается законченным тогда, когда результаты расчета искомых величин ( $z$  и  $Q$  или  $v$  и  $\lambda$ ) в данном приближении совпадают с результатами в предыдущем приближении с заданной сме-

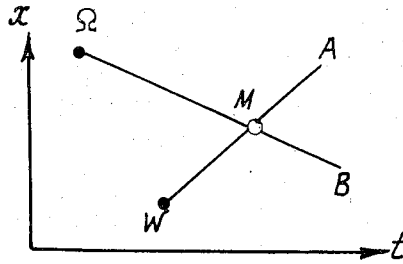


Рис. 20. Метод характеристик. Определение точки пересечения двух характеристик.

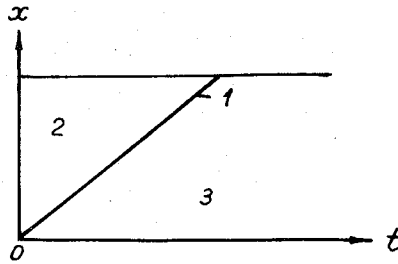


Рис. 21. Метод характеристик. Области установившегося и неустановившегося движения в волновой плоскости. 1 - нулевая характеристика, 2 - область установившегося движения, 3 - область неустановившегося движения.

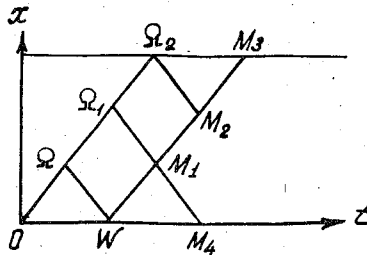


Рис. 22. Метод характеристик. Сетка характеристик в волновой плоскости.

пенью точности. В большинстве случаев расчета практически оказывается достаточным вычислить 2-3 приближения.

Рассмотрим порядок расчетов методом характеристик на примере решения в переменных  $\psi$  и  $\lambda$  задачи о неустановившемся движении воды в нижнем бьефе при граничных условиях  $Q = f(t)$  в створе ГЭС и  $Q = f(H)$  — в противоположном конце бьефа [19].

После разбивки русла на призматические участки расчет начинается с определения морфометрических параметров сечения для каждого участка.

Зная ширину русла в функции от глубины, заданную аналитически  $B = f(H)$  или графически — в виде таблицы значений  $H_k$  и  $B_k$ , можно рассчитать площадь живого сечения  $F$  в функции от глубины,  $R = \frac{F}{\chi}$  ( $\chi$  — смоченный периметр),

$$C = \frac{1}{\pi} R^{1/6}, \quad K = C F \sqrt{R}, \quad \omega = \sqrt{\frac{g F}{B}}, \quad (99)$$

$$\lambda = \int_{H_{min}}^H \sqrt{\frac{g B}{F}} dH = g \int_{H_{min}}^H \frac{dH}{\omega}.$$

Для естественных русел величина  $\lambda$  практически вычисляется по приближенному уравнению

$$\lambda = \sqrt{g} \sum_{H_0}^H \sqrt{\left(\frac{B}{F}\right)_{cp}} \Delta H. \quad (100)$$

Таким образом получаются таблицы значений  $F$ ,  $K$ ,  $\omega$ ,  $\lambda$  для различных значений  $H$ , позволяющие определять (с помощью интерполяции) значения любой из этих величин, если задана другая величина, например  $H$  или  $\lambda$ .

Далее рассчитывается нулевая характеристика — точки  $(0,0)$ ,  $(0,1)$  . . .  $(0,m)$ , где  $m$  — число частей, на которые разделена нулевая характеристика, и, следовательно, каждая из прямых характеристик (см. рис. 23, где  $m = 10$ ).

Если, как это обычно бывает, начальное движение — установившееся с расходом  $Q_0$ , то для нулевой характеристики выбирается постоянный интервал  $\Delta x$  и определяется  $H_0(x)$  — по заданному или вычисленному профилю свободной поверхности воды.

---

1) Если имеются надежные кривые расходов, то можно определять по ним  $K = \frac{Q}{\sqrt{h}} = f(H)$ . Тогда не нужно вычислять величины  $R$  и  $C$ .

Затем по  $H_0$  вычисляются величины  $F, \omega, \lambda, K$ .

$$v = \frac{Q_2}{F}, \quad W = v + \omega, \quad \lambda = v + \omega$$

и для каждой пары соседних точек вычисляются сразу

$$\Omega_{\Omega_{cp}}, \Delta x_{\Omega}, \Delta t_{\Omega} = \frac{\Delta x_{\Omega}}{\Omega_{\Omega_{cp}}}, \quad t = t_{\Omega} + \Delta t_{\Omega}$$

$$W_{W_{cp}}, \Delta x_W, \Delta t_W = \frac{\Delta x_W}{W_{W_{cp}}}, \quad t = t_W + \Delta t_W \text{ (для контроля)}$$

Можно вместо значений  $\Delta x$  задать постоянное значение  $\Delta t$ ; тогда придется определять  $\Delta t_{\Omega}$ ,  $\Delta x_{\Omega} = \Delta t_{\Omega} \Omega_{\Omega_{cp}}$  и т.д. Если начальный режим — неустановившийся, то  $Q_0 \neq \text{const}$  и должно быть задано начальное распределение расходов по длине  $Q_0 = f(x)$  и профиль свободной поверхности воды. Расчет производится так же, как и для установившегося режима.

Остальные стадии расчета ведутся последовательными приближениями. Расчет ведется вдоль каждой прямой характеристики, т.е. рассчитываются точки в следующем порядке (см. рис. 23): (1,0), (1,1) . . . . . (1,m), (2,0), (2,1) . . . . . (2,m), (3,0) . . . . .

Расчет точки в створе ГЭС (1,0) производится по элементам режима в точке (0,1) и с использованием граничного условия в створе ГЭС. Сначала определяется  $\Delta x_{\Omega} = x_0 - x_{\Omega}$  — величина, не изменяющаяся при переходе от одного приближения к другому. Далее определяется  $\Delta t_{\Omega} = \frac{\Delta x_{\Omega}}{\Omega_{\Omega_{cp}}}$ ,  $t = t_{\Omega} + \Delta t_{\Omega}$ ,  $Q = f(H)$  — по граничному условию,

$$v = \frac{Q}{F_{\Omega_{cp}}}, \quad \Delta v_{\Omega} = v - v_{\Omega}$$

$\Delta \lambda_{\Omega}$  — по нижней из формул (97) (в которой полагается  $K = K_{\Omega_{cp}}$ )

$$\lambda = \lambda_{\Omega} + \Delta \lambda_{\Omega}, \quad (101)$$

где для первого приближения принимается

$$\Omega_{\Omega_{cp}} \approx \Omega_{\Omega}, \quad F_{\Omega_{cp}} = F_{\Omega}, \quad K_{\Omega_{cp}} \approx K_{\Omega}$$

Таким образом, величины  $v$  и  $\lambda$  определяются в первом приближении по параметрам режима в предыдущей точке по обратной характеристике.

Для второго приближения из морфометрических таблиц по полученному значению  $\lambda$  определяются величины  $\omega$ ,  $F$  и  $K$ .

Далее рассчитываются  $\Omega = v - \omega$ ,  $\Omega_{\Omega \text{ ср}}$ ,  $F_{\Omega \text{ ср}}$ ,  $K_{\Omega \text{ ср}}$  и повторяются все расчеты по формулам (101). Полученные значения  $v$  и

$\lambda$  сравниваются с таковыми для первого приближения. Если отклонение оказывается больше допустимого, расчет повторяется в следующем приближении и т.д. Для ручного счета аналитические расчеты параметров режима точки в створе ГЭ могут быть частично заменены графическими построениями [51, 12].

Следующий этап — расчет внутренней точки сетки характеристик (1,1). Он производится по элементам в предыдущих точках по прямой и обратной характеристикам (1,0) и (0,2).

Сначала определяются величины, не изменяющиеся при переходе от приближения к приближению

$$x_{\Omega} - x_w, \quad t_w - t_{\Omega}, \quad A = v_w - v_{\Omega} + \lambda_w - \lambda_{\Omega},$$

затем вычисляются

$$\Delta t_w = \frac{(x_{\Omega} - x_w) + (t_w - t_{\Omega}) \Omega_{\Omega \text{ ср}}}{W_{w \text{ ср}} - \Omega_{\Omega \text{ ср}}}; \quad t = t_w + \Delta t_w; \quad \Delta t_{\Omega} = t - t_{\Omega};$$

$$\Delta \lambda_{\Omega} = \frac{1}{2} \left[ A + g \left( i_0 - \frac{Q |Q|}{K^2} \right)_{w \text{ ср}} \Delta t - g \left( i_0 - \frac{Q |Q|}{K^2} \right)_{\Omega \text{ ср}} \Delta t_{\Omega} \right]; \quad (102)$$

$$\Delta v_{\Omega} = g \left( i_0 - \frac{Q |Q|}{K^2} \right)_{\Omega \text{ ср}} \Delta t_{\Omega} + \Delta \lambda_{\Omega};$$

$$\lambda = \lambda_{\Omega} + \Delta \lambda_{\Omega}, \quad v = v_{\Omega} + \Delta v_{\Omega},$$

где в первом приближении вместо средних величин вдоль отрезков характеристик (индексы  $w_{\text{ср}}$  и  $\Omega_{\text{ср}}$ ) используются величины в предыдущих точках (индексы соответственно  $w$  и  $\Omega$ ). Далее определяются величины  $\omega$ ,  $F$  и  $K$  — по  $\lambda$  (из морфометрических таблиц),

$$Q = vF, \quad W = v + \omega, \quad \Omega = v - \omega$$

и вычисляются величины

$$Q_{w \text{ ср}}, \quad Q_{\Omega \text{ ср}}, \quad K_{w \text{ ср}}, \quad K_{\Omega \text{ ср}}, \quad W_{w \text{ ср}}, \quad \Omega_{\Omega \text{ ср}}.$$

что позволяет повторить расчет в следующем приближении по формулам (102), затем сравнить полученные значения  $v$  и  $\lambda$  с вычисленными в предыдущем приближении и т.д. После достаточно хорошего

совпадения значений  $v$  и  $\lambda$  с предыдущими по ним определяются величины  $F$ ,  $\omega$ ,  $H$ ,  $K$ ,  $W$ ,  $\Omega$ ,  $Q$ , а затем

$$\Delta x_{\Omega} = \Omega_{\text{ср}} \Delta t_{\Omega} \quad \text{и} \quad x = x_{\Omega} + \Delta x_{\Omega}.$$

Расчет следующих внутренних точек сетки характеристик производится аналогично. Для точки (1,2) соседними будут точки (1,1) и (0,3), для точки (1,3) — точки (1,2) и (0,3) и т.д. Иным будет лишь алгоритм расчета в последней точке характеристики  $\angle (1,10)$  — на рис. 23 ], где используются расчетные данные для предыдущей точки сетки характеристик и граничное условие  $Q = f(H)$  [19].

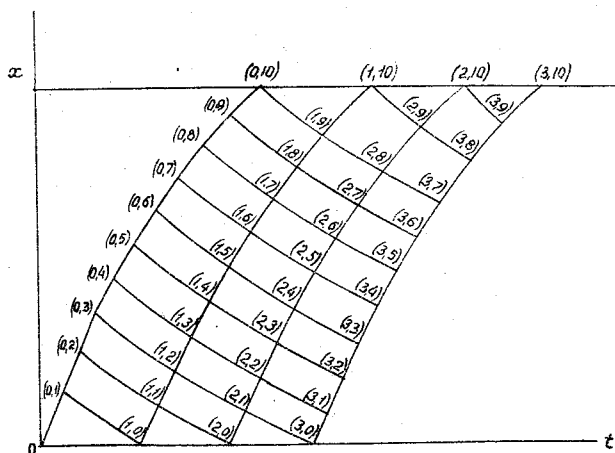


Рис. 23. Метод характеристик. Порядок построения сетки характеристик.

Сначала определяется величина  $\Delta x_w = x - x_w$ , не изменяющаяся при переходе от одного приближения к другому. Далее в первом приближении принимается  $Q \approx Q_w$  и определяется  $H$  — по  $Q$  (по граничному условию),  $\omega$ ,  $K$ ,  $F$ ,  $\lambda$  — по  $H$  с помощью морфометрических таблиц, затем вычисляется

$$v = \frac{Q}{F}.$$

Для второго приближения вычисляются  $W = v + \omega$ ,  $W_{wcp}$ ,

$$\Delta t_w = \frac{\Delta x_w}{W_{wcp}}, \quad K_{wcp}, \quad \Delta v_w, \quad (103)$$



затем

$$\Delta \lambda_w = g \left( i_0 - \frac{Q |Q|}{K^2} \right)_{wcp} \Delta t_w - \Delta v_w, \quad \lambda = \lambda_w + \Delta \lambda_w,$$

$\omega$ ,  $\mathcal{F}$ ,  $K$ ,  $H$  - по  $\lambda$  (по морфометрическим таблицам),  $Q$  - по  $H$  (по граничному условию),  $v = \frac{Q}{\mathcal{F}}$ .

Полученные значения  $v$  и  $\lambda$  сравниваются с таковыми для первого приближения и при отсутствии достаточно близкого совпадения снова выполняется расчет величин (103) и т.д. После совпадения величин  $v$  и  $\lambda$  вычисляются

$$t = t_w + \Delta t_w, \quad \Omega = v - \omega.$$

На этом заканчивается расчет как точки в крайнем створе, так и первой характеристики в целом.

Расчет второй и всех последующих прямых характеристик не отличается от расчета первой характеристики.

Изложенная выше последовательность расчетных операций непосредственно относится к простейшему случаю, когда можно все расчетное протяжение русла схематизировать как призматическое. В общем случае, когда русло разбивается на ряд призматических участков, алгоритм несколько усложняется. Для ручного счета он изложен в работе [88] - при использовании координат  $v$  и  $\lambda$ , в работе [51] - для расчета в координатах  $z$  и  $Q$ .

## М е т о д Ц и П

Длина характерного участка определяется по формуле

$$L = 2\ell = \frac{Q_y}{i_y} \frac{dz_y}{dQ_y} \quad (104)$$

через параметры установившегося режима [35]. Вычисленная по формуле (104) длина характерного участка оказывается существенно зависящей от расхода: величина  $L$  при максимальных расходах превышает таковую при минимальных расходах (иногда в 2-3 раза). Авторы рекомендуют принимать среднюю из полученных величин, указывая, что даже изменение ее в два раза несущественно влияет на результаты расчета. Обычно в расчетах используется та длина, которая удобна по практическим соображениям (наличие наблюдений в замыкающем створе характерного участка и т.д.).

Зависимость расхода от объема воды на участке  $Q'' = f(W)$  часто принимается линейной:  $W = \tau Q''$ , где коэффициент пропорциональности  $\tau$  — время добегания на характерном участке. В общем же случае

$$\tau = \frac{dW}{dQ} \approx \frac{\Delta W}{\Delta Q}.$$

Рассмотрим расчетные формулы при  $\tau = \text{const}$ . Подставляя  $Q'' = \frac{W}{\tau}$  в уравнение водного баланса характерного участка в дифференциальной форме

$$dW = (Q' - Q'') dt,$$

получим

$$\frac{dW}{dt} + \frac{W}{\tau} = Q'. \quad (105)$$

Решение уравнения (105) имеет вид

$$W_t = e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t Q'(t) e^{\frac{t}{\tau}} dt + W_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (106)$$

или

$$Q''_t = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t Q'(t) e^{\frac{t}{\tau}} dt + Q'_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (107)$$

Первые слагаемые правых частей формул (106) и (107) есть функции притока  $Q' = f(t)$ , а вторые — представляют собой закон истощения начальных запасов воды при отсутствии притока ( $Q' = 0$ ). Обычно приток является сложной функцией времени и задается в виде графика или таблицы. Тогда интегрирование надо заменить

суммированием по достаточно коротким интервалам времени  $\Delta t$ . Если приток не изменяется во времени ( $Q' = \text{const}$ ) в течение  $\Delta t$ , то из формулы (107) можно получить

$$Q_K'' = Q_H'' + (Q' - Q_H'') K_1, \quad (108)$$

где

$$K_1 = 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} = f\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right). \quad (109)$$

При линейном изменении притока в течение расчетного интервала времени  $\Delta t$

$$Q_K' = Q_H' + \frac{\Delta Q'}{\Delta t} t$$

расчетная формула принимает вид

$$\Delta Q'' = Q_K'' - Q_H'' = (Q_H' - Q_H'') K_1 + \Delta Q' K_2, \quad (110)$$

где

$$K_2 = 1 - \frac{\tau}{\Delta t} K_1 = 1 - \frac{\tau}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right) = f\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right). \quad (111)$$

Таблица значений  $K_1$  и  $K_2$  в функции от  $\frac{\Delta t}{\tau}$  приводится ниже. Более подробная таблица дана в работе [35].

Выбор расчетного интервала времени  $\Delta t$  производится в зависимости от характера колебаний притока воды на участке. Кроме того, желательно выдержать условие

$$\Delta t \leq \tau.$$

некоторые соображения о выборе величины  $\tau$  или, при заданном значении  $\Delta t$ , величины  $K_1$  приводятся выше (см. п. 3 гл. III).

Если кривая объемов  $W = f(Q)$  нелинейна ( $\tau \neq \text{const}$ ), можно аппроксимировать ее ломаной, т.е. разбить всю амплитуду изменения расходов на диапазоны, в пределах каждого из которых принимать  $\tau = \text{const}$ . При этом расчет производится отдельно для каждого диапазона изменения  $Q''$ . Можно также производить расчет путем подбора, т.е. находить таким образом значение  $Q_K''$ , чтобы величина  $W_K$ , определенная по кривой  $W = f(Q)$  и по уравнению баланса (II), была одной и той же (в пределах заданной точности расчета).

Примеры расчета по методу ЦИП и характерные приемы расчета и подготовки исходных данных как для ручного счета, так и при использовании моделирующей установки ПР-27 излагаются в соответствующих Методических указаниях ЦИП [ 52 ].

Значения коэффициентов  $K_1$  и  $K_2$

| $\frac{\Delta t}{\tau}$ | $K_1$     | $K_2$  | $\frac{\Delta t}{\tau}$ | $K_1$  | $K_2$ |
|-------------------------|-----------|--------|-------------------------|--------|-------|
| 0,000                   | 0,0000000 | 0,0000 | 0,68                    | 0,4934 | 0,274 |
| 0,001                   | 0,0009995 | 0,0005 | 0,76                    | 0,5323 | 0,300 |
| 0,005                   | 0,004988  | 0,0025 | 0,84                    | 0,5683 | 0,323 |
| 0,010                   | 0,009950  | 0,0050 | 0,92                    | 0,6015 | 0,346 |
| 0,020                   | 0,019801  | 0,0100 | 1,00                    | 0,6321 | 0,368 |
| 0,040                   | 0,039211  | 0,0197 | 1,10                    | 0,6671 | 0,394 |
| 0,060                   | 0,058235  | 0,0294 | 1,20                    | 0,6988 | 0,418 |
| 0,080                   | 0,076884  | 0,0390 | 1,40                    | 0,7534 | 0,462 |
| 0,120                   | 0,1131    | 0,0577 | 1,60                    | 0,7981 | 0,501 |
| 0,160                   | 0,1478    | 0,076  | 1,80                    | 0,8347 | 0,536 |
| 0,200                   | 0,1813    | 0,094  | 2,00                    | 0,8647 | 0,568 |
| 0,24                    | 0,2134    | 0,111  | 2,30                    | 0,8997 | 0,609 |
| 0,28                    | 0,2442    | 0,128  | 2,60                    | 0,9257 | 0,644 |
| 0,32                    | 0,2738    | 0,144  | 3,00                    | 0,9502 | 0,683 |
| 0,36                    | 0,3023    | 0,160  | 3,40                    | 0,9666 | 0,716 |
| 0,40                    | 0,3297    | 0,176  | 3,80                    | 0,9776 | 0,743 |
| 0,44                    | 0,3560    | 0,191  | 4,20                    | 0,9850 | 0,765 |
| 0,50                    | 0,3935    | 0,213  | 4,60                    | 0,9899 | 0,785 |
| 0,56                    | 0,4288    | 0,234  | 5,00                    | 0,9933 | 0,801 |
| 0,62                    | 0,4621    | 0,255  |                         |        |       |

## Таблицы для выбора характеристик реки

Таблица I

Коэффициенты шероховатости  $n$  русел рек  
(по М.Ф. Срибному)

| # ка-<br>тего-<br>рии | Характеристика русла                                                                                                                                                                       | $n$   |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1                     | Естественные русла в весьма благоприятных условиях (чистое, прямое, незасоренное, земляное со свободным течением русло)                                                                    | 0,025 |
| 2                     | Русла постоянных водотоков равнинного типа (преимущественно больших и средних рек), в благоприятных условиях состояния ложа и течения воды . . . . .                                       | 0,033 |
| 3                     | Сравнительно чистые русла постоянных равнинных водотоков в обычных условиях, извилистые с некоторыми неправильностями в рельефе дна (отмели, промоины, местами камни) . . . . .            | 0,040 |
| 4                     | Русла (больших и средних рек) значительно засоренные, извилистые и частично заросшие, каменистые, с беспокойным течением                                                                   | 0,050 |
| 5                     | Русла периодических водотоков, сильно засоренные и извилистые. Галечно-валунные русла горного типа с неправильной поверхностью водного зеркала. Порожистые участки равнинных рек . . . . . | 0,067 |

Таблица 2

Коэффициенты шероховатости  $n$  и обратные им величины для поймы

| Характеристика поймы       | Морфологические признаки                                                                                               | Глубина воды, м      |                      |                      |                      |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|                            |                                                                                                                        | 0,5                  | 1                    | 3                    | 5                    |
| Незарастающая ровная пойма | Пойма, покрытая луговой растительностью, без проток и староречий, совершенно ровная                                    | 0,040-0,067<br>25-15 | 0,034-0,059<br>29-17 | 0,029-0,045<br>34-22 | 0,028-0,042<br>35-24 |
| Пойма, заросшая до 25%     | Пойма с небольшим количеством староречий, частично заросшая кустарником, полностью затопляемая при высокой воде        | 0,067-0,111<br>15-9  | 0,059-0,091<br>17-11 | 0,045-0,071<br>22-14 | 0,042-0,067<br>24-16 |
| Пойма, заросшая до 50%     | То же, но изрезанная староречьями, или пойма, заросшая кустарником и лесом с незатопляемыми при высокой воде вершинами | 0,111-0,200<br>9-5   | 0,091-0,143<br>11-7  | 0,071-0,111<br>14-9  | 0,067-0,100<br>16-10 |
| Пойма, заросшая на 75%     | Пойма, сильно заросшая густым кустарником с лесом                                                                      | 0,200-0,0250<br>5-4  | 0,143-0,200<br>7-5   | 0,111-0,167<br>9-6   | 0,100-0,143<br>10-7  |
| Пойма, заросшая на 100%    | Пойма, сплошь заросшая трудно проходимым кустарником и лесом с завалами тавяного типа                                  | 0,250-0,333<br>4-3   | 0,200-0,333<br>5-3   | 0,167-0,200<br>6-5   | 0,143-0,200<br>7-5   |

- Примечания: 1. Над чертой приводятся значения  $n$ , под чертой - соответствующие значения  $\frac{1}{n}$ .
2. Величины коэффициентов шероховатости принимаются: первые - для более благоприятных условий и больших глубин, вторые - для менее благоприятных условий и меньших глубин.
3. При выборе коэффициента шероховатости необходимо учитывать условия протекания воды как выше, так и ниже створа; открытая пойма, поросшая высокой травой или покрытая маревыми кочками, незатопляемыми в высокую воду, оценивается как заросшая незатопляемым кустарником.

Таблица 3

Значения коэффициентов  $a$  в формуле  $W = \frac{Q^{0,75} K L (m)}{a \cdot i^{0,375} \cdot 10^3}$

| Размер поймы  | Отношение ширины при разливе к ширине в межень | Отношение ширины к максимальной глубине (при разливе) | Значения коэффициента $a$     |           |               |
|---------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------|-----------|---------------|
|               |                                                |                                                       | условия пропуска расхода воды |           |               |
|               |                                                |                                                       | неблагоприятные               | средние   | благоприятные |
| очень большая | 55-45                                          | 900-650                                               | 0,04-0,05                     | 0,06-0,08 | 0,09-0,11     |
|               | 45-35                                          | 650-450                                               | 0,05-0,06                     | 0,08-0,10 | 0,11-0,14     |
| большая       | 35-25                                          | 450-300                                               | 0,06-0,07                     | 0,10-0,13 | 0,14-0,18     |
|               | 25-15                                          | 300-200                                               | 0,07-0,10                     | 0,13-0,16 | 0,18-0,22     |
| средняя       | 15-10                                          | 200-100                                               | 0,10-0,13                     | 0,16-0,20 | 0,22-0,26     |
|               | 10-5                                           | 100-50                                                | 0,13-0,18                     | 0,20-0,25 | 0,26-0,32     |
| маленькая     | 5-3                                            | 50-30                                                 | 0,18-0,24                     | 0,25-0,32 | 0,33-0,42     |
|               | 3-1,5                                          | 30-20                                                 | 0,24-0,31                     | 0,32-0,41 | 0,42-0,52     |
| отсутствует   | 1,5-1,2                                        | 20-8                                                  | 0,32-0,35                     | 0,41-0,44 | 0,52-0,55     |
|               | 1,2-1,0                                        | 8-5                                                   | 0,35-0,40                     | 0,44-0,47 | 0,55-0,58     |

Классификация условий пропуска расхода воды

| условия пропуска расхода воды | Характеристика реки                                                                                   |                                                    |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
|                               | растительность                                                                                        | тип руслового процесса                             |
| благоприятные                 | Пойма и берега преимущественно покрыты кустарником и лесом; в русле встречается водная растительность | Немеандрирующие реки                               |
| средние                       | Пойма и берега в отдельных местах покрыты кустарником и лесом; в русле нет водной растительности      | Ограниченное и свободное меандрирование            |
| неблагоприятные               | Пойма открытая; в русле нет водной растительности                                                     | Незавершенное меандрирование и разветвленное русло |

|                                                                                                                                                                                 | Стр. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Предисловие . . . . .                                                                                                                                                           | 3    |
| Основные обозначения . . . . .                                                                                                                                                  | 4    |
| Введение . . . . .                                                                                                                                                              | 5    |
| <b>Г л а в а I. Неустойчивое движение воды в реках — общие положения, описание явлений</b>                                                                                      |      |
| 1. Виды движения воды в открытых потоках . . . . .                                                                                                                              | 9    |
| 2. Типы волн при неустойчивом движении воды в открытых потоках . . . . .                                                                                                        | 11   |
| 3. Характеристика попусков, паводков и половодий . . . . .                                                                                                                      | 15   |
| 4. Трансформация волн. Скорость и время добегаания волны . . . . .                                                                                                              | 18   |
| 5. Влияние поймы на неустойчивое движение воды . . . . .                                                                                                                        | 23   |
| 6. Влияние зимних условий на неустойчивое движение воды . . . . .                                                                                                               | 31   |
| <b>Г л а в а II. Основные методы расчета неустойчивого движения воды в открытых руслах. Использование натурных и лабораторных исследований. Применение вычислительных машин</b> |      |
| 1. Дифференциальные уравнения неустойчивого движения воды в открытых руслах . . . . .                                                                                           | 33   |
| 2. Общие сведения о строгих и упрощенных методах расчета неустойчивого движения воды в открытых руслах . . . . .                                                                | 36   |
| 3. Строгие методы . . . . .                                                                                                                                                     | 38   |
| А. Метод сеток (явные и неявные схемы) . . . . .                                                                                                                                | 40   |
| Б. Метод мгновенных режимов . . . . .                                                                                                                                           | 41   |
| В. Метод характеристик . . . . .                                                                                                                                                | 42   |
| Г. Вариационный метод расчета периодического неустойчивого движения воды . . . . .                                                                                              | 43   |
| Д. Метод волн малой амплитуды . . . . .                                                                                                                                         | 45   |
| Е. Метод прямых . . . . .                                                                                                                                                       | 46   |
| Ж. Метод превращения . . . . .                                                                                                                                                  | 48   |
| 4. Упрощенные методы расчета неустойчивого движения воды . . . . .                                                                                                              | 51   |
| А. Метод ЦИП . . . . .                                                                                                                                                          | 52   |
| Б. Предположение укрыва . . . . .                                                                                                                                               | 54   |
| В. Метод Масингана . . . . .                                                                                                                                                    | 55   |
| Г. Метод, основанный на интеграле Дамеля (метод кривых добегаания) . . . . .                                                                                                    | 58   |
| Д. Методы соответственных уровней и расходов воды . . . . .                                                                                                                     | 62   |
| 5. Постановка натурных исследований для расчетов распространения волн попусков . . . . .                                                                                        | 62   |
| 6. Постановка лабораторных исследований для расчетов неустойчивого движения воды . . . . .                                                                                      | 63   |
| 7. Использование современных вычислительных машин для расчетов неустойчивого движения воды в открытых потоках . . . . .                                                         | 64   |
| <b>Г л а в а III. Исходные данные для расчетов</b>                                                                                                                              |      |
| 1. Разбивка реки на расчетные участки. Выбор расчетных интервалов времени и шагов по длине . . . . .                                                                            | 67   |
| 2. Морфометрические характеристики русла . . . . .                                                                                                                              | 70   |
| 3. Гидравлические сопротивления русла. Кривые объемов . . . . .                                                                                                                 | 71   |
| 4. Начальные и граничные условия . . . . .                                                                                                                                      | 78   |
| 5. Расчет входного гидрографа по заданному графику мощности ГЭС . . . . .                                                                                                       | 80   |
| 6. Подбор расчетных параметров . . . . .                                                                                                                                        | 82   |
| <b>Г л а в а IV. Рекомендации по расчету неустойчивого движения воды в реках</b>                                                                                                |      |
| 1. Постановка различных задач . . . . .                                                                                                                                         | 86   |
| 2. Предисловие к выбору метода расчета . . . . .                                                                                                                                | 86   |
| 3. Выбор метода расчета . . . . .                                                                                                                                               | 90   |
| 4. Рекомендации по решению отдельных задач . . . . .                                                                                                                            | 92   |
| 5. Учет влияния поймы . . . . .                                                                                                                                                 | 92   |
| 6. Учет влияния ледяного покрова . . . . .                                                                                                                                      | 92   |
| Литература . . . . .                                                                                                                                                            | 101  |
| Приложения . . . . .                                                                                                                                                            | 101  |
| 1. Метод сеток . . . . .                                                                                                                                                        | 101  |
| А. Явная схема . . . . .                                                                                                                                                        | 101  |
| Б. Неявная разностная схема . . . . .                                                                                                                                           | 111  |
| 2. Метод мгновенных режимов . . . . .                                                                                                                                           | 112  |
| 3. Метод характеристик . . . . .                                                                                                                                                | 112  |
| 4. Метод ЦИП . . . . .                                                                                                                                                          | 113  |
| 5. Таблицы для выбора характеристик . . . . .                                                                                                                                   | 114  |