

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА В ИРРИГАЦИИ И ДРЕНАЖЕ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ ВОДНЫХ ПРОБЛЕМ

ПРИМЕНЕНИЕ
СИСТЕМНОГО
АНАЛИЗА
В ИРРИГАЦИИ
И ДРЕНАЖЕ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА 1976

В сборник включены статьи, касающиеся решения водных проблем с помощью системного анализа. Даны приближенные решения отдельных задач, которые в настоящее время не решаются известными стандартными способами.

Ответственный редактор
доктор геогр. наук профессор
Л.В. ДУНИН-БАРКОВСКИЙ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эпоха научно-технического прогресса, современниками которой мы являемся, характеризуется не только крупными достижениями, но и большими проблемами, с которыми ранее не приходилось сталкиваться.

"Среди этих проблем, может быть, наиболее сложной по содержанию, наиболее трудной для теоретического и практического решения и вместе с тем наиболее важной по значению является проблема оптимального распределения и использования земных ресурсов"¹. Одна из составных частей этой общей проблемы — проблема использования водных ресурсов.

Успешное и своевременное решение проблемы оптимального распределения и использования водных ресурсов зависит от множества разнообразных факторов. Здесь связываются воедино экономика, субъективные оценки обстановки, необходимость пользоваться точными методами современной науки и совершенными средствами для подготовки исходных данных, на основе которых принимаются решения.

Представляет большой интерес системно-программный принцип подготовки исходных данных для принятия решений по распределению и использованию водных ресурсов.

Определение в форме систем и программ альтернативных способов использования ресурсов и их сравнительная оценка по различным критериям позволяют значительно снизить степень неопределен-

¹ Предисловие А.И. Берга в книге М.М. Лопухина "Паттерн". М., "Советское радио", 1971.

ности в процессах планирования и управления и готовить информацию с максимально полным учетом факторов обстановки.

Содержательная сторона системно-программного принципа как методологической основы развития и практического применения новых методов планирования и управления еще не стала предметом достаточного внимания со стороны ученых и главным образом практиков, связанных с этими проблемами. Поэтому в данном направлении еще предстоит большая совместная работа.

Положительным моментом является то, что Национальный комитет СССР по ирригации и дренажу (НКИД) решил принять активное участие в подготовке Руководства по применению системного анализа для решения задач ирригации, дренажа и борьбы с паводками.

Для выполнения этого Национальный комитет СССР еще в 1974 г. предложил ряду специалистов подготовить материал для указанного Руководства. Поступившие в течение 1974-1975 гг. материалы далеко не полностью пригодны для включения в будущее Руководство. Тем не менее они представляют интерес, поскольку отражают взгляды и настроения различных специалистов водного хозяйства, ощущающих необходимость решения водных проблем с помощью новых, отличающихся от существующих, методов. Часть материалов помещена в данном сборнике.

ВВЕДЕНИЕ

Применение системного анализа для решения различных проблем в области ирригации, дренажа и использования водных ресурсов привлекает внимание многих специалистов, так как эти проблемы настолько сложны, что не могут решаться традиционными методами прикладной математики.

Термин "системный анализ" еще однозначно не установился. Под ним подразумевается иногда анализ больших систем в процессе управления ими, в других случаях под ним понимается изучение природных явлений и социальных отношений в процессе их взаимосвязи и взаимообусловленности. Наконец, считают, что системный анализ — это применение математического моделирования процессов в природе, экономике и технике.

Ни одно из приведенных определений, по-видимому, не является исчерпывающим, и это вызывает многочисленные дискуссии.

Примером может служить определение, принятое на симпозиуме по применению системного анализа в области ирригации и дренажа в Варне (1972 г.):

"Системный анализ иногда называется операционным анализом, исследованием операций, системотехникой, моделированием, имитацией или наукой Управления. Независимо от того, какой из этих терминов употребляется, практически они означают одно и то же. Он представляет специализированное применение методов математических, логических, технических и других социальных экономических и физических наук".

Сущность системного анализа можно понять, вспомнив немного историю. В начале нашего столетия в математике появились оптимизационные методы, сводившиеся на первых порах к приближенному численному решению задач отыскания экстремальных значений некоторых функций, используемых для описания физических или иных процессов.

Эти методы получили дальнейшее развитие, когда вошли в употребление электронные вычислительные машины (ЭВМ). Возникли, образовав специальные разделы прикладной математики, виды математического программирования: линейное, нелинейное, динамическое и др.

Многие задачи, включавшие большой объем вычислений, удалось решить с помощью программирования. Казалось бы, успехи вычислительной математики позволили надеяться на возможность решения любых технических и экономических задач с помощью математических методов. Однако на деле оказалось все не так просто.

Использование математических методов для решения ряда практических задач вызвало определенные сомнения в достоверности полученных решений, что привело к скептическому отношению некоторых специалистов к применению математических методов для решения сложных технических и экономических задач.

Противники "математизации" основывались на том, что математические методы предусматривают значительное упрощение явлений, их взаимосвязи и взаимообусловленности и поэтому не могут давать правильного решения. Сторонники "математизации" продолжали совершенствовать методы решения задач, в чем добились существенных успехов.

Однако несмотря на эти успехи в ряде случаев все-таки не удалось найти надежного решения для многих практических задач. В результате пришлось признать, что для получения достоверного решения наряду с применением математических методов, необходимо пользоваться еще всякого рода дополнительными соображениями, не поддающимися пока количественному учету. На основе этих соображений и возник метод системного анализа или системный подход, явившийся как бы компромиссом между количественным решением и качественной оценкой.

Основой метода является математическое моделирование, применение которого дает количественное описание процессов и явлений. В соединении же с опытом и интуицией обеспечивается учет качественных характеристик. Дальнейшее развитие математических методов и совершенствование вычислительной техники будут увеличивать возможность получения непосредственных численных решений. Однако еще долго многие технические, экономические и особенно экологические задачи можно будет решать только с помощью системного анализа. Это в полной мере относится и к водному хозяйству, в процессе развития и управления которым должны решаться технические, экономические и экологические задачи.

Применение современных математических методов и ЭВМ для решения задач в области ирригации и водного хозяйства было начато еще в 50-х годах. К этому же времени относятся исследования по Гарвардской программе США, к которым был привлечен широкий круг ученых и специалистов различных отраслей народного хозяйства. Этот капитальный труд был предпринят для улучшения методологии проектирования водохозяйственных систем сочетанием экономического и инженерного анализа в целях нахождения оптимального решения. Авторы программы указывали, что "задача объединения техники и экономики при проектировании систем является одной из самых трудных. Мы достигли некоторых результатов в этой области знаний, но мы вынуждены указать на необходимость дальнейшего расширения исследования... Практики могут усомниться в полезности нашей методологии, поскольку требуемые данные могут отсутствовать в данный момент или поскольку задачи, приведенные к требуемому виду, слишком обширные".

Гарвардская программа послужила основой широкого развития исследований в этой области и успешных попыток применения матема-

тических методов и ЭВМ на практике. Это вызвало такой интерес, что на VI Конгрессе Международного комитета по ирригации и дренажу (МКИД, Нью-Дели, январь, 1966 г.) приняли решение проводить симпозиумы по применению математических методов и ЭВМ на каждом конгрессе. Первый симпозиум состоялся во время VII Конгресса МКИД (Мехико, апрель, 1969 г.). На нем было заслушано десять докладов от различных стран о применении ЭВМ для планирования, проектирования, эксплуатации и представлены модели крупных водохозяйственных систем. До этого симпозиума Ассоциацией научной гидрологии был проведен симпозиум в Аризоне по применению аналоговых и цифровых машин в гидрологии (г. Тусон, декабрь, 1968 г.), на котором были заслушаны доклады, непосредственно относящиеся к моделированию водохозяйственных систем. На международном симпозиуме по техническим приемам моделирования в водных системах (Оттава, май, 1972 г.) были заслушаны доклады, посвященные моделированию водных систем, а также процессов, влияющих на экономию и качество воды.

Во время VIII Конгресса МКИД (Варна, 1973 г.) был проведен симпозиум на тему "Планирование систем использования водных ресурсов". На нем рассматривалось применение системного анализа для планирования и проектирования водохозяйственных систем, орошения и дренажа.

Крупнейшими моделями водных систем были управление водными ресурсами в бассейне р. Колумбия (США), сохранение и улучшение качества воды Великих озер (США и Канада), развитие оросительной системы в долине р. Инд (Пакистан), регулирование паводков в долине р. Меконг (Таиланд, Камбоджа), регулирование стока в бассейне р. Евфрат (Турция, Сирия, Иран), орошение в дельте рек Ганг, Брахмапутра и Фессалийской долины (Греция).

Таким образом, исследования по применению методов математического моделирования и ЭВМ для решения задач, связанных с регулированием, использованием и охраной водных ресурсов, увенчались определенными успехами во многих странах мира. Большую роль в обмене идеями и опытом в этом направлении сыграли международные организации.

Однако проблема использования моделирования для решения задач в области водных ресурсов, ирригации и дренажа в научном и практическом аспектах исследована далеко не полностью. Недостаток и неполноценность исходной информации, необходимой для решения задач, несовершенство методов математического описания, применяемых для подготовки решений, недостаточная мощность вычислительной техники, используемой при решении водохозяйственных задач, — все это усложняет проблему.

Наконец, главная причина, сдерживающая практическое применение математического моделирования в области управления водными ресурсами, — недостаточная теоретическая подготовка специалистов, решающих эти задачи.

Попытки решать задачи силами только математиков и системотехников без участия специалистов — гидрологов, почвоведов, геологов, биологов, химиков и инженеров — оказались безуспешными.

Применение моделирования в мелиорации и водном хозяйстве требует совместной работы специалистов различных отраслей науки и техники, т.е. системного анализа изучаемых процессов и явлений. По-видимому, настало время для вовлечения в эту работу более широких кругов специалистов водохозяйственных организаций, что должно способствовать успешной разработке и практическому применению методов системного анализа.

Представляется целесообразным применение системного анализа для решения основных задач в области водного хозяйства.

Основные задачи в области планирования, проектирования и управления водными системами сформулированы в "Руководстве по составлению водохозяйственных балансов" следующим образом:

"... а) обеспечение потребителей достаточным количеством воды требуемого качества в любое время и при наилучших экономических условиях;

б) сохранение и улучшение качества водных ресурсов путем проведения мероприятий по защите их от вредного загрязнения и чрезмерного, и бесконтрольного, и расточительного использования, которое вызвало бы их уменьшение;

с) координация экономического развития района; при этом необходимо учитывать требования, связанные с использованием водных ресурсов, а также мероприятия, способствующие улучшению окружающей среды, в частности мероприятия по защите территории от наводнений. Кроме того, должны учитываться и другие факторы юридического и экономического порядков, равно как общая технико-экономическая политика заинтересованной страны".

Рациональное распределение водных ресурсов относится к тем задачам, в которых связываются воедино такие факторы, как субъективная оценка обстановки и необходимость использования точных методов современной науки. Поэтому проблему распределения ограниченных водных ресурсов нельзя решить без всестороннего анализа.

Ограничение какого-нибудь одного потребителя или пользователя в воде дает возможность подсчитать возникающий при этом экономический ущерб. Однако ограничение, как правило, сопровождается еще экологическим и моральным ущербами.

Так, например, сокращение воды для рыбоводства, помимо экономического ущерба, нарушит определенное природное равновесие данного региона и вызовет экологический ущерб.

Вода на коммунально-бытовые нужды расходуется расточительно. Здесь, по-видимому, имеются значительные резервы для экономии. Однако получение нужного эффекта потребует огромной предварительной воспитательной и разъяснительной работы. В противном случае простое ограничение воды на коммунально-бытовые нужды, например, городского населения, может привести к небольшому экономическому и большому моральному ущербу.

Определение экологического ущерба представляет задачу, решение которой с помощью существующих математических методов связано с большими трудностями. Математические модели не могут от-

разить всех элементов изучаемого процесса. Они представляют процесс существенно упрощенным, так как возможности человека и ЭВМ ограничены.

Эта задача типична для системного анализа, который позволяет использовать нужные средства, оценить факторы, влияющие на решение, учесть степень надежности и последствия принятия решения, рассматривая систему, претерпевающую необратимые изменения под действием окружающей среды. При этом анализируются цели, планы, стратегия и тактика управления, которые необходимы для решения поставленной задачи, организационные формы, информационное обеспечение, контроль за состоянием системы, изучаются возможности системы, находятся слабые места и резервы. Учитываются социальные факторы, влияющие на окружающую среду, включая человека.

В решении задач методом системного анализа участвуют представители многих отраслей знания, и это обеспечивает междисциплинарный подход. Сложную проблему обычно разделяют на более мелкие подпроблемы, задачи и мероприятия, которые могут быть достаточно хорошо качественно и количественно оценены.

Коллективный опыт многих специалистов высокой квалификации позволяет существенно повысить качество принимаемых решений, избежать волевых и интуитивных оценок и неизбежно связанных с ними просчетов и ошибок.

Для принятия решений составляется "сценарий" и "дерево целей", в которых логически обосновываются связи между техникой, экономикой, экологией и др.

Последующий анализ элементов "сценария" и их относительных весов в "дерево целей" приводит к созданию полей альтернатив, которые могут стать наиболее объективной базой для решения многих проблем и такой сложной проблемы, как распределение и использование водных ресурсов.

*Л. В. Дунин-Барковский
И. М. Гальперин*

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА В ВОДНОМ ХОЗЯЙСТВЕ

Н.Ф. БОНЧКОВСКИЙ

Современный водохозяйственный комплекс бассейна реки — это сложная система взаимосвязанных объектов водопотребления, водоотведения и регулирования стока. Объекты представляют различные отрасли народного хозяйства страны, но использование ими водных ресурсов одного бассейна позволяет рассматривать их как элементы единой системы. Мелиоративные объекты являются крупнейшими водопотребителями, и дальнейшее развитие орошения связано с появлением дефицита водных ресурсов в бассейнах многих рек нашей страны.

В связи с этим важная роль отводится вопросам перспективного планирования развития речных бассейнов, выбора оптимальной структуры водохозяйственных сооружений для внутригодового регулирования стока и организации правильного режима эксплуатации этих сооружений.

Распределение воды в пределах речного бассейна должно учитывать интересы всех участников водохозяйственного комплекса, исходя из требований народного хозяйства в целом. Все водопотребители и водоиспользователи, расположенные в бассейне реки, при использовании одних и тех же водных ресурсов оказывают друг на друга взаимное влияние, так как возмущение одного или нескольких режимных параметров в одном створе вызывает их изменение в других створах, гидравлически связанных с данным. Территориальная разобщенность объектов, разнообразие требований к количеству и качеству водных ресурсов, сложность математического описания процессов и их оптимизации позволяют отнести водохозяйственную систему речного бассейна к классу "больших систем" и рассматривать ее с позиций системного анализа.

Системный анализ предусматривает несколько этапов: определение совокупности объектов и характеризующих их параметров, составляющих систему; формулировка цели функционирования системы и локальных целей составляющих ее подсистем; выявление совокупности мероприятий, направленных на достижение цели; формализованное представление технологических задач в виде математических моделей процессов; определение состава и объема необходимой информации.

Рассмотрим последовательно каждый из этапов применительно к водохозяйственному комплексу, состоящему из мелиоративных систем и водопотребителей других отраслей народного хозяйства.

Объектом системы управления речным бассейном является оросительная или осушительная система, крупный водозабор для промышленного и хозяйственно-бытового водоснабжения, водохранилище или другое водохозяйственное сооружение для аккумуляции и перераспределения стока.

Все объекты связаны между собой системой естественных или искусственных водотоков, вдоль которых происходит динамическое изменение всех режимных параметров: расходов, уровней, показателей качества воды. Гидравлическая связь водохозяйственных объектов с бассейном реки позволяет осуществить их привязку к гидрографической сети, рассматривая их как вершины ориентированного графа, дугами которого являются соединяющие их водотоки. Гидравлическое единство речного бассейна, общие, хотя и распределенные в пространстве и времени водные ресурсы, взаимное влияние друг на друга всех элементов комплекса требуют совместного решения технологических задач с увязкой разнообразных, а часто и противоречивых требований потребителей. Различают две различные по формулировке и средствам реализации задачи управления речным бассейном: перспективное планирование развития бассейна и оперативное управление водопотреблением и водораспределением. Несмотря на внешнее различие, обе задачи тесно связаны и взаимно дополняют друг друга. Каждая из них должна решаться для всей системы и для составляющих ее подсистем с учетом целей их функционирования, с выявлением возможностей целенаправленного влияния на процессы водораспределения (управления).

Как все большие системы, водохозяйственная система обладает четко выраженной иерархической соподчиненностью, например, для водохозяйственного комплекса в целом объектом является головной водозабор оросительной системы, которая сама, располагая сетью межхозяйственных и внутрихозяйственных каналов, является системой более низкого ранга.

Таким образом, можно выделить подсистемы, предназначенные для решения локальных, одноцелевых задач оптимизации: мелиоративные, коммунального и промышленного водоснабжения, гидроузлы с комплексом водопотребителей и водопользователей, водохранилища для аккумуляции паводков. Подсистемные задачи подчинены главной цели системы, и оптимизация водопотребления и водораспределения для одноцелевого использования реализуется для того количества водных ресурсов, которое выделяется подсистеме на данный интервал времени через головное сооружение службой управления бассейном.

В настоящее время разработаны методы и средства оптимизации одноцелевого использования водных ресурсов, в частности для орошения, осушения и регулирования паводков.

При проектировании и эксплуатации оросительных систем используются математические методы, позволяющие проводить оптимизацию использования водных ресурсов как на перспективу, так и для периодов вегетации, корректируя заранее выбранную стратегию в зависи-

мости от складывающихся природных и гидрологических условий. В работах Б.Г. Коваленко (1965) и других исследователей изложены методы формализованного описания структуры оросительных систем, даны математические модели водораспределения, определены критерии эффективности использования водных ресурсов и способы оптимизации при планировании развития орошения. Указанные работы позволяют с системных позиций оценить планируемые водохозяйственные мероприятия, выбрать соответствующий математический аппарат и необходимую информацию для осуществления управления.

Меньше освещены вопросы математического моделирования и управления процессами осушения. Основой для подобных исследований должны послужить работы С.Ф. Аверьянова и П.Я. Полубариновой-Кочиной. В области системного исследования осушительных мелиораций следует отметить работу В.В. Шабанова (1973), в которой приведены классификация мелиоративных объектов, математические модели регулирования мелиораций для картофеля на европейской территории СССР.

Наиболее полное отражение в отечественной литературе нашли задачи математического моделирования динамики стока, борьбы с паводками и управления русловыми процессами. Водохранилища — основное средство управления в водохозяйственных системах, и разработка математического описания любого технологического процесса, связанного с использованием водных ресурсов, предусматривает наличие математической модели динамики водохранилища. Особенно подробно вопросы эксплуатации водохранилищ рассмотрены с точки зрения гидроэнергетики, так как первоначально наиболее полное использование водохранилищ осуществлялось именно в этих целях. Разработаны методы оптимизации режимов сработки и заполнения водохранилищ, принципы увязки противоречивых интересов потребителей, предложены некоторые приемы оценки ущерба при возникновении дефицитов по количеству и качеству водных ресурсов.

Весь этот математический аппарат может быть с некоторыми коррективами использован для планирования мелиоративного использования водохранилищ.

Как уже указывалось ранее, все упомянутые работы в основном предназначены для решения локальных подсистемных задач. Основное противоречие между целями системы в целом и ее локальными подсистемами заключается в том, что оптимальный режим работы системы вовсе не означает оптимизации функционирования всех ее элементов, т.е. зачастую для получения оптимального решения необходимо частичное и даже полное ущемление интересов отдельных участников комплекса.

Предварительные проработки вопросов многоцелевого использования водных ресурсов для речного бассейна или комплексных гидроузлов с водохранилищами начаты в последние годы. В работах А.А. Бесчинского и соавторов (1973), И.В. Бусалаева (1973, 1974), А.И. Вдовицы (1973), Н.С. Калачева (1972, 1973) и ряда других исследователей приведены основные соображения по увязке интере-

сов различных по способу использования водных ресурсов компонентов водохозяйственного комплекса, однако никто из авторов не формулирует задачи в постановке, пригодной для математического описания. Это связано в первую очередь с тем, что каждый крупный бассейн обладает индивидуальными особенностями, которые должны найти отражение в математической модели. С другой стороны, многогранность рассматриваемой проблемы требует создания комплекса математических моделей, каждая из которых описывает одну из сторон общей задачи. Одни из этих моделей уже разработаны с разной степенью детализации, другие будут получены в результате научных исследований.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ВОДОПОТРЕБЛЕНИЯ И ВОДОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Рассмотрим важнейшие требования, предъявляемые к математическим моделям технологических процессов орошения, осушения и регулирования стока в комплексной водохозяйственной системе. Модели должны достаточно полно отражать все стороны функционирования системы, воспроизводить любые возникающие в ней ситуации, варьируя исходными значениями параметров. Возможность такого варьирования определяется наличием в водохозяйственной системе сооружений для регулирования расходов, уровней, показателей качества воды, т.е. осуществляющих управление. Кроме того, к числу управлений следует отнести ограничение водопотребления в напряженный период.

Каждое управление должно находить отражение в математической модели процесса. Целевая функция или их совокупность служат для оценки выбранных управлений, а программа оптимизации осуществляет направленный перебор для достижения оптимальной стратегии. Структура целевой функции зависит от характера задачи: для эксплуатационной задачи существенные показатели оценки — эксплуатационные затраты и ущербы от нехватки воды при ее дефиците; для плановой — можно воспользоваться оценками типовой методики определения экономической эффективности капитальных вложений, применяя в качестве критерия минимум приведенных затрат.

Анализ и сравнительная оценка решений, принятых в процессе эксплуатации водохозяйственных систем, позволяют обосновать мероприятия по их дальнейшему развитию. Для оценки эффективности водохозяйственных мероприятий необходимо предварительно провести моделирование ситуаций, которые могут возникнуть при их реализации. В связи с этим создание адекватных математических моделей является первоочередной задачей системного анализа.

Основными системными задачами являются: определение потребности в водных ресурсах со стороны водопотребителей и водопользователей, прогноз количества и качества водных ресурсов на каждый интервал управления, перераспределение располагаемых ресурсов при сложившемся или прогнозируемом дефиците. В соответствии

с изложенным можно выделить модели, необходимые для первоочередного этапа системных исследований.

1. Модели потребности в оросительной воде для различных интервалов времени.

В этих задачах используются данные о структуре орошаемых площадей, составе культур, величинах оросительных и поливных норм, совокупности сложившихся и прогнозе предстоящих гидрометеорологических условий. Необходимо предусмотреть модификации моделей для оперативного управления водораспределением и перспективного развития орошения в бассейне. Задачи весьма просты в математической реализации, но для их решения требуется большое количество достоверных данных.

2. Модель биоклиматической потребности сельскохозяйственных культур в осушительных мелиорациях.

Используются данные о составе дренажной сети, фазе развития растений, уровнях грунтовых вод и метеорологические прогнозы. Пути решения задачи указаны В.В. Шабановым (1973).

3. Модель потребности в воде остальных пользователей водохозяйственного комплекса.

Необходимы сведения о составе водопотребителей и водопользователей в пределах речного бассейна, структуре производственных мощностей и характере требований, предъявляемых к количеству и качеству водных ресурсов. Математическая постановка аналогична задаче п. 1.

4. Модели прогноза и регулирования паводкового стока.

Исходные данные: полезный и мертвый объем каждого водохранилища системы, кривые динамических объемов, максимальный расход через плотины, гидравлические сопротивления русел, коэффициенты фильтрации. Для эксплуатационной задачи должны быть разработаны диспетчерские правила сработки и заполнения водохранилищ. Плановая задача состоит в выборе оптимального состава и регулирующей емкости проектируемых водохранилищ. Если для перспективного планирования гидрологические данные используются в виде категорий обеспеченности, то оперативное управление осуществляется на основе конкретной реализации гидрографа в расчетных створах. Математические методы для решения задач разработаны достаточно подробно, и соответствующая модель может быть выбрана исходя из требований к точности исходных данных и результатов.

5. Прогноз количества и качества водных ресурсов для расчетных створов на каждый период управления.

По применяемому математическому аппарату задача близка к предыдущей. Решение этих задач связано с максимальными затратами машинного времени и загрузкой памяти ЭВМ. Результаты расчета представляют собой прогноз располагаемых водных ресурсов по всем контролируемым створам в заранее заданном временном диапазоне.

6. Модель оценки ущерба от дефицита водных ресурсов по количественным и качественным показателям.

В перечисленных задачах данный вопрос освещен менее подробно, чем остальные. Оценка эффективности водохозяйственных мероприятий непосредственно вытекает из возможности оценки суммарного народнохозяйственного ущерба от нехватки воды или ее загрязнения для всех участников водохозяйственного комплекса. Чтобы решить эту задачу, необходимо тщательно проанализировать и обобщить данные о влиянии водного фактора на производство продукции всеми отраслями народного хозяйства, использующими водные ресурсы бассейна.

7. Модель оптимизации режима работы водохозяйственной системы.

Эта модель использует в качестве исходных данных результаты решения всех перечисленных задач. Если учесть сложность технологических и экономических связей между элементами системы, задачу можно представить только в упрощенном виде в классе задач линейного программирования. Кроме того, характер использования водных ресурсов отдельными водопотребителями и водопользователями не позволяет выразить их требования в одной и той же форме (например, материальных затратах). Поэтому модель оптимизации должна быть сформулирована как многокритериальная задача динамического программирования. Принципиальный подход к решению таких задач заложен в работах Бойчука и Овчинникова (Бойчук, 1972, 1973; Бойчук, Овчинников, 1973).

Общая концепция построения математических моделей для описания и управления процессами водопотребления и водораспределения состоит в построении самообучающихся математических моделей. Основы создания моделей динамической адаптации изложены в трудах по общей теории кибернетических систем. Первые попытки применить эти методы к задачам управления водохозяйственными системами делаются в Институте кибернетики АН УССР.

Перечисленные математические модели работают совместно, причем задача оптимизации может многократно решаться с помощью одной и той же модели, при последовательном изменении входных параметров для получения наилучшей стратегии управления.

Таким образом, реализация математического моделирования и оптимизация работы водохозяйственной системы требуют интенсивной загрузки запоминающих устройств и высокого быстродействия вычислительной системы. Выбору технических средств для оптимального управления водохозяйственным комплексом должна предшествовать большая работа по оценке объемов необходимой информации и времени ее полной переработки в процессе выбора наилучшей стратегии управления.

Разработка математических моделей для целей управления в водном хозяйстве ведется одновременно многими научно-исследовательскими и проектными организациями. Эффективность этих работ в значительной степени зависит от применения единых системных языков программирования, используемых вычислительными машинами третьего поколения: ФОРТРАН, КОБОЛ, РПГ, ПЛ-1. В этом случае

отпадает необходимость в дополнительной переработке программ при переходе от одной марки ЭВМ к другой, упрощаются процедуры системной увязки совокупности программ. Стыковка математических моделей различного назначения облегчается при наличии единого информационного хранилища, содержащего организованные совокупности исходной информации.

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Реализация всех задач, составляющих математическое обеспечение системы управления водохозяйственным комплексом, требует сбора и своевременной передачи большого количества разнообразной информации: оперативной, т.е. получаемой непосредственно перед очередным циклом управления, и архивной, состоящей из сравнительно медленно меняющихся данных о составе системы, структуре мелиоративных объектов, известных зависимостях, связывающих отдельные параметры, и т.д.

Однотипные данные объединяются в массивы, каждому из которых присваивается название, идентифицирующее его содержание. Массивы информации переносятся на технические носители (магнитные ленты, диски и т.д.) и вызываются в оперативную память ЭВМ по мере необходимости. Единое системное хранилище информации иначе называется "банком данных". Для удобства дальнейшей работы с банком данных должна быть построена базовая классификация объектов и определяющих их параметров, причем каждая классификационная группа находит отражение в системном информационно-поисковом языке.

Четкая классификация параметров позволяет однозначно решать задачи системного анализа в водном хозяйстве — соответствие Располагаемых водных ресурсов требованиям потребителей за интервал времени, за который возможно получение достоверного прогноза.

Решение указанных задач требует информации о нормативах водопотребления и водоотведения, составе культур и отведенных для них площадей, оросительных и поливных нормах, прогнозах стока в расчетных створах бассейна, кроме того, в банке данных должны содержаться сведения о водопотреблении и выпуске продукции за предыдущие периоды, что дает возможность обосновать развитие водоемких отраслей народного хозяйства в пределах бассейна.

При разработке информационного обеспечения следует максимально использовать существующую систему шифровки и кодирования народнохозяйственных объектов в соответствии с требованиями унификации входных и выходных документов, получаемых в результате обработки на ЭВМ. Основная ценность единой информационной базы для крупной межотраслевой водохозяйственной системы, обслуживающей одновременно промышленность, сельское хозяйство, коммунальное хозяйство и т.д., заключается в обеспечении всех водопотребителей и водопользователей полной и взаимосвязанной информацией, необходимой для эффективного управления.

Обслуживание банка данных осуществляется системой сервисных программ для формирования, перезаписи и редактирования массивов, корректировки элементов информации, выборки отдельных параметров или их упорядоченных совокупностей, выдачи на печать в виде документа и т.д. Удобным носителем информации для большой системы, какой является водохозяйственный комплекс речного бассейна, являются магнитные диски, обладающие большой информационной емкостью и допускающие высокую скорость выборки данных.

Наибольшая сложность при эксплуатации банка данных — в получении оперативной информации о состоянии водохозяйственного комплекса, главным образом, о величинах расходов и уровней в контролируемых створах. Отсутствие необходимого оборудования, позволяющего осуществлять автоматический сбор информации и передачу ее по каналам связи, в значительной степени задерживает развитие методов оптимального управления в водном хозяйстве.

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА

Опыт разработок и внедрения систем управления в нашей стране показал, что необходимо параллельно развивать подсистему математического и информационного обеспечения, а также подсистему технических средств, на каждом этапе уточняя и увязывая их взаимодействие. Технические средства для оснащения систем управления проектируются на базе единых унифицированных вычислительных компонентов АСВТ и ЕС "Ряд", которые в нашей стране получают все большее распространение. Агрегатный принцип построения этих компонентов позволяет предусмотреть такую архитектуру системы, которая наилучшим образом отвечает структуре, объему и характеру математического и информационного обеспечений. Одним из важнейших свойств современных технических средств является их совместимость для систем обработки информации и сети информационно-вычислительных центров.

Исследования, проведенные в 1972–1974 гг., определили необходимость в иерархической структуре управления водохозяйственным комплексом. На верхнем уровне иерархии располагается служба управления бассейном (СУБ), в функции которой входит решение задач водораспределения между подсистемами различного назначения. Центральные диспетчерские службы (ЦДС) подсистем решают задачу рационального использования и охраны водных ресурсов в пределах мелиоративных систем, систем водоснабжения промышленных центров, связанных с крупными водозаборами и водовыпусками в заранее намеченных створах.

В соответствии с объемом и характером задач на различных уровнях управления выбираются технические средства для сбора, преобразования, передачи, обработки и выдачи информации.

Агрегатный способ построения комплекса технических средств позволяет наращивать их мощность по мере расширения функций соответствующей службы без существенного изменения программного обеспечения.

Предварительно установлено, что для СУБ целесообразно использовать вычислительный комплекс ЕС-1050, для ЦДС - ЕС-1020.

Технические возможности машин Единой серии допускают их стыковку с линиями связи для непосредственного ввода исходной информации в ЭВМ, минуя устройства предварительной подготовки данных.

Литература

- Бесчинский А.А., Резниковский А.Ш. Экономические аспекты системного подхода к водному хозяйству. - Водные ресурсы, 1973, № 1.
- Бойчук Л.М. Задачи управления каскадом водохранилищ на р. Днепре. - В сб.: Самоорганизация кибернетических систем. Киев, изд. Ин-та кибернетики АН УССР, 1972.
- Бойчук Л.М. Методы многоуровневой и многокритериальной оптимизации режима водохранилищ. - В сб.: Математические модели для прогнозирования и управления качеством вод. Киев, изд. Ин-та кибернетики АН УССР, 1973.
- Бойчук Л.М., Овчинников В.А. Основные подходы к решению многокритериальных задач оптимизации. - Автоматика, 1973, № 3.
- Бусалаев И.В. Анализ и планирование водохозяйственных систем в условиях неопределенной информации. - Водные ресурсы, 1973, № 5.
- Бусалаев И.В. Иерархическая система моделей оптимального планирования перспективных схем использования водостоков. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 11. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1974.
- Вдовица А.И. Прием оптимизации оросительно-энергетической системы с учетом переменности водопотребления внутри года. В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 10, Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1973.
- Калачев Н.С. О новых формах проектирования водохозяйственных систем. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 9. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1972.
- Калачев Н.С. О методических основах оптимального планирования водохозяйственных систем. - Водные ресурсы, 1973, № 1.
- Коваленко Б.Г. Ирригационно-энергетическое использование рек. (Технико-экономические основы). Фрунзе, 1965.
- Мечитов И.И., Гершкович М.И., Канделаки П.В. Оптимальное распределение водных ресурсов в бассейне реки Сыр-Дарья. - В сб.: Исследование в области водных проблем 1969-1970 гг. М., "Наука", 1973.
- Шабанов В.В. Биоклиматическое обоснование мелиорации. Л., Гидрометеониздат, 1973.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЯЕМОЙ ТЕХНИКИ ПОЛИВА

В.М. ЗАВГОРОДНИЙ, Б.Г. КОВАЛЕНКО

В настоящее время существует ряд предложений по внедрению новой техники орошения, различающейся как по коэффициентам использования водных и земельных ресурсов, так и по экономическим показателям.

Техника полива в каждом конкретном случае выбирается на основе анализа условий применимости, которые определяются совокупностью ограничений: климатических, почвенных, рельефных, гидрогеологических, биологических и хозяйственных. Изучение технико-экономических показателей различных способов полива показывает, что для большинства из них условия применимости совпадают. Самый выгодный способ окончательно можно выбрать только на основе экономических расчетов.

Существующие предложения по оценке экономической эффективности техники полива сделаны с точки зрения достижения внутрихозяйственного эффекта (получение продукции при наименьших затратах лишь на конкретно рассматриваемых участках земли). Наконец, снижение удельных затрат производства продукции в отдельных хозяйствах может быть нецелесообразным, если это связано с уменьшением объема производства. Если продукция на других участках или в других хозяйствах получается более дорогой, то на рассматриваемом участке необходимо производить ее как можно больше, а не дешевле. Общие народнохозяйственные затраты в экономическом районе при этом уменьшатся.

Из сопоставления эффективности двух возможных взаимозаменяемых способов на одном и том же участке при использовании одинакового количества водных ресурсов V и производства в экономическом районе одинакового количества продукции Π можно сделать вывод, что более эффективным будет тот, у которого общая сумма затрат производства в районе окажется меньше ($S_1 < S_2$):

$$S_1 = \frac{V}{M_1} \frac{1}{\phi_1} z_1 + \frac{\Pi - \frac{V}{M_1} y_1}{y_3} \frac{1}{\phi_3} z_3,$$

$$S_2 = \frac{V}{M_2} \frac{1}{\phi_2} z_2 + \frac{\Pi - \frac{V}{M_2} y_2}{y_3} \frac{1}{\phi_3} z_3,$$

(1)

где S – общая сумма расчетных приведенных затрат на производство продукции в экономическом районе, руб/год; M – оросительная норма брутто с учетом КПД техники полива и КПД подводящей оросительной сети; V – объем используемых на рассматриваемом участке водных ресурсов, м³/год; ϕ – коэффициент земельного использования; y – урожайность культуры, ц/га; Π – плановый объем производства продукции в экономическом районе, ц/год; $З$ – удельные расчетные затраты производства, руб/га в год; 1, 2, 3 – индексы, соответствующие первому, второму и эталонному способам полива, т.е.

$$\frac{V}{M_1} \frac{1}{\phi_1} З_1 + \frac{\Pi - \frac{V}{M_1} y_1}{y_3} \frac{1}{\phi_3} З_3 \leq \frac{V}{M_2} \frac{1}{\phi_2} З_2 + \frac{\Pi - \frac{V}{M_2} y_2}{y_3} \frac{1}{\phi_3} З_3. \quad (2)$$

Произведя некоторые преобразования, получим соотношение суммарных экономий в затратах при переходе на анализируемые способы полива:

$$\frac{V}{M_1} \left(\frac{1}{\phi_3} \frac{y_1}{y_3} З_3 - \frac{1}{\phi_1} З_1 \right) > \frac{V}{M_2} \left(\frac{1}{\phi_3} \frac{y_2}{y_3} З_3 - \frac{1}{\phi_2} З_2 \right). \quad (3)$$

Оросительная норма брутто зависит от КПД техники полива и КПД соответствующей подводящей оросительной сети.

$$M_i = \frac{M_{\text{нетто}}}{a_i \eta_i},$$

для эталонного способа полива:

$$M_3 = \frac{M_{\text{нетто}}}{a_3 \eta_3},$$

где $M_{\text{нетто}}$ – оросительная норма сельскохозяйственной культуры; a – КПД техники полива; η – КПД подводящей оросительной сети. Или

$$M_i = M_3 \frac{a_3 \eta_3}{a_i \eta_i}. \quad (4)$$

Подставив (4) в выражение (3) и разделив обе части неравенства на V/M_3 (площадь, которая орошалась бы эталонным способом полива), получим соотношение удельных показателей экономии в затратах:

$$\frac{a_1 \eta_1}{a_3 \eta_3} \left(\frac{1}{\phi_3} \frac{y_1}{y_3} З_3 - \frac{1}{\phi_1} З_1 \right) > \frac{a_2 \eta_2}{a_3 \eta_3} \left(\frac{1}{\phi_3} \frac{y_2}{y_3} З_3 - \frac{1}{\phi_2} З_2 \right).$$

Таким образом, наивыгоднейшей будет техника полива, при которой

$$Z = \frac{a\eta}{a_3\eta_3} \left(\frac{1}{\phi_3} \frac{y}{y_3} Z_3 - \frac{1}{\phi} Z \right) = \max. \quad (5)$$

Выражение (5) – показатель сравнительной экономической эффективности техники полива, который численно отражает величину экономии в приведенных расчетных затратах (руб/га в год) при переходе от наиболее распространенного способа полива, принятого за эталон, на новую поливную или дождевальную технику.

Затраты производства по каждому из сравниваемых способов полива складываются из затрат на освоение и эксплуатацию земли (Z_3), поливную технику и проведение поливов (Z_0), создание и эксплуатацию оросительной системы (Z_B), выполнение необходимого для рассматриваемой техники полива объема планировочных работ ($Z_{пл}$), создание и эксплуатацию дренажной сети ($Z_{др}$):

$$Z = Z_3 + Z_0 + Z_B + Z_{пл} + Z_{др} \quad (6)$$

Затраты на сельскохозяйственное освоение земли и ее эксплуатацию зависят от природных и хозяйственных условий рассматриваемого поля. Определяются они в результате конкретного проектирования:

$$Z_3 = E_H K_3 + C_3, \quad (7)$$

где E_H – нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений; K_3 – удельные капитальные вложения в сельскохозяйственное освоение земли, руб/га; C_3 – эксплуатационные издержки производства (возделывание сельскохозяйственной культуры без затрат на полив), руб/га в год.

Затраты на планировку и дренаж зависят от природных условий, выбранной техники полива, а также устанавливаются в процессе проектирования.

Удельные затраты по оросительной системе в расчете на гектар орошаемой площади при различной поливной технике определяются величиной удельных расчетных затрат на 1 м^3 воды и величиной оросительной нормы:

$$Z_B = (E_H K_B + C_B) \frac{M_{\text{нетто}}}{a\eta}, \quad (8)$$

где K_B – удельные капиталовложения в строительство оросительной системы, руб/ м^3 ; C_B – издержки эксплуатации по оросительной системе, руб/ м^3 в год.

Удельные затраты на поливную технику и проведение поливов зависят от стоимости техники и строительства соответствующей распределительной сети каналов на поле, а также от стоимости эксплуатации и сезонной нагрузки на агрегат или комплект поливного обо-

рудования. Величина сезонной нагрузки зависит от технических особенностей агрегата или машины, орошаемой культуры, природно-климатических, почвенных и рельефных условий поля. Производительность дождевальных машин определяется поливной нормой и расходом воды, забираемой агрегатом. Производительность поливных машин и комплектов гибких трубопроводов должна определяться с учетом принимаемых для данных условий параметров поверхностного полива: длины борозд (полос), величины струи в борозду и времени полива:

$$\omega_{\text{час}} = \frac{n a l \cdot 10^{-4}}{t}, \quad (9)$$

где $\omega_{\text{час}}$ — часовая производительность агрегата, га/час; n — количество одновременно поливаемых борозд, определяемое расходом агрегата Q и величиной струи в борозду q ($n=Q/q$); a — ширина междурядий, м; l — рекомендуемая длина поливной борозды, м; t — время качественного полива, час.

Например, при поливе по бороздам сахарной свеклы (ширина междурядий 0,6 м) на средних суглинках и уклонах $i=0,01$ рекомендуемые элементы техники полива следующие: длина поливной борозды $l=175$ м; величина струи в борозду $q=0,25$ л/с; время полива $t=16$ ч.

В этих условиях часовая производительность передвижного поливного агрегата ППА-165 (расход 165 л/с):

$$\omega_{\text{час}} = \frac{165 \cdot 0,6 \cdot 175 \cdot 10^{-4}}{0,25 \cdot 16} = 0,433 \text{ га/ч.}$$

Суточная производительность агрегата при коэффициенте использования рабочего времени суток $k_{\text{сут}}=0,8$:

$$\omega_{\text{сут}} = \omega_{\text{час}} k_{\text{сут}} \cdot 24 = 0,433 \cdot 0,8 \cdot 24 = 8,31 \text{ га/сут.}$$

При межполивном периоде $T=12$ сут и сезонном коэффициенте использования рабочего времени $k_{\text{сез}}=0,85$ сезонная нагрузка на агрегат

$$\Omega = \omega_{\text{сут}} k_{\text{сез}} T = 8,31 \cdot 0,85 \cdot 12 = 85 \text{ га.}$$

Удельные затраты на орошение при стационарных системах (дождевание, подпочвенные увлажнители, капельное орошение) определяются их стоимостью и величиной площади, на которой они построены, независимо от особенностей орошаемой культуры и поля.

Изложенная методика сравнительной оценки экономической эффективности техники полива позволяет сопоставить все возможные к применению в конкретных условиях способы полива и выбрать наиболее выгоднейший с народнохозяйственной точки зрения. При этом в качестве критерия оптимальности принят минимум расчетных затрат на выполнение плана производства сельскохозяйственной продукции в экономическом районе.

Если все возможные взаимозаменяемые способы полива сравнивать с одним и тем же эталоном, то полученные показатели (5) будут сопоставимы между собой и, следовательно, анализируемые способы и технику полива можно проранжировать в порядке их народнохозяйственной эффективности.

Подобный анализ был проведен применительно к условиям Киргизской ССР.

Анализ показал, что ни один из существующих способов полива не может быть рекомендован в качестве наивыгоднейшего для любых природных, климатических и хозяйственных условий. Каждому конкретному сочетанию условий соответствует свой способ полива, обеспечивающий производство продукции при наименьших затратах. Там, где требуются большие затраты на освоение и эксплуатацию земли, более эффективной будет техника полива, позволяющая полнее использовать землю и максимально повысить урожайность возделываемых культур. Однако, если оросительная система дорогая, экономически целесообразно пойти на такую же поливную технику, позволяющую экономно расходовать воду, использовать ее для большей площади и получить больше сельскохозяйственной продукции. Удельные затраты на единицу продукции при этом уменьшатся. В условиях сложного рельефа или опасности поднятия уровня грунтовых вод (что приводит к засолению и заболачиванию) более эффективными являются способы полива, для которых не имеет значения планировка поля.

АВТОМАТИЗАЦИЯ СОСТАВЛЕНИЯ СИСТЕМНЫХ ПЛАНОВ ВОДОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В.Д. ШАБАЛИН, Б.Г. КОВАЛЕНКО, В.З. МЕРЕНКОВ

Проблема использования водных ресурсов для орошения складывается из следующих задач: забор воды из источников орошения, транспортирование по межхозяйственным каналам, распределение между хозяйствами и внутри хозяйств, т.е. отдельными полями и культурами. Совокупность этих задач оформляется в виде планов водопользования, являющихся основой оперативного управления водораспределением на оросительных системах и водопользования в хозяйствах.

Хозяйственные планы водопользования — неотъемлемая часть производственных планов хозяйств, они разрабатываются в соответствии с комплексом агротехнических мероприятий.

Составление внутрихозяйственного плана водопользования является трудоемкой операцией, требующей обработки следующего исходного материала: требуемые расходы воды и режимы ее подачи, межполивные периоды обработки посевов, задания по поливу сельскохозяйственных культур на каждом севооборотном поле, участке в полеводческой бригаде.

Сложность и большие затраты времени на обработку этого материала приводят к тому, что для поиска оптимального плана не только не разрабатываются его варианты, но часто вместо детальных ежегодных планов составляется один — упрощенный среднеемкого-летний.

Хозяйственные планы водопользования — основа для составления системных планов водораспределения. Таким образом определяются размеры потерь воды на фильтрацию в межхозяйственных каналах и водохранилищах, затем устанавливаются величины декадных расходов в головах магистральных и других межхозяйственных каналов, на узловых гидротехнических сооружениях, гидрометрических постах и других пунктах контрольного учета воды, на каналах, получающих воду из скважин вертикального дренажа и коллекторно-дренажной сети, у насосных станций, в точках выдела воды из межхозяйственной сети в хозяйственные каналы и в головах хозяйственных каналов, имеющих самостоятельные водозаборы из источников орошения.

Системный план является результатом большого и кропотливого труда коллектива квалифицированных специалистов. Планы, составленные за месяц до начала поливов, утверждаются районными (городскими) исполкомами и республиканскими министерствами мелиорации и водного хозяйства.

Но в самом начале реализации этих планов обычно устанавливается, что фактические режимы расходов в источниках орошения, а также метеорологические, гидрогеологические, хозяйственные и прочие условия в системе существенно отличаются от средних, принятых при планировании. По мере уточнения прогнозов водности источников и водопотребления в хозяйствах требуется последовательная оперативная корректировка планов. Для перерасчета плана пользоваться традиционными методами планирования времени нет. Поэтому после согласования с утверждавшими план органами вся корректировка плана осуществляется диспетчером системы, от опыта и инженерной интуиции которого зависит правильность корректировки и оптимальность использования водоземельных ресурсов системы. При этом даже подготовленные диспетчеры не могут учесть всего многообразия факторов, влияющих на оптимальность использования ресурсов системы. Отсюда неизбежны ошибки и как их следствие — потери оросительной воды, заболачивание и засоление земель, снижение урожайности культур и экономической эффективности сельскохозяйственного производства.

Все возрастающий дефицит водных ресурсов в районах развития орошаемого земледелия, последовательное относительное усложнение и удорожание использования дополнительных ресурсов требуют изменения методов планирования водораспределения и оперативного управления оросительными системами. Это возможно на базе использования современных методов математического программирования, ЭВМ, средств автоматики и телемеханики и позволяет не только упростить (ускорить и автоматизировать) процесс планирования, но и изменить его качественно. Открывающаяся при этом возможность учета более широкой исходной информации (зависимость влияния ограничений орошения отдельных культур в дефицитные периоды на их урожайность и изменения КПД каналов от расходов в них и т.п.), сокращение времени расчетов планирования позволяют рассчитывать более точные планы, рассматривать их варианты и выбирать для реализации в каждом году только наиболее выгодные. По мере уточнения ситуации в системе в процессе ее эксплуатации (изменение расчетной водности источников, расчетного водопотребления, аварии и т.п.) корректировку реализуемого плана можно осуществлять перерасчетом, отыскивая каждый раз оптимальное решение.

Разработка новых методов строгих и нетрудоемких расчетов оптимального водораспределения важна для совершенствования эксплуатации оросительных систем и их конструкций. При проектировании реконструкции оросительных систем такие методы помогут определить оптимальные режимы водораспределения и соответствующие режимы работы всех гидроузлов в условиях реально возможных ситуаций будущей эксплуатации (экстремальные значения водности источников, водопотребления, структура посевов и т.п.). Данные о реально возможных в эксплуатации режимах работы гидроузлов являются основной исходной информацией для проектирования оптимальных гидротехнических сооружений, выбора средств автоматики и телемеханики управления сооружениями и системой в целом.

Для решения задач планирования оптимального водораспределения предложена следующая экономико-математическая модель. Водохозяйственный год разбивается на отдельные периоды (пятидневки, декады или месяцы), в течение которых — от одной перестройки системы к другой — наблюдается постоянство расходов водопотребителя. Для каждого периода расходы в источниках орошения и требования потребителей являются заданными. Заданными на начало года являются и запасы воды в водохранилищах системы. Может быть указан конечный объем водохранилищ, с которым необходимо закончить цикл регулирования.

Водохранилища характеризуются максимальным полезным объемом ($W_{\max}$) и КПД (η), а каждый канал — пропускной способностью ($q_{s\max}$), КПД ($\eta_{s\max}$) при максимальном расходе номером канала s и номерами узлов i, j , из которых вода поступает в данный канал.

На основе этих данных для каждого узла составляется уравнение неразрывности, в котором сумма входящих расходов должна равняться сумме потребляемого расхода в узле и выходящих из него расходов. Уравнения неразрывности имеют следующий вид: для источников

$$-\sum_{i_s=k} q_s \geq -Q_k; \quad (1)$$

для распределительных узлов

$$\sum_{i_s=k} \eta_s q_s - \sum_{i_s=k} q_s = 0; \quad (2)$$

для потребителей

$$\sum_{i_s=k} \eta_s q_s + \sum_{i_s=k} q_s = Q_k; \quad (3)$$

для водохранилищ

$$\sum_{i_s=k} \eta_s q_s - \sum_{i_s=k} q_s + \eta q_H - q_k = 0; \quad (4)$$

где q_s — расход воды в канале; η_s — КПД канала; Q_k — расход водопотребления (положительное число у потребителя, отрицательное у источника и равное нулю на распределительном узле); t — продолжительность периода.

Работа каждого водохранилища имитируется в модели работой фиктивных каналов. Один канал обеспечивает сработку всего водохранилища за период расходом $q_H = W_H/t$, а другой канал с четным номером имитирует поступление воды расходом $q_k = W_k/t$, где W_H , W_k — объемы воды в водохранилище в начале и в конце периода соответственно. При этом $\eta q_H - q_k$ — расход попуска воды из водохранилища в систему, η — КПД водохранилища.

На расходы в каналах налагаются ограничения

$$0 \leq q_s \leq q_{s\max}; \quad 0 \leq q_s \leq q_{s\max} \quad (5)$$

КПД работающих каналов определяются по формуле Оффенгендена

$$\eta = \frac{\eta_{\max} + (q/q_{\max})^m - 1}{(q/q_{\max})^m}, \quad (6)$$

где $m = 1/4$ и 1 для внутрихозяйственных и межхозяйственных систем соответственно.

Расход воды водохранилища в течение рассматриваемого периода должен совпадать с расходом (учетом КПД водохранилища), отдаваемым водохранилищем в следующей декаде. Это увязывает все декады в единую систему, решение которой автоматически обеспечивает согласование режима источников с режимами сработки водохранилищ и водопотреблением в течение всего вегетационного периода.

В полученной системе (1)–(5) уравнений меньше, чем переменных, поэтому она имеет бесчисленное множество решений. Для нахождения наилучшего (оптимального) из них введена целевая функция: минимум суммы годовых издержек эксплуатации оросительной системы и ущерба от ограничений орошения при дефиците воды

$$\sum C_s g_s \rightarrow \min, \quad (7)$$

где C_s – коэффициенты целевой функции, соответствующие удельным издержкам эксплуатации действующих каналов системы или удельным ущербам "компенсации" дефицита воды из фиктивных каналов.

При определении ущерба у каждого потребителя условно подразумевается наличие нескольких фиктивных каналов, в которых недостающая вода "компенсируется" по цене удельного ущерба за единицу дефицита. Фиктивные каналы имеют ограниченные пропускные способности и разные цены удельного ущерба, что позволяет учесть нелинейность зависимостей ущерба от глубины дефицита.

Для расчета коэффициентов целевой функции, позволяющих планировать водораспределение на минимум суммарного ущерба, разработана специальная методика. На основе обработки имеющихся экспериментальных данных применительно к условиям Средней Азии определены их ориентировочные численные значения.

Однако, варьируя способами задания коэффициентов функционала, можно осуществить расчет плана водораспределения и на основе других принципов. Так, если принять удельные ущербы у всех потребителей одинаковыми (например, $C_s = 1$), то реализуется расчет плана водораспределения, при котором минимизируются непроизводительные потери воды на оросительной системе.

В настоящее время признанный принцип межхозяйственного водораспределения – пропорциональное распределение водных ресурсов, при котором в водообеспеченные периоды и годы каждое хозяйство получает запланированное количество воды, а в дефицитные периоды

поступление воды в каждое хозяйство сокращается пропорционально общему снижению расхода воды в системе.

Расчет плана водораспределения можно произвести по этому принципу, если принять следующую зависимость целевой функции от расходов фиктивных каналов:

$$F = \sum (g_i^{n+1} / Q_i^n), \quad (8)$$

где g_i — расход фиктивного канала, подающего воду i -му потребителю; Q_i — потребности i -го потребителя.

Показатель степени n зависит от точности $\epsilon = |g_i/Q_i - g_j/Q_j|_{\max}$, с которой должно осуществляться пропорциональное водораспределение:

$$n \geq |\ln \eta_{i\min}| / \epsilon, \quad (9)$$

где η_i — КПД системы каналов, соединяющих i -го потребителя с источником орошения.

Аппроксимация нелинейной зависимости величины ущерба от глубины дефицита кусочно-линейной функцией введением у каждого потребителя по несколько фиктивных каналов с ограниченной пропускной способностью и разными величинами удельного ущерба позволяет при решении задачи расчета плана водораспределения на ЭВМ использовать эффективные методы расчета.

Задача расчета плана водораспределения имеет одну особенность. Вычисление КПД каналов и в общем случае удельных ущербов может быть осуществлено, если известны расходы в каналах по всем периодам. Но для решения задачи расчета плана водораспределения необходимо знание КПД каналов и удельных ущербов. Поэтому предлагается производить расчет итерационным методом, при этом для определения КПД каналов и удельных ущербов используются расходы, полученные на предыдущей итерации, а на первой итерации КПД каналов заменяются их КПД при максимальном расходе, расходы же фиктивных каналов принимаются равными нулю. Расчет повторяется до тех пор, пока два последовательных решения не совпадут с заданной точностью.

Но множество всех точек, удовлетворяющих функциональным ограничениям задачи расчета плана оптимального водораспределения, не выпукло, и поэтому целевая функция этой задачи на допустимом множестве может иметь не один локальный минимум.

Такая ситуация может возникнуть, если в какой-либо точке (g^*) на границе допустимого множества, обусловленного функциональными ограничениями задачи, квадратичная форма

$$\Delta g' \Phi \Delta g \quad (10)$$

отрицательно определена:

$$\frac{\partial F}{\partial g_i} \frac{d\phi_i}{dq_i} = \frac{F(g^*)}{Q_i} = \text{const.} \quad (11)$$

Здесь F — целевая функция; $\phi_i = \eta_i q_i$; η_i — КПД системы каналов, соединяющих i -го потребителя с источником; q_i — расход в i -м ка-

нале; g_i — расход фиктивного канала, подающего воду i -му потребителю; $Q_{\text{и}}$ — расход в источнике;

$$\Phi_{ij} = \frac{\partial^2 F}{\partial g_i \partial g_j} = \delta_{ij} \frac{F(g^*)}{2Q_{\text{и}}} \frac{d^2 \phi_i}{dq_i^2} \bigg/ \left(\frac{d\phi_i}{dq_i} \right)^3; \delta_{ij} - \text{символ Кронекера};$$

$$\Delta g_i = g_i - g_i^*.$$

Соотношения (10) и (11) определяют не только условия, при которых целевая функция может иметь множество локальных минимумов, но и условия, когда итерационная процедура позволяет отыскать лишь один из них.

Однако в этом случае при замене оптимального решения любым допустимым, находящимся на границе выбранного множества, изменение целевой функции (при условии ее выпуклости) не превышает α %:

$$\alpha = \left(\frac{\eta_{i\max} - \eta_{i\min}}{\eta_{i\min}} \right)_{\max} \cdot 100 \begin{cases} \frac{Q_i}{\sum \eta_i - Q_{\text{и}}} \text{ при } \left(\sum \frac{Q_i}{\eta_i} \right) - 2Q_{\text{и}} < 0, \\ 1 \text{ при } \left(\sum \frac{Q_i}{\eta_i} \right) - 2Q_{\text{и}} \geq 0, \end{cases} \quad (12)$$

где Q_i — потребность i -го потребителя.

Так, при $m = 1/4$ (m — показатель степени в формуле Оффенгендена), $\eta = 0,7$; $\delta = 1$; $\alpha = 12\%$.

Если ϵ^* — относительная погрешность определения расходов в источнике, потребностей потребителей и КПД систем каналов, то относительная погрешность определения целевой функции будет

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\epsilon^*}{Q_{\text{и}}} \left[\left(\sum \frac{Q_i}{\eta_i} \right) + 2Q_{\text{и}} \right]. \quad (13)$$

При $\epsilon^* = 5\%$ эта ошибка будет не менее 15%.

Таким образом, если задача имеет единственный минимум, который является глобальным, то применение итерационной процедуры позволяет получить оптимальное решение. Если же задача имеет не один минимум, то в результате может быть найден один из локальных минимумов и, так как в этом случае возможна замена оптимального решения любым допустимым на "функциональной" границе допустимого множества, ошибка не будет превышать ошибки, обусловленной погрешностями в определении исходных данных.

Последнее характерно для случаев, когда любое перераспределение воды между потребителями мало влияет на ущерб от недополива и для нахождения допустимого решения можно использовать любой принцип водораспределения: задачу на минимум ущербов можно за-

менить задачей расчета плана водораспределения, при котором минимизируются непроизводительные потери воды, или использовать принцип пропорционального водораспределения.

Экономико-математическая модель обоснования схемы и основных параметров оросительной системы основывается на экономико-математической модели планирования водораспределения.

Для каждого узла оросительной системы составляется уравнение неразрывности, в котором сумма входящих расходов должна равняться сумме потребляемых на узле и выходящих из него расходов.

Для нахождения наилучшего решения в качестве целевой функции принимается

$$\sum z_{ij}q_{ij} + \sum C_i q_i \rightarrow \min, \quad (14)$$

где z_{ij} — удельные приведенные затраты на строительство и эксплуатацию s -го участка канала; q_{ij} — соответствующие расходы; C_i — удельные приведенные затраты заменяющего варианта производства той же сельскохозяйственной продукции.

Задача планирования водораспределения отличается от задачи обоснования схемы и основных параметров оросительной системы тем, что в последнем случае приходится учитывать затраты на строительство и эксплуатацию элементов оросительной системы, а в качестве ущербов учитывать затраты заменяющего производства.

Таким образом, предложенная экономико-математическая модель планирования водораспределения может использоваться для оптимизации схем и основных параметров оросительной системы введением удельных затрат.

Затраты на строительство и эксплуатацию участка канала, а также его КПД являются функциями расходов, поэтому предлагается расчет производить итерационным методом, при котором для определения этих параметров используются расходы, полученные на предыдущей итерации.

Предложенный итерационный метод определения удельных затрат на строительство и эксплуатацию участка канала является модификацией метода Балинского (Хедли, 1967) и обеспечивает получение правильного значения целевой функции последовательным решением ряда приближенных задач с линейной целевой функцией.

В начале проектирования, исходя из топографических условий, определяется самая общая схема расположения водохранилищ, допустимых трасс каналов и возможных их КПД. Единственным условием включения в эту схему какой-либо трассы или варианта ее строительства является их техническая осуществимость.

Для определения площадей орошения на каждом массиве, расходов в источниках, забираемых на орошение, емкостей водохранилищ, пропускных способностей каждого канала решается задача согласования режимов стока с режимами водопотребления для всех источников орошения. В результате определяются оптимальное плановое расположение оросительной системы и ее КПД. Если пропускная способность какого-либо из вариантов каналов равна нулю, то необходимость в

нем отсутствует и строительная его стоимость тоже будет равна нулю.

Расчетные затраты сельскохозяйственного освоения земель включаются в затраты на строительство участков каналов, к которым примыкают эти земли. При проектировании реконструкции оросительной системы для освоенных земель затраты равны нулю. Если предусматривается переустройство или переход на новую технику орошения, то они отличны от нуля.

На основе рассмотренных экономико-математических моделей разработаны алгоритмы и системы программ ЭВМ "М-222" для расчетов планов водораспределения по заданному принципу, а также алгоритмы и программы технико-экономического обоснования схем и основных параметров оросительных систем применительно к задачам схемного проектирования.

Литература

Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. М., "Мир", 1967.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ МЕЛИОРАТИВНЫХ И СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

В.Н. ИВАНЕНКО, Б.Г. КОВАЛЕНКО, В.Э. МЕРЕНКОВ

В засушливых районах основным потребителем водных ресурсов является орошаемое земледелие. Более 90% всех водных ресурсов в Средней Азии идет на орошение сельскохозяйственных угодий.

Освоение новых, пригодных для сельскохозяйственного использования, земель требует дополнительных источников орошения. Это связано с большими капитальными вложениями в реконструкцию существующих оросительных систем и строительство новых водохозяйственных объектов. В этих условиях задача экономической оценки эффективности капитальных вложений становится особо актуальной.

Однако существующие методы экономической оценки эффективности капитальных вложений в мелиоративные и сельскохозяйственные объекты обладают целым рядом недостатков. Основные из них:

1. Каждый из объектов располагается в экономическом районе и находится в тесной связи с другими объектами, но оценивается по своему собственному производству без учета влияния на эффективность других смежных объектов и региона (системы) в целом и перспективных народнохозяйственных планов развития региона.
2. Экономическая эффективность объектов определяется без учета обеспеченности (надежности) их сельскохозяйственного производства и региона в целом.
3. Существенный недостаток в оценке эффективности объектов — субъективизм (отсутствие единой методики) в определении их перспективных производственных показателей: урожайности, себестоимости продукции и т.п.

В результате появляются серьезные просчеты в оценке эффективности объектов.

Например, если, оценивая эффективность орошения высокогорных сенокосов в Киргизской ССР, не учитывать, что республика специализируется по производству животноводческой продукции, получается вывод о неэффективности этих мероприятий, так как они требуют больших капитальных вложений. Однако производство кормов на высокогорных сенокосах позволит в долинных районах возделывать более ценные культуры, следовательно, будут получены дополнительные доходы. Иными словами, полный системный учет всех эффектов от орошения сенокосов в республике показывает, что эти мероприятия в основном эффективны.

Методика строгой оценки экономической эффективности мелиоративных и сельскохозяйственных мероприятий, учитывающая указанные

недостатки, является сложной, однако разработка специальных математических моделей и применение ЭВМ позволяют снизить трудоемкость расчетов, сделав их доступными для оперативного анализа эффективности объектов и их элементов в процессе проектирования и экспертизы.

В предлагаемой работе сделана попытка разработки таких моделей.

Чтобы оценить величину прироста продукции, относимую на исследуемый объект, с учетом перечисленных выше требований, необходимо знать максимальные возможности существующего производства и производства с использованием проектируемого мероприятия. Разность между ними составит дополнительный прирост продукции, вызванный участием в производстве нового объекта. Для определения сравнительной эффективности проектируемого объекта необходимо знать экономию в расчетных затратах на производство того же максимально возможного совокупного продукта за счет использования нового объекта. Показателем его сравнительной эффективности является отношение этой экономии к собственным затратам объекта.

Следовательно, обоснование новых мелиоративных объектов сводится к решению трех основных задач:

I. Определение максимального производства объектами *производственной базы*¹ в соответствии с принятой на перспективу структурой плана развития сельского хозяйства.

II. Составление оптимальной схемы размещения максимального производства сельскохозяйственной продукции, полученного в задаче I, на объектах *расширенной производственной базы*², обеспечивающей минимум расчетных затрат.

III. Определение максимального производства объектами *расширенной производственной базы* в соответствии с принятой на перспективу структурой плана развития сельского хозяйства.

Производство продукции связано с расходом различных видов ресурсов: удобрений, сельхозтехники, воды, земли и др. Ограничения этих ресурсов влияют на производство сельскохозяйственной продукции. Оптимальное использование их позволяет увеличить ее выход. При этом должно соблюдаться определенное соотношение между различными видами продукции, которое, как правило, изучается и устанавливается планирующими органами.

Учитывая изложенные выше соображения, экономико-математическую модель для определения максимального производства (максимально напряженное состояние системы мелиоративных объектов) можно сформулировать следующим образом.

¹Под производственной базой понимается совокупность, состоящая из существующих и новых объектов, намеченных к осуществлению в расчетном году.

²Под расширенной производственной базой понимается прежняя база, дополненная проектируемым объектом.

Найти вектор X (интенсивность использования объектов) и число λ такие, что выполняются условия

$$A_1^1 X \leq B^1, \quad (1)$$

$$A_1^2 X - \Delta B_1 \lambda = B_1, \quad (2)$$

$$0 \leq X \leq D_1 \quad (3)$$

и обеспечивается

$$\lambda \rightarrow \max. \quad (4)$$

Здесь A_1^1 – матрица удельных затрат, включаемых в расчет ограниченных ресурсов для производственной базы региона; B^1 – вектор ресурсов; A_1^2 – матрица удельной производительности (урожайности) объектов производственной базы; B_1 – вектор-план производства различных видов сельскохозяйственной продукции; ΔB_1 – планируемый вектор-прирост отдельных видов продукции; D_1 – вектор технически допустимой интенсивности использования объектов.

Кроме того, по результатам решения задачи I можно вычислить сумму расчетных затрат производства ($3_1 = C_1 X$; C_1 – вектор удельных расчетных затрат). Если λ_1 – решение задачи I, то максимальные возможности системы объектов производственной базы

$$B_2 = B_1 + \Delta B_1 \lambda_1.$$

Решение задачи II можно осуществить с помощью следующей экономико-математической модели.

Найти вектор Y такой, что выполняются условия

$$A_2^1 Y \leq B^2, \quad (5)$$

$$A_2^2 Y = \Delta B_1 \lambda_1 + B_1; \quad (6)$$

$$0 \leq Y \leq D_2 \quad (7)$$

и обеспечивается

$$3_2 = C_2 Y \rightarrow \min, \quad (8)$$

где $A_2^1, B^2, A_2^2, D_2, Y$ – то же, что и $A_1^1, B^1, A_1^2, D_1, X$ в задаче I, но с учетом проектируемого объекта; C_2 – вектор удельных расчетных затрат.

Если новый объект по своим показателям лучше объектов производственной базы, то часть производства продукции переходит на новый объект и затраты по системе понижаются. Образуется экономия в затратах производства ($3_1 - 3_2$). Ее отношение к собственным затратам объекта – показатель его сравнительной эффективности

Задача III формулируется аналогично I, но для расширенной базы Y .

Найти вектор Y и число λ такие, что выполняются условия

$$A_2^1 Y \leq B^2, \quad (9)$$

$$A_2^2 Y - \Delta B_2 \lambda = B_2, \quad (10)$$

$$0 \leq Y \leq D_2 \quad (11)$$

и обеспечивается

$$\lambda \rightarrow \max, \quad (12)$$

где ΔB_2 — вектор прироста продукции, определяемый проектом.

Так же, как и в задаче I, после решения задачи III вычисляется сумма расчетных затрат ($\beta_3 = C_2 Y$), которая необходима для определения других технико-экономических показателей объекта. Если λ_2 — решение задачи III, то максимальные возможности системы объектов расширенной базы

$$B_3 = B_2 + \Delta B_2 \lambda_2.$$

Тогда приросты объемов продукции, относимые на проектируемый объект, определяются разностью

$$\Delta B = B_3 - B_2.$$

Таким образом, каждая из трех задач сформулирована в виде общей задачи линейного программирования, решаемой в общем случае симплекс-методом.

Но, во-первых, размерности задач, охватывающих такой регион, как республика, оказываются слишком большими, чтобы можно было говорить о практическом решении их на современных ЭВМ.

Во-вторых, особенности практического использования методики экономического обоснования мелиоративных объектов (многократные расчеты при выборе вариантов проектных решений, экспертизы и т.п.) накладывают ограничение на время расчетов. Оно должно быть по крайней мере не более того, которое затрачивается проектировщиками при традиционных расчетах.

В-третьих, практика планирования перспективного развития сельскохозяйственного производства показывает, что более или менее надежной исходной информацией являются данные о возможных земельных и водных ресурсах, затратах производства и урожайностях сельскохозяйственных культур. Поэтому в расчетах экономического обоснования объектов следует ориентироваться в основном на такую информацию.

Попытаемся свести наши модели к практически более перспективным. Для этого рассмотрим структуру матриц A^1 и A^2 . Матрица

A^1 характеризует удельные затраты ограниченных ресурсов (земельных, водных, удобрений, ядохимикатов и т.п.). Значение их не равноценно. Перспективное производство можно обеспечить всеми ресурсами, кроме воды и земли, в достаточной мере хотя бы за счет увеличения затрат по объекту. Поэтому достаточно косвенного учета этих ресурсов ограничениями вида (7), для чего нужно уточнить компоненты вектора D . В работе Б.Г.Коваленко с соавторами (1972) разработана процедура его уточнения. После этого в A^1 останутся показатели по земельным и водным ресурсам, которые более других привязаны к конкретному объекту. Матрица A^1 приобретает блочно-диагональный вид.

Проблема оптимального использования водных ресурсов является предметом специального изучения, поэтому мощности мелиоративных объектов выбираются в проектах с учетом водохозяйственного баланса. Это дает возможность при экономическом обосновании учитывать только площади орошаемого земледелия. Если при оптимизации структуры производства водоземельный баланс нарушается, то восстанавливается он по специальной процедуре.

Таким образом, в матрице A^1 остается одна компонента. Матрица A^2 характеризует удельную производительность (урожайность) объектов и не преобразуется.

Задача II после описанных преобразований является распределительной и имеет хорошо развитое математическое и программное обеспечения.

Задачи I и III тоже можно свести к распределительным, если для определения переменной λ использовать метод последовательных приближений. В нашем случае он состоит в следующем.

В качестве нулевого приближения положим $\lambda = 1$. Решим вспомогательную задачу

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq F_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_{ij} = \Delta b_j^1 + b_j^1, \quad j = \overline{1, n}, \quad (14)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq d_{ij}, \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}, \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (16)$$

где C_{ij} — удельные затраты сельскохозяйственного производства j -й культуры на i -м объекте. Задача (13)–(16) является распределительной. В процессе решения ее на ЭВМ по стандартным программам, согласно общей теории симплекс-метода (Данциг, 1966), могут быть три случая:

1. Решение не существует (функционал не ограничен).

2. Решение не существует – отсутствует допустимое решение (λ завышено, $\lambda_{i+1} = \lambda_i - \Delta\lambda$).

3. Решение есть, и оно оптимально (λ мало, $\lambda_{i+1} = \lambda_i + \Delta\lambda$).

В случае 2, если на предыдущей итерации был случай 3, шаг изменения λ уменьшается в 2 раза. Аналогично при переходе от случая 2 к случаю 3. Решение продолжается до тех пор, пока не окажется, что $\Delta\lambda < \epsilon$ (ϵ – точность расчета). В результате будут найдены $\lambda_1 = \max \lambda$ и сумма расчетных затрат

$$Z_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij},$$

т.е. все требования методики экономического обоснования объектов в отношении задачи I будут выполнены.

Аналогично решается задача III. Для выбора критерия точности применяется специальный алгоритм.

Таким образом, решение всех трех задач после описанного преобразования осуществляется с помощью одной и той же стандартной программы решения распределительной задачи.

Анализ существующих алгоритмов и программ показал, что наиболее удобным в практическом отношении с учетом всех требований наших задач является алгоритм, разработанный и подробно изложенный в работе Б.Г. Коваленко с соавторами (1972). В его основу положен метод Форда – Фалкерсона (Данциг, 1966). Ряд новых модификаций этого метода, осуществленный разработчиками программы, позволил значительно ускорить расчеты на ЭВМ.

Подобным образом оценивается любое количество объектов или их вариантов для выбора наилучшего. При этом, так как в расчете на единый уровень развития народного хозяйства все объекты сопоставляются с одним и тем же заменяющим объектом, показатели их сравнительной экономической эффективности также сопоставимы. По этим показателям все анализируемые объекты ранжируются в порядке экономической эффективности. Наивыгоднейшим является объект с наибольшей величиной показателя.

При расчетах по моделям необходимы данные о перспективных урожайностях и расчетных затратах на производство каждой продукции для всех объектов производственной базы.

В основу методики прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур положено представление урожайности в виде суммы двух составляющих: детерминированной, определяемой сложившимися темпами улучшения хозяйственной деятельности, и случайной составляющей, определяемой случайными факторами (погодные, гидрологические). Изучение поведения этих составляющих позволило прогнозируемую урожайность сельскохозяйственных культур по всем объектам, участвующим в расчетах, определять по формуле

$$y_{ij}^{rp} = (1 + k_j^p) y_i^r S_{ij},$$

где y_{ij}^r — урожайность j -й культуры на i -м объекте в расчетном r -м году с заданной обеспеченностью p ; K_j^p — безразмерный коэффициент случайной составляющей урожайности j -й культуры, соответствующий p -й обеспеченности. Принимается на основе специального анализа многолетних данных о колебаниях урожайности; $y_j^r = y_j^0 + y_j^1 \ln(r + \bar{\lambda}_j)$ — детерминированная составляющая среднерегиональной урожайности j -й культуры на r -й уровень. Параметры y_j^0 , y_j^1 , $\bar{\lambda}_j$ подбираются по данным многолетнего ряда о темпах роста урожайности с помощью комбинированного метода наименьших квадратов; S_{ij} — коэффициент сопоставимости урожайности на рассматриваемом объекте и среднерегионального ее значения. Определяется с учетом достигнутого уровня агротехники (урожайности) и соотношения бонитетов, рельефных и климатических особенностей.

Все необходимые данные для прогнозирования урожайности культур (параметры для определения детерминированной составляющей, коэффициенты случайной составляющей различной обеспеченности, районные бонитеты, цены баллов и коэффициенты сопоставимости) на поливных и богарных землях районов Киргизии подготовлены и сведены в специальные таблицы.

При планировании развития сельскохозяйственного производства и оценке эффективности отдельных объектов применительно к засушливым районам страны учитываются земли четырех категорий: богарные, орошаемые, вновь осваиваемые и реконструируемые. На всех этих землях к расчетному периоду предполагается изменение не только урожайности, но и затрат производства по всем рассматриваемым культурам. Возникает необходимость обработки огромного материала, в особенности когда расчеты ведутся для крупного экономического района или республики. Эта работа производится на ЭВМ с использованием обобщенной формулы

$$3_{ij}^r = \frac{E k_i + z'_{ij} [1 + \beta_j (y'_{ij} - y''_{ij}) / y'_{ij}] [1 + \gamma_{ij} \rho_j] F_{н.о. i} + z'_{ij} [1 + \beta_j (y'_{ij} - y''_{ij}) / y'_{ij}] \gamma_{ij} \rho_j F_{р. i}}{(1 + \gamma_{ij}) F_{н.о. i} + \gamma_{ij} F_{р. i}} [(1 + \gamma_{ij} B_j) A + \gamma_{ij} B],$$

где 3_{ij}^r — расчетные затраты производства j -й культуры в i -м районе (объекте) на r -й уровень планирования, руб/га в год; E — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений; k_i — суммарные (мелиоративные и сельскохозяйственные) капитальные вложения в объект, руб; z'_{ij} — издержки производства j -й культуры в рассматриваемом (i -м) районе, руб/га в год; β_j — коэффициент увеличения затрат производства j -й культуры при увеличении ее урожайности; y'_{ij} , y''_{ij} — урожайности этой культуры на существующем и расчетном уровнях планирования в условиях постоянства обеспеченности орошения (50%), ц/га; γ_{ij} — коэффициент увеличе-

ния урожайности j -й культуры при реконструкции и повышении обеспеченности орошения на объекте; F_{pi} , F_{noi} — площади земель реконструкции (повышение обеспеченности) существующего и нового орошения соответственно на рассматриваемом i -м объекте, га. Если на объекте нет реконструируемых земель, то $F_{pi} = 0$; если нет новых земель, то $F_{noi} = 0$; A, B — числа, характеризующие рассматриваемый объект. Если объект дает прирост только новых орошаемых земель, то $A = 1$, $B = 0$. Если объект обеспечивает только реконструкцию существующих земель, то $A = 0$, $B = 1$. Для существующих объектов орошаемого земледелия, не подвергающихся реконструкции, $A = 1$, $B = 0$, $EK = 0$, $F_{pi} = 0$, F_{noi} равна используемой площади.

По изложенным выше моделям создана "Автоматизированная система экономических расчетов мелиоративных объектов" для ЭВМ "Минск-22М".

Автоматизированная система состоит из двенадцати программ, объединенных программой-диспетчером и записанных на магнитную ленту. Запуск системы осуществляется четырьмя командами вызова диспетчера, введенными в оперативную память ЭВМ.

По желанию проектировщика с помощью управляющих ключей на широкую бумажную ленту выводятся в виде специально подготовленных таблиц необходимая исходная информация и результаты промежуточных расчетов.

Итогом работы автоматизированной системы является таблица-паспорт проектируемого объекта со всеми его показателями.

Разработанные экономико-математические модели и автоматизированная система позволяют:

1. Проводить народнохозяйственную оценку мелиоративного объекта с вновь осваиваемыми, реконструируемыми, смешанными землями.
2. Оценивать показатели сравнительной и абсолютной эффективностей объекта по эффекту в экономическом районе с учетом и без учета возможных эффектов в животноводстве.
3. Однозначно прогнозировать производственные показатели проектируемых мероприятий на любой расчетный уровень (год) с учетом обеспеченности (надежности) производства продукции или использовать показатели, предлагаемые проектировщиком.
4. Получать результаты расчетов в виде удобных для практического использования таблиц.

Методика обоснования мелиоративных мероприятий и созданная по ней автоматизированная система опробованы на ряде объектов Киргизской ССР и внедрены в институте "Киргизгипроводхоз".

Литература

- Данциг Д.Н. Линейное программирование, его применение и обобщение. М., "Прогресс", 1966.
- Коваленко Б.Г., Меренков В.З., Иваненко В.Н., Герасименко Е.Н. Оптимизация планов развития орошения (с расчетами на ЭВМ "Минск-22М"). Фрунзе, "Кыргызстан", 1972.

**ПРИНЦИПЫ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ
СХЕМ КОМПЛЕКСНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
ВОДНЫХ РЕСУРСОВ
И МЕЖБАССЕЙНОВЫХ ПЕРЕБРОСОК СТОКА**

И.В. БУСАЛАЕВ

Формирование больших систем водного хозяйства. Системный метод исследования. Современный этап развития водного хозяйства характеризуется значительным ростом и усложнением структуры водохозяйственных систем (ВХС).

1. ВХС становятся комплексными разветвленными системами, охватывающими отрасли народного хозяйства на обширных территориях страны.

2. ВХС как природно-экономическим системам свойственна стохастичность многих влияющих на их работу факторов.

3. ВХС в естественно-историческом и социологическом плане — непрерывно развивающиеся динамичные человеко-машинные системы с длительным процессом формирования и развития.

Поэтому существенно повышаются требования к водохозяйственным проектам, составу и качеству исходной информации, показателям и критериям выбора оптимальных решений, методике планирования перспективных ВХС.

Методы системного анализа при планировании сложных ВХС. Обычные методы исследования операций и математического программирования в полной мере применимы лишь для анализа и описания сравнительно небольших задач водного хозяйства.

Таковы, например, задачи регулирования и управления одноцелевыми водохранилищами, отдельными отраслевыми системами небольшого масштаба.

Однако для сложных многосвязных систем, рассматриваемых как целостная согласованно функционирующая структура с целенаправленным развитием, указанные методы большей частью являются неэффективными.

Исследование таких систем связано с анализом следующих новых проблем: выбор и обоснование целей системы, построение критерия оптимальности, разработка иерархически связанной совокупности моделей и необходимой информации.

В настоящее время еще не имеется четко очерченной методологии оптимального планирования и управления такими большими системами. Имеются лишь отдельные попытки анализа и синтеза таких систем в отдельных областях техники. Например, анализ проблем телефонных, экономических, транспортных, строительных систем, а также систем химической технологии, промышленного производства и т.д.

Опыт широкого системного подхода к планированию и управлению ВХС еще невелик, отдельные попытки не обобщены, не выработано общего подхода.

Системный анализ сформировался в результате обобщения накопленного опыта по исследованию операций и развития общей теории систем. Следовательно, он является методологией анализа сложных проблем, для решения которых нет стандартных методов.

Системный подход характеризуется следующими основными моментами:

1. Построение системы целей. Необходимость уяснения конечных целей и увязка их с вспомогательными и промежуточными.

2. Выявление и оценка возможных альтернатив решения задачи. Разработка списков набора возможностей и альтернативных вариантов с последующим сравнением их по каким-либо критериям качества дает возможность ориентироваться на выработку оптимальных или близких к ним хозяйственных решений.

3. Программно-целевое планирование и управление системой. Планирование крупных водохозяйственных систем должно основываться на широкой системе научно-технических прогнозов и генеральных планов развития народного хозяйства.

Ниже рассматривается одна из попыток применения системного анализа для планирования ВХС.

Общая концепция оптимального планирования ВХС. В Казахском НИИ энергетики под руководством Н.С. Калачева и автора была разработана концепция планирования и управления развитием комплексных ВХС. Концепция исходит из представления, что управлять водохозяйственным строительством следует так, чтобы при определенном, почти всегда жестко ограниченном количестве водных ресурсов получать возможно больший народнохозяйственный эффект на планируемом генеральном уровне развития ВХС. Этим и определяются цель управления и количественное выражение ее — целевая функция задачи.

Вторым этапом процесса является выбор наилучшего пути движения к цели, который рассчитывается по минимуму суммарных расчетных затрат.

При этом первый этап, определяющий целевое назначение системы, составляет содержание стратегического планирования, на втором этапе решаются тактические задачи очередности осуществления схемы.

В целом построение оптимальной ВХС рассматривается как задача мобилизации, преобразования и распределения ресурсов в много-ступенном процессе. Решение ее проводится с помощью функциональных уравнений теории динамического программирования.

Принципы построения иерархической группы моделей планирования ВХС бассейна и межбассейновых водных связей. В предлагаемой методике процесс перспективного планирования объединенной ВХС крупного региона характеризуется комплексом моделей, отражающих различные аспекты проблемы.

В основу формирования указанного комплекса положен функционально-территориальный принцип: модели разрабатываются в соот-

ветствии с основными функциями ВХС в порядке их следования — "добыча", концентрация, преобразование, распределение и использование водных ресурсов с одновременной локализацией их по водохозяйственным районам и водобалансовым участкам.

Центральным и наиболее важным звеном оптимизации ВХС является разработка двух совокупностей оптимальных моделей: для исследования бассейновых схем комплексного использования водотока и межбассейновых водохозяйственных связей. Смыкаются они через блоки оптимизации состава источников водообеспечения и размещения водоемких производств.

В свою очередь общий комплекс моделей оптимизации бассейновой ВХС состоит из ряда блоков, отображающих основные функции системы.

Оптимизация состава источников водообеспечения объединяет все операции выбора наивыгоднейших способов покрытия заданной потребности в воде из конкурирующих источников, обеспечивающих минимум суммарных расчетных затрат. В качестве сопоставляемых водных ресурсов рассматриваются обычно все возможные виды: местный сток, подземные воды, зарегулированный сток, вода, перебрасываемая из соседних или отдаленных районов.

Для решения поставленной задачи производится водохозяйственный баланс территории с точностью до балансового участка. Причем попутно определяются необходимость и возможность переброски движением сверху вниз от региона и бассейна в целом до отдельных балансовых участков. Целесообразность переброски выясняется обратным движением снизу вверх от конкретных участков (отбираются более выгодные из водоисточников) к бассейнам и водохозяйственным районам.

По существу этот этап можно назвать предварительной оптимизацией водохозяйственного баланса. Описанный малый "челночный" цикл может повторяться несколько раз с постепенным накоплением информации и уточнением приходной части водохозяйственного баланса. Информация на этом этапе используется в весьма общем и укрупненном виде: данные водохозяйственного районирования, характеристики водопотребления, детализированные до балансовых участков, технико-экономические показатели водозабора по всем видам водоисточников и др.

Математическая модель оптимизации описанного блока приводится в работе Бусалаева и др. (1968).

Аналогично оптимизируются межбассейновые водохозяйственные связи. Система условно-оптимальных моделей в данном случае состоит из следующих основных укрупненных блоков: оптимизации объема переброски, оптимизации трасс при заданном объеме и оптимизации параметров сооружений при выбранном направлении трассы.

Вопросы информации при планировании ВХС. Необходимую для оптимизации планирования ВХС информацию рекомендуется классифицировать по входящим в ВХС подсистемам и объектам, по типам водохозяйственных задач, блокам экономико-математической модели системы.

Наиболее компактный и рациональный – последний способ организации информации, так как в этом случае можно проверить также и достаточность информационных массивов по отношению к решаемой задаче.

Можно выделить четыре группы эквивалентных характеристик: индивидуальные, относящиеся к объектам определенного вида; групповые, объединяющие объекты разных видов, но одного типа (например, высоконапорные и низконапорные ГЭС и др.); обобщенные, объединяющие системы и объекты различного типа, но одного функционального назначения (например, тепловые и гидравлические электростанции); эквивалентные характеристики систем с разными функциями, но идентичными целевыми задачами. Например, можно привести эквивалентную характеристику перехода водораздела, построенную с помощью оптимизации способов преодоления водным трактом водораздельных поднятий при разных значениях расхода по минимуму расчетных затрат. Эта эквивалентная характеристика используется затем при расчете выбора трасс в качестве исходной.

Основные положения предлагаемой методики планирования ВХС.

1. Расчленение задачи на иерархические уровни в соответствии с территориально-функциональным содержанием. Это дает возможность рассматривать уровни как обособленные блоки, связанные условиями субординации по вертикали и координации по горизонтали.

2. Последовательная оптимизация во всех звеньях и блоках, формирующая систему условно-оптимальных моделей, позволяет поблочное свертывать информацию и оперировать на каждом шаге небольшим числом управляющих переменных (такая поэтапно эквивалентная информация является более устойчивой к ошибкам исходных характеристик).

3. Объединение процесса планирования с расчетом структуры и параметров перспективной ВХС. В результате итерационного процесса разработки системы удастся постепенно приблизиться к искомому решению.

4. Рассмотрение системы, с одной стороны, как элемента вышестоящей системы водного или всего народного хозяйства, с другой – как совокупности отраслевых подсистем, объединенных общей целью.

Неотъемлемым свойством системы моделей и процесса расчетов является наличие итерационных циклов двух видов: малые для расчета эквивалентных характеристик по каждому блоку в зависимости от управляющей переменной, большие для повторения всего расчета с новой, более уточненной и эквивалентированной информацией. Сходимость большого итерационного процесса определяется не уменьшением целевой функции от одной итерации к другой, а достижением ею стабилизированного состояния с определенной заранее итерационной пробой.

Литература

- Бусалаев И.В. Метод оптимизации состава водохранилищ каскадного регулирования стока. – В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 8. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1971.

- Бусалаев И.В. Экономико-математическое моделирование и критерий оптимальности планирования водохозяйственных систем. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 9. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1972.
- Бусалаев И.В. Анализ и планирование водохозяйственных систем в условиях неопределенной информации. - Водные ресурсы, 1973, № 5.
- Бусалаев И.В. Иерархическая система моделей оптимального планирования перспективных схем использования водотоков. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 11. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1974а.
- Бусалаев И.В. Методы эквивалентирования исходной информации и задачи оптимального планирования водохозяйственных систем. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 11. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1974б.
- Бусалаев И.В., Ваганов М.Н., Сергеева Л.В. Экономико-математическая модель оптимизации водохозяйственного баланса. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 6. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1968.
- Бусалаев И.В., Кадырбаев А. Задачи оптимизации выбора трасс водоподводящих каналов. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 10. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1973.
- Бусалаев И.В., Куперман И.Г. Метод расчета некоторых вероятностных характеристик бассейновых водохозяйственных систем. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 11. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1974.
- Бусалаев И.В., Павленко В.Г., Сергеева Н.В. Экономико-математическая модель оптимизации схемы преодоления водораздела при межбассейновых перебросках стока. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 10. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1973.
- Вдовица А.И., Калачев Н.С. Математическая модель для оптимизации параметров водохозяйственной системы с учетом режима водопотребления объектами. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 9. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1972.
- Великанов А.П., Коробова Д.Н., Синицин Н.И. Алгоритм оптимального распределения водных ресурсов на ЭВМ для сложных водохозяйственных систем. - В сб.: Проблемы регулирования и использования водных ресурсов. М., "Наука", 1973.
- Водноэнергетические расчеты методом Монте-Карло. М., "Энергия", 1969.
- Воропаев Г.В. Резервы ирригации, связанные с оптимизацией использования водных ресурсов. - В сб.: Проблемы регулирования и использования водных ресурсов. М., "Наука", 1973.
- Захаров В.П. Непрерывно развивающиеся отраслевые системы, особенности их работы, экономики и прогноза развития. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 11. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1974.
- Калачев Н.С. К вопросу оптимизации структуры водохозяйственных систем. - Вестн. АН КазССР, 1965, № 1.
- Калачев Н.С. Трехступенная схема оптимального планирования водохозяйственных систем. - В сб.: Проблемы гидроэнергетики и водного хозяйства, вып. 6. Алма-Ата, изд. АН КазССР, 1968.
- Калачев Н.С. О методических основах оптимального планирования водохозяйственных систем. - Водные ресурсы, 1973, № 1.
- Картвелишвили Н.А. Теория вероятностных процессов в гидрологии и регулировании речного стока. Л., Гидрометеиздат, 1967.
- Коренистов Д.В., Крицкий С.Н., Менькель М.Ф. Проблемы теории регулирования речного стока. - В сб.: Проблемы изучения и использования водных ресурсов. М., "Наука", 1972.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ МЕТОДОВ КОМПЛЕКСНОГО МЕЛИОРАТИВНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

В.В. ШАБАНОВ

Как известно, проблема комплексного регулирования была поставлена еще основоположником советской мелиоративной науки А.Н. Костяковым, который писал: "Мелиорация имеет задачей регулирование не только водного, но и воздушного, питательного и теплового режимов почв в соответствии со стадиями и фазами развития растений... Для правильного проектирования и эксплуатации мелиораций необходимо знать, во-первых, тот режим почвы, водный, воздушный и химико-биологический, какой является, с одной стороны, наличным, а с другой стороны, потребным для сельскохозяйственных растений при данных условиях, и разницу между ними, а во-вторых, те технические методы, которыми можно количественно и прочно, т.е. длительно, изменять водный, воздушный и химико-биологический режимы почвы в нужном направлении и возможные пределы этих изменений... Таким образом, в области мелиорации приходится иметь дело или учитывать следующие элементы: 1) потребность растений; 2) свойства и качества (физические и химические) объекта мелиораций — почвы и средства мелиораций — воды; 3) технические и преимущественно гидротехнические способы количественного изменения свойств почвы и возможные пределы этих изменений" (Костяков, 1961).

Несмотря на то что это было написано в 1926 г., развитие мелиорации до недавнего времени шло в основном по пути разработки гидротехнических способов регулирования водного режима. Вопросы потребности растений как объекта мелиорации и свойств почвы, характеризующих транспортную способность почвы относительно воды, тепла и пищи, до сих пор решены далеко не полностью.

Ощущается недостаток знаний вопросов проектирования, строительства и эксплуатации мелиоративных систем, и это сказывается на качестве последних, требования к которым непрерывно растут.

Указанные обстоятельства настоятельно требуют продолжения работ по всем трем элементам, описанным А.Н. Костяковым. Однако необходимо учитывать при этом не только то, что сделано в мелиоративной науке, но и в других науках, так или иначе влияющих на развитие мелиорации, и максимально использовать новейшие достижения в области биологии, кибернетики, математики, геофизики, химии.

Даже беглый взгляд на перечень элементов проблемы приводит к заключению, что она является комплексной, лежащей на стыке различных наук, поэтому для эффективного решения ее необходимо создать систему целей и методов решения отдельных задач.

Постановка и решение комплексных проблем стали возможными благодаря установлению количественных закономерностей по частным вопросам и проникновению новых теоретических идей в различные области знаний. К таким новым идеям можно отнести и системный подход. При этом автор разделяет убежденность члена-корреспондента АН СССР Н.И. Моисеева, что системные методы дают возможность однообразно схематизировать многие природные процессы и использовать математический аппарат и теорию, разработанную для одних областей знаний, в других областях.

Представляется, что комплексные исследования по мелиорации нужно проводить значительно шире и глубже, так как с каждым новым увеличением урожаев все труднее получать следующее увеличение, основываясь на неполном комплексе знаний о растении и окружающей его среде.

До недавнего времени под сельскохозяйственной мелиорацией понимали в основном коренное улучшение водного режима, т.е. создание оптимальных водных условий для растений. Мелиорация светового, теплового и питательного режимов не рассматривалась самостоятельно, и не ставилась цель независимого регулирования этих режимов.

Основываясь на таких фундаментальных законах биологии, как законы *незаменимости и равносилльности действия факторов внешней среды* на растение, можно полагать, что создание оптимального светового, пищевого и теплового режимов также необходимо, как и создание оптимального водного режима.

Растение, как и любая устойчивая биологическая система, обладает способностью саморегулироваться. Однако диапазон саморегулирования по водному, пищевому и тепловому режимам бывает значительно уже, чем диапазон изменения тех же режимов в природных условиях, особенно вне ареалов происхождения растений. Исходя из этого можно наметить два пути приведения в соответствие требований растений и условий внешней среды.

Первый путь — это направленная селекция для получения растений с широким диапазоном саморегулирования. Однако надо полагать, что растения с узким диапазоном саморегулирования более продуктивны, чем растения с более широким диапазоном.

Возможен и второй путь приведения в соответствие требований растений и условий внешней среды — создание искусственных оптимальных условий внешней среды по всем факторам, важным для растения, т.е. сельскохозяйственная мелиорация.

Сказанное выше приводит к несколько новому определению задач мелиорации. В настоящее время сельскохозяйственную мелиорацию нужно рассматривать как науку о коренном улучшении *всех жизненно важных для растения*¹ факторов внешней среды. В техническом отношении мели-

¹ В дальнейшем, по-видимому, будут рассматриваться в качестве объектов мелиорации не только растения, но любые живые существа на земле (люди, животные, биогеоценозы и т.д.). Это приведет к возникновению всеобщих мелиораций, отдельные элементы которых появляются в настоящее время.

орация есть комплекс мероприятий, позволяющих существенно увеличивать продуктивность растений посредством воздействий на среду, минимизируя разность между требованиями растений и внешними условиями.

Задача о регулировании всех факторов внешней среды пока технически невыполнима, но задача об оптимальном регулировании водного, питательного и теплового режимов не только может быть поставлена, но и в значительной мере решена в ближайшие годы в том случае, если будут разработаны соответствующие методы комплексного регулирования. Несмотря на то что современное сельское хозяйство и мелиорация достигли значительных успехов, можно полагать, что существуют еще значительные резервы в увеличении продуктивности сельскохозяйственных культур посредством мелиораций. Это предположение основано на том факте, что максимальные урожаи, полученные в полностью регулируемых условиях, во много раз превосходят урожаи на мелиорируемых землях. Следовательно, методы регулирования, используемые мелиорацией, далеко не полно удовлетворяют требованиям растений. В связи с этим возникает необходимость поисков эффективных методов регулирования внешних условий и определения их потенциальных возможностей.

Как было сказано выше, задача мелиорации сводится к изменению условий внешней среды таким образом, чтобы растения нормально росли и развивались. Для решения поставленной задачи нужно знать требования растений, выраженные количественно, и количественное выражение оптимальных условий внешней среды. В дальнейшем, зная, насколько не соответствуют внешние условия среды требованиям растений, — найти необходимые мелиоративные воздействия, после которых разница между требованиями растений и условиями среды будет в определенном смысле минимальной. После вычислений необходимых мелиоративных воздействий выполняется расчет исполнительных устройств по каждому из регулируемых факторов.

И, наконец, осуществляется синтез устройств, регулирующих отдельные факторы внешней среды в единую систему оптимального регулирования водного, теплового и пищевого режимов. Указанные действия в практике проектирования должны выполняться поэтапно. Расчет и моделирование отдельных систем и всего комплекса для познания и анализа процессов во взаимодействии могут быть осуществлены системой математических моделей.

Существует несколько групп математических моделей, которые можно систематизировать следующим образом.

К группе I относятся модели требования растений, а в дальнейшем любых живых организмов к условиям внешней среды по ряду макрофакторов (водный и тепловой режимы, минеральное и газовое питание, солнечная радиация) и микрофакторов (микроэлементы).

Под требованиями живых организмов в данном случае понимается количественное соотношение, показывающее изменение их продуктивности в зависимости от условий окружающей среды. Для целей мелиоративного регулирования необходимо, чтобы эти требования

растений и микроорганизмов были выражены количественной зависимостью. В настоящее время существуют количественные зависимости такого типа. Они имеют максимум на оптимальном значении внешних условий и понижаются до нуля при внешних условиях, отклоняющихся в ту или другую сторону от оптимального значения.

Однако в большинстве своем кривые, выражающие требования растения в зависимости от внешних условий, получены эмпирически. Это обстоятельство затрудняет их использование в условиях, отличных от тех, при которых они были получены. Поэтому основной задачей при разработке этой группы моделей можно считать выявление наиболее общих закономерностей взаимодействия растения и среды и использование их в моделях.

Группа II моделей относится к процессам формирования условий внешней среды. Здесь необходимо решить вопрос о форме математического описания условий внешней среды, которая должна наилучшим образом отражать сущность и природу описываемой величины.

Описания по сущности можно разделить на детерминированные и вероятностные. Известно, что метеорологические процессы, которые определяют условия внешней среды для растения, обусловлены солнечной деятельностью, являющейся случайной во времени. Эта случайность накладывает отпечаток на метеорологические поля земной атмосферы, которые в конечном счете определяют осадки, температуру, ветер и другие внешние условия. Поэтому при описании внешних условий адекватным будет вероятностное описание. Однако закономерности формирования водного, теплового и пищевого режимов в каждой конкретной точке пространства можно выразить детерминированными дифференциальными уравнениями, что широко практикуется в настоящее время. При использовании в них законов распределения вероятностей коэффициентов проводимости можно получить стохастические закономерности формирования режима внешних условий и тем самым связать вероятностные и детерминированные методы описания внешних условий.

После проведения исследований по первым двум группам математических моделей делается обобщение, которое можно представить в виде математической модели обоснования потребности в мелиорации. В III группе моделей свертывается информация о требованиях растений и условиях внешней среды, т.е. эта модель включает модели первой и второй групп и дает представление об их взаимодействии. В результате получаются вероятностные характеристики оптимальных или неоптимальных условий для растения в данном географическом районе в виде показателя необходимости мелиораций. В зависимости от исходных материалов, используемых для характеристики внешней среды, показатель необходимости мелиорации будет отражать общие географические закономерности, если он вычислен на основе климатических данных, или микроклиматические закономерности, характеризующие осушаемое болото, орошаемый участок или другую часть мелиорируемых земель, имеющих свои микроклиматические особенности. Климатический показатель может использоваться для опреде-

ления направленности мелиорации на большой территории, а также для планирования размещения мелиоративных объектов и энергетических затрат на создание оптимального режима. Микроклиматический показатель необходимости мелиорации используется для планирования мелиоративных воздействий на конкретном массиве. Модели обоснования потребности в мелиорациях могут быть однофакторными (группа III) и многофакторными (группа IIIa). В этом случае вычисляется вероятность неоптимальных водно-тепловых или неоптимальность совместных водных, тепловых и радиационных условий.

Группа IV математических моделей относится к определению максимального диапазона регулирования внешних условий, в котором находятся все возможные (при заданной обеспеченности регулирования) отклонения внешних природных условий от оптимальных. Максимальный диапазон регулирования определяет экстремальную способность регулирующей системы и может быть использован при проектировании ее.

В оперативном регулировании важную роль играет текущее управляющее воздействие. Полная математическая модель формирования его должна включать модели прогноза управляемого фактора. Далее вычисляется разность между требованиями растений и прогнозируемой величиной. Поэтому основной задачей исследований в V группе является разработка методов прогноза управляемых величин и расчет управляющего воздействия для каждого фактора с учетом их взаимовлияния.

Модели VI группы должны позволить решить вопросы, связанные с технической реализацией управления водным, тепловым и питательным режимами. Расчет оптимальных регулирующих систем может быть осуществлен только в случае знания закономерностей движения воды, пищи и тепла от исполнительного элемента к растению. Ввиду того, что среда, в которой происходит это движение, имеет сложную стохастическую геометрию, закономерности движения воды, тепла и пищи во многом еще не разработаны. Поэтому основной задачей исследований здесь будет получение математических моделей движения воды, тепла и пищи от исполнительного устройства к растению.

На основе этих моделей должны быть решены задачи инерционности различных типов регулирующих устройств и методов и как следствие вопросы размещения регуляторов на мелиорируемом поле.

Регулирование одного фактора может быть осуществлено многими путями, однако далеко не все из них являются оптимальными. Поэтому следующей задачей является построение моделей оптимизации одно- и многофакторных регуляторов. Здесь в первую очередь должны быть определены критерии оптимальности в зависимости от поставленных задач перед регулированием. Далее предстоит выбрать наиболее удобные для решения данных задач математические методы оптимизации. Кроме этого, необходимо учесть, что оптимальные однофакторные системы могут быть не оптимальными при работе в комплексе факторов, поэтому следует искать и многопараметрические критерии оптимальности. Очевидно, что многие из критериев оп-

тимальности будут иметь экономическую структуру. Это обстоятельство делает необходимым изучение некоторых технико-экономических показателей и экономических связей.

Ввиду того что вся проблема и отдельные ее задачи чрезвычайно сложны не только для решения, но и для формализации, целесообразно каждую группу моделей разбивать на ряд подгрупп до тех пор, пока можно будет использовать уже известные ранее модели и алгоритмы решения. Другими словами, целесообразно составлять некоторую иерархическую структуру каждой проблемы. Элементы этой структуры могут изучаться различными методами, однако наиболее полно изучение можно провести, используя метод моделирования в самом широком смысле как некоторое логико-математическое описание природных объектов (растение, почва, климат) с помощью символов. При этом в первую очередь происходит натурное изучение явления (объекта), затем составляется его математическое описание (модель), на основании которого строятся алгоритм и программы решения на ЭВМ, и, наконец, реализация этой программы.

Задача составления математической модели в основном может быть решена двумя различными способами: функциональным и структурным.

Как известно, функциональный подход является естественным при исследовании сложных нестационарных систем (явлений) с ограниченной информацией о внутренней структуре. Система рассматривается как нечто целое, изучаются ее входные и выходные характеристики, т.е. воздействия и реакции на эти воздействия. Очевидно, что любая система (растение, почва и т.д.), пропуская через себя входные воздействия, накладывает на них определенный отпечаток, т.е. преобразует их тем или иным способом и в этом преобразовании проявляет свою структуру. Чем разнообразнее будет информация на входе системы, тем более полно проявится ее структура.

Структурный подход основан на первичном предположении (гипотезе) о механизме действия отдельных элементов системы, исходя из которого определяется механизм функционирования всей системы (явления). Другими словами, при составлении, например, дифференциального уравнения процесса для временного или пространственного элемента системы механизм функционирования в этом элементе распространяется на всю систему. Несомненно, что для составления математической модели явления необходимо иметь полную информацию о физической сущности происходящего явления или работы системы. Механическое перенесение известных уравнений (математических моделей) на вновь исследуемые явления может повлечь за собой принципиальные ошибки. Однако, правильно сочетая функциональный и структурный подходы и взаимно совершенствуя модели на основании все новой и новой информации, можно подойти к адекватной модели явления.

Литература

Костяков А.Н. Избр. труды, т. 2. М., Сельхозгиз, 1961.

ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГODOVOГО СТОКА, НАРУШЕННОГО ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ЧЕЛОВЕКА

В.А. КИКТЕНКО, Б.Б. БАИШЕВ

Большинство существующих методов водохозяйственных расчетов базируется на использовании статистических характеристик естественного режима стока. В то же время такие факторы, как гидротехническое строительство, агрокультурные, ирригационные, лесомелиоративные и другие мероприятия, осуществляемые на реках и их водосборных бассейнах, приводят к значительным изменениям его естественного режима. Причины последних в принципе могут быть подразделены на две основные группы:

1) непосредственно воздействующие на сток, уже сформировавшийся в руслах рек в результате строительства водохранилищ, каналов, водных трактов по переброске стока в смежные бассейны и т.д., и вызывающие сравнительно быстрые и крупные нарушения его режима и вероятностных характеристик;

2) действующие на стокообразующие факторы в пределах площади водосбора и приводящие к постепенным, сравнительно медленным трансформациям естественного режима стока: распашка земель, осушение болот, лесотехнические и другие мероприятия на водосборе.

В большинстве случаев наблюдается совместное влияние причин указанных групп.

Режим годового стока, измененный в результате причин первой группы, поддается количественной оценке с достаточной степенью точности. Для этого используют способы определения закона распределения функции нескольких случайных аргументов либо обобщением данных наблюдений за достаточно продолжительные периоды времени.

Наоборот, изменения, обусловленные медленно действующими факторами второй группы, когда еще недостаточно изучены элементы водного баланса речных бассейнов, далеко не всегда поддаются достоверной количественной оценке. Поэтому они, как правило, не учитываются при проектировании первоочередных объектов водохозяйственного комплекса.

Таким образом, для целей проектирования новых объектов (водохранилищ, каналов и т.д.) в составе развивающейся водохозяйственной системы реально могут быть учтены основные крупномасштабные нарушения стокового режима, обусловленные влиянием ранее осуществленных или находящихся в стадии строительства гидротехнических объектов.

Учет нарушений естественного стока необходим даже на начальных этапах развития большинства водохозяйственных систем, поскольку наличие хотя бы одного водохранилища (или водозаборного гидроузла) может существенно трансформировать его режим на протяжении всего нижерасположенного участка реки. По мере же дальнейшего развития водного хозяйства в бассейне речной сток будет претерпевать все большие и большие изменения. Такие реки, как Волга, Днепр, Дон, Енисей, Ангара, Иртыш, Сырдарья, Или, Рейн, Нил, Тенесси, Колорадо и многие другие, уже в большой степени изменили свой первоначальный (естественный) режим. В результате следует ожидать полного "вырождения" характерных признаков естественного режима указанных рек и их превращения в полностью управляемые человеком водные артерии.

Одной из важнейших задач, стоящих перед гидрологами и водохозяйственниками, является систематическое и детальное изучение нарушенного режима рек в условиях прогрессивно развивающегося использования их водных ресурсов. Это относится как к закономерностям колебаний годовых объемов стока, так и к его внутригодовому распределению. Такое изучение необходимо для проектирования новых водохранилищ в составе действующих каскадов регулирующих сток установок, ирригационных водозаборов, а также других водохозяйственных объектов. Оно необходимо и для решения вопросов, связанных с реконструкцией и периодическими переоценками параметров существующих водохозяйственных систем и их элементов.

При перспективном проектировании непрерывное развитие водного хозяйства обычно аппроксимируют несколькими расчетными уровнями, для ближайшего из которых указываются масштабы и характер планируемых мероприятий, объем сельскохозяйственной продукции, необходимые капиталовложения и т.д.

Имея в виду ближайший расчетный уровень, покажем, как могут быть получены статистические характеристики нарушенного стока в заданном створе реки в их обобщенной форме, т.е. в виде функции плотности вероятностей.

Нарушенный сток — результат сложного взаимодействия между участниками водохозяйственного комплекса — ирригацией, гидроэнергетикой, водным транспортом и т.д. В общем случае он состоит из ряда компонентов: турбинных расходов ГЭС, ирригационных, транспортных и специальных попусков, а также холостых сбросов из "верховых" водохранилищ, боковой приточности, поступлений из смежных бассейнов (при территориальных перебросках стока), возвратных вод и др. Годовые объемы стока их по своей природе являются случайными величинами. Отличаясь по генезису, компоненты суммарного (нарушенного) стока имеют разные законы распределения вероятностей. В большинстве случаев они описываются разрывными функциями.

Наиболее удобным способом построения функции распределения сумм компонентов нарушенного стока является последовательная (попарная) композиция законов их распределения, которая может

выполняться по известным в теории вероятности формулам как для независимых, так и зависимых случайных величин.

Реализация формул композиции законов распределения компонентов суммарного (нарушенного) стока при задании их плотностей вероятностей в аналитической форме встречает значительные трудности, в частности при нецелых значениях параметра γ кривой Пирсона III типа, входящего в функцию плотности ненарушенного стока, например боковой приточности. Кроме того, распределения некоторых составляющих нарушенного стока вообще не поддаются аппроксимации элементарными функциями, а задаются в виде графиков или таблиц. Поэтому наиболее приемлемым для практических расчетов является численная интерпретация формул композиции, позволяющая определять плотности вероятностей дискретных значений сумм случайных величин, имеющих любые по форме исходные кривые распределения.

На иллюстрации к построению функции распределения вероятностей нарушенного стока K_{Σ} показано несколько реализаций попарной композиции законов распределения исходных величин: а) холостые сбросы из двух "верховых" водохранилищ, из которых одно расположено на главном стволе реки, а другое — на его притоке; б) холостые сбросы из верхового водохранилища и специальные попуски из него; в) боковая приточность и специальные попуски; г) холостые сбросы из верхового водохранилища и боковой приточности. Полученные кривые распределения сумм служат исходными для последующих операций свертки. В конечном итоге устанавливается искомая функция распределения вероятностей стока K_{Σ} в створе проектируемого водохранилища. Она является исходной гидрологической информацией для обоснования его проектных параметров.

ПРИМЕНЕНИЕ ЦЕПЕЙ МАРКОВА В РАСЧЕТЕ РЕЖИМА ОРОШЕНИЯ

В.В. ШАБАНОВ

Основы расчета режима орошения были заложены академиком А.Н. Костяковым (1960, 1961) и развиты в работах его учеников и последователей. Отличительной чертой этих расчетов являлось то, что они базировались, с одной стороны, на требованиях растений к почвенной влажности, а с другой – на познании процессов формирования ее в различных почвенно-климатических условиях.

Дальнейшее продолжение работ по уточнению методов расчета режима орошения сельскохозяйственных культур целесообразно проводить в направлении уточнения требований растений в каждый момент вегетации и поисков адекватных моделей процессов формирования влажности почвы.

СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПРОГНОЗ ЕСТЕСТВЕННОЙ ВЛАЖНОСТИ

В настоящее время для описания величины влажности широко используются вероятностные методы, т. е. устанавливается закон распределения вероятностей различной влажности в каждую декаду и находится влажность заданной вероятности (обеспеченности), которую можно использовать для определения оросительных норм в i -ю декаду.

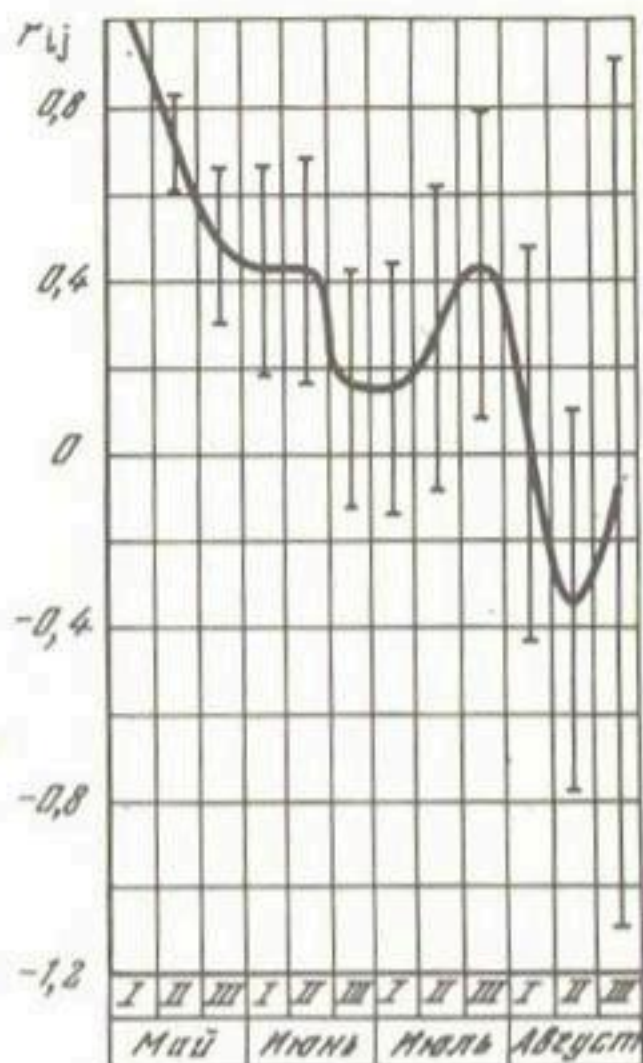
Такой подход может удовлетворить при расчете проектного режима орошения. Однако он обладает существенным недостатком, так как не учитывается взаимосвязь влажностей в смежные декады.

Это приводит к тому, что выбор расчетной обеспеченности влагозапасов в значительной мере произволен. Более полное описание изменения влажности почвы под сельскохозяйственной культурой в естественных условиях можно сделать, рассмотрев влагозапасы как случайный процесс и используя соответствующий математический аппарат.

Выбор математического аппарата для описания случайных процессов зависит от класса случайного процесса, соответствующего его внутренней структуре. Структура процесса может быть определена из теоретических соображений, а характеристики его рассчитаны на основе экспериментальных данных.

Будем полагать, что процесс изменения влажности во времени может быть описан цепью Маркова. В поддержку этого предположения приведем высказывание В. Феллера (1967): " По существу марковский процесс есть вероятностная аналогия процессов классической

Рис. 1. Осредненная автокорреляционная функция влагозапасов



механики, в которых дальнейшее развитие процесса вполне определено состоянием в настоящий момент и не зависит от способа, которым это состояние достигнуто. Эти механические процессы противоположны процессам с последствием, возникающим, например, в теории пластичности, где вся предыдущая история системы влияет на ее будущее. В стохастических процессах будущее никогда не бывает однозначно определенным, но все же имеются вероятностные соотношения, дающие возможность давать предсказания" (стр. 398).

Случайный процесс формирования влажности $\xi(\bar{W}_0, t)$ обусловлен случайным процессом выпадения осадков $\xi(m, t)$ и случайным процессом расходования воды посевом $\xi(e, t)$.

Отличительной особенностью процессов формирования влажности является то обстоятельство, что последующий ход их зависит в основном от предыдущего состояния. Это положение можно подтвердить уравнением водного баланса, в которое входят элементы только настоящего и непосредственно предшествующего ему моментов времени. Влажность в предшествующую декаду содержит всю информацию о прошедших процессах, и только от нее зависит процесс формирования влажности в настоящий момент (режим испарения, грунтового водообмена и др.).

Представление о связи между смежными моментами времени может дать автокорреляционная функция, вычисленная для ряда лет, со сдвигом по времени в одну декаду. В случае, если коэффициент корреляции будет во времени резко убывать, то это можно считать показателем отсутствия связи между смежными моментами. Результаты расчета приведены на рис. 1, где построена осредненная автокорреляционная функция влагозапасов за четыре года: 1959 г. (достаточное увлажнение — степень оптимальности $S_w = 0,8$), 1962 г. (среднее увлажнение — $S_w = 0,4$), 1965 и 1970 гг. (недостаточное увлажнение — $S_w = 0,2$) по пункту Шортанды — Северный Казахстан.

Как видно из графика, коэффициент корреляции между I и II декадами мая равен 0,72, т.е. влажность последующей декады в основном определяется влажностью предыдущей. Однако связь между I и III

Таблица 1

Запасы продуктивной влаги в слое 0-100 см (Шортанды)

Год	IV*		V			VI		
	II	III	I	II	III	I	II	III
1958							130	84
1959		161	186	154	130	149	147	138
1960		141	151	140	136	164	154	130
1961	186	173	143	138	125	119	114	92
1962		163	126	85	114	159	149	156
1963		95	80	114	119	84	76	88
1964				111	74	87	78	85
1965	92	94	96	100	111	91	75	65
1966		101	127	120	89	94	64	54
1967		93	99	142	85	97	86	44
1968	56	104	85	57			133	117
1969		113		110	140	128	87	93
1970**	136	-	141	132	144	107	103	98

* Первая строка из римских цифр обозначает месяцы, вторая - декады.

** 1970 г. не используется в расчете переходной матрицы

декадами значительно слабее ($r = 0,48$) и далее затухает, а в III декаде июня становится недостоверной ($\Delta r > r$).

Подобный анализ для других пунктов в зоне орошения приводит к аналогичным результатам. Исходя из этого можно считать в первом приближении процесс изменения влажности случайным марковским процессом. Однако этот класс процессов слишком широк, поэтому необходимо рассмотреть на конкретном примере, к какому подклассу относится процесс изменения влажности.

Влажность почвы в многолетнем разрезе под рассматриваемой сельскохозяйственной культурой может иметь ряд состояний, вероятность перехода из которых в любое другое определяется стохастической матрицей.

Например, по многолетним наблюдениям были получены следующие продуктивные влагозапасы под яровой пшеницей (табл. 1). Как видно из таблицы, во вторую декаду мая близкие значения влагозапасов были в различные годы такими: 1963 г. - 114 мм, 1964 г. - 111 мм, 1969 г. - 110 мм, однако в следующую декаду различных лет влажность значительно изменялась: 1963 г. - 119 мм, 1964 г. - 74 мм, 1969 г. - 140 мм, т.е. влажность перешла в три существенно различных состояния: - 70, - 120 и - 140 мм. Проследив за такими переходами от декады к декаде на протяжении всей вегетации, можно установить некоторую закономерность, выражаемую в виде матрицы переходных вероятностей из одного состояния в другое.

VII			VIII			IX		
I	II	III	I	II	III	I	II	III
147	162	141	117	78	53	45	78	58
148	171	170	157	135	168	144	133	125
134	152	147	149	140	123	110	96	
114	120	122	106	98				
107	53	43	34	52	61	59	60	58
92	86	99	65	38	55			
58	47	39	8	19	6	-	18	4
58	49	25	24	55	28	24	16	49
26	9	7	9	0	3	4	2	4
58	82	31	26	72	74			
89	86	65	52	60	43	11		
109	96	96	75	78	53	45	54	33
97	48	66	22	25	26	37	40	-

Примечание: Почвы — тяжелые суглинки; полная влагоемкость — 375 мм, наименьшая влагоемкость — 165 мм.

Ввиду того что наблюдения за влажностью обычно не превышают 20–30 лет, для получения матрицы переходной вероятности целесообразно использовать предположение об эргодичности цепи, тогда возможно объединение всех экспериментальных данных в различные декады в одну цепь.

По определению Кемени и др. (1963), марковская цепь называется эргодической, если из каждого состояния влажности в данный момент можно попасть в любое другое состояние. Таким свойством обладает регулярная цепь. Проверим рассматриваемую цепь изменения влажности на регулярность. Для этого вычислим матрицу переходных вероятностей по данным табл. 1. Разобьем весь диапазон встречающихся в таблице влажностей на ряд состояний, например десять

$$\Delta W_k = \frac{W_{\max} - W_{\min}}{n}, \text{ где } n=10; \quad (1)$$

Номер состоя- ния	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Диапа- зон W, мм	0– 20	20– 40	40– 60	60– 80	80– 100	100– 120	120– 140	140– 160	160– 180	180– 200

Матрицу в этом случае можно записать в следующем виде:

$$\|P_{w20}\| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & 0,3 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0,2 & 0,3 & 0,2 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0,5 & 0,2 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0,3 & 0,2 & 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0,4 & 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Матрица является стохастической, так как

1. $P_{ij} \geq 0$.
2. $\sum P_{kj} = 1$, где k — номер строки.

Матрице $P(W)$ для десяти состояний соответствует диаграмма переходов рис. 2, а.

Вероятность того, что первое состояние, т.е. влажность 0–20 мм, остается без изменения, близка к единице. Вероятность же того события, что во втором и третьем состояниях влажность останется неизменной $P_{22} = P_{33} = 0,4$. А из состояний девятого ($W = 160 - 180$ мм) и десятого ($W = 180 - 200$ мм) с вероятностью, близкой к единице, влажность перейдет в состояние восьмое ($W = 140 - 160$ мм). Остаться в этих состояниях (девятом и десятом) на протяжении декады влажность в естественных условиях не может.

Для проверки регулярности цепи укрупним состояния, т.е. одна градация будет равна 40 мм. Тогда матрица переходных вероятностей запишется в виде

$$\|P_{w40}\| = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,6 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,6 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Граф состояний для этой матрицы изображен на рис. 2, б (случай для пяти состояний).

Возводя матрицу $P(W)_{40}$ последовательно во 2, 3, 4-ю и т.д. степени, отметим момент, когда все элементы ее будут положительны, т.е. $P_{ij} > 0$. Нетрудно увидеть, что, если $\|P_w\|^2$ — число неотрицательных элементов K_n матрицы, т.е. нулей, уменьшается с 13 при $\|P(W)\|^1$ до 6, а $\|P(W)\|^3$ — до 2, при $\|P(W)\|^4$ количество неотрицательных элементов $K = 0$.

Таким образом, марковский процесс формирования влажности в естественных условиях является регулярным и, следовательно, эргодическим.

Интересно, что матрица P_w обладает свойством консервативности, т.е. система, попадая в то или иное состояние, с большой

вероятностью остается в нем. Исключением из этого правила является пятое состояние (160–200), так как в нем влажность превышает наименьшую влагоемкость и более подвижна.

Таким образом, этот процесс можно рассматривать как простую однородную цепь Маркова с конечным числом состояний. Необходимо и дальше изучать свойства этого процесса на многочисленном статистическом материале для уточнения принятой классификации.

После расчета переходной матрицы $\|P_w\|$ можно рассчитать вероятности всех состояний в каждый момент времени. Для этого необходимо знать начальное состояние влажности в момент начала вегетации. Предположим, что в первую декаду мая в каком-либо конкретном году (например, в 1970) влажность была равна 141 мм

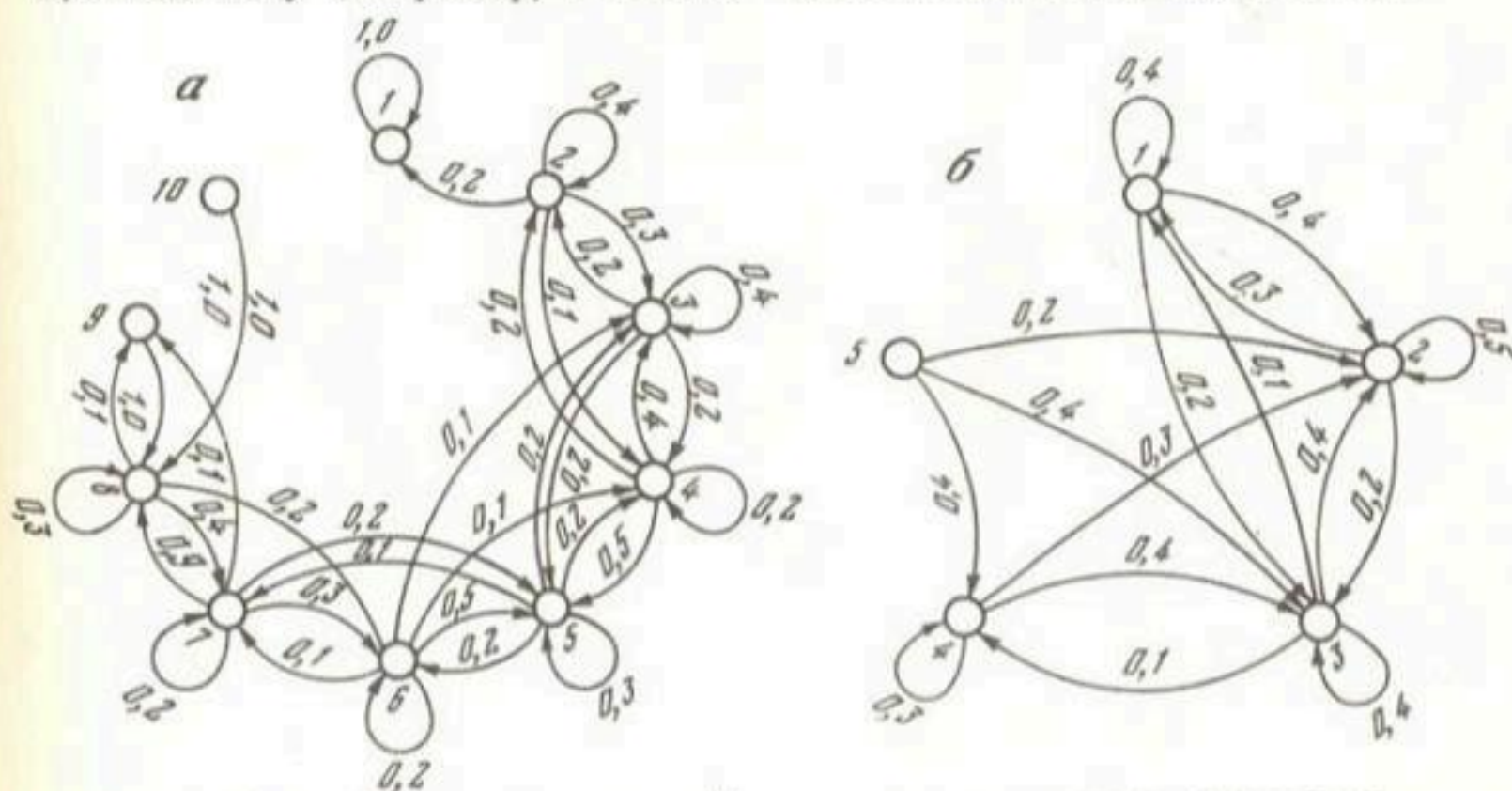


Рис. 2. Диаграмма вероятностей переходов из одного состояния влажности в другое

а – градаши через 20 мм продуктивных влагозапасов; б – через 40 мм

(см. табл. 1), т.е. согласно матрице (3) находилась в четвертом состоянии, тогда вероятность начальных состояний можно записать в виде $P_1(0)=0$; $P_2(0)=0$; $P_3(0)=0$; $P_4(0)=1$; $P_5(0)=0$ и согласно матрице $\|P_{w_{40}}\|$ (3) после первой декады вероятности перехода

влажности в различные состояния будут $P_{41}(1)=0$; $P_{42}(1)=0$; $P_{43}(1)=0,3$; $P_{44}(1)=0,6$; $P_{45}(1)=0,1$, т.е. во второй декаде вероятность влажности 0–80 мм равна нулю, с вероятностью 0,3 влажность уменьшится со 140 (120–160) до 100 мм (80–120) и с вероятностью 0,1 увеличится до 140 мм (160–200). Однако с большей вероятностью ($P_{44}(1)=0,6$) влажность останется той же.

Таким же образом можно рассчитать вероятности любых диапазонов (состояний) влажности при других начальных условиях.

Нетрудно видеть, что, перебирая все возможные начальные состояния и объединяя значения вероятностей в единую матрицу, полу-

чим матрицу вероятности влажности во вторую декаду вегетации при любых начальных условиях, которая будет идентична матрице (3).

Другими словами, для получения матрицы вероятности влажности во вторую декаду мая (порядковый номер декады 1) нужно умножить единичную диагональную матрицу состояний в первую декаду (порядковый номер декады 0) на матрицу переходных вероятностей (3). Это можно записать в виде

$$\begin{aligned} \|P^{(1)}\| &= \|P^0\| \|P_{w40}\| = \\ &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,7 & 0,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,6 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,6 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 & 0 \end{vmatrix} = \|P_{w40}\|. \end{aligned} \quad (4)$$

По аналогии можно предположить, что матрица вероятностей влажности в третью декаду мая будет равна произведению матрицы вероятностей влажности во вторую декаду на матрицу переходных вероятностей, т.е.

$$\|P^{(2)}\| = \|P^{(1)}\| \|P_{w40}\|.$$

Продолжая подобные рассуждения, можно получить рекуррентную формулу, в которой каждая последующая матрица состояний получается умножением предыдущей на переходную:

$$\|P^{(k)}\| = \|P^{(k-1)}\| \|P_w\|. \quad (5)$$

Согласно (4)

$$\begin{aligned} \|P^{(1)}\| &= \|P_w\|, \text{ далее } \|P^{(2)}\| = \|P^{(1)}\| \|P_w\| = \|P_w\|^2 \text{ и т.д.,} \\ \text{т.е. } \|P^{(k)}\| &= \|P_w\|^k. \end{aligned} \quad (6)$$

Матрица вероятности состояний в k -ю декаду равна k -й степени матрицы переходных вероятностей.

Опираясь на это правило, можно легко подсчитать стохастические матрицы состояний влажности в любую декаду.

Так, в четвертую декаду матрица вероятностей состояний $P^{(4)}$ будет равна $\|P^{(4)}\| = \|P_w\|^{(4)}$, в пятую — $\|P_w\|^{(5)}$, или $\|P_w^{(3)}\|^2$ и т.д.

Конкретный вид матриц¹ состояний и соответствующих им графов естественных условий влажности для пункта Шортанды (см. табл. 1) в третью, в пятую, и девятую декады вегетации будет таким (рис. 3):

¹ Значения вероятностей округлены с точностью до 0,01.

$$\|P^{(2)}\| = \begin{vmatrix} 0,55 & 0,39 & 0,06 & 0 & 0 \\ 0,26 & 0,48 & 0,24 & 0,02 & 0 \\ 0,06 & 0,36 & 0,45 & 0,12 & 0,01 \\ 0 & 0,09 & 0,36 & 0,49 & 0,06 \\ 0 & 0 & 0,30 & 0,60 & 0,1 \end{vmatrix}$$

$$\|P^{(3)}\| = \begin{vmatrix} 0,46 & 0,42 & 0,11 & 0 & 0 \\ 0,28 & 0,44 & 0,25 & 0,04 & 0 \\ 0,11 & 0,37 & 0,38 & 0,13 & 0,01 \\ 0,02 & 0,16 & 0,38 & 0,39 & 0,05 \\ 0 & 0,09 & 0,36 & 0,49 & 0,06 \end{vmatrix}$$

$$\|P^{(5)}\| = \begin{vmatrix} 0,37 & 0,42 & 0,18 & 0,03 & 0 \\ 0,28 & 0,41 & 0,25 & 0,06 & 0 \\ 0,18 & 0,37 & 0,31 & 0,13 & 0,01 \\ 0,07 & 0,26 & 0,37 & 0,27 & 0,03 \\ 0,04 & 0,22 & 0,38 & 0,32 & 0,04 \end{vmatrix}$$

$$\|P^{(9)}\| = \begin{vmatrix} 0,3 & 0,41 & 0,23 & 0,06 & 0,01 \\ 0,18 & 0,35 & 0,25 & 0,08 & 0,01 \\ 0,23 & 0,38 & 0,28 & 0,10 & 0,01 \\ 0,17 & 0,34 & 0,31 & 0,16 & 0,02 \\ 0,15 & 0,33 & 0,32 & 0,18 & 0,02 \end{vmatrix}$$

Имея в каждую декаду (пятидневку) вегетации матрицы вероятностей состояний влажности, можно использовать их для оценки сложившихся естественных условий, так как в них содержится вся статистическая информация о путях изменения влажности при любых начальных условиях и широком наборе погодных факторов (набор ограничивает лишь степень полноты исходного массива наблюдений над влажностью).

Так, в первую декаду при начальном состоянии 140 мм (120-160) влажность останется той же с вероятностью $P_{44} = 0,6$; в 30% случаев произойдет понижение влажности до уровня 100 мм (80-120) и лишь в 10% влажность будет находиться в диапазоне 160-200 мм. Поэтому будем считать, что влажность останется в диапазоне 140 мм. При этом допускается 30% риска, весомость которого можно оценить, используя функцию $S(W, r)$, определив, насколько снизится степень условий, если допустить переход влажности в третье состояние. Таким образом, к началу третьей декады влажность будет находиться в четвертом состоянии (120-160). Далее, используя матрицы $\|P^{(2)}\|$, определяем, что во вторую декаду влажность с вероятностью $P_{44}^{(2)} = 0,5$ останется той же или с вероятностью 0,45 уменьшится ($P_{43}^{(2)} = 0,36$, $P_{42}^{(2)} = 0,09$), т.е. далее необходимо рассматривать два возможных случая: влажность в четвертом состоянии и влажность в третьем состоянии.

Действуя подобно, получим, что в пятую декаду (будучи в третьем состоянии в четвертой декаде) влажность с вероятностью 0,31 ос-

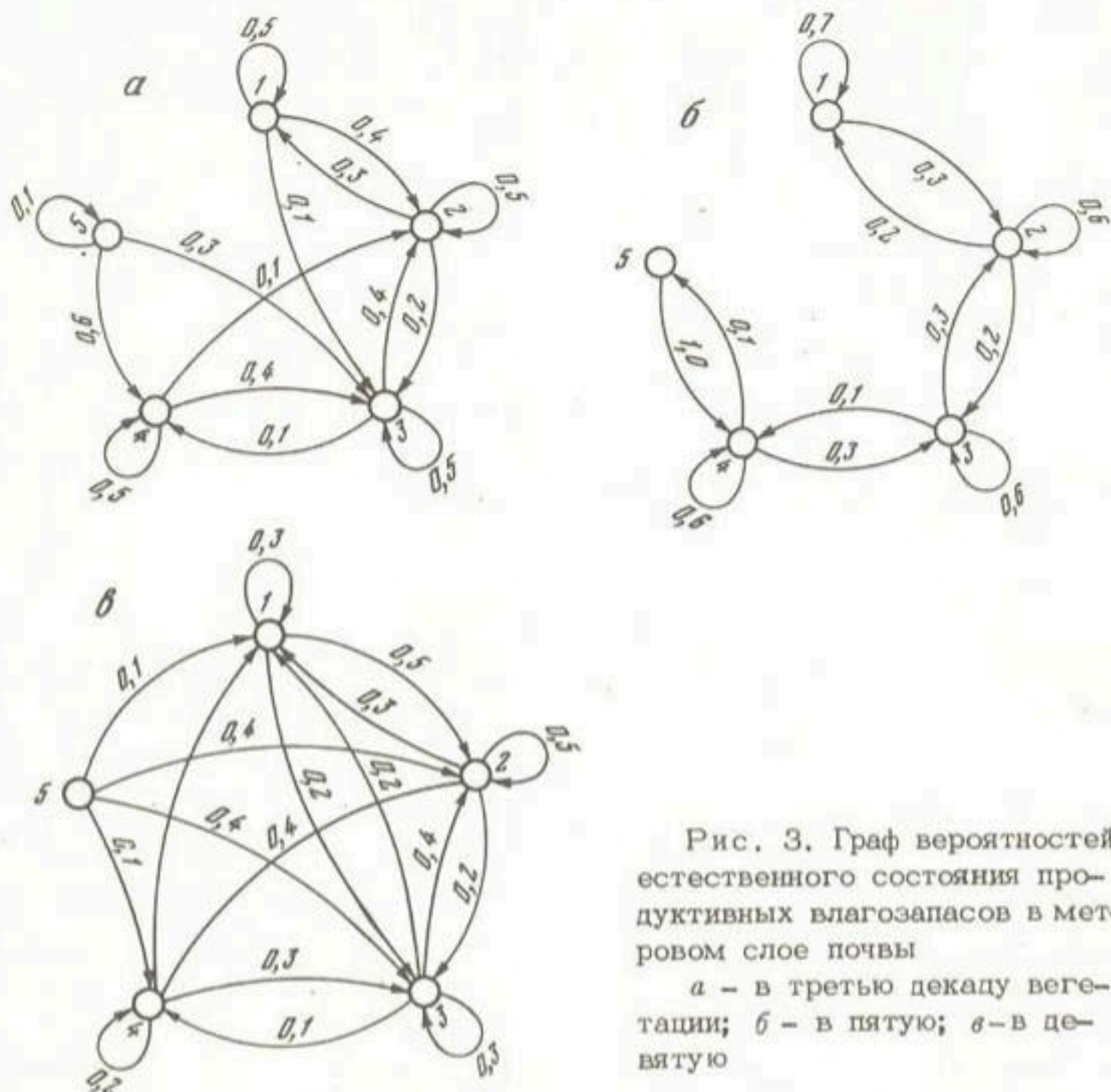


Рис. 3. Граф вероятностей естественного состояния продуктивных влагозапасов в метровом слое почвы

а - в третью декаду вегетации; б - в пятую; в - в девятую

танется в третьем состоянии и с $P_{32}=0,37$ перейдет во второе. Если же к пятой декаде влажность находилась в четвертом состоянии, то с вероятностью 0,37 она перейдет в третье состояние и пятую декаду.

Возможные траектории изменения влажности во времени для рассматриваемого случая можно представить в виде графика стохастического прогноза влажности (рис. 4). Выбирая траекторию по наибольшим вероятностям (сплошные стрелки), можно показать, что до начала третьей декады влажность будет находиться в диапазоне 120-160 мм. В третью декаду процесс разветвится, и либо в третью, либо в четвертую декаду произойдет снижение влажности до уровня 100 мм, далее влажность еще уменьшится до 60 мм и начиная с шестой декады с большой вероятностью будет находиться в диапазоне 40-80 мм.

Прогноз на следующую декаду существенно можно уточнить при известной влажности на конец текущей декады. Уточнение прогноза может быть также достигнуто увеличением числа состояний до 10 или 20. Схема расчета при этом и принципиальные положения не изменятся.

В матрицах вероятностей состояний $||P^{(1)}||, ||P^{(3)}||, ||P^{(5)}||, ||P^{(9)}||$ с увеличением времени наблюдается тенденция выравнивания значений вероятностей в столбцах. Можно предположить, что существует некоторая предельная матрица состояний, в которой все строки одинаковы. Это предположение теоретически обосновано для эргодических процессов. Ввиду того, что выше была установлена эргодичность процесса естественного формирования влажности, можно определить эту предельную матрицу следующим образом. Учитывая, что процесс изменения влажности непрерывный, составим дифференциальные уравнения изменения вероятности состояний во времени.

Такие уравнения называют уравнениями Колмогорова (Феллер, 1967). Для рассматриваемого примера с матрицей переходных вероятностей (3) они запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} dP_1/dt &= -0,3P_1 + 0,2P_2, \\ dP_2/dt &= -0,2P_2 + 0,3P_3, \\ dP_3/dt &= -0,1P_3 + 0,3P_4, \\ dP_4/dt &= -0,1P_4 + 1,0P_5, \\ P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 &= 1, \end{aligned} \quad (7)$$

Предельное состояние определится условиями $dP/dt = 0$, тогда система дифференциальных уравнений (7) превращается в систему

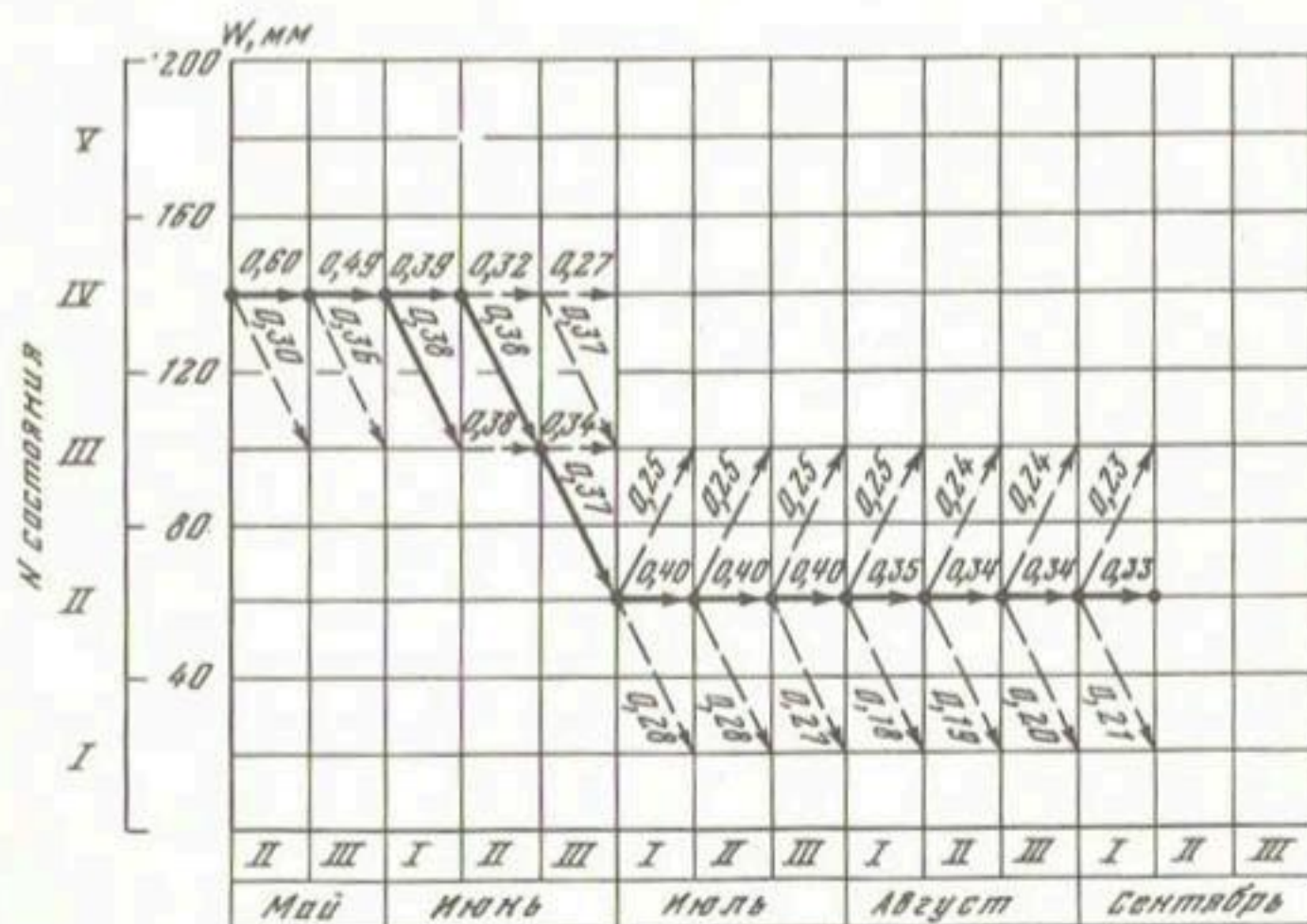


Рис. 4. Траектории стохастического прогноза естественного изменения влажности во время вегетации

Цифры над стрелками – вероятности перехода

алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
 -0,3P_1 + 0,2P_2 &= 0, \\
 -0,2P_2 + 0,3P_3 &= 0, \\
 -0,1P_3 + 0,3P_4 &= 0, \\
 -0,1P_4 + 1,0P_5 &= 0, \\
 P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 &= 1.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Решение этих уравнений дает следующие значения компонент неподвижного вероятностного вектора в предельной матрице:

$$\{P_{ij}\} = \{0,26 \quad 0,38 \quad 0,26 \quad 0,09 \quad 0,01\}, \tag{9}$$

При составлении системы (7) было сделано допущение, что плотности вероятностей перехода от одной декады к другой численно равны соответствующим элементам переходной матрицы (3). Справедливость этого предположения можно проверить, рассчитав неподвижный вектор другим способом.

Так, согласно теореме Кемени и др. (1963, стр. 319), существует единственный вероятностный вектор $\{\pi\}$, такой, что $\{\pi\}||P|| = \{\pi\}$, где $||P||$ — матрица переходных вероятностей. Тогда можно записать

$$\{P_1 P_2 P_3 P_4 P_5\} \begin{vmatrix} 0,7 & 0,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,6 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,6 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 & 0 \end{vmatrix} = \{P_1 P_2 P_3 P_4 P_5\}. \tag{10}$$

Уравнение (10) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 0,7P_1 + 0,2P_2 &= P_1, \\
 0,3P_1 + 0,6P_2 + 0,3P_3 &= P_2, \\
 0,2P_2 + 0,6P_3 + 0,3P_4 &= P_3, \\
 0,1P_3 + 0,6P_4 + 1,0P_5 &= P_4, \\
 0,1P_4 &= P_5.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Нетрудно убедиться, что решение системы (11) будет эквивалентно вектор-строке $\{P_{ij}\}$ (9).

Таким образом, предельная матрица вероятностей состояний влажности $||P_{ij}^{(\infty)}||$ будет иметь вид

$$||P_{ij}^{(\infty)}|| = \begin{vmatrix} 0,26 & 0,38 & 0,26 & 0,09 & 0,01 \\ 0,26 & 0,38 & 0,26 & 0,09 & 0,01 \\ 0,26 & 0,38 & 0,26 & 0,09 & 0,01 \\ 0,26 & 0,38 & 0,26 & 0,09 & 0,01 \\ 0,26 & 0,38 & 0,26 & 0,09 & 0,01 \end{vmatrix} \tag{12}$$

Вероятность состояний в этой матрице можно рассматривать как относительное время пребывания в них. Согласно (12), будем иметь: 26 лет из 100 средняя за вегетацию влажность будет 0–40 мм; 38 лет – 40–80 мм; 26 лет – 80–120 мм; 9 лет – 120–160 мм; 1 год – 160–200 мм. По-видимому, исходя из эргодичности процессов, эти соотношения сохранятся и на протяжении вегетации.

Подводя итог, отметим, что в первом приближении можно прогнозировать влажность краткосрочно на основе расчета стохастических траекторий в каждую декаду и долгосрочно на основе матрицы предельных состояний.

РАСЧЕТ ПРЕДЕЛЬНЫХ ВЛАГОЗАПАСОВ И ДЕФИЦИТОВ ВЛАЖНОСТИ ПОЧВЫ

Обработка экспериментальных данных изменения влагозапасов во времени приводит к выводу, что для различных географических зон влагозапасы $W(t)$ сначала интенсивно уменьшаются, а потом сравнительно медленно приближаются к некоторому предельному (стационарному) значению. А.И. Будаговский (1964) на основании эксперимента показал, что изменение влажности во времени (при испарении) может быть описано кривой вида $\omega = \exp(-at)$, где ω – нормированные влагозапасы; t – время.

Для ненормированных величин можно записать

$$W = W_{\infty} \pm \exp(-at), \quad (13)$$

где W_{∞} – предельная влажность, которая зависит от почвы, растения и климата.

Очевидно, что при $t \rightarrow \infty W = W_{\infty}$.

Физический смысл величины W_{∞} таков: при каких бы начальных влажностях ни начиналась вегетация, через некоторое время влажность будет стремиться к некоторому равновесному состоянию, которое будет стабильно (в многолетнем разрезе) для данной культуры и почвенно-грунтовых условий. Предельное состояние – корректная характеристика только в естественных условиях. Таким образом, W_{∞} является некоторой комплексной характеристикой почвы, климата и растения.

Найти величину W_{∞} можно как произведение матрицы предельных состояний $\|P^{\infty}\|$ или неподвижного вектора-строки $\{\pi\}$ на вектор-столбец $\{W\}$ начальных влагозапасов, т.е.

$$W_{\infty} = \{P_1^{\infty} P_2^{\infty} P_3^{\infty} P_4^{\infty} P_5^{\infty}\} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Подставляя соответствующие значения, получим

$$W_{\infty} = \sum P_i^{\infty} W_i \approx 67 \text{ мм}$$

продуктивных влагозапасов в метровом слое почвы.

Таким же способом можно рассчитать предельные дефициты влагозапасов, только в этом случае вектор-строку $\{p\}$ нужно умножить на вектор-столбец дефицитов влагозапасов в каждом состоянии влажности $\{\Delta W\}$. Элементы вектора $\{\Delta W\}$ будем искать из соотношения

$$\Delta W_i = W_i - W_{\text{opt}},$$

$$W_i = (W_i' + W_i'')/2;$$

W_i' и W_i'' — соответственно нижний и верхний пределы влажности в i -м состоянии; W_{opt} — оптимальная влажность, средняя за вегетацию для заданной обеспеченности радиацией (ФАР).

Тогда математическое ожидание дефицита влагозапасов будет равно

$$\Delta W = \{P_1^{(\infty)} P_2^{(\infty)} P_3^{(\infty)} P_4^{(\infty)} P_5^{(\infty)}\} \begin{pmatrix} \Delta W_1 \\ \Delta W_2 \\ \Delta W_3 \\ \Delta W_4 \\ \Delta W_5 \end{pmatrix} \quad (15)$$

или $\Delta \bar{W} = \sum P_i^{(\infty)} \Delta W_i \approx 113 \text{ мм}.$

ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ВЛАГОЗАПАСОВ

Под долгосрочным прогнозом будем понимать процедуру определения влагозапасов при наличии исходной информации о влажности только в начальную декаду вегетации.

В общем виде такая процедура запишется как рекуррентное соотношение

$$\{W_{(i)}^j\} ||P||^i = W_{(i+1)}^j, \quad (16)$$

где $W_{(i)}^j$ — влагозапасы при начальном j -м состоянии в i -ю декаду; $||P||^i$ — i -я степень матрицы вероятностей переходов.

Для декады это соотношение можно выразить как произведение вектора-строки влагозапасов на матрицу вероятностей состояний в первую декаду.

Для расчета влагозапасов проведены вычисления последовательных степеней матрицы $||P||$. Результаты расчетов приведены ниже:

$p^1_{\text{—}}$	0,7	0,3	0	0	0	$p^2_{\text{—}}$	0,55	0,39	0,06	0	0
	0,2	0,6	0,2	0	0		0,26	0,48	0,24	0,02	0
	0	0,3	0,6	0,1	0		0,06	0,36	0,45	0,12	0,01
	0	0	0,3	0,6	0,1		0	0,09	0,36	0,49	0,06
	0	0	0	1,0	0		0	0	0,30	0,60	0,1
$p^3_{\text{—}}$	0,46	0,42	0,11	0,01	0	$p^4_{\text{—}}$	0,41	0,42	0,15	0,02	0
	0,28	0,44	0,25	0,04	0		0,28	0,42	0,25	0,05	0
	0,11	0,37	0,38	0,13	0,01		0,15	0,37	0,34	0,13	0,01
	0,02	0,16	0,38	0,39	0,05		0,04	0,22	0,38	0,32	0,04
	0	0,09	0,36	0,49	0,06		0,02	0,16	0,38	0,39	0,05
$p^5_{\text{—}}$	0,37	0,42	0,18	0,03	0	$p^6_{\text{—}}$	0,34	0,42	0,20	0,04	0
	0,28	0,41	0,25	0,06	0		0,28	0,40	0,25	0,06	0,01
	0,18	0,37	0,31	0,13	0,01		0,20	0,37	0,30	0,12	0,01
	0,07	0,26	0,37	0,27	0,03		0,10	0,29	0,35	0,23	0,03
	0,04	0,22	0,38	0,32	0,04		0,07	0,26	0,37	0,27	0,03
$p^7_{\text{—}}$	0,32	0,41	0,21	0,04	0	$p^8_{\text{—}}$	0,31	0,41	0,22	0,05	0
	0,28	0,40	0,25	0,07	0		0,27	0,40	0,25	0,07	0,01
	0,21	0,37	0,29	0,11	0,01		0,22	0,37	0,28	0,11	0,01
	0,13	0,31	0,34	0,20	0,02		0,15	0,33	0,32	0,18	0,02
	0,10	0,29	0,35	0,23	0,03		0,13	0,31	0,34	0,20	0,02
$p^9_{\text{—}}$	0,30	0,41	0,23	0,06	0,01	$p^{10}_{\text{—}}$	0,29	0,40	0,24	0,06	0,01
	0,18	0,35	0,25	0,08	0,01		0,19	0,34	0,24	0,08	0,01
	0,23	0,38	0,28	0,10	0,01		0,24	0,38	0,27	0,10	0,01
	0,17	0,34	0,31	0,16	0,02		0,19	0,35	0,30	0,14	0,02
	0,15	0,33	0,32	0,18	0,02		0,17	0,34	0,31	0,16	0,02
$p^{11}_{\text{—}}$	0,28	0,40	0,24	0,07	0,01	$p^{12}_{\text{—}}$	0,28	0,40	0,25	0,07	0,01
	0,20	0,34	0,24	0,08	0,01		0,21	0,33	0,23	0,08	0,01
	0,24	0,38	0,27	0,10	0,01		0,25	0,38	0,27	0,10	0,01
	0,20	0,36	0,29	0,13	0,01		0,21	0,36	0,29	0,12	0,01
	0,19	0,35	0,30	0,14	0,02		0,20	0,37	0,29	0,13	0,01
$p^{13}_{\text{—}}$	0,27	0,40	0,25	0,07	0,01	$p^{14}_{\text{—}}$	0,27	0,39	0,25	0,08	0,01
	0,21	0,33	0,23	0,08	0,01		0,22	0,33	0,23	0,08	0,01
	0,25	0,38	0,26	0,09	0,01		0,25	0,38	0,26	0,09	0,01
	0,22	0,37	0,28	0,12	0,01		0,23	0,37	0,28	0,11	0,01
	0,21	0,36	0,29	0,12	0,01		0,22	0,37	0,28	0,11	0,01

Таблица 2

Изменение влажности во время вегетации при различных начальных состояниях

$W(0)$	$W(1)$	$W(2)$	$W(3)$	$W(4)$	$W(5)$	$W(6)$	$W(7)$	$W(\infty)$
20	32	47	58	63	65	67	65	67
60	60	61	63	65	66	66	65	67
100	92	82	74	70	68	66	65	67
140	132	111	91	77	70	67	65	67
180	140	121	96	79	72	68	67	67

Таким образом, получены матрицы вероятности состояний до 14-й декады вегетации. Подставляя в соотношение (15) значения матриц, получим изменение влажности во время вегетации. Результаты вычислений приведены в табл. 2.

По данным табл. 2 построен график (рис. 5). Влажность изменяется по убывающей кривой, которую качественно можно описать зависимостью вида (12). Кроме этого, к началу седьмой декады вегетации независимо от начального состояния влажность становится практически равной $W(\infty)$. При начальной влажности $W(0) < W(\infty)$ происходит увеличение влагозапасов до $W(\infty)$. Следовательно, для любой сельскохозяйственной культуры, произрастающей в данном географическом пункте, можно дать долгосрочный прогноз математического ожидания влагозапасов при любом начальном распределении влажности. Использование более мелких градаций (например, через 20 мм) увеличит размерность матрицы переходных состояний, но не изменит хода расчета и величины предельной влажности.

Имея математическое ожидание $W(\infty)$ и матрицу $||P_{\infty}||$, нетрудно подсчитать величину предельной влажности различной интегральной вероятности (обеспеченности). Для этого необходимо вычислить дисперсию или

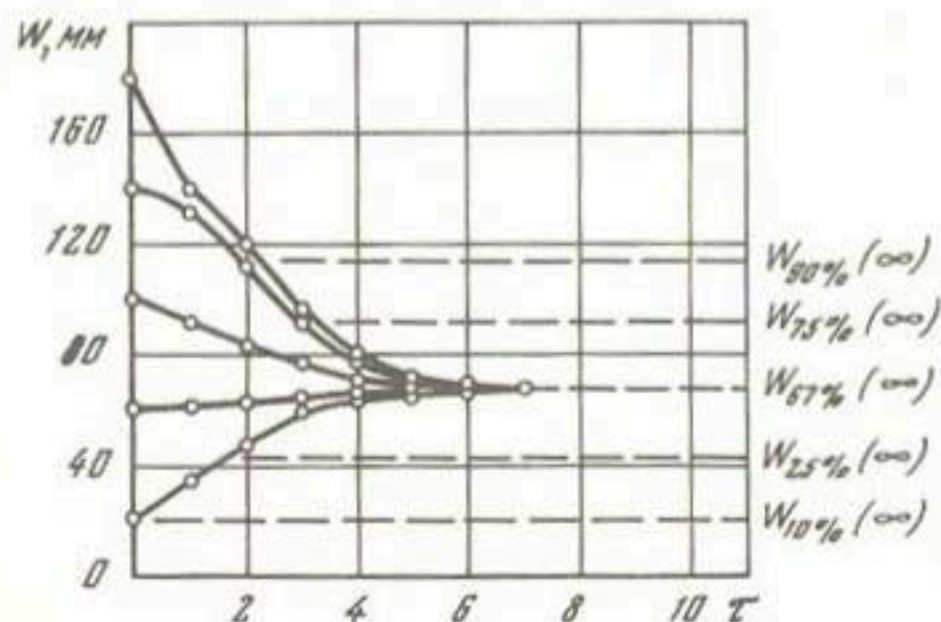


Рис. 5. Изменение влагозапасов почвы во время вегетации в зависимости от начального состояния влажности

Таблица 3

Изменение влагозапасов между декадами вегетации ΔW в зависимости от начального состояния влажности

Номер начального состояния	ΔW_{0-1}	ΔW_{1-2}	ΔW_{2-3}	ΔW_{3-4}	ΔW_{4-5}	ΔW_{5-6}	ΔW_{6-7}
I	+12	+ 5	+11	+ 5	+ 2	+ 2	+ 2
II	0	+ 1	+ 2	+ 2	+ 1	0	+ 4
III	- 8	-10	- 8	- 4	- 2	- 2	+ 1
IV	- 8	-21	-20	-14	- 7	- 3	+ 2
V	-40	-19	-25	-16	- 7	- 4	+ 1

среднее квадратическое отклонение $\sigma_{W(\infty)}$. Расчет по формуле

$$\sigma_{W(\infty)} = \sqrt{\sum P(W_{\infty})^2 - \bar{W}_{\infty}^2}$$

дает следующие величины предельных влагозапасов в метровом слое различной вероятности в предположении, что закон распределения близок к нормальному:

$$W_{10\%} = 20 \text{ мм}, W_{25\%} = 42 \text{ мм}, W_{75\%} = 92 \text{ мм}; W_{90\%} = 114 \text{ мм}.$$

РАСЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ВЛАГОЗАПАСОВ ΔW ВО ВРЕМЯ ВЕГЕТАЦИИ

Вектор-столбец изменения влагозапасов $\{\Delta W\}$ в конце $(i+1)$ -й декады равен $\{\Delta W_{i+1}\} = \{W_{i+1}\} - \{W_i\}$. По табл. 2 и 3 легко найти эти величины.

Естественно предположить, что эти величины отражают не только процессы поступления осадков и испарения, но и в какой-то степени переток влаги ниже расчетного слоя, интенсивность которого существенным образом зависит от величины влажности. Испарение зависит от влажности, начиная с определенной величины $W_{кр}$ (Будаговский, 1964); для рассматриваемых условий она равна 60 мм. В то же время перетоки в более глубокие слои при малых влажностях $W < 60$ мм малы по сравнению с испарением. Чтобы оценить влияние этих факторов на величины изменения влагозапасов, построим график зависимости ΔW от влажности. При существенном влиянии на ход процесса интенсивности испарения на графике получим серию кривых, на которых каждому изменению влагозапасов соответствует влажность предыдущей декады (рис. 6).

Ввиду того что точки на графике лежат довольно плотно и их расположение практически не зависит от номера декады, можно провести одну осредняющую все точки прямую, задаваемую уравнением¹

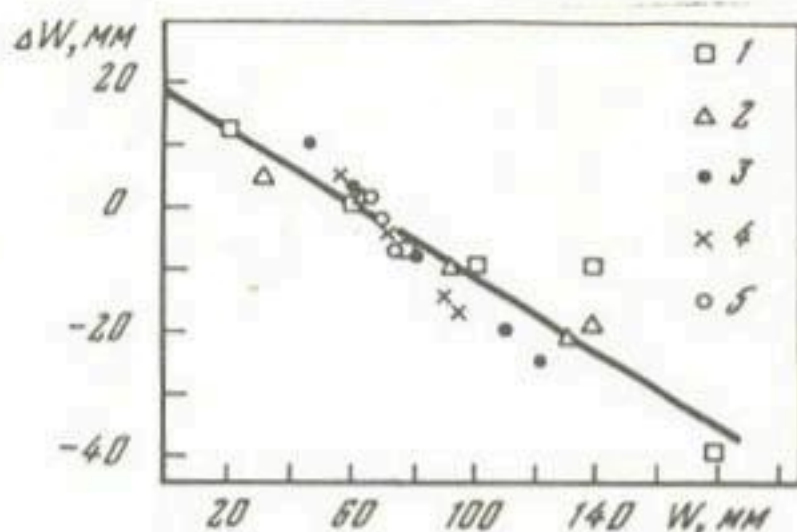
$$\Delta W = \Delta W_0 - kW = 19 - 0,3W \text{ мм}.$$

¹ Коэффициент корреляции между величинами ΔW и W , $r = -0,93$.

Рис. 6. Изменение вла-
гозапасов за декаду как
функция влажности

Номера знаков соот-
ветствуют декадам вегета-
ции

1 - первая декада;
2 - вторая декада; 3 - тре-
тья декада; 4 - четвертая
декада; 5 - пятая декада



Строго говоря, для первых декад прямые будут иметь меньший угол наклона, и поэтому проведение одной общей для всех декад прямой $\Delta W(W)$ должно привести к повышению ошибок в диапазоне высоких влажностей. Однако в первом приближении можно пойти на такое допущение.

КРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ВЛАГОЗАПАСОВ

Для краткосрочного прогноза влагозапасов необходимо знать влажность в текущую декаду и математическое ожидание изменения влагозапасов ΔW в следующей декаде. Величины текущих влагозапасов обычно известны (измерены), а величину ΔW для разных влажностей можно снять с графика $\Delta W(W)$ (рис. 6). Последовательно повторяя процедуру суммирования по формуле $W_{i+1} = W_i + \Delta W_{i+1}$, получим значения влагозапасов в каждую декаду вегетации. Результаты прогноза средних многолетних влагозапасов и влагозапасов в конкретном 1970 г. приведены в табл. 4. Напомним, что данные 1970 г. не вошли в расчет матриц перехода (см. табл. 1).

Средняя относительная ошибка прогноза многолетних влагозапасов равна 7%; средняя относительная ошибка прогноза влагозапасов

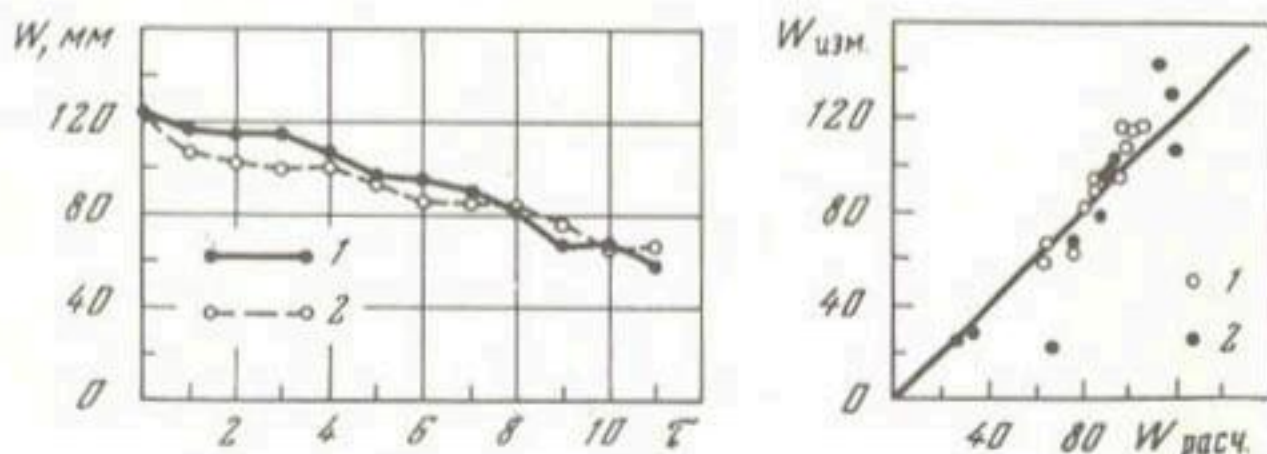


Рис. 7. Рассчитанные (1) и измеренные (2) средние многолет-
ние влагозапасы

Рис. 8. Сравнение измеренных и прогнозируемых на следующую
декаду влагозапасов

1 - средние многолетние влагозапасы; 2 - влагозапасы 1970 г.

Таблица 4

Сравнение измеренных и рассчитанных (прогнозируемых) влагозапасов

Величины изм. и расч. влагозапасов, ошибки расчета	Номер декады				
	1	2	3	4	5
$W_{\text{изм}}$ (ср. многолетн.)	117	115	116	107	96
$W_{\text{прогн}}$	105	101	99	100	94
$\delta = \frac{W_{\text{изм}} - W_{\text{прогн}}}{W_{\text{изм}}} \cdot 100\%$	10	12	15	6	2
$W_{\text{изм}}$ (1970 г.)	132	144	107	103	98
$W_{\text{прогн}}$ (1970 г.)	117	111	119	94	91
$\delta = \frac{W_{\text{изм}} - W_{\text{прогн}}}{W_{\text{изм}}} \cdot 100\%$	11	23	11	9	7

Таблица 4 (окончание)

Величины изм. и расч. влагозапасов, ошибки расчета	Номер декады					
	6	7	8	9	10	11
$W_{\text{изм}}$ (ср. многолетн.)	95	89	81	65	66	58
$W_{\text{прогн}}$	85	85	81	76	65	66
$\delta = \frac{W_{\text{изм}} - W_{\text{прогн}}}{W_{\text{изм}}} \cdot 100\%$	12	4	0	17	2	1
$W_{\text{изм}}$ (1970 г.)	97	78	66	22	25	26
$W_{\text{прогн}}$ (1970 г.)	88	87	74	69	28	32
$\delta = \frac{W_{\text{изм}} - W_{\text{прогн}}}{W_{\text{изм}}} \cdot 100\%$	9	12	12	210	12	23

в 1970 г. равна 31%. Значительное повышение ошибки произошло из-за чрезвычайно резкого падения влажности – с 66 до 22 мм, т.е. на 44 мм за декаду. По-видимому, такие явления столь редки, что они не смогли найти отражение в стохастическом прогнозе, и разработка методов прогноза экстремальных явлений необходима в дальнейшем. Результаты расчетов представлены на рис. 7 и 8. На основании расчетов можно констатировать, что точность расчетной методики не менее 7%¹, точность расчета (за исключением экстремальных случаев) – 12%.

РАСЧЕТ РЕЖИМА ОРОШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЗАВИСИМОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ТРЕБОВАНИЙ РАСТЕНИЙ ВО ВРЕМЯ ВЕГЕТАЦИИ И КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА РЕЖИМА ВЛАЖНОСТИ

Порядок расчета

1. Для года заданной вероятности солнечной радиации (ФАР) выбираем функцию $S(W, \tau)$.
2. В соответствии с водно-физическими характеристиками почвы (полная продуктивная влагоемкость и наименьшая продуктивная влагоемкость) рассчитываем или находим по таблице $W_i (S=1)$ для каждой декады и наносим эту ступенчатую кривую на график (рис.9).
3. На основании измерения или прогноза определяем предпосевную влажность $W(0)$.
4. Вычисляем поливную норму как $m_i = W_i (S=1) - W(i-1)$, т.е. от оптимальной в данную декаду влажности вычитаем влажность на конец предыдущей декады. Иногда бывает выгодно, чтобы после-посевная влажность была больше $W(S=1)$.
5. По графику изменения влагозапасов за декаду (см.рис.6) или для рассматриваемого примера по уравнению $\Delta W = 19 - 0,3 W$ находим ΔW .
6. Вычитая ΔW из W предыдущей декады, определяем влажность на следующую.

Далее расчет повторяется до момента восковой спелости пшеницы. Сумма поливных норм m_i дает оросительную норму для данного уровня фотосинтетически активной радиации (для рассматриваемого примера все необходимые расчеты приведены на рис. 9):

$W_{\max}$	20	40	60	80	100	120	140	160
$W_{\text{ср}} = W_{\max} \pm \Delta W / 2$	20	44	60	78	94	112	128	146
$m_{\text{мм}}$	-103	-83	-63	-18	54	143	201	269
$W_{\max}$	180	200	220	240	260	280	300	
$W_{\text{ср}} = W_{\max} \pm \Delta W / 2$	162	180	206	214	230	238	244	
$m_{\text{мм}}$	337	405	473	549	609	677	745	

¹ Под точностью расчетной методики понимается проверка ее на данных, использованных для получения числовых параметров.

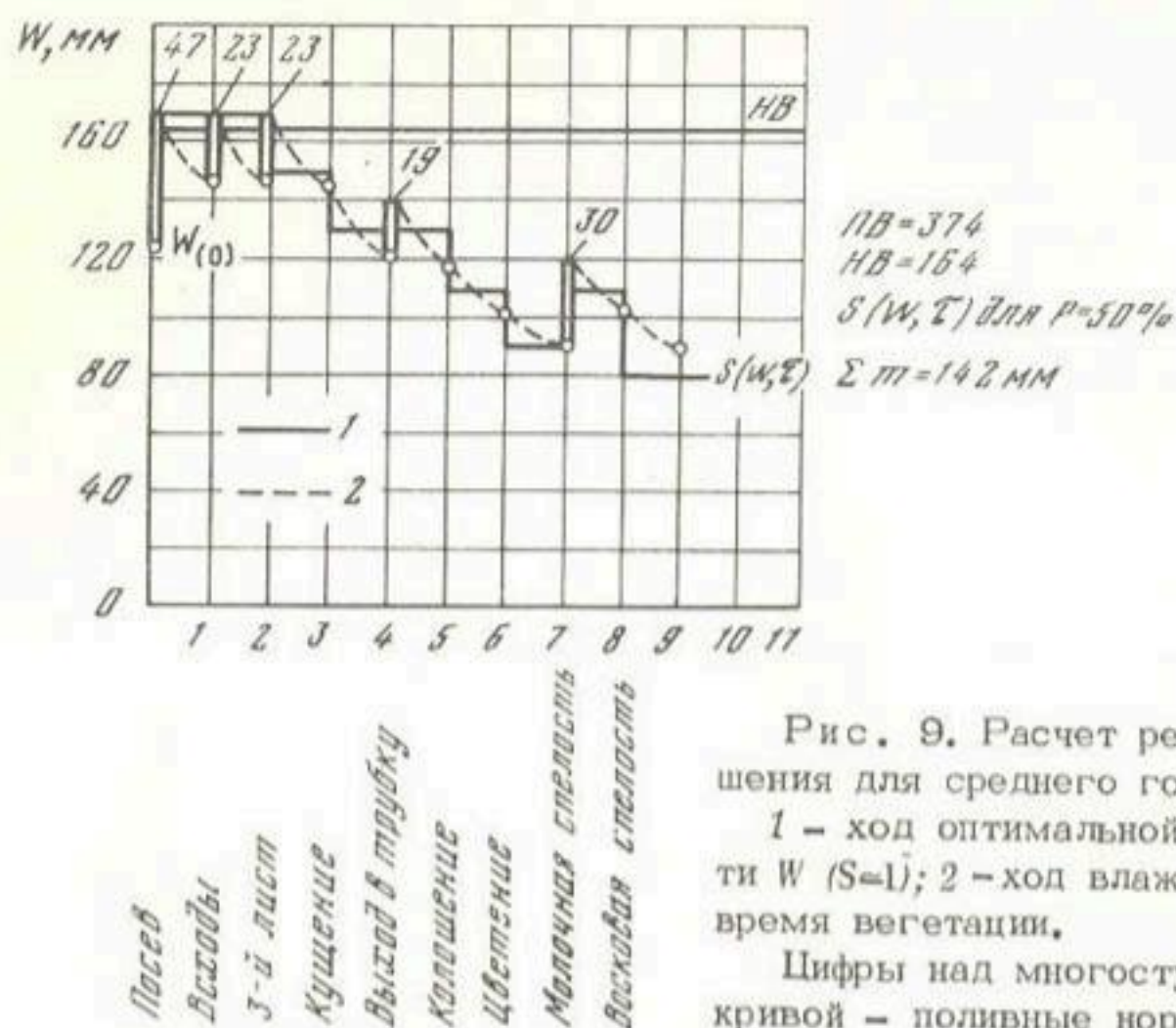


Рис. 9. Расчет режима орошения для среднего года

1 — ход оптимальной влажности W ($S=1$); 2 — ход влажности во время вегетации.

Цифры над многоступенчатой кривой — поливные нормы

По этим данным построен график функции $m(W_{\text{ср}})$ (рис. 10), из которого видно, что при значении средних вегетационных влагозапасов около 100 мм кривая, построенная по опытным точкам, начинает подниматься менее интенсивно, т.е. увеличение влагозапасов на единицу требует меньших оросительных норм, чем на участке 80–100 мм. Объяснение такого поведения кривой можно найти в том, что начиная с влагозапасов $W = 100$ мм процесс влагообмена учитывается не полностью, так как согласно физическим представлениям о передвижении влаги в этом диапазоне влажностей не происходит явлений, способствующих уменьшению сброса в нижние слои почвы. Поэтому можно предположить, что интенсивность изменения оросительных норм на единицу влажности не должна по крайней мере уменьшаться.

В связи с этим возможное продолжение начального отрезка кривой $m(W)$ показано в виде плавной кривой (пунктирная линия). Несомненно, что такое построение позволяет определить в первом приближении лишь нижнюю границу возможной ошибки в расчете оросительных норм из-за недоучета влагообмена. По-видимому, в каждом конкретном случае необходимо оценивать долю его теоретическими или экспериментальными методами.

Оросительная норма для среднего года ($W_0 = 123$ мм) равна 142 мм или 1420 м³/га.

Поливы проводятся следующими нормами: предпосевной — 470 м³, после всходов — 230 м³, в фазе 3-го листа — 230 м³, при выходе

пшеницы в трубку – 190 м^3 и в момент налива зерна – 300 м^3 . Расчет сделан не только для среднего года по влажности, но и для среднего года по радиации (ФАР).

Можно ожидать, что для более интенсивной радиации (ФАР) нормы орошения будут выше.

При использовании методов расчета режима орошения, основанного на информации о суммарном испарении, в определенных случаях могут возникнуть ошибки, связанные с недоучетом процессов перетока оросительной воды в более глубокие слои почво-грунта. По-видимому, потери эти будут тем больше, чем больше влажность почвы, т.е. чем больше ее влагопроводность. Попробуем оценить ошибки расчета оросительных норм, которые могут возникнуть из-за недоучета влагообмена расчетного слоя (0–100 см) с более глубокими слоями почво-грунта.

В этих целях по методике, изложенной выше, рассчитаем оросительные нормы, необходимые для поддержания максимальной за вегетацию влажности: 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300 мм продуктивных влагозапасов в метровом слое почвы. Следует учесть, что средняя влажность за вегетацию будет несколько меньше, чем максимальная. Результаты соответствующих расчетов, характеризующие зависимость оросительной нормы от влагозапасов, приведены ниже.

На основании данных рис. 10 попробуем хотя бы приблизительно оценить эти ошибки и внести поправки в расчет функции $\Delta W(W)$. При этом для каждого значения влажности оценим по графику расхождение между рассчитанными значениями $m_1(W)$, снятыми с кривой 1, и значениями оросительных норм при той же влажности, снятыми с кривой 3, $m_3(W)$. Разность в оросительных нормах ($m_3 - m_1$) отнесем за счет недоучета влагообмена с более глубокими слоями почво-грунтов. Таким образом, получим

$W, \text{ мм}$	80	90	100	110	120	130
$m_3 - m_1, \text{ мм}$	0	0	+10	+25	+65	+100
$W, \text{ мм}$	140	150	160	170	180	
$m_3 - m_1, \text{ мм}$	+135	+165	+200	+230	+270	

Это означает, что если по климатическим расчетам получена оросительная норма 200 мм, то с учетом влагообмена она должна быть увеличена на 100 мм, т.е. действительная оросительная норма должна быть 300 мм при средней за вегетацию влажности 130 мм. Как было показано выше, средняя многолетняя норма орошения для пункта Шортанды равна 146 мм, что соответствует средней за вегетацию влажности около 110 мм, по-этому с учетом влагообмена она будет равна $146 + 25 = 171 \text{ мм}$.

Интересно оценить влияние оросительных норм на величину урожая или на степень оптимальности по водному режиму $S(W)$ при нали-

чий зависимости $m(W_{\text{ср}})$ и $S(W_{\text{ср}})$. Конкретный вид зависимости $S(m)$ показан на рис. 11. По ней можно выбрать оросительную норму, оптимальную в смысле $S \rightarrow \max$. На рис. 11 показаны кривые с неполным учетом водообмена (кривая 1) и с учетом водообмена (2). Для первой кривой $m_{\text{opt}}^{(1)} = 200$ мм, для второй $m_{\text{opt}}^{(2)} = 300$ мм. Разница между оптимальными оросительными нормами появляется

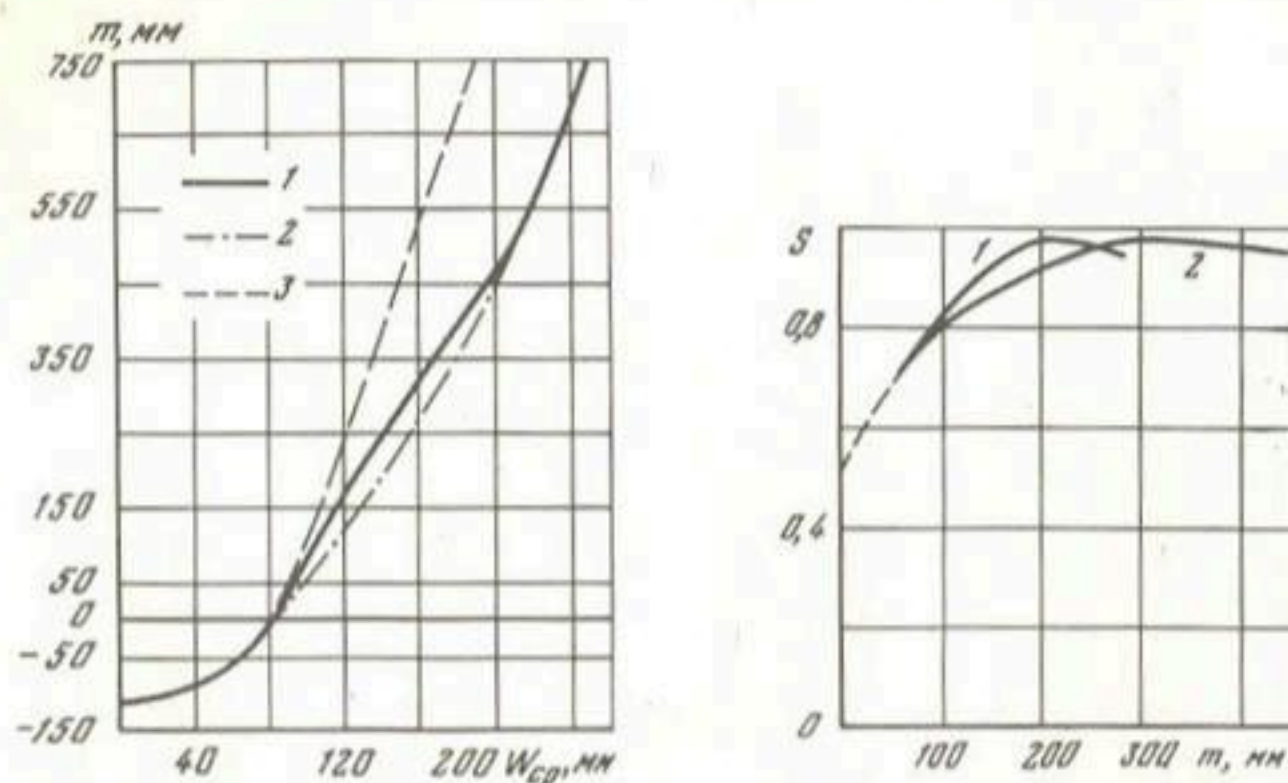


Рис. 10. Зависимость оросительных норм от средней за вегетацию влажности почвы $\bar{W}$

1 – расчет по опытным данным; 2 – кривая $m(W)$ при недоучете водообмена; 3 – предполагаемая кривая $m(W)$ с учетом водообмена

Рис. 11. Зависимость степени оптимальности $S(W)$ от оросительных норм

при $S \geq 0,75$ и имеет следующие значения для разных степеней оптимальности:

S	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,98	-
Δm	0	10	20	35	65	100	

Дальнейшее увеличение оросительных норм приводит к понижению степени оптимальности и резко увеличивает Δm ; так, для $S = 0,95$ $m = 275$ (кривая 1) и $m = 440$ мм (кривая 2).

Таким образом, увеличение оросительных норм более 300 мм приводит к бесполезному расходу воды. Приблизительно можно считать¹, что начиная с уровня $S = 0,5$ до $S = 0,8$ на каждые 100 м³ воды приходится 0,9 ц/га. От уровня $S = 0,8$ до $S = 0,9$ при увеличении оросительной нормы на 100 м³ прибавка урожая составляет лишь

¹ В расчете принято, что при $S = 1$ урожай $U = 30$ ц/га; это соответствует $U = 15$ ц/га при $m = 0$ и $S = 0,5$.

0,3 ц/га. Далее при $S > 0,9$ до $S = 0,98$ на 100 м³ воды урожай растет всего лишь на 0,18 ц/га. Учет затрат на подвод воды и уборку дополнительного урожая позволит найти экономически оптимальную норму орошения. Но даже из приведенных расчетов видно, что в данном районе для яровой пшеницы увеличение оросительных норм выше 175 мм ($S = 0,9$) мало эффективно.

Таким образом, применение цепей Маркова и уточненных требований при расчете режимов орошения представляется перспективным.

Литература

- Будаговский А. И. Испарение почвенной влаги. М., "Наука", 1964.
Кемени Дж., Снеп Дж., Томпсон Дж. Введение в конечную математику. М.-Л., ИЛ, 1963.
Костяков А. Н. Основы мелиораций. М., Сельхозгиз, 1960.
Костяков А. Н. Вопросы оросительных мелиораций. - Избр. труды, т. I. М., Сельхозгиз, 1961.
Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. I. М., "Мир", 1967.
Шабанов В. В. Биоклиматическое обоснование мелиораций. Л., Гидрометеоиздат, 1973.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ВОДНЫМ РЕЖИМОМ РАСТЕНИЙ

В.Г. ПРЯЖИНСКАЯ, В.В. ШАБАНОВ

При разработке проектов орошения и эксплуатации ирригационных систем возникают задачи, связанные с оптимизацией управления водным режимом сельскохозяйственных культур. Эти задачи по своей природе являются стохастическими. В первом приближении их можно разбить на два класса задач пространственного и временного распределения ресурса воды.

Задачи пространственного распределения воды эффективно решаются методами математического программирования (Полубаринова-Кочина и др., 1969) и для решения не требуют обширной информации по биологии роста и развития сельскохозяйственных растений в период вегетации.

Для решения задач распределения ресурсов воды во времени необходимо детальное знание закономерностей формирования факторов внешней среды и биологических потребностей растения. В естественных условиях процесс формирования режима влажности является случайным и может рассматриваться как процесс Маркова. Действительно, состояние увлажнения почвы в течение некоторого этапа полностью описывается начальной влажностью, которая является результатом предыстории процесса и изменением ее в течение этапа.

Это положение подтверждается уравнением водного баланса, в которое входят элементы только настоящего и непосредственно предшествующего ему моментов времени. Влажность в предшествующую декаду содержит всю информацию о прошедших процессах, и только ее состояние определяет процесс формирования влажности в настоящий момент (режим испарения, грунтового водообмена и др.).

В то же время коэффициенты автокорреляции между величиной увлажнения первой и каждой из последующих декад периода вегетации, вычисленных для ряда пунктов, показали, что влажность последующей декады имеет высокий коэффициент корреляции (0,7-0,8) в сравнении с предыдущей декадой, связь же с более поздними периодами значительно слабее и быстро затухает. Это еще раз подтверждает справедливость предположения о том, что изменение продуктивной влажности почвы во времени является марковским процессом.

Важным свойством цепей влажности оказывается тождественность средних величин процесса в целом и отдельных его реализаций, т.е. эргодичность процесса (Беллман, 1969; Феллер, 1967). Это свойство проявляется при изучении стохастических матриц вероятностей увлажнения с элементами P_{ij}^k при переходе от декады k к декаде

$k+1$ в течение периода вегетации для n различных состояний ($i, j = 1, 2 \dots n$). Предположение, что цепь эргодична, т.е. P_{ij}^k при больших k стремятся к пределу P_{ij} , не зависящему от k , физически соответствует предположению о правомочности объединения всех экспериментальных данных наблюдений за влажностью в различные декады в одну цепь.

В матрицах переходных вероятностей влагозапасов доминируют элементы, расположенные на главной диагонали, т.е. система обладает свойством квазиконсервативности: попадая в то или иное состояние, она с большой вероятностью остается в нем.

Последовательный расчет стохастических матриц влажности позволяет осуществить прогноз складывающихся естественных условий на основе известных в предыдущий момент времени.

Процесс распределения воды является многошаговым, так как в периоде вегетации можно выделить существенные для развития культуры этапы и решение о поливе принимать в начале этапа, когда станет известен прогноз состояния увлажнения. Таким образом, если рассматривается некоторый этап i , то в начале его известно количество продуктивной влаги в почве и распределение влажности в предшествующие этапы. Знание этих случайных величин в периоды от 1 до i наряду с информацией о потребностях в воде растения влияет на выбор водоподачи Q_i . Поэтому вся предшествующая информация о влажностях и необходимых искусственных добавках воды содержится в переменной влажности W_i .

Как было сказано выше, при решении задач временного распределения воды необходима детальная информация о требованиях сельскохозяйственных растений к условиям внешней среды и изменениях этих требований в процессе формирования урожая.

Описав условия среды как марковский процесс и определив требования растений функцией $S = S(w, t)$, предположим, что искусственная подача воды по своему воздействию аналогична естественным осадкам, так как в обоих случаях испарение в первом приближении меняется одинаково. Закон распределения случайной величины влагозапасов при увеличении или уменьшении ее на постоянную величину остается прежним, меняется лишь величина математического ожидания. Переходные вероятности сдвинутых на эту величину интервалов увлажнения сохраняются. Следовательно, при искусственном увеличении влагозапасов номера столбцов матрицы переходных вероятностей сдвигаются на величину увлажнения, полученного при поливе.

Так как каждый диапазон влажности характеризуется определенной продуктивностью растения, то можно сопоставить его с некоторым весом в величине урожая. В дальнейшем удобнее оперировать с денежной оценкой урожая.

Определим её следующим образом. Умножим веса η_i i -го периода вегетации на степень оптимальности условий S_i и получим безразмерные вклады i -го этапа в конечную урожайность. Эти величины легко переводятся в чистый доход $d_i^{kn} [W_i^k; Q_i^l]$,

где Q_i^l - водоподача на этапе i ; W_i^k - продуктивная влажность. Для этого $\eta_i s_i$ умножается на величину планируемой урожайности и стоимость единицы продукции получается вычитанием затрат.

Чистый доход является по существу производственной функцией, включающей в качестве ресурса только воду Q и запасы продуктивной влаги W , фиксированные на уровне k . При исследовании задачи делается неявное допущение, что чистый доход в любой данный период времени не зависит от количества воды, использованной в предыдущие периоды. Предполагается также, что все ресурсы, кроме воды, подобраны оптимально друг относительно друга и воды.

Так как представляет интерес решение при неопределенности в условиях увлажнения, то процесс оптимизации состоит в разработке условного правила решения. В соответствии с этим правилом определяется количество поливной воды, используемой в течение каждого года для всех возможных запасов продуктивной влаги. Оптимальная политика максимизирует величину ожидаемого чистого дохода за весь планируемый период.

Политика эта стохастическая, ибо она определяется вероятностями распределения запасов почвенной влаги и нормами полива.

Таким образом, в результате изменения продуктивной почвенной влаги от состояния k до состояния n в течение этапа i при заданной в начале этапа водоподаче на уровне lQ_i^l получается доход $d_i^{kn}(w_i^k; Q_i^l)$. Совокупность всех d_i^{kn} образует квадратную матрицу D_i размерности $K \times K$ вида

$$D_i = \begin{vmatrix} d_i^{11} & \dots & d_i^{1n} & \dots & d_i^{1k} \\ d_i^{k1} & \dots & d_i^{kn} & \dots & d_i^{kK} \\ d_i^{K1} & \dots & d_i^{Kn} & \dots & d_i^{KK} \end{vmatrix}.$$

Каждое d_i^{kn} может быть получено с вероятностью p_i^{kn} . Величина дохода d_i^{kn} не зависит от изменения подачи воды в течение этапа, а является функцией изменения влажности почвы. Следовательно, она зависит от колебания почвенной влаги в течение этапа, изменения испарения и стоимости орошения за этот период. Поэтому если рассматривается модель управления для нескольких лет с различными погодными данными, то при одинаковых начальных и конечных увлажнении почвы маловероятным является идентичность величин d_i^{kn} (в противовес матрице доходов Р.А. Ховарда (1964), однозначно определяемых начальным и конечным состояниями системы на этапе). В рассматриваемой задаче d_i^{kn} являются ожидаемым доходом при осреднении значений переменных факторов.

Обозначим через $f_i(w_i)$ ожидаемый доход, получаемый в процессе i -го этапа при оптимальной политике использования

воды Q . Потребности в воде, представленные в виде матрицы необходимых управляющих воздействий на условия внешней среды на каждом этапе, получаются из сопоставления потребностей растений и имеющихся условий увлажнения. Управляющие воздействия используются для оптимизации процесса роста растения.

В качестве метода оптимизации процесса управления водным режимом сельскохозяйственных культур выбран метод стохастической поэтапной оптимизации, основанный на принципе динамического программирования Беллмана (Ховард, 1964).

Сущность подхода динамического программирования состоит в возможности заменить решение данной плановой задачи решением последовательности задач: сначала одношаговой, потом двухшаговой и т.д. вплоть до конечной I -шаговой. Шаги добавляются по одному, и решение для k шагов может быть получено относительно просто, если оно уже известно для $k-1$ шагов при всех возможных значениях параметра (или параметров).

Чтобы иметь возможность применять методы динамического программирования, необходим следующий тип задач:

1) задача должна допускать интерпретацию как I -шаговый процесс принятия решения, в котором решение, принимаемое на i -м шаге, состоит в выборе одного или нескольких значений управляющих переменных;

2) задача должна быть определена для любого числа шагов и иметь структуру, не зависящую от числа шагов. При рассмотрении задачи, состоящей из k шагов, должно быть задано множество параметров, описывающих состояние системы, т.е. параметров, от которых зависят оптимальные значения управляющих переменных. То же самое множество параметров должно описывать состояние системы, независимо от числа шагов. Выбор управления на k -м шаге в k -м шаговом процессе не должен влиять на предшествующие $k-1$, $k-2$ и т.д. шаги.

Стохастические задачи динамического программирования решаются в обратном направлении, так как стохастическая природа процесса не дает возможности задать состояние системы в конце планируемого периода.

Оптимальное решение, принимаемое в начале первого периода, находится из заданного условия оптимальности функции цели за весь планируемый промежуток времени. Поскольку величина этой функции зависит также от решений, принимаемых в периоды от второго до I -го, то нельзя определить Q_{opt} без оптимизации $Q_2, Q_3, \dots, Q_I$. Таким образом, Q_i следует рассматривать как функцию от W_i , т.е. как $Q_i(W_i)$.

Назначение данной модели динамического программирования состоит в определении оптимального способа распределения данного количества ирригационной воды в поливной период.

Функциональное уравнение рассматриваемой задачи записывается в виде

$$f_i(W_i^k) = \max_l \sum_{n=1}^k P_i^{kn} [d_i^{kn}(W_i^k, Q_i^l) + f_{i-1}(W_{i-1}^k)]. \quad (1)$$

Уравнение (1) максимизирует относительно водоподачи Q ожидаемую сумму дохода от этапа i плюс доход от $i-1$ остающихся этапов. Предполагается, что в течение этих $i-1$ этапов будет поддерживаться оптимальная политика водоподачи. Водоподача является контролируемым фактором. Максимальное ее значение при расчетах принято равным максимальной потребности в водоподаче на некотором из рассматриваемых этапов и разделено на L равных промежутков. При определении $f_i(W)$ из (1) перебираются все значения Q_l ($l = 1, 2, \dots, L$) на каждом этапе.

Чтобы получить распределение оросительной воды во времени, нужно определить состояние системы в конце каждого этапа. Так, если рассматривать всего один этап в сезоне, то в начале его должны быть определены значения переменных, характеризующих реакцию культуры на орошение. Доход $f_i(W_i^k)$ определится при этом как максимальный среди всех математических ожиданий из соотношения

$$f_i(W_i^k) = \max_l \sum_{n=1}^L P_i^{kn} d_i^{kn}(W_i^k, Q_i^l). \quad (2)$$

Ввиду стохастичности погодных условий потребности в поливах имеют также вероятностный характер. Поэтому стохастична и водоподача.

Предположим, что орошаемая площадь имеет однородный тип почв и засеивается некоторой культурой — орошаемой или богарной. Вода из водохранилища используется только для орошения. Водохранилище имеет емкость, достаточную для полива сразу всей орошаемой площади. Для оценки оросительной способности водохранилища можно использовать многолетние данные по средним для каждого этапа притокам и испарениям. Объем воды V_0 в начале периода вегетации (после предпосевного полива) задан. Объем V_1 в конце хронологически первого этапа и последующих вычисляется из соотношения

$$V_i = V_{i-1} + V_{\text{пр}}^i - V_{\text{исп}}^i,$$

где $V_{\text{пр}}^i$ — приток; $V_{\text{исп}}^i$ — испарение в течение рассматриваемого этапа.

Как указывалось ранее, решение задачи начинается с этапа I (первый этап), соответствующего концу вегетационного периода. Оптимальная политика Q_{opt} находится из соотношения (2). Полученный результат используется затем при рассмотрении двухстадийного процесса и т.д., пока не определится набор оптимальных политик поддержания продуктивной влажности почвы на каждом этапе при определенных уровнях водоподачи и заданного увлажнения в начале этапа. При этом определится оптимальный размер водоподачи на каждом этапе для каждого диапазона увлажнения почвы. Результаты получаются, вообще говоря, без учета имеющегося объема воды для орошения.

Затем процесс начинает рассматриваться в обратном, теперь уже хронологическом порядке. Выполняются следующие расчеты:

1. Произвольно отбирается подготовленная к орошению площадь ω , на которой выполнен предпосевной полив и посеяна культура.

2. Рассматриваются синтезированные или прогнозные данные по осадкам и испарению для первого в сезоне этапа (I по предыдущей нумерации), вычисляется продуктивная влажность почвы и округляется до средней величины соответствующего интервала увлажнения.

3. Из таблицы предыдущих расчетов находится оптимальное Q_I^l и соответствующий доход. Вычисляется $V_1/Q_I^l = \omega_1$ (ω_1 - орошаемая площадь) и сравниваются ω и ω_1 . Если $\omega_1 < \omega$, то часть площади $\omega - \omega_1$ на первом этапе останется неполивной и будет характеризоваться соответствующим доходом. При $\omega_1 > \omega$ ($\omega_1 - \omega$) $Q_y^l = V_1^{\text{ост}}$, где $V_1^{\text{ост}}$ - остаток воды в водохранилище, накопленный к началу второго этапа.

Аналогичные расчеты выполняются на втором и последующих этапах. Каждый раз подсчитываются значения увлажнения почвы и подачи воды на гектар и записывается величина дохода от этапа. Наконец, для всех этапов подсчитываются и вычитаются из дохода переменные затраты на орошение в данном техническом варианте и затраты на производство культуры при отсутствии орошения на ирригационно-подготовленных землях.

В результате расчетов определяется оптимальная стратегия управления водным режимом. Получается распределение данного количества воды в поливной период при сложившихся метеорологических условиях в соответствии с потребностями культуры.

Процесс расчетов можно повторить для других данных по осадкам и испарению или других площадей и объемов воды в водохранилище в начале сезона.

Можно задавать ряд значений орошаемой площади $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, из которого в результате решения выбирается оптимальная величина орошаемой площади. Использование таблиц с оптимальной стратегией позволит определить ущерб за счет неоптимальности стратегии.

Кроме того, после выполнения расчетов "ходом назад" однозначно выполняется оценка объема водных ресурсов и их распределение по времени для создания оптимального режима увлажнения. Действительно, начальная точка периода вегетации в нашей задаче фиксирована, так как известно $W_{I_{\text{опт}}}$ для первого этапа, и этот режим обеспечен предпосевным поливом. Начиная от $W_{I_{\text{опт}}}$ из таблицы оптимальных стратегий водоподачи на каждом этапе находится общее количество воды Q , которое требуется подавать на один гектар орошаемой культуры, и ее распределение во времени. Зная сезонную оросительную способность водохранилища V , легко определить орошаемую площадь из соотношения $\omega = V/Q$.

Не представляет принципиальных трудностей обобщение описанной методики управления водным режимом на случай двух стохастических переменных состояния: содержания продуктивной влаги W и водоподачи Q . В качестве переменной решения в этом случае может рассматриваться возможный уровень содержания в почве продуктивной влаги перед назначением полива.

Литература

- Беллман Р. Введение в теорию матриц. М., "Наука", 1969.
- Полубаринова-Кочина П.Я., Пряжинская В.Г., Эмих В.Н. Математические методы в вопросах орошения. М., "Наука", 1969.
- Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. I. М., "Мир", 1967.
- Ховард Р.А. Динамическое программирование и марковские процессы. М., "Советское радио", 1964.
- Шабанов В.В. Биоклиматическое обоснование мелиораций. Л., Гидрометеоиздат, 1973.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
<i>Н.Ф. Бончковский.</i> Применение системного анализа в водном хозяйстве	10
<i>В.М. Завгородний, Б.Г. Коваленко.</i> Сравнительный системный анализ эффективности применяемой техники полива	19
<i>В.Д. Шабалин, Б.Г. Коваленко, В.З. Меренков.</i> Автоматизация составления системных планов водораспределения	24
<i>В.Н. Иваненко, Б.Г. Коваленко, В.З. Меренков.</i> Автоматизированная система экономических расчетов мелиоративных и сельскохозяйственных объектов	32
<i>И.В. Бусалаев.</i> Принципы и методы оптимизации схем комплексного использования водных ресурсов и межбассейновых перебросок стока	40
<i>В.В. Шабанов.</i> Системный подход к разработке методов комплексного мелиоративного регулирования	45
<i>В.А. Кихтенко, Г.Б. Баишев.</i> Оценка статистических характеристик годового стока, нарушенного хозяйственной деятельностью человека	51
<i>В.В. Шабанов.</i> Применение цепей Маркова в расчете режима орошения	54
<i>В.Г. Пляжикская, В.В. Шабанов.</i> Стохастические модели управления водным режимом растений	77

УДК 558.18

Применение системного анализа в водном хозяйстве. Бончковский Н.Ф.
"Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В статье указывается, что современную сложную водохозяйственную систему следует отнести к классу "больших систем" и рассматривать ее деятельность с позиции системного анализа. С этой точки зрения рассматриваются следующие элементы: объекты и параметры системы; главная функция цели системы и локальные цели; мероприятия, направленные на достижение цели; математические модели процессов; состав и объем необходимой информации.

Библ. 12 назв.

УДК 63.631.6

Сравнительный системный анализ эффективности применяемой техники полива. Завгородний В.М., Коваленко Б.Г. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В статье предложена методика системного подхода к оценке сравнительной экономической эффективности применяемых способов и техники полива, позволяющая учитывать не только внутрихозяйственные затраты и эффекты, но и оросительную систему.

УДК 351.792

Автоматизация составления системных планов водораспределения. Шабалин В.Д., Коваленко Б.Г., Меренков В.З. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В статье представлены существующие методы планирования водораспределения на оросительных системах, предложена экономико-математическая модель, позволяющая оптимизировать планы на существующих в настоящее время принципах (критериях) водораспределения: максимум экономического эффекта от использования водных ресурсов, минимум непроизводительных потерь воды в системе, пропорциональное распределение дефицитов воды в системе.

Библ. 1 назв.

УДК 63.338.1

Автоматизированная система экономических расчетов мелиоративных и сельскохозяйственных объектов. Иваненко В.Н., Коваленко Б.Г., Меренков В.З. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В статье изложена экономико-математическая модель автоматизированной системы расчетов абсолютной и сравнительной экономической эффективности мелиоративных и сельскохозяйственных объектов с учетом их влияния на эффективность смежных объектов и региона в целом.

Библ. 2 назв.

УДК 558.18

Принципы и методы оптимизации схем комплексного использования водных ресурсов и межбассейновых перебросок стока. Бусалаев И.В. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В статье приводятся основные черты современных сложных водохозяйственных систем ВХС и тенденции их развития. Указывается недостаточность обычных методов исследования операций и математического программирования для анализа и планирования деятельности современных ВХС. Рассматривается одна из попыток применения системного анализа для планирования ВХС. Подробно анализируются работы отечественных и зарубежных специалистов по данному вопросу.

Библ.19 назв.

УДК 631.6+519.95

Системный подход к разработке методов комплексного мелиоративного регулирования. Шабанов В.В. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В статье рассмотрены возможности системного подхода к некоторым задачам мелиорации. Проанализированы некоторые группы и подгруппы математических моделей, позволяющих описать сложную систему комплексного мелиоративного регулирования.

Библ. 1 назв.

УДК 558.18

Оценка статистических характеристик годового стока, нарушенного хозяйственной деятельностью человека. Киктенко В.А., Баишев Б.Б. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В статье анализируются причины значительных изменений естественного режима годового стока. Указывается, что в настоящее время одной из важнейших задач является систематическое, детальное и комплексное изучение нарушенного режима рек. Излагается способ получения статистических характеристик нарушенного стока в заданном створе реки в их обобщенной форме, т.е. в виде функции мощности вероятностей.

УДК 519.217+631.6

Применение цепей Маркова в расчете режима орошения. Шабанов В.В. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

Одним из путей повышения эффективности мелиораций может быть более точное назначение режимов регулирования условий внешней среды, которое складывается из более точного прогноза условий среды и детальной информации о требованиях сельскохозяйственных растений.

В статье рассмотрены вопросы прогнозирования влажности почвы для уточнения расчетного режима орошения.

Табл. 4, ил. 11, библ. 6 назв.

УДК 631.6+519.217

Стохастические модели управления водным режимом растений.

Пряжинская В.Г., Шабанов В.В. Сб. "Применение системного анализа в ирригации и дренаже". М., "Наука", 1976.

В работе рассмотрены возможности оптимального управления режимом влажности почвы с использованием методов динамического программирования.

Библ. 5 назв.