

Министерство общего и профессионального образования Российской Федерации

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Труды РГГМУ
Вып. 120

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗЫ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ



Санкт-Петербург
1999

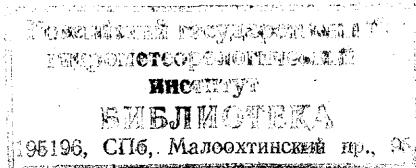
Моделирование и прогнозы гидрологических процессов. Сборник научных трудов. — СПб.: изд. РГГМУ, 1999, вып. 120. — 112 с.

Редакционная коллегия: *В. В. Коваленко*, д-р техн. наук, отв. редактор, (РГГМУ), *С. В. Шаночкин*, отв. секретарь (РГГМУ), *А. В. Лубяной*, канд. техн. наук (РГГМУ), *И. Ф. Карасев*, д-р техн. наук (ГГИ).

В книге рассматриваются вопросы математического моделирования и прогнозирования гидрологических процессов. Представлены модели формирования стока и движения воды по руслу, модели динамики снежного покрова и снеготаяния, температуры воды. Показаны результаты практического использования динамических и стохастических моделей отдельных процессов и общей модели формирования стока.

Табл. 21. Библ. 76.

The questions of hydrological process mathematical modelling and forecasting are considered at that book. Models of overland and river flows, dynamic of snow-cover and melting, water temperature are presented. The results of practical using of dynamic and stochastic models of separate processes and general model of runoff formation are demonstrated.



ЗАДАЧА ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ВОДНЫМ РЕЖИМОМ РЕКИ СЫРДАРЬИ

В статье рассматривается общая постановка задачи об оптимальном управлении, т. е. выборе таких воздействий на участке Токтогульская ГЭС — Кайракумская ГЭС, чтобы формирующийся водный режим удовлетворял заданным условиям (был допустимым и в некотором смысле наилучшим). Основные понятия, которыми мы будем пользоваться, — это «состояние системы» и «состояние управления». Ранее было показано [1, 2], что приемлемыми моделями для рассматриваемого участка являются либо динамическая модель в виде системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dQ_{i+1}}{dt} = -\frac{1}{\tau_{i+1,i}} Q_{i+1} + \frac{1}{\tau_{i+1,i}} Q_i + \frac{1}{\tau_{i+1,i}} \tilde{Q}_{i+1,i}, \quad (1)$$

либо стохастическая модель в виде следующей системы:

$$\frac{dm_{i+1}}{dt} = \left(-\frac{\bar{1}}{\tau_{i+1,i}} + \frac{1}{2} G_c \right) m_{i+1} - \frac{1}{2} G_c \tilde{N} + \left[\frac{\bar{1}}{\tau_{i+1,i}} m_i - \frac{\bar{1}}{\tau_{i+1,i}} Q_{i+1,i} \right], \quad (2)$$

$$\frac{dD_{i+1}}{dt} = 2 \left(-\frac{\bar{1}}{\tau_{i+1,i}} + \frac{1}{2} G_c \right) D_{i+1} + G_c D_{i+1} - 2 G_c \tilde{N} m_{i+1} + G_N, \quad (3)$$

где i — «координаты» пространственных узлов; $\tau_{i+1,i}$ — время добегания между i и $i+1$ узлами; Q — расход воды; $\tilde{Q}_{i+1,i}$ — расход, идущий на водозабор, фильтрацию, испарение и т. п.; m — математическое ожидание расхода; G_c , G_N , $G_c \tilde{N}$ — интенсивности и взаимная интенсивность белых шумов; D — дисперсия расхода воды. Стохастической моделью может служить и просто дифференциальное уравнение для математического ожидания (2), отличающееся от (1) учетом действующих на участке шумов различного происхождения. В этом случае модель запишем в следующем виде:

$$\frac{dQ}{dt} = aQ + bu + u_0 + c, \quad (4)$$

где

$$Q = m_{i+1}; \quad u = m_i; \quad u_6 = \tilde{Q}_{i+1,i}; \quad a = \left(-\frac{\bar{1}}{\tau_{i+1,i}} + 0,5G_c \right); \quad b = \frac{\bar{1}}{\tau_{i+1,i}}; \\ c = -0,5G_c \tilde{N}.$$

Если считать $\tau = f(Q)$, то модель (4) будет нелинейной, но приведенные ниже рассуждения останутся в силе. В случае рассмотрения реального процесса в динамической идеализации приходим к модели (1), которая также может быть записана в форме (4) с соответствующим изменением коэффициентов. В уравнении (4) в качестве вектора состояния выступают переменные (Q, u) , которые обозначим одной буквой Q . В качестве управления — вектор u_6 , т. е. те составляющие бокового притока (оттока), которыми мы можем распоряжаться по своему усмотрению (водораспределение для потребителей). Некоторые составляющие u_6 могут быть известны и не подлежат регулированию, например приток рек Карадарья и Карасу или составляющие руслового водного баланса (РВБ), хотя последние можно в известном смысле рассматривать как регулируемые воздействия, когда вектор состояния (расходы в русле) и, следовательно, площадь водного зеркала и уровни определяют интенсивность фильтрации или испарения с водной поверхности.

Если речь идет об участке, следующем за Токтогульской ГЭС (это может быть и весь участок до Кайраккумской ГЭС), то составляющая u вектора (Q, u) также может рассматриваться как управление (график пусков с ГЭС). В то же самое время все составляющие вектора u_6 могут быть заданы (жестко регламентированная подача воды потребителям, не подлежащая «обсуждению»). В зависимости от конкретной ситуации можно использовать разные из рассмотренных выше вариантов, что, однако, не сказывается на формальной постановке задачи об оптимальном управлении.

Запишем (4) в виде

$$\frac{dQ}{dt} = f(t, Q, u). \quad (5)$$

В начальный момент времени t_0 заданы расходы в расчетных створах на рассматриваемом участке, т. е. задано начальное состояние $Q(t_0) = Q_0$. Будем считать, что $t_0 = 0$, а момент окончания процесса $t = T$. Если на промежутке $0 \leq t \leq T$ задано управление процессом $u(t)$, то (5) есть система дифференциальных уравнений относительно неизвестной вектор-функции $Q = Q_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots$. Решение этой системы $Q(t)$ при известном $Q(t_0) = Q_0$ есть траектория, отвечающая заданному управлению $u(t)$, а пара $Q(t)$ и $u(t)$ называется допустимым процессом. Мы не останавливаемся на ограничениях, которые должны выполняться, чтобы процесс был действительно допустимым. Далее в рассмотрение вводится функционал $\mathcal{L}$ (критерий качества), задаваемый на

множестве допустимых процессов $Q(t)$ и $u(t)$, и задача оптимального управления состоит в выборе такой конкретной пары $\bar{Q}(t)$, $\bar{u}(t)$, на которой функционал $\mathcal{L}$ достигает экстремального значения (это и будет оптимальный процесс с оптимальными траекторией $\bar{Q}(t)$ и управлением $\bar{u}(t)$).

Обычно рассматриваются функционалы следующего вида:

$$\mathcal{L}(\bar{Q}(t), \bar{u}(t)) = \int_0^T f^0(t, Q, u) dt + F(Q(T)), \quad (6)$$

где f^0 и F — заданные функции. Первое слагаемое в (6) оценивает качество процесса на возможных парах $(Q(t), u(t))$ на всем промежутке $[0, T]$; второе слагаемое (терминальная составляющая) — качество конечного состояния процесса. Если конечное состояние системы (т. е. желаемые расходы в створах от Токтогульской ГЭС до Кайраккумской ГЭС) задается, то терминальная составляющая в (6) есть величина постоянная и не влияет на минимизацию функционала (задача с фиксированным правым концом траектории). Для решения задачи оптимального управления воспользуемся достаточными условиями оптимальности, т. е. условиями, гарантирующими оптимальность допустимого процесса. Из математики известно, что достаточные условия довольно широки и для эффективного отыскания потенциально оптимальных процессов пытаются «сузить» исходное множество процессов с помощью необходимых условий оптимальности. Если ограничиваться применением достаточных условий, то нужна уверенность в их близости к необходимому. Излагаемый ниже подход удовлетворяет этому требованию.

Достаточные условия оптимальности формулируются следующим образом [3, 4]. Пусть $\varphi(t, Q)$ — непрерывная функция переменных t и Q , которая имеет по ним непрерывные частные производные и с помощью которой построим функции:

$$R(t, Q, u) = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Q}, f(t, Q, u) \right) - f^0(t, Q, u); \quad (7)$$

$$\Phi(Q) = \varphi(T, Q) - F(Q), \quad (8)$$

где скобки во втором члене правой части (7) обозначают скалярное произведение. Введем обозначения: $(t, Q, u) \in V$, $(Q(t), u(t)) \in V^t$, $Q(t) \in V_{x^t}$, где V — подмножество, ограничивающее допустимые состояния; V^t — сечение V при заданном t (задает ограничение на $Q(t)$ и $u(t)$ в каждый фиксированный момент времени); V_{x^t} — проекция V^t на пространство состояний. Пусть допустимый процесс $(Q(t), \bar{u}(t))$ и $\varphi(t, Q)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$1. R(t, \bar{Q}(t), \bar{u}(t)) = \max_{(Q, u) \in V^t} R(t, Q, u) \text{ при всех } t \in [0, T];$$

$$2. \Phi(\bar{Q}, (T)) = \min_{Q \in V^T_x} \Phi(Q).$$

Тогда процесс $(\bar{Q}(t), \bar{u}(t))$ является оптимальным. Если конечное состояние задано $Q(T) = Q_K$, то область определения функции $\Phi(Q)$ — единственное значение $Q = Q_K$, которое и есть точка минимума, поэтому второе условие выполняется тривиально и отпадает.

Рассмотрим в качестве иллюстрации конкретный пример. Запишем уравнение (5) в виде

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{\tau} Q \pm \frac{1}{\tau} u_6 + \frac{1}{\tau} u. \quad (9)$$

Пусть начальное и конечное значения расхода воды в Чильмахраме (т. е. состояние, в которое надо привести систему) заданы:

$$Q(0) = Q_0, \quad Q(T) = Q_1. \quad (10)$$

Предположим, что желаемый гидрограф в Чильмахраме (приток в Кайраккумское водохранилище) имеет вид

$$Q = Q_0 + bt^n. \quad (11)$$

Минимизируемый функционал (критерий качества) возьмем в следующем виде:

$$\int_0^T [(Q_0 + bt^n - Q)^2 + (Q_0 + bt^n) u] dt \rightarrow \min. \quad (12)$$

Подынтегральное выражение в (12) состоит из двух слагаемых, характеризующих качество процесса на всем интервале управления $[0, T]$. Первое слагаемое определяет квадрат невязки между желаемым $(Q_0 + bt^n)$ и допустимым (Q) изменениями расходов, а второе — произведение желаемой водоподачи в Кайраккумское водохранилище $(Q_0 + bt^n)$ и водоподачи с Токтогульской (или Учкурганской) ГЭС. Таким образом, физический смысл данного критерия заключается в желании сформировать такой процесс (пару $Q(t)$ и $u(t)$) на рассматриваемом участке, чтобы суммарное отклонение (интеграл квадрата невязки) желаемой водоподачи в Кайраккумское водохранилище от фактической и суммарный пропуск воды по входному и выходному створам данного участка были бы минимальными. В зависимости от конкретной ситуации этот критерий может иметь различный вид. Особенностью данного примера является линейная зависимость от управления правой части уравнения процесса (9).

В соответствии со сформулированными выше достаточными условиями оптимальности запишем функцию R :

$$R(t, Q, u) = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial Q} \left(-\frac{1}{\tau} Q \pm \frac{1}{\tau} u_6 + \frac{1}{\tau} u \right) - (Q_0 + bt^n - Q)^2 - (Q_0 + bt^n) u. \quad (13)$$

Надо подобрать функцию $\varphi(t, Q)$, чтобы процесс $(\bar{Q}(t), \bar{u}(t))$ при каждом t , максимизирующий выражение (13), был допустимым (а следовательно, и оптимальным, так как второе требование достаточных условий в силу (10) выполняется тривиально). Выберем функцию φ так, чтобы $R(t, Q, u)$ не зависела от управления. Так как R линейна по u (см. (13)), то ее независимость от управления означает равенство нулю коэффициента при u , т. е.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial Q} \frac{1}{\tau} - Q_0 - bt^n = 0. \quad (14)$$

Найдя при каждом t $\max_Q R(t, Q)$, получаем траекторию $\bar{Q}(t)$, которая в случае выполнения условий (10) является оптимальным решением. Соответствующее ему управление $\bar{u}(t)$ найдем из (9):

$$\bar{u}(t) = \frac{\dot{\bar{Q}}(t) + \frac{1}{\tau} \bar{Q}(t) \pm \frac{1}{\tau} u_0}{\frac{1}{\tau}}. \quad (15)$$

Функция $\varphi(t, Q)$ находится из (14):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial Q} = \frac{Q_0 + bt^n}{\frac{1}{\tau}}; \quad (16)$$

$$\varphi(t, Q) = \int_Q \frac{Q_0 + bt^n}{\frac{1}{\tau}} dQ + c(t), \quad (17)$$

где $c(t)$ — произвольная функция времени.

Учитывая (17), получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \int_Q nb\tau t^{n-1} dQ + c'(t). \quad (18)$$

Учитывая (16) и (18), выражению (13) можно придать вид

$$R(t, Q) = \frac{(Q_0 + bt^n) \left(-\frac{1}{\tau} Q \pm \frac{1}{\tau} u_0 \right) - (Q_0 + bt^n - Q)^2 \frac{1}{\tau}}{\frac{1}{\tau}} + \\ + nb\tau t^{n-1} Q + c'(t).$$

В этом выражении величины u_0 и $c'(t)$, не влияющие на функцию $Q(t)$, максимизирующую $R(t, Q)$, можно опустить. Делая алгебраические преобразования, получим

$$R(t, Q) = -Q^2 + Q(Q_0 + bt^n + nb\tau t^{n-1}). \quad (19)$$

Необходимым условием максимума будет

$$\left. \frac{\partial R}{\partial Q} \right|_{Q=\bar{Q}(t)} = -2Q + Q_0 + bt^n + nb\tau t^{n-1} = 0,$$

откуда

$$Q(t) = 0,5Q_0 + 0,5bt^n + 0,5nb\tau t^{n-1} \quad (20)$$

(на $\bar{Q}(t)$ действительно достигается максимум, так как $\partial^2 R / \partial Q^2 = -2 < 0$).

Соответствующее траектории (20) управление получим из (15)

$$\begin{aligned} \bar{u}(t) = \tau \frac{d\bar{Q}}{dt} + \bar{Q} - u_0 &= 0,5bt^n + \tau nb\tau t^{n-1} + \\ &+ [\tau^2 0,5(n-1)nb] t^{n-2} + 0,5Q_0 - u_0. \end{aligned} \quad (21)$$

В общем случае полученный процесс ((20), (21)) может быть не только неоптимальным, но и вообще недопустимым, если не будут выполнены условия (10). В этом случае необходимо строить соответствующую минимизирующую последовательность, на чем мы не останавливаемся.

Пусть $n=1,52$; $b=32$; $Q_0=587$ (рассматривается период времени с 19 по 25 июня 1988 г.). С использованием полученных соотношений (20) и (21) построены соответствующие графики. Оказалось, что график полученного оптимального управления проходит ниже фактического. И хотя какие-либо количественные оценки из-за иллюстративного характера расчетов неуместны, но качественно ситуацию может объяснить неучет некоторых составляющих русловых водных балансов (например, фильтрация). Оценка расхода руслового регулирования (трансформационная составляющая), входящего в (21), $\tau dQ/dt$ показывает, что при времени релаксации $\tau=1,5$ сут и скорости нарастания расхода $60 \text{ м}^3/(\text{с} \cdot \text{сут})$ он равен примерно $90 \text{ м}^3/\text{с}$, что составляет 10—10 % от расхода в замыкающем створе. Чем меньше скорость подачи воды с Учкурганской ГЭС, тем меньше воды надо тратить на управление. Если траекторию оптимального управления рассчитывать по стохастической модели (2), то в уравнении (21) появятся два дополнительных члена, связанных с наличием шумов G_c и G_{cN} . Учет G_c приведет к тому, что вместо τ в законе управления (21) появится величина $2\tau/(2+G_c)$. При уменьшении τ за счет учета G_c на 30—40 % требуемый расход воды на управление сокращается на 5—8 %. Оценка вклада в РВБ члена G_{cN} пока затруднена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коваленко В. В. Моделирование гидрологических процессов. — СПб.: Гидрометеиздат, 1993. — 256 с.
2. Коваленко В. В., Старостин В. Л., Сергеев Ю. В. Краткосрочный прогноз расходов воды среднего течения рек Амударья и Сырдарья. — В сб.: Моделирование и прогнозы гидрологических процессов. СПб.: изд. РГГМИ, 1992, вып. 113, с. 16—24.
3. Кротов В. Ф. и др. Основы теории оптимального управления. — М.: Высшая школа, 1990. — 430 с.
4. Цирлин А. М. и др. Вариационные методы оптимизации управляемых объектов. — М.: Энергия, 1975. — 448 с.

В. В. КОВАЛЕНКО, В. А. ХАУСТОВ (РГГМУ)
**ОПЫТ РЕТРОСПЕКТИВНОЙ ОЦЕНКИ
ГИДРОЛОГИЧЕСКОГО РЕЖИМА РУССКОЙ РАВНИНЫ**

С. М. Соловьев и В. О. Ключевский подчеркивали роль для России речных систем (еще Геродот был более всего поражен в стране скифов могучими реками). Реки были торговыми артериями — именно по ним проходил путь «из варяг в греки». На их берегах было удобно основывать поселения. Гидрографическая сеть Русской равнины стала основой расселения по ней восточнославянских племен; в дальнейшем с бассейнами рек оказались связаны удельные княжества русского средневековья. В то же время, подчеркивал Ключевский, «центробежное действие речной сети сдерживалось другой ее особенностью. Взаимная близость главных речных бассейнов равнины при содействии однообразной формы поверхности не позволяла размещавшимся по ним частям населения обособляться друг от друга, замыкаться в изолированные гидрографические клетки, поддерживала общение между ними, подготавливала народное единство и содействовало государственному объединению страны» [7]. Существует гипотеза: чем больше размеры рек, тем древнее их названия, что связано с той важной ролью, которую играли реки в жизни человека [9].

Русская равнина — одна из обширных и разнообразных по природным условиям территория СНГ. Освоение водных ресурсов и развитие хозяйственной деятельности, оказывающей влияние на речной сток, проводится с начала ее заселения человеком до наших дней. За это время природные условия испытывали существенные колебания. Режим атмосферной циркуляции сказывался на изменении повторяемости таких природных явлений, как расширение (сокращение) болот, увеличение (уменьшение) площади степных озер и Каспия, увеличение (уменьшение) залесенности лесостепи [3]. Все это существенно влияло на условия жизни населения Русской равнины и нашло отражение в исторических документах. Поэтому возможность восстановления гидрологического режима прошлого (ретроспективная оценка) позволяет решить следующие задачи: 1) поиск аналогий для будущего изменения режима в нашем историческом прошлом (один из способов палеогидрологических реконструкций); 2) разработка одного из блоков (гидрометеорологического) в общей математической модели исторического развития России.

Изучению тенденций изменения гидрологического режима вод

суши уделяется серьезное внимание [4, 13]. Однако исследований гидрологической ситуации прошлого (построение карт статистических характеристик, отражающих режим вод суши: нормы стока, коэффициентов вариации (C_v) и асимметрии (C_s)), на многовековых интервалах времени в пределах Русской равнины не проводилось. Целью исследования данной работы является восстановление среднего годового речного стока и его многовековых колебаний.

Реконструкция гидрологического режима в указанном выше смысле проводилась на основе стохастической модели формирования стока [5]. Основой для такой модели является дифференциальное уравнение, связывающее внешние воздействия на водосбор (осадки $\dot{X}$ и температуру воздуха T) с его реакцией (расход воды в замыкающем створе Q или модуль стока q) и параметрами (коэффициентом стока k и постоянной времени τ). Так как ряды средних годовых расходов образуют, как правило, простую марковскую последовательность, то динамической моделью, на основе которой выполняется стохастическое обобщение, является дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{k\tau} + \frac{\dot{X}}{\tau},$$

где τ — время релаксации (параметр, характеризующий инерционные свойства бассейна), t — время.

Введем следующие обозначения: $-1/k\tau \equiv c$, $\dot{X}/\tau \equiv N(t)$. Будем считать, что $c = \bar{c} + \tilde{c}(t)$ и $N(t) = \bar{N}(t) + \tilde{N}(t)$, где $\tilde{c}(t)$ и $\tilde{N}(t)$ — случайные процессы с независимыми ординатами (белые шумы). В этом случае стохастическое обобщение может быть представлено уравнением Фоккера — Планка — Колмогорова (ФПК):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial Q} [A(Q, t)p(Q, t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial Q^2} [B(Q, t)p(Q, t)],$$

где $p(Q, t)$ — плотность вероятности расходов воды; $A(Q, t)$ и $B(Q, t)$ — соответственно коэффициенты сноса и диффузии, зависящие от физико-статистических характеристик речных бассейнов и климатических воздействий:

$$A(Q, t) = -(\bar{c} - 0,5G_{\sim c})Q - 0,5G_{\sim cN} + \bar{N}(t),$$

$$B(Q, t) = G_{\sim c}Q^2 - 2G_{\sim cN} + G_{\sim N}$$

(здесь $G_{\sim c}$, $G_{\sim N}$ и $G_{\sim cN}$ — интенсивности и взаимная интенсивность белых шумов). Эти коэффициенты полностью определяются видом исходного динамического уравнения и характеристиками внешних воздействий и шумов.

Так как стохастический режим формирования стока считается установившимся, то в уравнении ФПК производная $\partial p/\partial t \equiv 0$ и оно переходит в уравнение Пирсона

$$\frac{\partial p}{\partial Q} = \frac{Q - a}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2} p. \quad (1)$$

Для получения кривой Пирсона III типа, как наиболее распространенной в гидрологии, надо, чтобы $b_2 \rightarrow 0$, т. е. чтобы интенсивность $G_{\bar{c}}$ была нулевой или неощутимой в пределах существующей точности измерений и расчетов гидрологических характеристик. Остальные параметры уравнения (1) определяются следующими формулами:

$$a = \frac{G_{\bar{c}N} + 2\bar{N}}{2\bar{c}}, \quad b_0 = \frac{-G_{\bar{c}N}}{2\bar{c}}, \quad b_1 = \frac{2G_{\bar{c}N}}{2\bar{c}} \quad (2)$$

(здесь значение $\bar{c}$ близко к обратному значению коэффициента стока).

Порядок восстановления изменений годового стока на основе данной стохастической модели включает следующие этапы:

1) параметризация модели, т. е. определение численных значений коэффициентов, соответствующих текущему климату и уровню хозяйственной деятельности. Временной интервал — период инструментальных наблюдений за стоком и осадками;

2) задание восстановленных внешних (климатических) воздействий на водосборы (нормы годовых осадков);

3) учет (с помощью коэффициента стока) хозяйственной деятельности;

4) численное интегрирование модели, т. е. восстановление водного режима.

Общая схема метода сводится к следующему. Решение уравнения (1) для модуля стока есть плотность вероятности $p(q)$, которую в гидрологии из-за коротких рядов наблюдений вынуждены аппроксимировать первыми несколькими моментами. Фактически, путем обработки существующих рядов стока созданы карты $p(q)$, которые представляют в графическом виде решение уравнения (1). Эти карты отражают ситуацию, сформированную на речных бассейнах при стабилизированных параметрах a , b_0 и b_1 . Решая обратную задачу (идентификации), можно по известным из карт $p(q)$ найти значения параметров для различных пунктов. Так как из карт изолиний известно не все распределение $p(q)$, а только его несколько моментов, то можно перейти, умножая (1) на q^n и интегрируя по q в пределах его изменения, к системе алгебраических уравнений для начальных моментов:

$$\alpha_{n-1} b_0 n + \alpha_n [b_1 (n+1) - a] + \alpha_{n+1} [(n+2) b_2 + 1] = 0, \quad (3)$$

где α_n — начальные моменты n -го порядка.

Из-за ограниченных рядов наблюдений в практической гидрологии используют только первые три момента. При этом система алгебраических уравнений (3) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} b_1 - a &= -\alpha_1, \\ 2a_1b_1 + b_0 - \alpha_1a &= -\alpha_2, \\ 3a_2b_1 + 2a_1b_0 - \alpha_2a &= -\alpha_3. \end{aligned} \quad (4)$$

Зная значения моментов, решаем (4) относительно коэффициентов a , b_0 и b_1 , соответствующих климату и характеру хозяйственной деятельности, которые сформировали существующий гидрологический режим. Затем по восстановленным климатическим данным меняем в соответствии с формулами (2) параметры a , b_0 и b_1 (все или частично), подставляем их в (3) и решаем эту систему уже относительно начальных моментов. По вычисленным моментам находим расчетные гидрологические характеристики.

Используя такой вариант записи, получаем, что при соотношении $C_s/C_v=2$ параметр $b_0=0$. При этом возникают сложности с физической интерпретацией «климатических» шумов G_N . Для того чтобы избежать значений G_N , меньших нуля, введем следующие изменения:

$$a = \frac{G_{cN} + 2\bar{N}}{2\bar{c}}, \quad b_0' = \frac{-G_N}{2\bar{c}} - \frac{G_{cN}}{2\bar{c}} Q, \quad b_1' = \frac{3G_{cN}}{2\bar{c}}. \quad (5)$$

Переходя к начальным моментам, получим систему уравнений, аналогичную (4), где b_0' уже имеет отличие от исходной модели:

$$b_0' = b_0 - \frac{1}{3} b_1' \alpha_1 = \frac{-G_N}{2\bar{c}} - \frac{G_{cN}}{2\bar{c}} \alpha_1. \quad (6)$$

Решение этой системы, выраженное через статистические характеристики, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} a &= q(1 - 0,5\beta C_v^2), \quad \text{где } \beta = C_s/C_v, \\ b_0' &= q^2 C_v^2 \left(\frac{\beta}{2} - 1 \right), \\ b_1' &= -0,5q C_v^2 \beta. \end{aligned} \quad (7)$$

Затем по формулам (5) находим физико-статистические параметры модели

$$\bar{c} = \frac{\bar{N}}{a - b_1'/3}, \quad G_{cN} = \frac{\frac{2}{3} b_1' \bar{N}}{a - b_1'/3}, \quad G_N = \frac{-2b_0' \bar{N}}{a - b_1'/3}, \quad (8)$$

где b_0 из равенства (6) определяется формулой

$$b_0 = q^2 C_v^2 \left(\frac{\beta}{3} - 1 \right). \quad (9)$$

Восстановление статистических характеристик речного стока начинаем с расчета параметров уравнения (1) по формулам (5)

$$a_{\text{вос}} = \frac{G_{\sim} + 2\bar{N}_{\text{вос}}}{2c_{\text{вос}}}, \quad b'_{1\text{вос}} = \frac{3G_{\sim}}{2c_{\text{вос}}}.$$

Затем решаем систему уравнений (4) относительно начальных моментов и находим искомые характеристики:

$$\begin{aligned} \alpha_{1\text{вос}} &= q_{\text{вос}} = a_{\text{вос}} - b'_{1\text{вос}}; \\ b'_{0\text{вос}} &= -\frac{G_{\sim}}{2c_{\text{вос}}} - \frac{G_{\sim}}{c_{\text{вос}}} \frac{\alpha_{1\text{вос}}}{2c_{\text{вос}}}; \\ \alpha_{2\text{вос}} &= \alpha_{1\text{вос}} a_{\text{вос}} - b'_{0\text{вос}} - 2\alpha_{1\text{вос}} b'_{1\text{вос}}; \\ \alpha_{3\text{вос}} &= \alpha_{2\text{вос}} a_{\text{вос}} - 2\alpha_{1\text{вос}} b'_{0\text{вос}} - 3\alpha_{2\text{вос}} b'_{1\text{вос}}; \\ C_{v\text{вос}} &= \sqrt{(\alpha_{2\text{вос}} - q_{\text{вос}}^2)/q_{\text{вос}}^2}; \\ C_{s\text{вос}} &= \frac{\alpha_{3\text{вос}} - 3\alpha_{2\text{вос}}\alpha_{1\text{вос}} + 2\alpha_{1\text{вос}}^3}{C_{v\text{вос}}^3 q_{\text{вос}}^3}. \end{aligned}$$

Измерения количества осадков ведутся около ста лет. Источниками информации об атмосферном увлажнении в прошлом могут служить колонки годовых слоев лиственных отложений в озерах (табл. 1) [3], документированные сведения о колебаниях водности рек и озер [11] и т. д. В данной работе восстановление количества осадков в пределах Русской равнины осуществлялось следующим образом. Были использованы материалы по гидрологическому районированию [6], в которых к числу важнейших принципов относятся следующие положения: 1) однородность режима рек; их бассейны располагаются в пределах какой-либо одной природной зоны; 2) однородность климатических условий и в первую очередь радиационного баланса и атмосферных осадков. На основании данного районирования были выделены три региона: 1) лесной зоны (включает в себя Волго-Онего-Печорский, Волхово-Западнодвинский и Припятский районы); 2) степной (Средневолжский и Днепро-Донской районы); 3) Азово-Черноморский. В их пределах находятся источники информации об атмосферном увлажнении в прошлом (см. табл. 1). Назовем климатическим периодом (КП) отрезок времени, за который среднее 30-летнее количество осадков не менялось (например, КП с 1121 по 1180 г. для Пертозера). В данной работе допускается, что при сменах КП сохраняется современное распределение осадков по

Таблица 1

Среднее за 30 лет количество осадков (мм),
восстановленное по озерным отложениям и стоку на ЕТС

Период, годы	Пертозеро	Сакское озеро	Бассейн Днепра
761—790	500	460	540
791—820	500	480	560
821—850	500	480	560
851—880	500	480	580
881—910	500	480	560
911—940	500	480	560
941—970	500	480	560
971—1000	500	480	560
1001—1030	500	480	560
1031—1060	480	580	560
1061—1090	460	480	560
1091—1120	460	480	580
1121—1150	480	480	580
1151—1180	480	500	600
1181—1210	500	500	580
1211—1240	500	500	580
1241—1270	500	500	600
1271—1300	500	480	540
1301—1330	520	460	540
1331—1360	500	460	540
1361—1390	500	480	560
1391—1420	500	480	540
1421—1450	500	480	560
1451—1480	540	480	560
1481—1510	560	480	540
1511—1540	520	480	560
1541—1570	500	460	560
1571—1600	500	460	560
1601—1630	500	480	560
1631—1660	500	480	560
1661—1690	500	470	560
1691—1720	480	460	560
1721—1750	480	460	560
1751—1780	500	460	580
1781—1810	500	480	560
1811—1840	500	470	560
1841—1870	480	480	560
1871—1900	500	480	560
1901—1930	—	—	560
1931—1960	—	—	560
Среднее за 761—1990 гг.	500	480	560

площади регионов. Последние были разбиты координатной сеткой с шагом 2° по широте и долготе, а в ее узлах по соответствующей карте атласа [1] были сняты фактические значения нормы осадков. Путем их умножения на относительные отклонения количества осадков в районе Пертозера, бассейне Днепра и Сак-

ского озера от их средних значений (за 761—1900 гг.), в соответствии с климатическими условиями рассматриваемых регионов, были восстановлены карты увлажненности (нормы осадков) для всех климатических периодов.

В качестве исходных данных были использованы также карты, имеющиеся в приложении к пособию [8] (статистические характеристики речного стока). В соответствующих расчетных точках были сняты значения среднемноголетнего годового стока, его коэффициентов C_v и C_s , а по атласу [2] — значения плотности населения. Данные карты достаточно надежно отражают современную гидроклиматическую ситуацию.

Поскольку значение параметра $\bar{c}$ близко к обратному значению коэффициента стока, который в некоторых природных зонах может меняться в зависимости от хозяйственной деятельности, задание восстановленных значений этого параметра возможно в двух вариантах. Можно либо считать, что восстановленный параметр ($\bar{c}_{\text{вос}}$) не существенно отличается от фактического (определенного при параметризации модели), либо воспользоваться методикой восстановления коэффициента стока. Для расчетов по второму варианту использована зависимость коэффициентов суммарного годового стока от показателей урбанизации административных областей по широтным зонам [10]

$$K = T\gamma + L, \quad (10)$$

где T — коэффициент, зависящий от местоположения территории в широтной зоне; L — величина, характеризующая приближенно коэффициент поверхностного стока в естественных условиях; γ — показатель урбанизации территории, в % от ее общей площади. Расчет площади урбанизированной территории (УТ) и параметра $\bar{c}_{\text{вос}}$ выполнялся по соответствующим формулам:

$$f = (H/1000)^{0.8},$$

где H — число жителей, f — площадь УТ, в км²;

$$\frac{1}{\Delta c} = K_{\Phi} \frac{K_v - K_c}{K_c}; \quad \bar{c}_{\text{вос}} = \bar{c} + \Delta c.$$

Здесь $K_{\Phi} = 1/\bar{c}$, K_v — восстановленный по формуле (10) коэффициент стока, K_c — коэффициент стока, полученный по формуле (10) и соответствующий современной гидроклиматической ситуации.

Рассмотрим конкретный численный пример. Необходимо восстановить гидрологическую ситуацию (в указанном выше смысле) в пункте с координатами 52° с. ш., 42° в. д. Пользуясь пособием [8], определяем $q = 2,8$ л/(с·км²), $C_v = 0,5$, $C_s = 2C_v = 1,0$; по атласу [1] $\bar{N} = 605$ мм = 19,2 л/(с·км²). По формулам (7), (8), (9)

363679 соответственно находим параметры системы (4) $a=2,10$ и $b'_N=-0,70$, $b_0=-0,65$; физико-статистические параметры модели $\bar{c}=8,23$, $G_{\bar{c}N}=-3,84$, $G_N=10,76$.

Параметры G_N , $G_{\bar{c}N}$ и $\bar{c}$ оставляем без изменений. Восстановленная норма осадков ($\bar{N}_{\text{вос}}$) равна $20,6 \text{ л/(с} \cdot \text{км}^2)$. Далее находим $a_{\text{вос}}=2,27$, $b'_{\text{вос}}=-0,70$. Затем, решая систему уравнений (6) относительно начальных моментов, находим: $\alpha_{1 \text{ вос}}=q_{\text{вос}}=2,97 \text{ л/(с} \cdot \text{км}^2)$, $b'_{0 \text{ вос}}=0,04$, $\alpha_{2 \text{ вос}}=10,88$, $\alpha_{3 \text{ вос}}=47,36$, $C_v=0,48$, $C_s=0,87$. Таким образом, норма стока увеличилась, коэффициенты C_v и C_s уменьшились.

В результате проведенных расчетов получены восстановленные значения и относительные изменения норм годового стока, коэффициентов вариации и асимметрии. Построены соответствующие карты для наиболее характерных климатических периодов. Получен двойной комплект карт для различных вариантов реконструкции. Первый вариант подразумевает колебания климата (нормы осадков), второй учитывает также изменение коэффициента стока за счет роста народонаселения на Русской равнине с 761 по 1900 г.

Закономерность изменения статистических характеристик стока в целом по времени (для различных КП) определяется колебаниями нормы осадков, по площади регионов — неравномерностью распределения коэффициента стока. В работе сравниваются полученные результаты с данными восстановления по независимой методике. Как наиболее доступные для сопоставления, использованы параметры годового стока бассейна Днепра у Лощманской Каменки [12]. При вычислениях по первому варианту расчетные значения нормы стока и условно «фактические» качественно совпадают. Учет динамики численности народонаселения вносит значительный тренд в результаты расчетов. Восстановленные значения коэффициента вариации, наоборот, качественно совпадают лишь при учете зависимости коэффициента стока от демографии.

Результаты говорят о значительных колебаниях водности в пределах Русской равнины в прошлом. Анализ восстановленных характеристик стока с учетом и без учета демографической ситуации показывает необходимость в более полном описании воздействий на речной сток (как природных, так и антропогенных) для получения реальной картины гидрологического режима прошлого.

Несмотря на полученные результаты, работу нельзя считать завершенной. В дальнейшем предстоит разработки в следующих направлениях: 1) попытка «разморозить» параметры (G_N , $G_{\bar{c}N}$), которые сейчас принимаются неизменными при различных климатических условиях; 2) использование в модели зависимости коэффициента стока от температуры, учет влияния дополнитель-

ных факторов, играющих большую роль в режиме речного стока, таких, как залесенность, распаханность, заболоченность; 3) для наиболее обоснованного обобщения результатов восстановления и подхода к историческим данным необходимо решить задачу об аномальном ходе случайного процесса стока. По существу, это есть задача о выбросах случайного процесса за определенный уровень заданной обеспеченности. Ее решение ответит на вопрос о группировках лет с водностью выше или ниже некоторого заданного значения, что позволит связать данные расчетов с летописными материалами, регистрировавшими экстремальные природные явления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атлас мирового водного баланса. — М.—Л., 1974.
2. Большой советский атлас мира. — М., 1939.
3. Борисенков Е. И. Колебания климата за последнее тысячелетие. — Л.: Гидрометеониздат, 1988. — 408 с.
4. Винников К. Я. Чувствительность климата. — Л.: Гидрометеониздат, 1986. — 224 с.
5. Коваленко В. В. Моделирование гидрологических процессов. — СПб.: Гидрометеониздат, 1993. — 254 с.
6. Кузин П. С. Классификация рек и гидрологическое районирование СССР. — Л.: Гидрометеониздат, 1960. — 454 с.
7. Подольный Р. Г. Дети Земли. — М.: Мысль, 1977. — 120 с.
8. Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. — Л.: Гидрометеониздат, 1984. — 444 с.
9. Суперанская А. В. Что такое топонимика? — М.: Наука, 1984. — 182 с.
10. Устюжанин Б. С. Реакция речного стока на урбанизацию водосбора. — В сб.: Расчеты и прогнозы гидрологических характеристик. Л., 1989, с. 73—81 (Труды ЛГМИ, вып. 103).
11. Швец Г. И. Выдающиеся гидрологические явления на юго-западе СССР. — Л.: Гидрометеониздат, 1972. — 242 с.
12. Швец Г. И. Многовековая изменчивость стока Днепра. — Л.: Гидрометеониздат, 1978. — 82 с.
13. Шнитников А. В. Внутривековая изменчивость компонентов общей увлажненности. — Л.: Наука, 1969. — 242 с.

А. С. СУББОТИН (РГГМУ)

ОЦЕНКА ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗЛИЧНЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ РАСХОДОМЕРОВ

При проектировании гидрологических расходомеров, являющихся в настоящее время единственным средством автоматизации учета стока на малых и средних водосборах, нередко возникает ситуация, когда условия гидроствора с позиции гидрометрии позволяют разместить в нем различные типы расходомеров. В таких случаях для объективного выбора сооружения в качестве критерия обычно выступает требование минимизации строительных затрат, для чего приходится составлять проекты и сметы на разные типы расходомеров и выбирать из них для реализации один, наиболее экономически целесообразный. Однако при таком подходе возрастают расходы на проектные работы.

Мы предлагаем производить предварительную сравнительную оценку стоимости различных сооружений по объему необходимого на их строительство основного материала — железобетона, — без составления проектов сооружений, ориентируясь только на диапазон подлежащих измерению расходов воды. Аналогичная методика может быть использована и при применении другого строительного материала, например дерева.

Поставленная задача решалась следующим образом.

Весь ряд расходов воды, рекомендованных в настоящее время к измерению гидрологическими расходомерами [1], разделен на четыре группы с таким расчетом, чтобы расходы в каждой группе можно было измерить несколькими различными типами расходомеров (в принципе число групп можно было бы увеличивать или уменьшать, тем самым детализировать или огрубить результаты расчетов).

Для измерения расходов в каждой группе подобраны соответствующие типы расходомеров и рассчитаны их основные габаритные размеры. Результаты этой работы представлены в табл. 1.

Затем на основе анализа типовых и индивидуальных проектов различных гидрологических расходомеров нами для определения объемов стройматериала, необходимого для возведения этих сооружений, были выбраны варианты их конструкций, наиболее отвечающие современным технико-экономическим требованиям, и рассчитаны требуемые объемы железобетона¹ (табл. 2).

¹ В статье использованы результаты расчетов, выполненных студенткой РГГМУ Т. Г. Старостиной.

Таблица 1

**Диапазоны расходов воды
и основные характеристики расходомеров для их измерения**

Диапазон, м ³ /с	Тип расходомера			
	тонкостенный водослив с трапецидаль- ным вырезом	лоток Паршала	лоток Вентури (с боковым сжатием)	водослив практического профиля (Крампа)
Группа I				
0,07—2,45	$b = 2,25$	$b = 1,5$	$b/B = 0,6$	$p = 0,5$
	$H_{\min} = 0,065$	$H_{\min} = 0,05$	$b = 1,5$	$b = 1,7$
	$H_{\max} = 0,70$	$H_{\max} = 0,8$	$H_{\min} = 0,05$	$H_{\min} = 0,08$
	$Q_{\min} = 0,07$	$Q_{\min} = 0,046$	$H_{\max} = 0,90$	$H_{\max} = 0,73$
	$Q_{\max} = 2,45$	$Q_{\max} = 2,44$	$Q_{\min} = 0,024$	$Q_{\min} = 0,070$
			$Q_{\max} = 2,66$	$Q_{\max} = 2,45$
Группа II				
0,2—5,0	$b = 3,14$	$b = 3,00$	$b/B = 0,6$	$p = 0,5$
	$H_{\min} = 0,105$	$H_{\min} = 0,05$	$b = 2,40$	$b = 2,50$
	$H_{\max} = 0,90$	$H_{\max} = 1,00$	$H_{\min} = 0,05$	$H_{\min} = 0,12$
	$Q_{\min} = 0,200$	$Q_{\min} = 0,163$	$H_{\max} = 1,15$	$H_{\max} = 0,90$
	$Q_{\max} = 5,00$	$Q_{\max} = 8,60$	$Q_{\min} = 0,050$	$Q_{\min} = 0,20$
			$Q_{\max} = 5,48$	$Q_{\max} = 5,00$
Группа III				
0,25—10,0	$b = 5,38$	$b = 3,75$	$b/B = 0,6$	$p = 0,5$
	$H_{\min} = 0,085$	$H_{\min} = 0,05$	$b = 3,0$	$b = 5,00$
	$H_{\max} = 1,00$	$H_{\max} = 1,20$	$H_{\min} = 0,05$	$H_{\min} = 0,09$
	$Q_{\min} = 0,250$	$Q_{\min} = 0,215$	$H_{\max} = 1,50$	$H_{\max} = 0,90$
	$Q_{\max} = 10,00$	$Q_{\max} = 12,17$	$Q_{\min} = 0,062$	$Q_{\min} = 0,250$
			$Q_{\max} = 10,20$	$Q_{\max} = 10,00$
Группа IV				
0,4 — 47,5		$b = 7,50$		$p = 0,8$
		$H_{\min} = 0,05$		$b = 7,5$
		$H_{\max} = 1,85$	—	$H_{\min} = 0,09$
		$Q_{\min} = 0,392$		$p = 1,90$
		$Q_{\max} = 47,50$		$b = 0,400$
				$H_{\min} = 47,50$

Примечания. 1. В таблице приняты следующие обозначения: Q — расход воды, м³/с; H — напор на гребне водослива или во входной части лотка, м³/с; b — ширина гребня водослива или горловина лотка, м; p — высота порога водослива, м; B — ширина входной части лотка Вентури, м. 2. Тонкостенный водослив устанавливается в железобетонной несущей конструкции.

Таблица 2

Объем железобетона (м^3), необходимый для возведения
различных типов расходомеров

Группа расходов	Диапазон, $\text{м}^3/\text{с}$	Тип расходомера			
		тонкостен- ный водо- слив с трапеце- идальным вырезом	лоток Паршала	лоток Вентури (с боковым сжатием)	водослив практиче- ского про- филя (Краппа)
I	0,070—2,45	19,7	8,24	16,14	12,61
II	0,200—5,00	25,62	18,90	29,52	16,37
III	0,250—10,0	33,62	27,50	49,17	24,62
IV	0,400—47,5	—	80,15	—	52,60

Из приведенных данных следует, что в различных группах расходов воды отношение минимального объема железобетона, затрачиваемого на строительство расходомера одного типа, к максимальному объему, необходимому для возведения сооружения другого типа, лежит в пределах от 1:1,5 (группа IV) до 1:2 (группа III). Примерно в таком же соотношении должна находиться и стоимость строительства сооружений. Экономический эффект от выбора для реализации более дешевого типа сооружения очевиден.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Наставление гидрометеорологическим станциям и постам.* Вып. 6. Ч. 2. — Л.: Гидрометеониздат, 1972.
2. *Субботин А. С.* Гидрометрические сооружения. — Л.: Гидрометеониздат, 1989.
3. *Типовые проекты.* Ч. II. Измерительные устройства. Альбом РГ. Выпуски 1.1, 2.1, 3.1. — Л.: Изд. ГГИ, 1977.

С. Д. ВИННИКОВ (РГГМУ)

РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНОГО КЛИНА СОЛЕНЫХ ВОД УСТЬЕВОЙ ЗОНЫ РЕКИ ПРИ ЛЕДЯНОМ ПОКРОВЕ

Рассматриваемая задача является продолжением общей задачи [1] о явлении проникновения соленых вод моря или озера в устье впадающей в них реки.

В работе [1] был сделан краткий экскурс в историю рассматриваемого процесса, получено аналитическое решение для расчета стационарного клина соленых вод в устье реки при открытой водной поверхности: дальности его проникновения L , распределения солёности по длине клина, толщины клина и уклона водной поверхности потока в пределах его длины, а также выполнен в качестве примера расчет перечисленных характеристик для устья р. Оби, впадающей в Карское море.

В настоящей работе рассмотрим аналитическое решение этой же задачи, но при закрытой водной поверхности устья реки, т. е. при ледяном покрове. По-прежнему будем рассматривать двухслойное установившееся движение воды широкой реки ($B \gg H$), считая, что поток движется между прямолинейными и параллельными берегами, т. е. будем рассматривать плоскую задачу течений в устье реки. В верхнем слое реки толщиной $H - h$ течение направлено в сторону моря, а в нижнем слое толщиной h — в обратную сторону.

В результате турбулентности и диффузии в потоке, как и при открытой поверхности, массы более тяжелой (соленой) воды нижнего слоя переходят в верхний, менее соленый слой потока. Следовательно, верхний слой устьевой зоны состоит из масс воды реки и моря.

При этих условиях для любого сечения рассматриваемого участка реки можем записать уравнение баланса расхода воды в виде

$$\int_0^H v dz = q_p \quad (1)$$

или

$$q_n + q_{\text{возв}} + q_p = q_p \quad (2)$$

и уравнение баланса количества солей

$$\int_0^H v S dz = 0, \quad (3)$$

или

$$q_n S_n + (q_p + q_{\text{возв}}) S_b = 0, \quad (4)$$

или

$$v_n h S_n + (q_p - v_n h) S_b = 0, \quad (5)$$

где H — глубина; v — скорость течения; q_n , $q_{\text{возв}}$, q_p — элементарные расходы воды соответственно нижнего слоя, перешедшего из нижнего слоя в верхний слой (расход возвратного потока) и реки; z — ось, направленная вверх; S_n и S_b — средняя соленость воды (кг/м^3) нижнего и верхнего слоев; v_n — средняя скорость течения нижнего слоя.

Будем считать, что в случае наличия ледяного покрова распределение по глубине скорости описывается тремя прямыми:

$$\begin{aligned} 1) \text{ при } 0 < z < \frac{h}{2} \quad v &= \frac{4v_n}{h} z; \\ 2) \text{ при } \frac{h}{2} < z < \frac{h+H}{2} \quad v &= \frac{4v_n}{h} (z - h); \\ 3) \text{ при } \frac{H+h}{2} < z < H \quad v &= \frac{2v_n}{h} (H + h), \end{aligned} \quad (6)$$

а солености — одной прямой с нулевым ее значением у поверхности и максимальным у дна.

По эпюре скорости можно установить, что средняя скорость нижнего слоя

$$v_n = - \frac{q_p h}{H^2 - 2Hh}. \quad (7)$$

После подстановки (7) в (5) найдем выражение для определения средней солености верхнего слоя через ее значение нижнего слоя:

$$S_b = \frac{h^2}{(H-h)^2} S_n. \quad (8)$$

Теперь запишем уравнения, определяющие гидродинамику разнотечного потока в устье реки:

уравнение равновесия сил для верхнего слоя потока

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 0, \quad (9)$$

и для поверхности раздела потоков

$$P_1' + P_2' = 0, \quad (10)$$

уравнение диффузии, описывающее поступление солей из нижнего слоя в верхний;

$$-\frac{d}{dx}(q_n S_n) + A_d \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0, \quad (11)$$

где A_d — коэффициент турбулентной диффузии солей.

В уравнениях (9) и (10) слагаемые определим по следующим формулам:

сила тяжести

$$P_1 = \gamma_v I (H - h), \quad (12)$$

$$P_1' = \gamma_{г.р} I, \quad (13)$$

сила трения между нижним и верхним слоями и о ледяной покров

$$P_3 = A_z \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=h}, \quad (14)$$

$$P_4 = A_z \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=H}, \quad (15)$$

сила давления, обусловленная изменением солености воды вдоль оси x , совпадающей с направлением течения верхнего слоя:

$$P_2 = 1 \cdot \frac{\partial \gamma_v}{\partial x} (H - h), \quad (16)$$

$$P_2' = 1 \cdot \frac{\partial \gamma_{г.р}}{\partial x} \Big|_{z=h}, \quad (17)$$

где γ_v и $\gamma_{г.р}$ — удельный вес воды верхнего слоя и на границе раздела слоев; I — уклон реки; A_z — коэффициент турбулентного обмена.

Подставляя перечисленные выражения слагаемых уравнений (9) и (10), получим

$$\gamma_v I (H - h) - 1 \cdot \frac{\partial \gamma_v}{\partial x} (H - h) - A_z \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=h} - A_z \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0; \quad (18)$$

$$\gamma_{г.р} I - 1 \cdot \frac{\partial \gamma_{г.р}}{\partial x} \Big|_{z=h} = 0. \quad (19)$$

Выразим в производных $\partial \gamma_v / \partial x$ и $\partial \gamma_{г.р} / \partial x$ удельный вес через соленость воды S по формуле

$$\gamma = \gamma_0 + k_s S, \quad (20)$$

где γ_0 — удельный вес пресной воды; $k_s = 0,8$ — переходной коэффициент. Одновременно производную от скорости в (18) заменим конечными разностями, имея в виду, что при принятом нами распределении скорости по глубине (6) скорости $|v_n|$ и $|v_{возв}|$ равны и расположены на расстоянии $0,25h$ от границы раздела слоев. Тогда уравнения (18) и (19) примут вид:

$$\gamma_b I + 8A_z \frac{v_n}{h(H-h)} - k_s \frac{\partial S_b}{\partial x} = 0, \quad (21)$$

$$\gamma_{г.р} I - k_s \frac{\partial S_{г.р}}{\partial x} \Big|_{z=h} = 0. \quad (22)$$

С целью определения производной от солености на границе раздела в уравнении (22) найдем ее значение на этой границе. Для этого выполним интерполяцию между средними значениями солености воды S_n и S_b , учитывая, что ее распределение по глубине принято по прямой

$$S_{г.р} = \frac{h}{H} S_b + \left(1 - \frac{h}{H}\right) S_n. \quad (23)$$

Решая совместно (22) и (23), получим

$$\begin{aligned} \gamma_{г.р} I - \frac{k_s}{H} \left\{ \left[(H-h) + (S_n - S_b) \frac{h(H-h)}{2HS_n} \right] \frac{\partial S_n}{\partial x} + \right. \\ \left. + \left[h - (S_n - S_b) \frac{(H-h)^3}{2hHS_n} \right] \frac{\partial S_b}{\partial x} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Примем в первом приближении в уравнениях (21) и (24) $\gamma_b \approx \gamma_{г.р} \approx \gamma$. В принципе отношение этих удельных весов изменяется от 1,5 раза в начальном створе (на выходе в море) до нуля в конечном — в конце клина соленых вод. Тогда, исключая в этих уравнениях первые слагаемые, т. е. γI , получим

$$\begin{aligned} [2hHS_n + (S_n - S_b)h^2] \frac{\partial S_n}{\partial x} - [2hHS_n + (S_n - S_b)(H-h)^2] \frac{\partial S_b}{\partial x} = \\ = \frac{8A_z v_n H^2 S_n}{k_s (H-h)^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

В этом уравнении неизвестными являются градиенты солености воды $\partial S_n / \partial x$ и $\partial S_b / \partial x$. С целью их определения воспользуемся еще уравнением диффузии (11). В этом уравнении выразим расход нижнего слоя q_n через скорость, а затем выполним дифференцирование:

$$hS_n \frac{\partial v_n}{\partial x} + v_n S_n \frac{\partial h}{\partial x} + v_n h \frac{\partial S_n}{\partial x} = A_n \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=h}. \quad (26)$$

Для определения в (26) производной $\partial v_n / \partial x$ воспользуемся зависимостью (5), откуда

$$v_n = - \frac{q_p}{h} \frac{S_b}{S_n - S_b} \quad (27)$$

$$\frac{\partial v_h}{\partial x} = \frac{q_p}{h^2} \frac{S_b}{S_h - S_b} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{q_p}{h} \frac{S_h \frac{\partial S_b}{\partial x} - S_b \frac{\partial S_h}{\partial x}}{(S_h - S_b)^2}. \quad (28)$$

Решим совместно (26) и (28), записывая производную $\left. \frac{\partial S}{\partial z} \right|_{z=h}$ в конечных разностях:

$$S_b^2 \frac{\partial S_h}{\partial x} - S_h^2 \frac{\partial S_b}{\partial x} = - \frac{2A_d (S_h - S_b)^3}{q_p H}. \quad (29)$$

Таким образом, получили систему из двух линейных уравнений (25) и (29). Ее решением будут следующие уравнения:

$$\frac{\partial S_h}{\partial x} = \frac{2A_d}{q_p H} (S_h - S_b)^3 [2hHS_h + (S_h - S_b)(H - h)^2] - \frac{8A_z v_h H^2}{k_s (H - h)^2} S_h^3, \\ \frac{\partial S_b}{\partial x} = \frac{2A_d}{q_p H} (S_h - S_b)^3 h [2HS_h + (S_h - S_b)h] - \frac{8A_z v_h H^2}{k_s (H - h)^2} S_h S_b^2, \quad (30)$$

$$\frac{\partial S_b}{\partial x} = \frac{2A_d}{q_p H} (S_h - S_b)^3 h [2HS_h + (S_h - S_b)h] - \frac{8A_z v_h H^2}{k_s (H - h)^2} S_h S_b^2, \\ \frac{\partial S_h}{\partial x} = \frac{2A_d}{q_p H} (S_h - S_b)^3 h [2HS_h + (S_h - S_b)h] - \frac{8A_z v_h H^2}{k_s (H - h)^2} S_h S_b^2. \quad (31)$$

Выражения (30) и (31) совместно с зависимостями для скорости (7) и солёности (8), как уже известно из [1], позволяют рассчитать упомянутые ранее характеристики потока на устьевом участке реки. Расчет их может быть выполнен, если задан расход реки q_p , глубина потока $H=f(x)$, солёность морской воды S_h и толщина нижнего слоя потока h_0 в начальном створе — на выходе в море. Если толщина h_0 не задана, то она может быть определена подбором в процессе решения задачи. Коэффициенты турбулентного обмена и диффузии рекомендуется определять по формулам В. М. Маккавеева:

$$A_z = \frac{\gamma \sum |q|}{MC} \quad \text{и} \quad A_d = \frac{g}{\gamma} A_z, \quad (32)$$

где γ — удельный вес воды, средний для обоих слоев; $\sum |q| = |q_h| + |q_{возв}| + |q_p|$; M — коэффициент, зависящий от шероховатости потока; C — коэффициент Шези; g — ускорение свободного падения.

Схема расчета характеристик потока при наличии клина соленых вод в устье реки и дальности проникновения этого клина при ледоставе по уравнениям (30) и (31) такая же, как и при открытом русле. Чтобы не повторяться здесь в ее изложении, напомним, что она приводится в работе [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Винников С. Д. Расчет стационарного клина соленых вод устьевой зоны реки. — Сборник научных трудов РГГМИ, 1992, вып. 113, с. 123—132.

С. В. ШАНОЧКИН (РГГМУ)

ДОЛГОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ЛЕДОВОГО РЕЖИМА ЛАДОЖСКОГО ОЗЕРА

Начало физической навигации, несмотря на усовершенствование и переоснащение речного флота, сталкивающегося в последние годы с определенными экономическими трудностями, продолжает в значительной мере определяться сроками вскрытия и очищения рек, озер и водохранилищ ото льда. Способы решения задачи долгосрочного прогноза отдельных элементов ледового режима Ладожского озера до настоящего времени базируются на данных авиаразведок. В то же время число ледовых авиаразведок, обеспечивающих наблюдения за ледовой обстановкой, постоянно сокращается. В этих условиях особую актуальность приобретают методики долгосрочных прогнозов ледового режима, способные «работать» в иной среде информационного обеспечения.

В данной работе решается задача выработки прогностических рекомендаций по предсказанию комплекса важнейших элементов ледового режима Ладожского озера. В качестве решающего правила в схеме физико-статистического прогноза использована регрессионная модель как наиболее приемлемая в практике долгосрочного прогнозирования. Применение регрессионной модели связано с тем, что на данном этапе знаний мы не имеем возможности контролировать все факторы, определяющие поведение рассматриваемого физического объекта. В рамках таких моделей объяснение причинно-следственных связей может ограничиваться лишь общеконцептуальными представлениями.

В среднем появление льда на Ладожском озере наблюдается в середине ноября в мелководной южной части озера. Северные и центральные районы обычно замерзают значительно позднее. Аномально раннее появление льда отмечалось в последней декаде октября, а аномально позднее — в начале декабря. При средних метеоусловиях Ладожское озеро полностью покрывается льдом во второй половине января. Дата начала вскрытия озера соответствует дню первой подвижки льда. Процесс вскрытия при средних метеоусловиях обычно начинается в центральной части озера. Взлом льда происходит по линии глубины, примерно повторяя контур озера. К концу апреля неподвижный лед сохраняется только в юго-восточной части, а в первой декаде мая вскрытие полностью завершается.

Процесс вскрытия Ладожского озера в ранние сроки связан

с выходом циклонов с Атлантики и прохождением их над акваторией озера. Наибольшая вероятность взлома льда возникает при прохождении глубокого циклона. Позднее вскрытие Ладоги характеризуется длительным расположением над акваторией озера области повышенного давления. Разрушение льда в этом случае происходит за счет инсоляции, накопления суммы положительных температур воздуха.

За дату очищения озера ото льда принимается дата, на которую общая ледовитость озера, рассчитанная как отношение занятой льдом части озера к общей площади, не превышает 1 %, а покрытость плавучим льдом без учета его густоты не превышает 10 % от общей площади.

Нерегулярность ледовых авиаразведок приводит к погрешности определения даты полного очищения в 2—3 дня.

При средних метеоусловиях очищение Ладожского озера происходит в середине мая и во многом зависит от ветра. Анализ аэрологических картограмм озера за весь период наблюдений (здесь не приводятся) позволяет сделать следующие выводы.

1. При ранних сроках очищение обычно начинается в западной части, постепенно зона чистой воды распространяется к центру и далее в северном и южном направлениях.

2. При поздних сроках очищения процесс обычно начинается в южной и юго-восточной части озера, далее распространяясь в северо-западном направлении.

Долгосрочный прогноз ледовых явлений на крупных водных объектах, к которым относится Ладожское озеро, сопряжен со значительными трудностями прежде всего из-за отсутствия полной и объективной информации о ледовых явлениях на всей акватории озера. Пункты наблюдений очень немногочисленны и сосредоточены в наиболее населенных частях береговой полосы или на крупных островах, центральные же области акватории исследуются только с помощью авиаразведок, которые проводятся нерегулярно.

Формирование информационной базы в качестве обязательной включало процедуру расчета основных характеристик весенне-зимнего ледового режима по схеме Булатова—Шуляковского. Необходимость трудоемких расчетов диктовалась как известным субъективизмом при визуальной фиксации сроков наступления фаз ледового режима, так и невозможностью получить некоторые из них, например даты с заданными прочностными характеристиками ледяного покрова, иным способом.

Замерзание и вскрытие крупных водных объектов на территории России относится к числу крупномасштабных гидрометеорологических процессов, и его общий характер связан с развитием макропроцессов над северным полушарием. В качестве тест-предикторов может рассматриваться еще ряд факторов, в определенной степени влияющих на ледовый режим объекта. К настоящему времени специалистами-метеорологами, занимающимися исследо-

ваниями и оперативной работой в области долгосрочных прогнозов погоды, накоплен значительный опыт по комплексному учету циркуляции атмосферы и теплового состояния Северной Атлантики [1, 3]. В свое время В. В. Шулейкин [4] отмечал, что термическое состояние вод океана оказывает влияние на развитие атмосферных процессов не только над акваторией океана, но и над прилегающими континентальными районами. Атлантический океан является основным очагом формирования морского воздуха, поступающего на Европейский континент. Колоссальные запасы тепла, аккумулированные океаном, имеют важное значение в трансформации перемещающегося над ним воздуха. Еще Г. Р. Брегман установил, что высокая температура воды в северной части Гольфстрима, где происходит наибольшая теплоотдача от воды к воздуху в зимние месяцы, определяет возникновение устойчивой положительной аномалии температуры воздуха над этим районом и отрицательной — над восточными районами Европы. Последнее связано с формированием над теплыми водами Атлантики высотного гребня давления, на восточной периферии которого с севера поступают массы холодного воздуха. Атлантический океан влияет на температурный режим восточных районов Европы не непосредственно, а через изменения атмосферной циркуляции. Как показали исследования, в среднем для всей Северной Атлантики знак аномалии средней месячной температуры поверхностного слоя воды сохраняется 3—5 месяцев. Именно в течение этого периода океан способен оказывать однозначное влияние на атмосферные процессы. Теплообмен между двумя средами осуществляется вследствие разности температуры вода — воздух. Количественной характеристикой этого теплообмена может служить аномалия температуры воды в Атлантике Δt_w . В ряде исследований показана целесообразность использования именно этой характеристики, поскольку она имеет большую информативность (для прогностических целей) по сравнению с аномалией разности температуры воды и воздуха над ней $\Delta t_w - a$. По-видимому, поле Δt_w более инерционно, а меридиональная циркуляция в атлантико-европейском районе непосредственно реагирует на распределение аномалии температуры воды в Атлантике. В последнее время предпринимаются попытки использования этой зависимости в долгосрочных ледовых прогнозах [2]. Появились и первые публикации по использованию в прогностических целях сведений о стратосферной циркуляции. Попытка использования информации о полях геопотенциала H_{100} была осуществлена нами для прогноза ледовых явлений на Ладожском озере, в частности учитывались особенности локализации минимальной высоты изобарической поверхности в годы с аномальными сроками некоторых фаз ледового режима.

При разработке прогностических моделей в качестве предиктантов использовались: сроки очищения Ладожского озера ото льда (фон), продолжительность периода с ледовыми явлениями,

сроки вскрытия и наступления заданной прочности льда ($\varphi=0,5$; $\varphi=0,25$). Продолжительность периода с ледовыми явлениями рассчитывалась как число дней от даты появления льда на озере до даты полного очищения.

При составлении прогностических зависимостей предиктанты характеризовались их отклонениями от соответствующих норм.

Информационный блок тест-предикторов включал следующие характеристики: поля атмосферного давления на двух уровнях (аномалии приземного давления и высота геопотенциала H_{100}); поля температуры воды в Северной Атлантике, среднемесячные отклонения от нормы числа дней с различным типом атмосферной циркуляции (по Вангенгейму), характеристику динамики изменения уровня воды в озере и толщину льда перед началом таяния снега на льду.

В качестве основного предсказателя использовались поля аномалий приземного давления в период с сентября по март, полученные на основе соответствующих карт по данным 70 станций. Выявление «активных» регионов северного полушария осуществлялось по картам изокоррелят, построенным для каждого месяца. При их анализе были отобраны лучшие с точки зрения максимального значения коэффициентов корреляции и соразмерности областей корреляции одного знака с линейными размерами основных барических образований. Информация по таким «активным» районам подвергалась компрессии методом главных компонент. Таким же образом были преобразованы и данные о термическом состоянии Северной Атлантики. Метод главных компонент (МГК) обладает рядом преимуществ по сравнению с другими методами факторного анализа. Он не требует никаких гипотез о переменных, является линейным и аддитивным, одинаково хорошо изучает как дисперсию, так и ковариацию исходных полей, обладает высокой скоростью сходимости. МГК используется для решения двух основных задач:

1) сокращение размерности анализируемых гидрометеорологических полей;

2) ортогонализация объясняющих переменных в задаче построения регрессионной модели как средство «борьбы» с мультиколлинеарностью.

Основная идея метода заключается в следующем.

Имеются поля гидрометеорологических величин, изменяющихся во времени и пространстве в виде:

$$F(X, t) = \sum_n T_n(t) H_n(X). \quad (1)$$

Функции разложения X и коэффициенты при них находятся из условия минимальности ошибки разложения

$$\Delta = \sum_i \sum_j [F_{i,j} - \sum_n T_{ni} X_{nj}]^2, \quad h = 1, 2, \dots, n, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Преобразуя данное условие, для коэффициентов разложения (главных компонент), можно получить следующее выражение:

$$T_{hi} = \frac{\sum_l F_{il} X_{hl}}{\sum_l X_{hl}^2}. \quad (3)$$

Функции разложения находятся при решении системы уравнений, которая в матричной форме будет иметь вид

$$|R - \lambda E| X = 0. \quad (4)$$

Матрица $\{R\}$ является матрицей корреляционных моментов, каждый из которых рассчитывается по формуле

$$R_{ji} = \frac{1}{m} \sum_l F_{il} F_{jl}. \quad (5)$$

Система однородных уравнений (4) имеет решения, отличные от нулевого вектора в том случае, если определитель этой системы равен нулю, т. е. когда имеет место уравнение

$$|R - \lambda E| = 0. \quad (6)$$

Раскрывая это уравнение (вековое или характеристическое данной матрицы $\{R\}$), можно получить алгебраическое уравнение относительно собственных чисел λ

$$\lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} - p_2 \lambda^{n-2} - \dots - p_{n-1} \lambda - p_n = 0. \quad (7)$$

Таким образом, собственные числа матрицы $\{R\}$ являются корнями уравнения n -й степени (7), следовательно, имеется n собственных чисел $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, которые можно расположить в убывающем порядке.

Собственные векторы (X) матрицы $\{R\}$ находятся путем подстановки соответствующих значений λ в (4).

Основываясь на свойствах матричной алгебры и исходя из того, что матрица $\{R\}$ квадратная и симметричная, а система уравнений однородна, можно заключить, что

$$\sum_j X_{hj} X_{gj} = 0, \quad h \neq g, \quad (8)$$

или, другими словами, собственные векторы ортогональны. Нетрудно показать, что и главные компоненты (коэффициенты разложения) обладают тем же свойством, т. е.

$$\sum_l T_{hi} T_{gl} = 0. \quad (9)$$

Данное свойство является одним из важнейших такого рода разложения.

Располагая собственные числа в порядке убывания, можно получить вклады соответствующих им собственных векторов и

соответственно главных компонент в общую дисперсию исходного поля

$$d_i = \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i} \cdot 100 \%. \quad (10)$$

Вычисление собственных чисел и собственных векторов корреляционных матриц производилось по методу Якоби, заключающемуся в приведении матриц к диагональному виду с помощью элементарных вращений.

Как показали численные эксперименты, до 80—85 % информации об исходных полях приземного давления и температуры поверхностных вод Атлантики сосредоточено в первых 4—5 членах разложения (табл. 1). При конструировании регрессионных прогностических уравнений оказалось, что наиболее информативными являются сведения о полях приземного давления за март (для весенних фаз ледового режима) и за сентябрь (для продолжительности ледовых явлений). Прогностически значимым для предвычисления дат вскрытия в районе г. Приозерска является термическое состояние Северной Атлантики в феврале месяце. Оптимальный отбор наиболее важных предикторов для предсказания основных элементов ледового режима Ладожского озера позволил получить комплекс прогностических уравнений, применение которых зависит от объема исходной информации и от требуемой точности прогноза и его заблаговременности.

Таблица 1

Собственные вектора аномалий давления воздуха
за март для дат вскрытия Ладожского озера (г. Приозерск)

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
0,04908	0,12988	-0,06218	0,04875	0,02019	0,69602
0,06239	0,14305	-0,39518	-0,28647	0,00399	0,15237
0,1238	0,17054	-0,36813	-0,12876	0,00623	-0,31598
0,09289	0,15658	-0,4376	-0,12282	0,02608	-0,26117
0,19544	0,40158	-0,22319	-0,12225	0,02849	-0,00086
0,19136	0,32366	-0,01204	-0,10923	-0,08782	0,13295
0,20723	0,30111	0,12045	0,03693	-0,05932	0,23708
0,24212	0,14078	0,26422	0,0434	0,01987	-0,04593
0,24049	-0,04031	0,20623	-0,30811	-0,32547	-0,08873
0,17631	-0,25845	-0,021	-0,27729	-0,08223	-0,11816
0,08817	-0,41537	-0,21698	-0,18361	-0,13168	0,14021
-0,03312	-0,31038	-0,39257	0,27949	-0,18792	0,19537
0,26487	-0,175	0,16114	-0,38161	-0,29635	0,24661
0,37336	-0,11372	-0,00771	-0,04959	0,09583	-0,09869
0,29231	-0,37243	-0,15675	0,04465	0,43376	0,08397
0,26307	-0,10215	0,17768	0,14005	-0,09212	-0,25665
0,20068	0,03694	-0,1711	0,3805	-0,11846	0,03208
0,3546	0,00358	0,13492	0,02891	0,61777	0,05608
0,31199	0,0342	-0,0168	0,44332	-0,32822	-0,12385
0,26003	-0,00562	-0,06776	0,24145	-0,15505	0,0751

Попутно была решена задача предсказания максимальной толщины льда в районе г. Приозерска, что дает возможность обходиться без непосредственного измерения этой характеристики.

Ниже приводятся некоторые уравнения и оценки их эффективности, построенные на предикторах, не предполагающих использование данных о полях приземного давления в северном полушарии (для г. Приозерска):

$$\checkmark D_{\text{вскр}} = 1,27B_1^{\text{II}} + 0,77N - 0,67(H^{\text{II}} - H^{\text{I}}) - 18,20, \quad (11)$$

$$R = 0,82; \quad S/\sigma = 0,58;$$

$$D_{\text{вскр}} = -1,69B_1^{\text{II}} + 0,65W^{\text{II}} + 0,18h_{\text{л}} - 6,51, \quad (12)$$

$$R = 0,79 \quad S/\sigma = 0,62;$$

$$\checkmark D_{\text{вскр}} = -1,66B_1^{\text{II}} + 0,67N + 0,005 \sum \theta_- + 18,48, \quad (13)$$

$$R = 0,77; \quad S/\sigma = 0,66;$$

$$D_{\text{вскр}} = -2,01B_1^{\text{II}} + 0,69N + 0,21E^{\text{II}} - 20,47, \quad (14)$$

$$R = 0,77; \quad S/\sigma = 0,67;$$

$$\checkmark D_{\varphi=0,5} = -2,19B_1^{\text{II}} + 0,26N + 0,63E^{\text{II}} - 14,62, \quad (15)$$

$$R = 0,77; \quad S/\sigma = 0,65;$$

$$D_{\varphi=0,5} = -1,75B_1^{\text{II}} + 0,34N + 0,61E^{\text{II}} - 18,04, \quad (16)$$

$$R = 0,75; \quad S/\sigma = 0,67,$$

рвый коэффициент разложения на естественные ор-
составляющие полей месячных аномалий темпера-
верной Атлантики за февраль; N — локализация
значения H_{100} (в условных единицах); $(H^{\text{II}} - H^{\text{I}})$ —
й воды на конец февраля и января (ст. При-
II — число дней с западным и восточным типом
куляции в феврале; $h_{\text{л}}$ — толщина льда на конец
иозерск); $\sum \theta_-$ — сумма отрицательных темпера-
от даты установления ледостава до конца февраля
Приозерск).

Прогноз толщины льда аппроксимируется уравнением

$$\checkmark h_{\text{л}} = 0,05 \sum \theta_- + 21,51. \quad (17)$$

Привлечение информации о полях приземного давления помимо прогностических рекомендаций для предсказания сроков вскрытия у г. Приозерска позволило выйти на прогноз таких характеристик ледового режима, как полное очищение Ладожского озера ото льда $D_{\text{очист}}$ и продолжительность ледовых явлений $L_{\text{л. я.}}$:

$$\checkmark D_{\text{вскр}} = 11,96P_1^{\text{III}} - 2,00B_1^{\text{II}} + 1,68, \quad (18)$$

$$R = 0,80; \quad S/\sigma = 0,61;$$

$$\checkmark \quad \bar{D}_{\text{очнш}} = 10,940P_1^{\text{III}} + 11,65P_2^{\text{III}} - 1,09B_1^{\text{III}} + 1,90, \quad (19)$$

$$R = 0,83; \quad S/\sigma = 0,57;$$

$$-D_{\text{очнш}} = 9,49P_1^{\text{III}} + 8,20P_2^{\text{III}} + 0,22C^x + 2,09, \quad (20)$$

$$R = 0,82; \quad -S/\sigma = 0,58;$$

$$\checkmark \quad L_{\text{л.я}} = 22,48P_1^x + 22,28P_7^x - 0,28C^I + 2,43, \quad (21)$$

$$R = 0,79; \quad S/\sigma = 0,61,$$

где P_i^j — коэффициенты разложения полей среднемесячных аномалий приземного давления в «активных» районах северного полушария, нижний индекс (i) — номер коэффициента, верхний (j) — месяц; $B_1^{\text{II}}, B_1^{\text{III}}$ — первые коэффициенты разложения полей месячных аномалий температуры воды Северной Атлантики за февраль и март соответственно; C^I, C^x — число дней с меридиональным типом циркуляции атмосферы в январе и октябре.

Уравнение для прогноза максимальной толщины льда у г. Приозерска по данным о полях давления имеет вид

$$\checkmark \quad h_{\text{л}} = 8,18P_1^I - 18,72P_3^I + 26,26P_8^I + 37,85, \quad (22)$$

$$R = 0,75; \quad S/\sigma = 0,67.$$

Анализ результатов прогнозов за отдельные годы показал, что наибольшие ошибки наблюдаются в случаях экстремально ранних сроков наступления весенних ледовых явлений.

Оценки эффективности методики прогноза по отношению S/σ для различных зависимостей находятся в пределах 0,57—0,67 при оправдываемости 70—90 %. Средняя заблаговременность прогноза составляет 20—50 сут. Совершенствование предложенного физико-статистического метода прогноза важнейших фаз ледового режима Ладожского озера может быть осуществлено за счет учета динамики приземных и высотных барических полей. Регрессионные модели, построенные на выборках ограниченного объема, «жизнеспособны» на конечном временном интервале, и при их использовании в оперативном режиме должен быть предусмотрен механизм адаптации к пополнению базы данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вапник Т. А., Чистякова Е. А. К вопросу о методе прогноза аномалии температуры воздуха на Европейской территории СССР, в Западной Сибири и Северном Казахстане с учетом температуры воды в «активных» районах Северной Атлантики. — Труды Гидрометцентра СССР, 1989, вып. 303, с. 127—134.
2. Гинзбург Б. М., Антипова Е. Г., Гудковская Е. Н. О влиянии стратосферной циркуляции, температуры воды в Северной Атлантике и облачности над нею на сроки появления льда на реках Европейской территории СССР. — Труды Гидрометцентра СССР, 1984, вып. 258, с. 17—30.
3. Перевозчикова О. И. Способ прогноза аномалии полей средней месячной температуры воздуха для западной половины СССР. — Труды Гидрометцентра СССР, 1987, вып. 287, с. 98—114.
4. Шулейкин В. В. Физика моря. — М., Наука, 1969. — 1083 с.

С. В. ШАНОЧКИН (РГГМУ)

ПРИМЕНЕНИЕ РАСПОЗНАЮЩИХ СИСТЕМ В ГИДРОПРОГНОЗАХ

Пока еще нет единой теории или подхода к проблемам распознавания образов, и особенностью работ, посвященных этой проблеме, является чрезвычайное разнообразие точек зрения к решению теоретических и практических вопросов [1—4].

Многочисленные задачи гидрологии в тех случаях, когда так или иначе приходится принимать решения по таксономии исходной информации, можно отнести к задачам распознавания образов. Вопросы типизации и районирования, дешифрования аэрофотоснимков и многие другие в настоящее время могут быть решены с помощью распознающих систем. Весьма вероятно, что такие системы найдут применение и для решения ряда прогностических задач.

В работе рассматриваются возможности одного из вариантов распознающей системы для прогноза ветви спада гидрографа весеннего половодья на р. Оке у г. Муром. Постулируется, что характерные особенности кривой подъема предопределяют и поведение кривой спада.

Распознавание образов тесно связано с понятием самообучающихся систем. Поступающая информация в виде совокупности воздействий (образов) усваивается (обрабатывается), и результатом вычислений является ответная реакция (предсказание события) на воздействия [3]. Подобного рода системы позволяют использовать полезную информацию и отбрасывать «вредную» («шумы»). Такая гибкость полезна при прогнозах процессов, для которых еще не разработаны окончательные модели, нет аналитического представления связей и в которых присутствует много «шума».

Контакт между системой и природным процессом (гидрографом) осуществляется с помощью образов (формализованной определенным образом исходной информацией). Машинное восприятие изображений происходит после этапа квантования гидрографов, чем достигается упрощение входного изображения. Правила квантования обычно подчинены логике максимального описания характерных особенностей исходного материала. Дальнейшая обработка изображения (квантованного гидрографа) происходит в двух режимах. Первый — режим обучения системы распознавания, второй — режим прогнозирования. В режиме обучения ин-

формация, поступающая до момента прогноза, сравнивается с информацией (образом) после даты прогноза и данное сочетание с результатом сравнения запоминается. Так формируется банк накопленных комбинаций входящих образов и прототипов входящих. В режиме прогнозирования система работает следующим образом: поступающая до момента прогноза информация (входные образы) сравнивается с образами, хранящимися в банке, и те из них, которые оказались наиболее «похожими» на входные, вызовут из банка соответствующие им прототипы. Под прототипами подразумеваются фактические гидрографы, накопленные за длительную предысторию.

Существует два основных вида обучающихся систем — обычного и перцептронного типа [3]. В системе обычного типа происходит сравнение признаков входного изображения (в данном случае ветви подъема прогнозируемого гидрографа) с признаками типовых изображений, имеющихся в архиве, и выбор одного из них, наиболее «похожего». Такие системы консервативны и не учитывают все возможные промежуточные состояния входных изображений. Распознающие системы перцептронного типа используют информацию с наименьшими искажениями, так как в качестве «моделей» применяют не типовые, а реальные сочетания признаков, т. е. те, которые были накоплены в режиме обучения. Ответом системы является не один типовой гидрограф (кривая спада), а гидрограф, полученный в результате комплексирования реальных прообразов. Обучение схем перцептронного типа происходит по принципу обратной связи. Оценка степени сходства объектов производится с использованием той или иной меры близости.

Для того чтобы формировать изображения (образы), а тем более соотносить их между собой, необходим механизм формализации понятия меры близости.

Пусть задано множество входных изображений z , где каждое z_i -е изображение представляется в виде точки в многомерном векторном пространстве изображений. Тогда общие требования будут складываться из следующих моментов:

— мера сходства должна быть всегда положительной величиной, т. е.

$$L(z_i, z_j) \geq 0, \quad (1)$$

где L — мера сходства, z_i, z_j — отдельные образы;

— должна обладать свойством симметрии, т. е.

$$L(z_i, z_j) = L(z_j, z_i); \quad (2)$$

— мера сходства изображения с самим собой должна быть максимальной

$$L(z_i, z_i) = \max_j L(z_i, z_j); \quad (3)$$

— мера сходства должна быть монотонной функцией удаления точек, соответствующих сравниваемым изображениям.

Данные требования удовлетворяются метрическим пространством, на котором введена мера расстояния. Тогда для меры сходства может служить любая невозрастающая функция.

В пространстве изображений задаются эталоны образов в виде точек θ_j . Распознавание производится путем сравнения расстояния между точками входного изображения z_i и эталона θ_j . Входное изображение (образ) относится к тому эталону, где расстояние минимально, т. е.

$$z_i = \theta_j, \text{ если } L(z_i, \theta_j) = \min_j L(z_i, \theta_j). \quad (4)$$

В случае совокупности признаков, когда отдельному изображению соответствует множество точек, т. е.

$$z = z(y_1, y_2, \dots, y_n), \quad (5)$$

$$\theta = \theta(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*). \quad (6)$$

мера сходства будет определяться следующими формулами:

$$L_1(z, \theta) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2} \quad (7)$$

или

$$L_2(z, \theta) = \sum_{i=1}^n |y_i - y_i^*|. \quad (8)$$

Если вектор входного образа и вектор эталона задаются по формулам (5) и (6), распознавание может осуществляться и по углу между векторами. Мера сходства определяется по выражению

$$L_3(z, \theta) = \arccos \frac{z\theta}{\|z\| \cdot \|\theta\|} = \arccos \frac{\sum_{i=1}^n y_i y_i^*}{\|z\| \cdot \|\theta\|}, \quad (9)$$

где $z\theta$ — скалярное произведение векторов; $\|z\|$, $\|\theta\|$ — нормы векторов.

При распознавании по скалярному произведению вектора входного и эталонного образа мера сходства вычисляется по формуле

$$L_4(z, \theta) = \sum_{i=1}^n y_i y_i^*. \quad (10)$$

В этом случае правило близости образов будет определяться так:

$$z \in \theta_j, \text{ если } L(z, \theta_j) = \max_j L(z, \theta_j), \quad (11)$$

т. е. чем больше величина L , тем образы наиболее похожи.

В принципе вариантов мер распознавания изображений (образов) может быть очень много (сколько существует монотонных функций, столько и мер).

В качестве исходных данных брались ежедневные значения расходов за период половодья с 1957 по 1982 г. Первые 20 лет были взяты для обучения схемы, а последующие шесть — для прогнозов и их оценки. Начало и конец половодья отделялись от остальной части гидрографа градиентным способом, т. е. за начало половодья принималась дата, когда суточный рост расходов (градиент) составлял $25 \text{ м}^3/(\text{с} \cdot \text{сут})$, за конец — когда градиент был меньше $50 \text{ м}^3/(\text{с} \cdot \text{сут})$. Положение максимума отмечалось по максимальному расходу или, если таких значений было несколько, максимум назначался на среднюю дату.

Гидрографы задавались не ежедневными значениями, а выборочными. Квантование ветвей подъема производилось делением на девять интервалов. Временной шаг брался с учетом необходимости детализации характерных особенностей этой части гидрографов. Процедуре квантования подвергались и ветви спада (восемь частей). Координаты вектора (значения расходов воды в точках деления гидрографа) принято называть признаками. В процессе работы программы значения расходов преобразовывались в относительные величины. Нормировка производилась по размаху амплитуды колебаний расходов за весь период половодья. Для ветви подъема использовалась формула

$$\alpha_i = \frac{Q_i - Q_0}{Q_{\max} - Q_0}, \quad (12)$$

где α_i — текущее нормированное значение расхода; Q_i — текущее значение расхода ($\text{м}^3/\text{с}$); Q_0 — значение расхода на начало половодья ($\text{м}^3/\text{с}$); $Q_{\max}$ — значение расхода на пике половодья ($\text{м}^3/\text{с}$); для ветви спада

$$\alpha_i = \frac{Q_i - Q_{\text{кон}}}{Q_{\max} - Q_{\text{кон}}}, \quad (13)$$

где $Q_{\text{кон}}$ — значение расхода воды на конец половодья ($\text{м}^3/\text{с}$).

На начальном этапе работы перцептронной системы происходит сравнение метрик L_i с пороговыми значениями первого уровня (β_1). Перцептрон отбирает только те, которые определенным образом соотносятся с величиной β_1 . Обработке оптимального значения β_1 должно быть уделено особое внимание, так как в конечном счете это найдет свое отражение в качестве прогностических рекомендаций. С этой целью обучение перцептрона осуществляется на выборках, имеющих ответы (сведения о кривых спада). Прототипы, отобранные в результате фильтрации по начальным значениям β_1 , включаются в процедуру сравнения фактических ответов (соответствующих ветвей спада) и прогностических. Наиболее удобной оценкой такого сравнения является средняя квадратическая ошибка

$$S_j^2 = \frac{1}{N-n} \sum_{k=n}^N (y_{jk} - y_{ik}^*)^2, \quad (14)$$

где N — длительность весеннего половодья (общее число признаков); n — длина ветви подъема; y_j — ветвь спада j -го прототипа; y_i^* — прогноз ветви спада.

В случае превышения этой ошибки порогового значения второго уровня β_2 происходит автоматическое увеличение численного значения первого порога β_1 . Закон этого увеличения может быть представлен, например, как экспоненциальный

$$\beta_{1j} = \beta_{1j} + (1 - \beta_{1j}) \sigma, \quad 0 \leq \sigma \leq 1. \quad (15)$$

Таким образом, стартовые оценки пороговых значений соответствующих прототипов становятся более жесткими (система «наказания») и появляется вероятность выпадения данных прототипов из совокупности ранее отобранных.

В случае малого значения ошибки S_j^2 может быть предусмотрена и система «поощрения», когда соответствующий первый порог может быть понижен.

В результате численных экспериментов были выбраны две меры близости: евклидово L_1 и хемингово L_2 расстояния.

Степень участия прототипов в распознавании и соответственно в прогнозе определяется величинами весов ω_j , вычисляемых (в случае использования L_1 и L_2) для m_1 (m — число всех прототипов) прототипов, прошедших фильтрацию:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{G_1}{\sum_{j=1}^{m_1} G_j} \\ \omega_2 &= \frac{G_2}{\sum_{j=1}^{m_2} G_j} \\ &\dots\dots\dots \\ \omega_{m_1} &= \frac{G_{m_1}}{\sum_{j=1}^{m_1} G_j}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$G_j = \frac{\sum_{j=1}^{m_1} L_j}{L_j}.$$

Предсказание ветви спада осуществляется в результате следующих операций. На основании полученных по (16) весов и хранящихся в памяти перцептрона безразмерных кривых спада

прототипов рассчитываются средневзвешенные величины

$$\alpha(t) = \omega_1 \alpha_1(t) + \omega_2 \alpha_2(t) + \dots + \omega_{m1} \alpha_{m1}(t), \quad (17)$$

характеризующие предсказываемую кривую спада.

Расходы получаются обратным пересчетом по формуле (13)

$$Q_{\text{пр}}(t) = (Q_{\text{max}} - Q_{\text{кон}}) \alpha(t) + Q_{\text{кон}}. \quad (18)$$

Качество прогноза проверялось по стандартным оценкам эффективности методик S/σ . Всего оценивались прогнозы шести кривых спада.

Отношение средней квадратической ошибки к среднему квадратическому отклонению изменялось в пределах 0,17—0,64.

Предлагаемая схема распознающей системы может быть легко трансформирована для решения прогностических задач, отличных от сформулированной в данной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С. Н. и др. Классификация и понижение размерности. — М.: Финансы и статистика, 1989.
2. Вапник В. И., Червоненко А. Я. Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения). — М.: Наука, 1974.
3. Румянцев В. А. Возможности использования распознающих систем для прогноза стока. — Труды САРНИГМИ, 1972, вып. 1 (82), с. 182—189.
4. Хант Э. Искусственный интеллект. — М.: Мир, 1978.

Г. Н. УГРЕНИНОВ (РГГМУ)

СИСТЕМА ОПЕРАТИВНОГО КОНТРОЛЯ НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ГИДРОЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГОРОДСКИХ АКВАТОРИЙ САНКТ-ПЕТЕРБУРГА

Изменение экологического состояния водных объектов, находящихся под значимым антропогенным воздействием, носит, как правило, черты полигармонических колебаний. На фоне возможного многолетнего тренда гидроэкологических показателей прослеживается их сезонная вариация и непериодические возмущения состояния водных экосистем. Эти возмущения в неблагоприятных условиях способны на продолжительное время разрушить экосистему.

В ряде случаев при разработке природоохранных мероприятий, рассчитанных на ограниченный срок действия, целесообразно принять допущение об относительной стабильности антропогенной нагрузки на режим реки или озера. Сезонные изменения экологического состояния обычно предсказуемы как по отклонениям показателей, так и по срокам наступления этих изменений.

Непериодические возмущения могут быть вызваны авариями на производствах и на транспорте (особенно водном), при грубых нарушениях технологии очистки сточных вод, а также просто по халатности. Такие явления трудно предвидеть, хотя известны попытки заблаговременного установления дат, когда особенно велик риск возникновения кризисных ситуаций в социальной и производственной сферах.

С большей определенностью предсказуемы ухудшения состояния водных экосистем при производстве русловых работ или при гидротехническом строительстве без должной проработки природоохранных аспектов. Роль своего рода прогнозистов здесь могут играть члены соответствующих экспертных комиссий и служб экологического надзора.

В подавляющем большинстве случаев непериодические кризисные явления в экосистемах рек и озер вызываются неблагоприятными гидрометеорологическими ситуациями, при этом наиболее уязвимы экосистемы устьевых участков рек.

Денивеляции водной поверхности озер и морей, в которые впадают реки, вызывают на устьевых акваториях подпорные явления, сопровождающиеся образованием застойных зон, циркуля-

ционных течений, а иногда даже противотоков по всему водному сечению. Все это приводит к ослаблению процессов самоочищения воды и к возрастанию концентраций загрязняющих веществ.

На спаде уровней устьевого участка происходит залповый выброс загрязненной воды на акваторию морского края дельты, в так называемую «грязевую ловушку», где на некоторое время гидроэкологические условия достигают кризисных показателей. Повторный (предположим, нагонный) подъем уровней переместит это пятно загрязнения снова на городские акватории, в частности к водозаборам и рекреационным зонам.

Основными факторами значимых денивеляций уровней воды в устье Невы следует назвать ветровые нагоны и сгоны, а также более редкие, но опасные по масштабам вторжения «длинной волны» с Балтики.

В наибольшей степени влиянию этих денивеляций подвержены Екатерингофка, каналы центральной части города, Смоленка, Ждановка, Карповка, Средняя Невка, нижние течения Невы, Большой и Малой Невок, Малая Нева.

Понятие экологической опасности для устьевых акваторий, по-видимому, нельзя ограничивать только гидрохимическими и гидробиологическими показателями: например, сам по себе высокий уровень воды, вызывающий подтопление и затопление подземных коммуникаций и городских территорий, чреват неблагоприятными экологическими последствиями, так как нарушает работу коммунальных служб, приводит к смыву загрязнений с улиц, площадей и дорог, провоцирует аварии на транспорте.

Важной особенностью Петербурга является его подверженность подтоплениям и затоплениям как при морских наводнениях, так и при зажорно-заторных подъемах уровней воды в верхней части устьевого участка, выше Охтинского моста. В районе завода «Большевик» (23-й км от устья Невы) максимальные подъемы уровней повторяемостью один раз в 100 лет при вторжении «длинной волны» составляют 381 см БС, а при зажорозаторе 425 см БС.

Заслуживают внимания гидрометеорологические факторы, ухудшающие работу городского водопровода. На наш взгляд, понятие экологической опасности должно включать в себя и этот аспект.

Упомянутые выше зажорно-заторные явления существенно осложняют функционирование водопроводных станций, в частности шуга забивает водозаборы, препятствуя закачке воды.

Серьезную опасность представляет собой ухудшение качества воды на акваториях водозаборов городского водопровода. Штормы на Ладоге и паводки на притоках Невы приводят к резкому возрастанию мутности невской воды. В летне-осенний период, когда устьевые участки притоков Невы находятся в подпоре от невских вод, возрастание продольных уклонов водной поверхности Невы под влиянием гидрометеорологических факторов при-

водит к быстрой разгрузке накопленной здесь загрязненной воды. Особенно опасны такого рода выбросы загрязненных вод устьевого участка р. Славянки, впадающей в Неву несколько выше Южной водопроводной станции, самой мощной в Петербурге.

В летне-осенний период возрастание мутности невиской воды, как правило, совпадает по фазе с повышением в ней концентраций загрязняющих веществ.

В последние десятилетия все острее стоит вопрос о «цветении» ладожской воды. В штилевую, теплую погоду на Ладоге (июль — август) до 60—70 % массы взвешенных наносов в невиской воде составляют органические вещества, обладающие, по некоторым свидетельствам, канцерогенными свойствами.

Вышеизложенные сведения показывают, что контроль неперидических возмущений экологического состояния устьевого участка Невы может в подавляющем большинстве случаев опираться на стандартную гидрометеорологическую информацию, без организации дорогостоящей системы непрерывных наблюдений за обширным перечнем гидроэкологических показателей. К сожалению, из-за известных экономических трудностей сеть гидрологических постов как в черте города, так и на водосборе Невы сокращается. Например, уже два года законсервирован важный пост Севзапгидромета в Тярлево на р. Славянке. Практически расформирована группа «наводненцев» в Петербургском гидрометцентре, там же непозволительно резко сокращается число гидропрогнозистов.

Выход из создавшегося положения видится в создании расчетных и прогностических схем экологического контроля на основе данных преимущественно стандартных гидрометеорологических наблюдений за прошлые годы. Использование таких схем и моделей позволит в оперативных условиях восполнить пробелы информации, а также перейти от косвенных «чисто» гидрологических или метеорологических показателей к гидроэкологическим. Определенную помощь в этом направлении могли бы оказать гидрологи и метеорологи Российского государственного гидрометеорологического института, в частности сотрудники учебных лабораторий метеорологических и гидрологических прогнозов РГГМУ.

А. А. ЛЕВАШОВ, И. А. ЛЕВАШОВА (РГГМУ)

УСЛОВИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ НЕКОТОРЫХ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Текущая вода постоянно совершает работу по переформированию русла и поймы реки. И если поступающее в водоток количество воды год от года в среднем одинаково, то и среднегодовые скорости, размеры деформаций русел и пойм при одинаковых грунтовых условиях в некоторый период также приблизительно одинаковы. Это позволяет предсказать размеры и направленность деформаций в будущем, если они известны за некоторый предшествующий период. Кроме того, во многих случаях о направленности и относительном постоянстве деформаций можно судить не только по данным непосредственных наблюдений, но и по ряду косвенных признаков, о чем будет сказано ниже.

В то же время в развитии русел и пойм имеет место скачкообразный ход и смена направленности деформаций. Продолжительность односторонних деформаций в зависимости от разных структурных уровней руслового процесса (микро-, мезо-, макроформы) колеблется в широких пределах. Так, намыв дна на коротком участке реки может сменяться размывом в течение одного-двух лет, а направленность движения излучин сохраняется сотни лет.

Проектирование многих сооружений (мостовых переходов и др.) требует прогноза направленности и размеров деформаций на сотни лет. Поэтому выбор места для сооружения, оценка скорости и направленности деформаций русла и поймы имеют экономическое значение и обеспечивают безаварийную работу сооружений в период эксплуатации.

Исследование деформаций русла и скорости развития меандр с помощью косвенных признаков и данных непосредственных наблюдений за деформациями берегов авторы проводили в течение ряда лет на реках Западной Сибири: Полуй, Надым, Пур, Таз [1]. В качестве косвенных признаков деформаций использовались слоистость русловых и пойменных отложений, а также размеры пойменных грив на меандрирующих участках рек.

Исследование аэрофотоснимков показало, что существенного различия в ширинах грив, полос, образованных 600—800 лет назад, не наблюдается. Этот факт свидетельствует о том, что и водность за этот период также существенно не изменялась.

Эти выводы использованы и при изучении отдельных излучин р. Оредежа в районе базы РГГМУ в Ленинградской области.

В работе рассмотрены некоторые гидравлические, морфологические характеристики русла, нескольких пойменных массивов и развитие одной искусственно спрямленной излучины. В частности, выполнен многолетний полевой эксперимент (наблюдения) за развитием протоки, спрямляющей излучину.

Спрявление выполнено в 1964 г. сотрудниками кафедры физвоспитания. Первоначальные размеры спрямления составляли: ширина 3,0 м, глубина 0,2 м, после чего искусственное пионерное русло разрабатывалось потоком. Ежегодно во время зимней практики по гидрометрии авторы вели наблюдения за смещением обрывистого подмываемого берега спрямляющей протоки. За 29 лет (с 1964 по 1993 г.) протока расширилась с 3,0 до 8,8 м, т. е. на 5,8 м. Скорость смещения протоки составила 0,2 м/год. При максимальной высоте излучины 120 м (включая ширину отчлененного русла, которое должно отмереть в ближайшие десятилетия) пойменный массив отчлененной меандры при указанной скорости должен переработаться в течение 600 лет. Период смещения русла на полную свою ширину (16 м) для исследуемого пойменного массива составит 80 лет. Отчлененный массив (остров) сформирован рекой. Грунты, слагающие остров, относительно однородны.

Однако принятая постоянная средняя скорость смещения русла может быть нарушена рядом факторов. К ним следует отнести: неравномерность сброса воды из Чикинского водохранилища, разную суровость зимних условий, особенности гидравлических и морфологических характеристик близлежащих пойменных массивов и участков русла.

Исследование поверхности трех следующих друг за другом пойменных массивов показало, что продольные уклоны поверхности поймы неравномерны по длине. С меженным уклоном водной поверхности русла они расходятся более чем на порядок. Это свидетельствует о том, что разные пойменные массивы находятся на разных стадиях развития и в случае их затопления будут иметь различную интенсивность деформации поверхности из-за различия скоростей течения над ними и условий затопления. Поэтому при прогнозировании развития пойменных массивов необходимо исследование каждого массива в отдельности, а не простое перенесение характеристик о деформациях, полученных на одном массиве, на другие.

При анализе полученных продольных профилей, проложенных по поверхности пойменных массивов и русел, обращает на себя внимание рисунок продольного разреза, представляющего собой обратный рельеф русла. Пологий склон каждого массива напоминает напорный скат крупных русловых гряд, а крутой склон у подмываемого, как правило, вогнутого берега — подвалье этих крупных гряд. Крупные пойменные массивы («антидюны»), на-

правленные против течений, представляют собой отличный от руслового, неизученный структурный уровень сопротивлений.

При затоплении пойм пойменные потоки (в первую очередь потоки в межгривных понижениях) разгоняются на наклонном скате и, встречаясь с водами, вышедшими с низовой стороны поймы, тормозятся ими. При увеличении затопления поймы пойменные межгривные потоки, встречаясь с русловым, тормозят его. В месте встречи потоков неизбежно образование перекатов, заторов льда в условиях ледохода. В этих же условиях в межгривных понижениях возможно образование прорв (спрямлений русел), т. е. скачкообразное развитие руслопойменного процесса. Понижения в рельефе пойм представляют наибольший интерес для исследования.

Вытянутые параллельно русловому потоку понижения (глубиной около 0,2 м, шириной 4—5 м) на кочковатой, заросшей травой и редким кустарником пойме р. Оредежа выражены внешне довольно слабо, что, очевидно, связано с регулированием стока водохранилищем.

Неравномерность развития русловых деформаций по длине реки обусловлена также чередованием извилистых, прямолинейных, суженных и расширенных участков русла, слиянием и расхождением потоков. При встрече потока с вогнутыми берегами и потоков с потоками имеет место отражение встречающихся струй. При обтекании выпуклых берегов наблюдается отрыв части струй от них. Отраженные и оторвавшиеся струи встречаются с транзитной частью потока или друг с другом и взаимно тормозятся. Это сопровождается уменьшением продольных скоростей течения. Именно здесь в периоды резких похолоданий образуются ледяные перемычки, создающие скопления шуги и подпор уровней воды. Живое сечение при этом сужается, а ледяная перемычка при неизменном расходе прогибается вверх (пучится). Максимальная скорость заглубляется; дно подвергается воздействию повышенных скоростей течения. Размыв дна в период становления ледостава связан не с изменением основного руслоформирующего фактора — стока, — а с сжатием живых сечений ледовыми образованиями. При низких уровнях зимней межени в суровые зимы на значительных участках малых и средних рек рельеф нижней поверхности льда является отображением рельефа дна русла. Выпуклым формам дна соответствуют вогнутые на нижней поверхности льда. Последнее объясняется проникновением водных масс, отраженных донными формами, до поверхности льда.

В заключение можно сделать следующие выводы.

1. Надежное определение средней скорости деформаций берегов за 10—20 лет на типичных участках рек с учетом морфологического строения пойменных массивов и типа руслового процесса позволяет прогнозировать развитие крупных морфологических образований (макроформ) речного русла на сотни лет вперед.

2. Относительно равномерный ход деформаций, определяемый средним стоком воды, в отдельные годы может нарушиться рядом факторов: неравномерностью стока, гидравлическими и морфологическими особенностями пойменных массивов и участков русла, разной суровостью зимних периодов.

3. Поскольку соседствующие макроформы речного русла находятся на разных стадиях развития, прогнозирование их изменений следует производить отдельно. Общие выводы могут быть сделаны только для однотипных макроформ.

4. Морфологическое строение и уклоны поверхности пойменных массивов показывают, что на затопленных поймах наблюдается другой, отличный от руслового, структурный уровень сопротивлений потоку. Уклоны поверхности пойменных массивов направлены в противоположную сторону по сравнению с крупными русловыми грядовыми образованиями (перекатами).

5. Результаты исследования и исследуемый участок р. Ордежа могут быть использованы для организации наблюдений за русловыми и пойменными процессами во время проведения производственных и учебных практик студентов-гидрологов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левашов А. А., Миронова Е. П. К вопросу об определении возраста и цикличности развития речных морфологических р образований. — Метеорология и гидрология, 1987, № 1.

А. В. ЛУБЯНОЙ (РГГМУ)

КРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ СТОКА С БАСЕЙНА РЕКИ ЛУГИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Водный объект является сложной системой, реагирующей на воздействие окружающей среды изменением характеристик. Дополнительным свойством водохозяйственного комплекса (ВХК) — системы, состоящей из естественных и искусственных элементов, — является возможность управления. Целенаправленное воздействие на ВХК включает:

1) адаптацию производственной деятельности к изменениям гидрологического режима (адаптационное управление);

2) прямое воздействие на элементы гидросферы гидротехническими сооружениями (бифуркационное управление).

Регулирование (управление с обратной связью) проводится в соответствии с информацией о текущем и ожидаемом состоянии водных объектов. Для выработки управляющих сигналов в каждый момент времени t_0 требуется знать вектор-функцию характеристик ВХК — $\omega(t, x)$ в любой точке $x = (x_1, x_2, x_3)$ на интервале $t \in [t_0, t_0 + \tau_n]$, где τ_n — время реакции управляемого элемента на воздействие. Область x — фрагмент гидросферы, ограниченный плоскостями раздела сверху с атмосферой Γ_a , снизу Γ_b — плоскостью водоупора и вертикальной боковой поверхностью — водо-разделом Γ_6 .

Фиксация состояния гидросферы при $t \in [0, t_0]$ достигается обработкой данных измерений гидрометрической сети и лежит в сфере деятельности гидрологии и гидрометрии. Задачей гидрологического прогноза является предвычисление $\omega(t, x)$ на временном интервале $t \in [t_0, t_0 + \tau_n]$ при заданных внешнем воздействии через Γ_a , начальных $\omega(t_0, x)$, граничных $\omega(t, \Gamma_6)$, $\omega(t, \Gamma_b)$ условиях. Способ решения — метод математического моделирования — состоит в разработке аналога исследуемых элементов и связей в форме логических и математических отношений.

Различия в физическом содержании процессов и целях управления делают применение единой модели нецелесообразным с технической и методической точек зрения. Деление ВХК (сложной системы) на связанные элементы (системы более низкого уровня) допускает независимое решение локальных задач и устра-

няет избыточность математического описания. Декомпозиция по объектному принципу состоит в назначении внутренних разделяющих поверхностей Γ_r , совпадающих с границами характерных гидрологических образований. Математические модели отдельных элементов связываются в системную математическую модель (СМ) ВХК граничными условиями на Γ_r .

Задача создания набора моделей гидрологических процессов, удовлетворяющих противоречащим друг другу требованиям высокой надежности и оперативности выпуска прогноза, в настоящее время не имеет общего решения. Поэтому СМ ВХК разрабатываются для обеспечения управления конкретным комплексом по ω ограниченного состава [1, 2]. Преодоление противоречия возможно после конкурса методических подходов к созданию СМ прогностической направленности по схеме, опробованной ВМО на элементе СМ — модели формирования стока.

В работе предлагается СМ гидрологической части ВХК, предназначенная для краткосрочного прогноза стока с бассейна р. Луги в любом, заданном пользователем, створе речной системы. Кроме обеспечения оптимального управления эксплуатацией водных ресурсов модель служит ядром, к которому в случае расширения задач регулирования присоединяются дополнительные блоки — модели гидрохимической, экологической и биологической обстановки.

Выбор объекта обусловлен:

- 1) экологической значимостью и перспективами хозяйственного развития района;
- 2) высокой гидрологической изученностью (в 60-е — 70-е годы плотность размещения гидрометеорологических постов одна из наивысших в стране);
- 3) разнообразием физико-географических условий, позволяющим использовать бассейн как полигон для сравнения моделей.

Гидрологические элементы бассейна представлены реками и их водосборами (доля площади озер — 2 %, болот — 9 %). Для описания его водного режима необходимы модели:

- 1) формирования стока (МФС);
- 2) динамики снежного покрова (МДС);
- 3) руслового стока (МРС).

Согласно объектному принципу деления, каждому элементу области моделирования ставится в соответствие определяющий (главный) процесс. Фактически, формирование стока и перемещение водных масс происходят на x параллельно. Формальное выделение природного объекта (элементарного водосбора), которому отвечает МФС, производилось с помощью критерия, основанного на характерном временном масштабе процесса. Потребность в прогностической модели возникает при $\tau_{\pi} \geq \tau_0$, где τ_0 — заблаговременность прогноза. Для бассейна, включающего область питания и русловую сеть:

$$\tau_0 \leq \tau_6 + \tau_p = \tau_n, \quad (1)$$

где τ_6 , τ_p , τ_n — время добегания (реакции) соответственно бассейна, русловой сети, водосбора.

При $\tau_p \ll \tau_0$ в прогностических моделях существованием русловой сети можно пренебречь. Время руслового добегания определяется по формуле Г. А. Алексеева:

$$\tau_p = \frac{L}{aI^{1/3}Q^{1/4}}, \quad (2)$$

где I — уклон реки; Q — расход; a — параметр.

Совместное решение (2) и эмпирических уравнений $F=f(L)$, $I=f(L)$, полученных методом наименьших квадратов для исследуемого района, при $\tau_0=1$ сут и среднем паводочном расходе дало оценку площади «элементарного водосбора» в бассейне р. Луги: $F \leq 1200$ км².

В настоящее время теория формирования стока не сформулирована. Для обоснования выбора оптимальной структуры модели, согласованной с доступной информацией и поставленными задачами, используются результаты исследований гидрологических систем разными методами: статистическими, физико-географическими, математического моделирования.

При аппроксимации водосбора линейной системой неизвестного содержания («черным ящиком») зависимость характеристики выхода (расхода воды $Q(t)$) от входа (водоподачи $X(t)$) определяется уравнением Винера — Хопфа (интегральным уравнением первого рода):

$$R_{xQ}(t) = \int_0^\infty P(\theta) R_{xx}(t - \theta) d\theta, \quad (3)$$

где R_{xQ} — взаимная корреляционная функция входа и выхода со сдвигом t ; R_{xx} — автокорреляционная функция со сдвигом $(t-\theta)$; $P(\theta)$ — ядро интегрального преобразования, определенное в интервале $\theta \in [0, \infty]$.

Значение $P(\theta)$, известное в гидрологии как функция влияния, находится решением некорректной обратной задачи. Исходя из заданной точности вычисления $Q(t)$ количество элементов линейной системы и, следовательно, порядок соответствующего ей дифференциального уравнения ограничивает значение m , при котором для всех $\theta \geq m$ считается, что $P(\theta)=0$. Как показала проверка, уже при $m \geq 2$ линейная система обеспечивает достаточную точность расчета выхода.

Сведения о региональных особенностях процесса формирования стока обобщены в известной работе А. Н. Бефани. Согласно данным наблюдений в исследуемом районе, сброс воды из области питания происходит по склонам после подтопления почвогрунтов и заполнения поверхностных депрессий. Такой процесс описывается дифференциальным уравнением второго порядка.

Для выбора оптимальной структуры МФС ВМО провела сравнение надежности большого числа исследовательских моделей. По мнению экспертов [4], цель не была достигнута: несмотря на все различия в принципах построения, способах физического обоснования параметров, при испытании в условиях тестовых водосборов разброс результатов оказался незначительным. Общность внешне различных построений предопределила общее математическое содержание большинства моделей — система двух (реже трех) дифференциальных уравнений, — скрытое под подробно разработанным описанием региональных особенностей стокообразования.

В соответствии с типом процесса формирования стока для исследуемого района модель с сосредоточенными параметрами состоит из двух дифференциальных уравнений. Для грунтовой емкости водосбора (ГЕВ), расположенной между Γ_b и дневной поверхностью:

$$\tau_1 \frac{dQ_1}{dt} = KX - Q_1, \quad (4)$$

где Q_1 — сток из емкости; KX — внешнее воздействие; τ_1 — время релаксации ГЕВ;

для поверхностной емкости водосбора (ПЕВ), ограниченной снизу дневной поверхностью, сверху Γ_a :

$$\tau_2 \frac{dQ_2}{dt} = Q_1 - Q_2, \quad (5)$$

где Q_2 — сток из ПЕВ; τ_2 — время релаксации емкости.

Физический смысл значения времени релаксации понятен из

$$\omega_i = \tau_i Q_i, \quad (6)$$

где ω_i — запас воды в емкости; i — индекс (номер) емкости.

Исключением неизмеряемой величины Q_1 система (5) — (6) преобразуется к уравнению второго порядка

$$\tau_1 \tau_2 \frac{d^2 Q}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \frac{dQ}{dt} + Q = KX, \quad (7)$$

где Q — сток с водосбора (выход МФС).

Модель с постоянными параметрами противоречит представлениям гидравлики и не подтверждается измерениями [3]. Для близкого к установившемуся режиму движения скорость перемещения вычисляется по формулам Шези (склоновое стекание, ПЕВ) и Дарси (фильтрация, ГЕВ). После записи их в форме (6) и преобразований зависимости времени релаксации емкостей от стока с водосбора имеют вид:

$$\tau_n = D^{\frac{1}{n}} S^{\frac{1}{n}} Q^{\frac{1-n}{n}} = T_n Q^{\frac{1-n}{n}}; \quad (8)$$

$$\tau_r = \left[\frac{(P - \omega_n)^m}{kF_0} \right]^{\frac{1}{m+1}} \bar{Q}^{\frac{m}{m+1}} = T_r \bar{Q}^{\frac{m}{m+1}}, \quad (9)$$

где D — показатель густоты речной сети; $S = CI^{n-1}$ — характеристика склонов; C — коэффициент Шези; I — уклон; $n = 3/2$ (при спокойном движении); P — пористость почвогрунтов; ω_n — объем неподвижной воды; k — коэффициент фильтрации; F_0 — площадь дренирования грунтовой емкости; $m = 3 \div 4$ — показатель степени в формуле А. И. Будаговского; T_n и T_r — комплексные параметры, численно равные времени релаксации при $Q = 1 \text{ м}^3/\text{с}$.

Для определения водообмена через Γ_a в работе использован простой и, следовательно, устойчивый к изменениям количества и качества метеорологической информации способ. Воздействие атмосферы дается в форме источника $X(t)$, что соответствует граничным условиям I рода. Тогда коэффициент K (в формуле (5)) определяет долю формирующих сток осадков. По рекомендации Е. Г. Попова его численное значение равно

$$K = 1 - \exp(-Q/Q_{\max}), \quad (10)$$

где $Q_{\max}$ — расход при заполнении ГЕВ.

Гидрологические свойства любого водосбора с типом формирования стока, соответствующим принятой схематизации, характеризуют три параметра: T_n , T_r , $Q_{\max}$. Их значения могут быть оценены по имеющейся в справочной гидрологической литературе априорной информации (морфометрическим зависимостям, водно-физическим константам, гидравлическим характеристикам водосбора). Существенно более точные результаты дает метод решения обратной задачи — вычисление T_n , T_r , $Q_{\max}$ по измеренным $X(t)$ и $Q(t)$. Этим способом рассчитаны оценки параметров 12 водосборов бассейна р. Луги. Значимая линейная корреляция вида $T_n = f(F)$; $T_r = f(F)$; $Q_{\max} = f(F)$ позволила определить характеристики неизученных водосборов. В зависимостях проявилась физико-географическая неоднородность исследуемого бассейна: при равной площади водосборам левобережья р. Луги свойственна относительно меньшая величина $Q_{\max}$ (особенно у рек Сабы, Долгой), а правобережья — высокая инерционность (особенно у р. Хревицы).

Надежность МФС проверена для двух условий выпуска прогнозов: для водосбора с гидростровами и для неизученного бассейна. Во втором случае данные гидрометрических измерений $Q(t)$ использованы только для вычисления погрешности, параметры модели определены по локальным регрессионным уравнениям. Согласно действующим способам оценки краткосрочных гидрологических прогнозов, методика предвычисления среднесуточного стока с водосборов малых притоков р. Луги в летне-осенний период является удовлетворительной при заблаговременности 1—3 сут (табл. 1).

Таблица 1

Оценка эффективности прогнозов на независимом материале
без корректировки прогноза (01.08 — 20.09.77)

Объект выпуска	Заблаговременность, сут							
	1		2		3		4	
	S/σ_{Δ}	$P \%$	S/σ_{Δ}	$P \%$	S/σ_{Δ}	$P \%$	S/σ_{Δ}	$P \%$
Ящера	0,49	92	0,89	85	0,94	81	0,96	80
Лемовжа	0,64	85	0,93	83	1,16	80		
Вруда	0,76	82	0,89	80	1,40	60	0,79	76
Долгая	0,90	72	0,80	86	0,76	84		
Оредеж	1,18	92	1,90	81				
Орлинка	1,00	83	1,09	78				
Суйда	0,80	82	0,80	86	1,21	82		
Черная	0,73	92	1,06	87				
Луга	0,54	94	0,78	79	0,92	70		

В зависимости от температуры приземного слоя атмосферы θ осадки (внешнее воздействие в МФС) выпадают в твердом X_t или жидком агрегатном состоянии X_0 . При $\theta \leq \theta_{кр}$ $X_t = X$, $X_0 = 0$; если $\theta > \theta_{кр}$, то $X_t = 0$, $X_0 = X$, где $\theta_{кр} \approx 0^\circ\text{C}$ — значение критической температуры. Осадки в форме X_t накапливаются на поверхности в виде снега и участвуют в формировании стока после фазового перехода. Водоотдача снега не измеряется на сети метеорологических станций. Для задания внешнего воздействия в МФС в периоды $\theta \leq \theta_{кр}$ и/или наличии на водосборе запаса воды в твердом агрегатном состоянии необходима модель динамики снежного покрова.

В первом приближении снег можно рассматривать как комплекс, состоящий из жидкой и кристаллической воды. Твердый компонент выполняет функции пористой среды (аналог почвогрунтов водосбора), в которой происходит фильтрация жидкой воды, образующейся на поверхности под действием суммарного теплового потока из атмосферы — $S(t)$. Простейшая модель с сосредоточенными параметрами должна состоять из уравнений сохранения массы воды в жидком и твердом агрегатных состояниях:

$$\begin{aligned}\frac{dh_0}{dt} &= X_0 + \frac{PS}{L} - q_c, \\ \frac{dh_t}{dt} &= X_t - \frac{PS}{L},\end{aligned}\quad (11)$$

где S — теплообмен с атмосферой; P — покрытость водосбора снегом; q_c — водоотдача снежного покрова; L — удельная теплота плавления льда.

Расчет неприведенной (потенциально возможной) интенсивно-

сти снеготаяния в прогностических моделях целесообразно проводить методом температурных коэффициентов, что позволяет увеличить заблаговременность предвычисления за счет использования синоптического прогноза температуры. Повышению надежности метода служит введение переменного коэффициента стаивания. Подстановкой в уравнения для составляющих теплового баланса П. П. Кузьмина локальных (по исследуемому району и срокам — периоду таяния) зависимостей характеристик атмосферы от температуры воздуха получена формула расчета (прогноза) слоя стаивания за сутки:

$$a_n = K_1 + K_2 \theta + K_3 D, \quad (12)$$

где a_n — неприведенная интенсивность стаивания; D — число дней от 1 апреля (с учетом знака); K_1, K_2, K_3 — комплексные параметры (для бассейна р. Луги: $K_1 = 4,2$ мм/сут; $K_2 = 0,2$ мин/(сут·°C); $K_3 = 0,05$ мм/сут²).

Замыкание системы (11), содержащей три зависимые переменные, производилось уравнением типа (6), связывающим водоотдачу и запас воды в снеге. Закон Дарси справедлив и для расчета фильтрации в слое воды в твердом агрегатном состоянии. Снег, как пористая среда, характеризуется высокой гидравлической проводимостью. При суточной дискретизации процесса (соответствующей требованиям МФС) вся подвижная вода успевает покинуть слой снега. Слой неподвижной, удерживаемой снегом, воды определяется:

$$h_{н0} = a_T h_T, \quad (13)$$

где $h_{н0}$ — максимальный запас жидкой воды в снеге; h_T — запас воды в твердом агрегатном состоянии; a_T — коэффициент водоудерживающей способности ($a_T = 0,55$). Интенсивность водоотдачи вычисляется

$$q = ((1 + a) a_n + X_0) \frac{h}{a h_T}. \quad (14)$$

Надежность системы (11) — (14) подтверждена сравнением с измерениями на 11 снегомерных маршрутах и оценкой прогнозов стока весеннего половодья с малых водосборов бассейна р. Луги.

В отличие от МФС и МДС существует единый методический подход к созданию моделей руслового стока — система Сен-Венана [3]. Относительно редкое применение этой корректной модели для расчета и прогноза стока обусловлено дефицитом измерений морфометрических и гидравлических характеристик водотоков. В оперативной практике чаще используются упрощения системы Сен-Венана, основанные на гипотезах об особенностях движения воды в исследуемом русле. Для участков рек с преобладанием влияния сил сопротивления справедлива схематизация кинематической волны;

$$\frac{1}{C(Q)} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q(x, t), \quad (15)$$

где Q — расход; $q(x, t)$ — удельный боковой приток; $C(Q) = \partial Q / \partial F$ — волновая скорость; x — координата вдоль русла.

Наглядным подтверждением кинематического характера движения служит сохранение однозначности кривой $Q=f(F)$ при прохождении паводочной волны. Для семи створов на реках Луге и Оредеже значения критерия однозначности (устойчивости) кривых расходов, как правило, не превышают критических значений. Показателем, характеризующим не створы, а участки водотоков (что больше соответствует модели с распределенными параметрами), является число «кинематичности» потока K_ω [3]:

$$K_\omega = \frac{\Delta H h}{H_0 \text{Fr}^2}, \quad (16)$$

где ΔH и H_0 — перепад отметок водной поверхности и глубина потока на участке длиной L ; Fr — число Фруда.

Значения K_ω и Fr подтверждают гипотезу об отсутствии на реках Луге и Оредеже условий для сохранения динамических волн.

Уравнение (15) решалось численным методом с аппроксимацией производных по схеме «разности против потока» на экономичной неравномерной сетке. Начальное условие $Q|_{t=0} = Q(x)$; $x \in [0, L]$ (где L — длина участка) и верхнее граничное условие $Q|_{x=0} = Q(t)$; $t \in [0, T]$ (где T — период расчета) задавались по данным гидрометрической сети. Боковая приточность $q(x, t)$ вычислялась в соответствии с измерениями на притоках участка $x \in [0, L]$.

Распределение $C(Q)$ по длине исследуемых рек найдено методом оптимизации. Численные эксперименты показали, что зависимость волновой скорости от расхода выражена слабо, ее использование не ведет к существенному повышению точности расчета. Это позволило задавать параметр модели как $C(x)$. Проверка модели руслового стока проводилась для двух вариантов применения (аналогично МФС). Результаты оценки прогнозов, при выпуске которых измерения на проверяемом посту в модели не использовались, являются удовлетворительными при $\tau_0 = 1 - 3$ сут.

Речная система Луги включает участки с периодическим несоблюдением условия применения модели кинематической волны: $\partial H / \partial x \approx i_0$. Причиной нарушения является подпор, вызванный деинвеляцией Лужской губы Финского залива (устье р. Луги) и интерференцией паводочных волн рек Луги и Оредежа в цепочке русловых озер (устье р. Оредежа). Ситуации соответствует диффузионная модель

$$t_0 - \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{Q^2}{K^2},$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q(x, t), \quad (17)$$

где K — коэффициент расхода.

При заданных морфометрических зависимостях $F=f(H, x)$; $h=f(H, x)$; $z=f(H, x)$ система (17) замыкается формулой Шези.

Дифференциальное уравнение диффузионной волны аппроксимировано по неявной схеме. Система линейных уравнений решалась методом прогонки. Начальное и верхнее граничные условия задавались аналогично модели кинематической волны. Нижнее граничное условие состояло в равенстве уровней в месте впадения: для р. Луги — $H_{\text{л}}(t)|_{x=L_{\text{л}}} = H_{\text{лг}}(t)$; для р. Оредежа: $H_{\text{о}}(t)|_{x=L_{\text{о}}} = H_{\text{л}}(t, x_{\text{о}})$, где $H_{\text{л}}$, $H_{\text{о}}$, $H_{\text{лг}}$ — отметка водной поверхности соответственно рек Луги и Оредежа, Лужской губы; $L_{\text{л}}$, $L_{\text{о}}$ — длина рек Луги и Оредежа; $x_{\text{о}}$ — расстояние от истока р. Луги до места впадения р. Оредежа. По результатам идентификации принято постоянное значение параметра модели $n = 0,025$. Вне предлагаемой зоны подпора модель (17) не давала существенного прироста точности прогноза, что подтверждает правомерность использования модели кинематической волны для остальных участков.

Системная математическая модель ВХК собиралась из моделей элементов математической формализацией причинно-следственных связей. Структура взаимосвязей имеет форму цепочки (выход модели причины служит входом модели следствия) и отражает последовательность круговорота воды. Удобной формой представления такой структуры служит направленный граф, ребрами которого являются участки рек, а вершинами — места присоединения водосборных площадей (при изменении масштаба вершины служат точками роста дополнительных ребер, соответствующих речной сети меньшего порядка).

Для оценки надежности системной математической модели были выпущены краткосрочные прогнозы водности речной системы в 16 гидрологических створах. Результаты измерений в прогнозируемом пункте использовались только для вычисления погрешности, что соответствует выпуску прогноза в заданном пользователем пункте. Оценка на независимом материале для пунктов, расположенных на крупнейших реках, системы представлена в табл. 2.

К недостаткам методики следует отнести наличие эпизодических «выбросов» погрешности моделей, наблюдающихся преимущественно на водосборах верхнего течения р. Оредежа и в створе р. Оредежа — п. Белогорка. Для устранения погрешности приме-

Таблица 2

**Оценка оправдываемости прогнозов в пункте
(независимая выборка половодья 1977 г.)**

Река — пункт	Заблаговременность, сут							
	1		2		3		4	
	S/σ_{Δ}	$P \%$	S/σ_{Δ}	$P \%$	S/σ_{Δ}	$P \%$	S/σ_{Δ}	$P \%$
Луга — г. Кингисепп	0,99	80	0,50	89	0,37	90	0,37	92
Луга — п. Толмачево	0,50	84	0,48	80	0,54	79	0,61	69
Луга — г. Луга	0,69	82	0,47	90	0,52	79	0,61	70
Оредеж — с. Вырица	0,70	66	0,83	56				
Оредеж — с. Моровино	0,70	74	0,75	70	0,80	65		

нена корректировка параметров моделей в ходе выпуска прогнозов.

Методика выпуска краткосрочных прогнозов гидрологического режима водной системы на основе метода математического моделирования полностью реализована на ЭВМ и, после незначительной доработки, может быть использована не только для бассейна р. Луги, но и для другой речной системы, находящейся в сходных физико-географических условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коваленко В. В. Динамические и стохастические модели гидрологического цикла. — Л., 1988. — 35 с.
2. Корень В. И., Бельчиков В. А. Методические указания по использованию методов краткосрочных прогнозов ежедневных расходов (уровней) воды для речных систем на основе математических моделей. — Л.: Гидрометеонаиздат, 1989. — 88 с.
3. Кучмент Л. С. Математическое моделирование речного стока. — Л.: Гидрометеонаиздат, 1972. — 120 с.
4. *Interseption* of conceptual models used in operational hydrological forecasting. — Operational Hydrology. WMO, 1975. Report № 7. — 172 p.

С. А. ЗАЖИМАРОВ (ГГИ)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ УПРОЩЕННЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ РЕЧНЫХ ПОТОКОВ

Существует большое количество методов расчета неустановившегося движения речных потоков, но в научных публикациях все еще мало уделяется внимания области их применения, оценке параметров и погрешности расчета, что прежде всего затрудняет выбор метода для решения конкретной задачи. Тщательное обоснование выбора особенно необходимо при использовании упрощенных методов, которые, как правило, не охватывают полный комплекс гидродинамических элементов, определяющих движение потока. В работах [1, 6] эти методы рекомендуется применять при ограниченности или недостаточной надежности исходной информации, когда корректное использование строгих методов затруднено, однако в них не содержится количественных характеристик эффективности приближенных расчетов.

Нами сделана попытка на натурных материалах специальных наблюдений ГГИ в нижнем бьефе ГЭС на р. Тверце [4] оценить область применения и погрешность расчета следующих упрощенных методов: Маскингам, метода кривых добегаия (интеграл Дюамеля), методов, основанных на уравнениях диффузионной и кинематической волны. Особое внимание уделяется разработанному нами балансово-динамическому методу, для обоснования правомерности которого использовался расчет по уравнению водного баланса участка. Кроме того, привлечены результаты расчета В. П. Рогуновича [6], выполненного для того же участка р. Тверцы строгим методом. Ниже дается краткая характеристика выбранных методов.

Метод Маскингам является одним из наиболее распространенных. В последнее время много внимания уделяется его гидравлической интерпретации [3, 8]. В работе [5] показано, что основное уравнение метода

$$Q_v - Q_n = \frac{\tau}{\Delta t} [k \Delta Q_v + (1 - k) \Delta Q_n] \quad (1)$$

(где Q_v , Q_n — расходы воды верхнего и нижнего створа; τ , k — параметры метода) — не что иное, как представленное в конечных разностях уравнение кинематической волны, т. е. оно может быть

выведено из полных уравнений Сен-Венана. В случае $\tau, k = \text{const}$ шаг расчета по времени Δt ограничивается следующим условием:

$$2k < \frac{\Delta t}{\tau} < 2(1 - k). \quad (2)$$

Метод кривых добегания посредством интеграла Дюамеля учитывает связь между входным и выходным гидрографами:

$$Q_n(t) = \int_0^t Q_v(t) p(t - \tau) d\tau. \quad (3)$$

Наиболее употребительно выражение для кривой добегания $p(t)$, предложенное Г. П. Калининым и П. И. Милуковым:

$$P(t) = \Delta t p(t) = \frac{m^{N-1}}{N-1} e^{-m}, \quad (4)$$

где m — число расчетных единиц времени; N — число характерных участков.

Одной из форм представления диффузионной волны (ДВ) служит уравнение линейной диффузии

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \bar{c} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\alpha}{L} Q \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \bar{c} q, \quad (5)$$

где $\bar{c}$ — скорость распространения гребня волны; α — коэффициент затухания; L — длина участка.

В [5] приведен итерационный вариант решения (5), в котором параметры $\bar{c}$ и α рассматриваются как функции от искомого расхода воды и используется одно граничное условие — гидрограф входного створа.

Модель кинематической волны (КВ) правомерна для большинства равнинных рек с однозначной кривой расходов воды [5]. В ее основе лежит уравнение

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \bar{c}_Q \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

решение которого для отдельно взятого участка длиной L выражается следующим образом [2]:

$$Q_n = Q_v - \frac{L \Delta Q_v}{\bar{c}_Q \Delta t}, \quad (7)$$

где ΔQ_v — приращение расхода воды в верхнем створе; $\bar{c}_Q$ — скорость распространения расхода воды. Метод прост и требует наименьшего по сравнению с другими вариантами расчета объема исходной информации.

Представляет интерес оценка Врейденхилла и Грийсена [1] отклонений скорости движения ДВ и КВ от скорости динамиче-

ской волны. Установлено, что они зависят от числа Фруда и характеристики нестационарности движения в форме:

$$E = \frac{g_0 T}{C_0^2 R_0} \sqrt{\frac{g_0 \omega_0}{B_0}}, \quad (8)$$

где T — длительность попуска; C_0 , R_0 , ω_0 , B_0 — характерные значения коэффициента Шези, гидравлического радиуса, живого сечения и ширины потока соответственно. График полученной зависимости приводится в работе [1].

Для оценки значимости инерционных членов уравнения Сен-Венана служит безразмерный параметр

$$k_w = \frac{i_0 L_0}{F_1^2 h_0}, \quad (9)$$

где i_0 — уклон дна; L_0 , h_0 — характерные значения длины и глубины потока. Согласно [1, 7], применение модели КВ допустимо при $k_w > 10$.

На значительном протяжении рек, как правило, имеются участки с поймой, оказывающей существенное влияние на динамику неустановившегося движения. Одномерная схематизация потока в этом случае оказывается недостаточной. Отсутствие массовых морфометрических и гидрологических данных затрудняет разработку надежных методов расчета распространения волн попусков и паводков для русел с поймой. Для этих условий нами совместно с И. Ф. Карасевым [2] предложен балансовый метод, позволяющий оценивать эффект пойменного регулирования стока.

Запишем уравнение руслового водного баланса (РВБ) в следующем виде:

$$Q_n = Q_v \pm Q_{pp} (1 + \tilde{Q}_{np}), \quad (10)$$

где Q_{pp} — расход руслового регулирования,

$$Q_{pp} = \frac{\Delta F_v + \Delta F_n}{2\Delta t} L; \quad (11)$$

здесь ΔF_v , ΔF_n — приращение площади водного сечения верхнего и нижнего створов за расчетный интервал времени Δt . Исследования показали, что относительное пойменное регулирование

$$\tilde{Q}_{np} = \frac{Q_{np}}{Q_{pp}} \quad (12)$$

зависит по крайней мере от двух факторов:

— относительного изменения общего уклона свободной поверхности на участке при неустановившемся движении по сравнению со стационарным режимом (конвективная характеристика)

$$\frac{\Delta I}{I_0} = \frac{I - I_0}{I_0}; \quad (13)$$

— параметра нестационарности (локальная характеристика)

$$\alpha_n = \frac{1}{I_0 C_Q} \frac{\Delta z}{\Delta t}. \quad (14)$$

Наилучшей формой связи $\tilde{Q}_{пр} = f(\Delta I/I_0, \alpha_n)$ оказалось уравнение регрессии

$$\tilde{Q}_{пр} = a_1 \left(\frac{\Delta I}{I_0} \right)^2 + a_2 |\alpha_n|. \quad (15)$$

Параметры уравнения (15) рассчитаны на ЭВМ по результатам экспедиционных наблюдений ГГИ на реках Кура (1984 г.), Москве (1986 г.), Дону (1988 г.): $a_1 = 23,2$; $a_2 = 2,1$. Достоверность полученного соотношения проверялась на независимой информации — результатах наблюдений ГГИ в устьевом створе Сев. Донца в 1988 г. Измеренные и рассчитанные значения оказались весьма близкими: среднее квадратическое расхождение составило 11 %. Уравнение (10) позволило впервые рассчитать водный баланс нижнего течения р. Сев. Донец от Белой Калитвы до устья [2].

Проверка методов по материалам наблюдений на р. Тверце выполнялась как для участков, ограниченных соседними створами, так и для общего участка (I—VI) протяженностью 27,3 км. Первый участок (табл. 1) представляет собой канализированное русло, следующие — естественное русло с поймой, причем если на втором располагается высокая пойма, то начиная с третьего —

Таблица 1

Гидравлико-морфометрические характеристики расчетных участков р. Тверцы

Характеристика	Ограничивающие створы				
	I—II	II—III	III—IV	IV—V	V—VI
Расстояние от ГЭС, км	0,43	1,38	4,88	11,82	20,61
Длина L , км	0,95	3,50	6,94	8,79	7,15
Ширина русла, м	24	30	32	37	35
Ширина поймы, м	—	355	280	220	240
Максимальный уклон, ‰	1,14	0,52	0,23	0,23	0,21
Относительное снижение Q_{max}	1,00	0,80	0,71	0,87	0,92
Время добегания t , ч	0,10	1,0	2,0	3,0	2,0
Параметр нестационарности α_n	0,47	0,37	0,25	0,15	0,11
Число Фруда	0,041	0,039	0,028	0,016	0,017
Число E	460	400	1500	2600	2300
Отклонение скорости $v_{дв}/\bar{v}$	1,00	1,00	1,03	1,00	1,00
Отклонение скорости $v_{кв}/\bar{v}$	0,77	0,67	0,80	0,75	0,74
Параметр k_w	1,7	3,5	16	62	86

пойма низкая. Боковая приточность на всех участках практически отсутствует.

Нестационарность водного режима оценивалась с помощью коэффициента α_n , который И. Ф. Карасевым рассматривается в качестве критерия применения модели кинематической волны, в [2] показано, что при $\alpha_n < 0,25$ она предпочтительней полных уравнений Сен-Венана.

Использовались данные пяти попусков на р. Тверце: четырех кратковременных (7—8, 8—9, 15—16 и 16—17 августа) с максимально возможными расходами (до 100—120 м/с) и одного длительного пуща (10—15 августа), имитирующего естественный паводок. Таким образом, численные эксперименты относились к достаточно разнообразным условиям: наличие и отсутствие поймы; резкая нестационарность потока ($\alpha_n > 0,25$), наблюдаемая на первых трех участках, умеренная ($0,25 > \alpha_n > 0,11$) и слабо выраженная ($\alpha_n < 0,11$) нестационарность — на четвертом и пятом.

Расчет производился в два этапа: 1) по измеренным данным трех попусков (8—9, 10—15 и 15—16 августа) подбирались оптимальные значения параметров каждой модели (критерий — минимальное значение среднего квадратического отклонения рассчитанных гидрографов от наблюдаемых); 2) для контрольных попусков 7—8 и 16—17 августа по гидрографам входных створов и принятым параметрам рассчитывались расходы воды в замыкающих створах каждого участка. Шаг расчета по времени 2 ч.

Задание исходной информации было следующим: при расчете методами 1—4 (табл. 2) задавался гидрограф расходов входного створа, методами 5 и 6 дополнительно использовались уровни входного и замыкающего створов. Все численные эксперименты выполнены на ЭВМ ЕС-1045. Результаты расчетов помещены в табл. 2.

Проверка зависимости Маскингам выполнялась для случая $\tau, k = \text{const}$. Значения параметров определялись на основе регрессионного анализа связи $Q_{\text{ср. взв}} = f(W)$, для которой объем воды в русле W вычислялся приближенно — по ограничивающим расчетный участок створам. Численные эксперименты показали: 1) параметр τ близок к среднему значению времени добегания гребня волны на расчетных участках; 2) для всех участков весовой коэффициент k не превышает 0,06, что существенно меньше обычных значений 0,30—0,45. Наибольшие отклонения рассчитанных гидрографов от наблюдаемых имеют место при резкой нестационарности движения на участках с поймой II и III, в этом случае существенно завышается максимум расхода воды. По мере снижения нестационарности погрешность расчета уменьшается (см. табл. 2).

Удовлетворительные результаты при расчете по (3) получены только для участков IV и V. В остальных случаях расхождение

Таблица 2

Средние квадратические отклонения рассчитанных гидрографов р. Тверцы от измеренных (%)

Дата пуска	Ограничивающие створы	Метод расчета					
		Маскингам	интеграл Дюамеля	диффузионная волна	кинематическая волна	балансово-динамический	уравнение водного баланса
		1	2	3	4	5	6
7—8 августа	I—II	14,9	71,1	1,0	13,0	24,8	12,4
	II—III	25,7	44,8	9,8	25,2	11,9	28,8
	III—IV	25,4	24,6	15,5	48,5	19,1	23,0
	IV—V	6,6	10,2	13,5	14,8	9,2	7,0
	V—VI	8,5	8,4	2,5	16,3	8,4	6,7
	I—VI	15,2	49,6	25,1	33,8	19,3	31,2
16—17 августа	I—II	6,4	43,1	0,7	5,7	7,0	5,0
	II—III	8,9	30,5	6,0	15,4	9,6	23,8
	III—IV	17,4	19,1	9,3	32,8	12,5	16,4
	IV—V	5,9	10,4	10,5	15,4	5,6	5,7
	V—VI	4,5	4,9	1,6	7,4	5,5	4,0
	I—VI	9,4	37,4	19,5	35,1	20,6	30,1
6—17 августа	I—VI	7,2	35,4	20,1	36,3	21,3	32,2

рассчитанных и наблюдаемых гидрографов значительно, прежде всего за счет завышения максимума расхода. Параметры метода кривых добегания устойчивы и легко подбираются, однако недостаточная их физическая обоснованность ограничивает возможности метода.

Схема расчета уравнения линейной диффузии (5), разработанная английскими специалистами [5] и примененная нами на р. Тверце, дает неустойчивые решения — погрешность расчета варьировала в пределах 10—35 %. В связи с этим в нее внесены существенные изменения: добавлено второе граничное условие — расход воды на середине расчетного участка, а решение отыскивалось методом конечных разностей, что привело к значительному повышению эффективности расчета (см. табл. 2). Анализ результатов показывает, что в условиях выраженной нестационарности потока ($\alpha_n > 0,11$) существенное влияние на точность расчета по уравнению (5) оказывает непризматичность русла, поэтому на участках с низкой поймой (III и IV) эта модель работает хуже всего, давая неоправданное занижение расхода в начальный момент времени. При снижении нестационарности это влияние становится несущественным — так, на участке V диффузионный ме-

тод по сравнению с другими оказался наиболее эффективным. Это в определенной мере свидетельствует о возможности использования метода в зонах подпора и на участках с боковой приточностью.

Уравнение кинематической волны (7) неудовлетворительно описывает трансформацию гидрографа, более других завышая максимум расхода воды. Для участков же I и V, где связь между расходами и площадями поперечных сечений близка к линейной ($\partial Q/\partial F = \text{const} = c_Q$) и, следовательно, трансформация гидрографа незначительна [7], получены приемлемые результаты. В этом случае применение уравнения (7) обосновано, а с учетом того, что оно требует минимального объема исходной информации, оказывается предпочтительным.

Результаты расчета по уравнениям ДВ и КВ сравнивались с оценками их применимости, выполненными на основе значений параметров Fg , E и k_w . Получено, что для участков III и IV возможные отклонения скорости ДВ и КВ от динамической, определенные по зависимости $\bar{v} = f(Fg, E)$ (Врейденхилла, Грийсена) и составившие соответственно 0 и 3 %, 20 и 25 % (см. табл. 2), не согласуются с вычисленными значениями погрешности расчета: ДВ — 15,5 и 13,5 %, КВ — 48,5 и 14,8 % (все оценки относятся к пуску 7—8 августа). Такое же несоответствие имеет место для участка III при использовании в качестве критерия параметра k_w . Таким образом, традиционные критериальные соотношения в случае русел с поймой не всегда выполняются (особенно это очевидно для оценок скорости ДВ).

Апробация балансово-динамического метода по данным р. Тверцы дала возможность в результате численных экспериментов установить оптимальные значения коэффициентов a_1 и a_2 для разных условий нестационарности (табл. 3).

По мере уменьшения нестационарности потока параметры a_1 и a_2 закономерно стремятся к значениям, полученным при разработке метода. Иными словами, при умеренной нестационарности ($a_n < 0,25$) значения искомых параметров достаточно устой-

Таблица 3

Оптимальные значения коэффициентов a_1 и a_2 для р. Тверцы в августе

Дата пуска	Ограничивающие створы									
	I—II		II—III		III—IV		IV—V		V—VI	
	a_1	a_2	a_1	a_2	a_1	a_2	a_1	a_2	a_1	a_2
8—9	1,1	0,9	1,2	1,0	3,3	1,1	10,3	2,2	23,5	2,2
10—15	1,2	0,8	5,1	1,2	20,2	1,9	23,0	2,3	25,0	2,5
15—16	0,7	1,0	1,0	1,0	8,1	1,1	21,0	1,9	23,9	2,3

чивы и близки соответственно 23,2 и 2,1. При резкой нестационарности потока форма зависимости $\widetilde{Q}_{\text{пр}} = f(\alpha_n, \Delta I/I_0)$ изменяется, в этом случае параметры a_1 и a_2 следует рассматривать как функции от α_n .

Сопоставление рассчитанных и измененных гидрографов показывает, что уравнение (10), которое подлежит специальному определению, как это сделано в нашем случае, удовлетворительно моделирует распластывание волны попуска на участках с поймой, даже в условиях резко выраженной нестационарности потока, незначительно завышая максимум расхода воды.

Для сравнения выполнялся расчет по уравнению руслового водного баланса для бесприточного участка в его традиционном виде:

$$Q_n = Q_v \pm \frac{\Delta W}{\Delta t}. \quad (16)$$

Изменение объема воды на участке ΔW определялось с достаточной точностью по материалам аэрофотосъемки. Оказалось, что для пойменных участков при резко выраженном нестационарном режиме (участки II и III) замена уравнения неразрывности на уравнение руслового водного баланса (16) приводит к существенной погрешности расчета (см. табл. 2). В то же время для этих же условий балансово-динамический метод (уравнение руслового водного баланса с учетом пойменного регулирования) дает значительно лучшие результаты, что свидетельствует о его эффективности. С уменьшением нестационарности движения (по мере удаления от ГЭС) результаты расчетов этими методами становятся близкими (участки IV и V). Для этих участков относительное расхождение значений $Q_{\text{пр}}$, вычисленных по данным аэрофотосъемки и соотношению (15), составило 3—10 %, т. е. при $\alpha_n < 0,25$ новый метод позволяет непосредственно оценить пойменное регулирование, для определения которого обычно требуется значительный объем детальной морфометрической и гидрологической информации.

Особый интерес представляет расчет гидрографа в замыкающем створе VI по заданному попуску в створе ГЭС, расположенному в 27,3 км выше по течению реки. Такой расчет был выполнен как для двух контрольных попусков, так и за весь период наблюдений (6—17 августа). При этом в схеме расчета по уравнению Маскингам произведена замена расходов входного створа $Q_v(t)$ и $Q_v(t+\Delta t)$ на $Q_v(t-\Delta t)$ и $Q_v(t+\Delta t-\tau)$, т. е. учтено время добегания на участке τ . Полученные гидрографы створа VI сравнивались с результатами расчета на основе полных уравнений Сен-Венана, видоизмененных для русел с поймой (модель Рогуновича) [9]. Оказалось, что модель с сосредоточенными параметрами, положенная в основу метода Маскингам, решает поставленную задачу не хуже, чем уравнение Сен-Венана с рас-

пределенными параметрами, в которых заложена детальная морфометрическая информация (более 200 поперечников).

Таким образом, для расчета неустановившегося движения потока при различных гидравлико-морфометрических условиях можно рекомендовать следующие упрощенные методы (средняя квадратическая погрешность полученных результатов указана в скобках):

1) резкая нестационарность потока ($\alpha_n > 0,25$) — уравнение диффузионной волны (6—16 %) и балансово-динамический метод (10—19 %);

2) умеренная нестационарность потока ($\alpha_n < 0,25$) призматического русла — уравнение диффузионной волны (2—3 %), а при $\alpha_n < 0,11$ допустимо применение интеграла Дюамеля (4—8 %) или уравнения кинематической волны (7—16 %),

непризматического русла — при наличии детальной морфометрической информации и расчетном интервале времени $\Delta t > \tau$ достаточно выполнять расчет по уравнению водного баланса участка (4—7 %);

при отсутствии морфометрических данных наиболее эффективны метод Маскингам (4—9 %) и балансово-динамический метод (5—9 %). Последний, кроме того, позволяет оценивать расход пойменного регулирования, что имеет особое значение при расчете РВБ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грушевский М. С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах. — Л.: Гидрометеиздат, 1982. — 288 с.
2. Исследования неустановившегося движения воды на реках Тверца и Ордеж. — Л.: Гидрометеиздат, 1961. — 288 с.
3. Карасев И. Ф. Трансформация расходов воды и русловой, водный баланс при неустановившемся движении речных потоков. — Метеорология и гидрология, 1991, № 2, с. 84—91.
4. Корень В. И. Математические модели в прогнозах речного стока. — Л.: Гидрометеиздат, 1991. — 199 с.
5. Кучмент Л. С. Модели процессов формирования речного стока. — Л.: Гидрометеиздат, 1980. — 142 с.
6. Рогунович В. П. Автоматизация математического моделирования движения воды и примесей в системах водотоков. — Л.: Гидрометеиздат, 1989. — 264 с.
7. Dooge J. C., Strupczewski W. G., Napirkowski J. J. Hydrodynamic derivation of storage parameters of the Muskingum model. — J. Hydrol., 1982, vol. 54, p. 371—387.
8. Flood Studies Report. Vol. 3. Flood Routing Studies. Natural Environment Research Council 27 Charging Cross Road. — London, 1975. — 76 p.
9. Holden A., Stephenson D. Improved four-point solution of the kinematic equations. — J. Hydraulic Res., 1988, vol. 26, № 4, p. 413—423.

С. А. ЗАЖИМАРОВ (ГГИ)

ПРИМЕНЕНИЕ ОДНОМЕРНЫХ СПЛАЙНОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РУСЛОВЫХ ЕМКОСТЕЙ

Для краткосрочного прогноза и оперативного учета стока часто необходимо составлять суточные русловые водные балансы (РВБ), основой которых на бесприточном участке служит уравнение неразрывности, записанное в конечных разностях:

$$\frac{Q'_n + Q'_k}{2} - \frac{Q''_n + Q''_k}{2} = \frac{W_k}{\Delta t} - \frac{W_n}{\Delta t}, \quad (1)$$

где предполагается, что как расход, поступающий на расчетный участок Q' , так и расход, вытекающий из него Q'' , изменяются в течение промежутка времени Δt по линейному закону (индексы «н» и «к» означают начальный и конечный момент времени). Правая часть соотношения (1) представляет собой русловое регулирование Q_{pp} , характеризующее изменение русловой емкости W за расчетный интервал времени. В дальнейшем речь идет только о суточном интервале времени.

Наиболее точным способом определения русловой емкости принято считать построение связи $W=f(\bar{z})$ (в некоторых случаях $W=f(\bar{Q})$) по материалам аэрофотосъемки разливов реки или детальной топографической съемки русла. Эффективность применения кривой объемов $W=f(\bar{z})$ зависит как от точности измерения морфометрических характеристик, так и от точности расчета среднего уровня воды на участке $\bar{z}$ на данный момент t . В паводочный период для надежного вычисления $\bar{z}$ на достаточно протяженных участках требуется информация о продольном профиле их водной поверхности, которой не всегда мы располагаем. Кроме того, в условиях выраженной нестационарности потока зависимость $W=f(\bar{z})$ становится неоднозначной, что также влияет на точность расчета.

В случае, когда гидрологическая и морфометрическая информация ограничена, приходится прибегать к определенной схематизации русла, вполне допустимой, если она основывается на выделении морфометрически однородных участков. Принципы их выделения сформулированы Р. А. Нежиховским [3]. Участок должен быть: 1) морфометрически и гидравлически однородным;

2) относительно бесприточным; 3) достаточно большим, с тем, чтобы его длина по крайней мере в 50—100 раз превышала меженную ширину, иначе не будут исключены чисто местные особенности участка. Выделение однородного участка производится по продольному профилю водной поверхности и графику изменения ширин по длине реки, а также на основе имеющихся описаний. Границы участков приурочиваются к резким расширениям или сужениям русла и переломам продольного профиля. Участок РВБ включает, как правило, несколько однородных участков.

При использовании дискретных в пространстве морфометрических и гидрологических данных возникает необходимость выполнения интерполяции z и F по длине участка РВБ. Одним из эффективных методов решения этой задачи является применение одномерных сплайнов. Математический аппарат сплайнов достаточно разработан и реализован в нескольких пакетах вычислительных программ. Он позволяет:

- 1) получать аналитическое представление непрерывных функций $z(x)$ и $F(x)$;
- 2) рассчитывать русловую емкость на любом отрезке участка как интеграл от $F(x)$;
- 3) выполнять сглаживание $F(x)$ в зависимости от погрешности определения площадей водного сечения δF ;
- 4) связывать погрешность δF или степень сглаживания α [1] с различными факторами.

Проверка эффективности применения сплайн-функции проводилась по материалам исследований ГГИ на реках Тверце в 1959 г. [2], Москве в 1986 г., ЦГМО на Нижнем Дону в 1961 г.

Процедура вычисления русловой емкости осуществлялась в три этапа.

1. Определение продольного профиля водной поверхности участка реки.
2. Интерполяция площадей водного сечения по длине реки.
3. Расчет русловой емкости и построение зависимостей $W = f(\bar{z})$ и $W = f(\bar{Q})$.

На первом этапе применялся кубический интерполяционный сплайн (программа subs [1]), обладающий свойством минимальной кривизны среди всех функций, интерполирующих измеренные значения на промежутке между данными точками (их должно быть не менее трех) и имеющих квадратично интегрируемую вторую производную. Это значит, что точки резких переломов водной поверхности (водопад, гидротехнические сооружения) могут быть только граничными. В нашем случае таких переломов не оказалось, а число интерполируемых измеренных значений z_i на участках РВБ варьировало от 3 до 10. Для сравнения выполнялась линейная интерполяция z_i .

В паводочный период (или на попусках) продольный профиль водной поверхности принимает волновой характер, усугубляя ее

нелинейность (основная причина которой — излом продольного профиля дна реки) и накладывая дополнительные ограничения на допустимые расстояния между постами, на которых наблюдается уровень воды. Понятно, что для получения адекватного продольного профиля в этом случае расчетное расстояние должно быть меньшим, чем в межень. Как правило, мы не имеем необходимого числа наблюдений за уровнем вдоль участка РВБ, очень часто не освещены наблюдениями точки перелома дна, поэтому важна оценка погрешности расчета продольного профиля водной поверхности (δz) при имеющихся постах наблюдений и влияние этой погрешности на точность расчета W и суточных Q_{pp} . Такая оценка для исследуемых участков была выполнена на основе линейной и сплайн-интерполяции отметок уровней воды (табл. 1).

Установлено, что наличие переломов водной поверхности, не учитываемых при ее аппроксимации (а такие переломы обнаружены практически на всех расчетных участках), приводит к существенной погрешности расчета W и Q_{pp} , заметно возрастающей в паводочный период (см. табл. 1). Наибольшие значения погрешности определения емкости (δW) и суточного руслового регулирования (δQ_{pp}) имеют место на участках с относительно большим уклоном. Так, для верхнего течения р. Москвы ($I = 0,2 \div 0,3 \text{‰}$) в отдельных случаях они достигали соответственно 40 % и 39 м³/с, что нельзя считать допустимым.

Следует отметить, что, если имеется информация о переломных точках профиля (местоположение и отметка), которая может быть получена по топографическим картам, материалам специальных исследований или из других источников, появляется возможность достаточно точно определить профиль водной поверхности даже при отсутствии наблюдений за уровнем в этих точках (например, методом соответственных уровней). В этом случае погрешности расчета могут быть существенно снижены.

Результаты линейной и сплайн-интерполяции отметок уровня в большинстве случаев оказались близкими. Только на участках д. Нестерово — г. Звенигород — с. Петрово-Дальнее, имеющих выраженный вогнутый профиль водной поверхности, погрешность расчета его δz при линейной интерполяции возросла на 3—26 см по сравнению со сплайн-интерполяцией, что привело к увеличению δW и δQ_{pp} соответственно на 5,2—17,3 % и 2,5—14,1 м³/с. Если наблюдения за уровнем воды выполнялись только в ограничивающих участок РВБ створах, общую форму продольного профиля водной поверхности (выпуклая или вогнутая) можно оценить по характеру отклонений точек (значений) связи $W = f(\bar{z})$ на подъеме и спаде паводка (попуска).

Русловые емкости вычислялись посредством линейной и сплайн-интерполяции площадей поперечных водных сечений, получаемых по соответственным отметкам уровня воды, снятым с

**Результаты сплайн-интерполяции z_i и F_i
при сокращении числа водомерных постов (в скобках)**

Река	Участок	L км	Падение на участке, м	
			межень	попуск
Тверца	0,0—11,82 км от ГЭС	11,82	1,50	1,75
	11,82—27,76 км от ГЭС	15,94	1,75	2,41
	27,76—48,00 км от ГЭС	20,24	3,39	3,95
Москва	Можайская ГЭС — д. Нестерово	40	12,28	13,69
	д. Нестерово — г. Звенигород	56	13,07	14,46
	г. Звенигород — с. Петрово-Дальнее	35	5,78	7,48
Дон	Цимлянская ГЭС — х. Николаевский	66	3,28	5,08

* В числителе дано полное число постов, в знаменателе — сокращенное.

расчетного продольного профиля водной поверхности $z(x)$. В качестве эталонных объемов воды использовались: для р. Тверцы — вычисленные по материалам аэрофотосъемки; для рек Москвы и Нижнего Дона — полученные на основе интерполяции всех имеющихся поперечных водных сечений, по следующим формулам:

линейная интерполяция

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2} l_1 + \frac{F_2 + F_3}{2} l_2 + \dots + \frac{F_{n-1} + F_n}{2} l_{n-1}, \quad (2)$$

где n — число водных сечений (поперечников); F_i — площадь i -го водного сечения; l_i — расстояние между водными сечениями;

сплайн-интерполяция

$$W = \int_0^L g(x) dx, \quad (3)$$

где L — длина участка РВБ; $g(x)$ — интерполяционный кубический сплайн, $g(x_i) = F(x_i)$;

сплайн-сглаживание

$$W = \int_0^L q(x) dx, \quad (4)$$

где $q(x)$ — сглаживающий кубический сплайн, минимизирующий функционал

$$\Phi(g) = \alpha \int_0^L [g''(x)]^2 dx + \sum_{i=0}^n [g(x_i) - F_i]^2. \quad (5)$$

Здесь $\alpha \geq 0$ — заданное число — параметр сглаживания, который можно рассматривать как количественный показатель «компромисса» между точной интерполяцией через точки и сглаживанием.

Таблица 1

Диапазон изменений погрешностей δz , δW и δQ_{pp}
указаны их средние квадратические значения)

Число постов *	δz см		δW %	δQ_{pp} м ³ /с
	межень	попуск		
10/2	-3 ... 13 (7)	3 ... 32 (20)	-2 ... 23 (8)	-2 ... 4 (2)
5/2	-8 ... 3 (4)	-20 ... 1 (14)	4 ... 9 (6)	-1 ... 2 (1)
5/2	-45 ... 1 (20)	-51 ... 2 (25)	-2 ... 10 (8)	-0 ... 1 (1)
2/2	2 ... 9 (5)	3 ... 18 (10)	-10 ... 73 (29)	-1 ... 4 (3)
3/2	-2 ... 24 (14)	14 ... 87 (46)	-11 ... 35 (50)	-39 ... 11 (18)
3/2	-6 ... 81 (47)	-8 ... 163 (61)	1 ... 41 (24)	-12 ... 8 (7)
8/2	-4 ... 33 (17)	-5 ... 45 (26)	-8 ... 1 (6)	-10 ... 25 (14)

При $\alpha=0$ имеем интерполяционный кубический сплайн (subs), при $\alpha \rightarrow \infty$ сплайн стремится к прямой регрессии F на x .

Анализ результатов расчетов показывает, что на участке р. Тверцы с развитой поймой (0,0—11,82 км от ГЭС) расчет русловой емкости посредством линейной и сплайн-интерполяции площадей водных сечений приводит к завышению объема воды, вызванному, по-видимому, спрямлением потока (уменьшением его длины) при выходе воды на пойму (табл. 2). В то же время для двух других участков р. Тверцы, где пойма не так выражена, расхождения результатов расчета W по соотношениям (2), (3) и материалам аэрофотосъемки не превышали 1—5 %.

На основе численных экспериментов установлено, что правильней решать задачу сглаживания F_i , а не интерполяции, т. е. применять сглаживающий сплайн (например, smsp [1]). Примене-

Таблица 2

Оптимальные значения параметра сглаживания
при расчете русловой емкости

Река	Расстояние от входного створа, км	Число поперечников			
		полное	α	сокращенное	α
Тверца	0,0—11,82	47	0,002	26	0,003
	11,82—27,76	60	0,002	34	0,004
	27,76—48,0	83	0,002	57	0,02
Москва	0—40	9	0,2	5	0,5
	40—96	10	1,0	6	1,5
	96—135	9	1,0	4	1,0
Нижний Дон	0—66	8	0,1	4	0,3

ние его обосновано наличием погрешностей вычисления площади водного сечения и ее интерполяции по длине потока (последняя возрастает с увеличением расстояния между поперечниками) и возможностями аппарата сглаживающего сплайна, который позволяет задавать параметр сглаживания (α) как для всего участка, так и для каждого измеренного значения. Можно связывать оптимальную степень сглаживания с различными факторами, например со значениями F_i , относительным или абсолютным изменением F по длине участка и т. п., т. е. задавать любую функцию $\alpha(x, t)$. Установленные оптимальные значения α приведены в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что по мере увеличения погрешности интерполяции (т. е. при сокращении числа поперечников, в которых измерялась площадь водного сечения) возрастает и оптимальное значение параметра сглаживания. Таким образом, может оказаться полезной предварительная оценка α , которая возможна при наличии эталонных значений объемов воды на участке; в порядке первого приближения могут быть использованы полученные нами результаты (см. табл. 2).

Представляет интерес оценка погрешности расчета русловой емкости и суточного руслового регулирования при сокращении поперечников, в которых измерялась площадь водного сечения, т. е. при уменьшении степени дискретизации русла (табл. 3). Полученные для каждого участка значения δW и $\delta Q_{\text{рр}}$ сопоставимы с аналогичными погрешностями, вызванными неадекватной аппроксимацией продольного профиля водной поверхности (см. табл. 1), а для участков рек Москвы и Нижнего Дона они существенно меньше последних. Следует отметить, что уменьшение числа поперечников на р. Тверце в целом не повлияло на погрешность расчета. Можно полагать, что для любого участка существует некоторое оптимальное число поперечников (или определенная степень дискретизации русла), при которой дальнейшее уве-

Результаты сплайн-интерполяции z_i и F_i .
при сокращении числа водных сечений (в скоб)

Река	Участок	L км	Число постов
Тверца	0,0—11,82 км от ГЭС	11,82	10
	11,82—27,76 км от ГЭС	15,94	5
	27,76—48,00 км от ГЭС	20,24	5
Москва	Можайская ГЭС — д. Нестерово	40	2
	д. Нестерово — г. Звенигород	56	2
	г. Звенигород — с. Петрово-Дальнее	35	3
Дон	Цимлянская ГЭС — х. Николаевский	66	8

личение их числа не приводит к сколько-нибудь существенному повышению точности результатов.

По рассчитанным значениям W для каждого участка строились графики связи $W=f(z)$ и $W=f(\bar{Q})$. Их анализ показывает, что использование зависимости $W=f(\bar{Q})$ для определения W на участках, близких к ГЭС, неэффективно, так как средние квадратические погрешности связи в этом случае варьировали в пределах 12—20 %.

Неоднозначность связи $W=f(\bar{z})$ значительно меньше, хотя достаточно тесной она получилась только для бесприточного участка реки Москвы д. Нестерово — г. Звенигород. Следовательно, при выраженной нестационарности режима потока (на участках, близких к ГЭС) предпочтительней выполнять непосредственный расчет по имеющейся морфометрической и гидрологической информации.

При построении $W=f(\bar{z})$ и $W=f(\bar{Q})$ для участков, удаленных от ГЭС, расчет $\bar{z}$ и $\bar{Q}$ должен осуществляться по соотношениям

$$\bar{z} = \frac{1}{L} \int_0^L z(x) dx, \quad (6)$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{L} \int_0^L Q(x) dx. \quad (7)$$

Эти интегралы легко рассчитываются по результатам сплайн-интерполяции (или сглаживания) $z(x)$ и $Q(x)$. Установлено, что даже при отсутствии данных о z и Q внутри расчетного участка значения $\bar{z}$ и $\bar{Q}$, полученные по результатам сплайн-интерполяции, уменьшают разброс точек связи $W=f(\bar{z})$ и $W=f(\bar{Q})$. Так, для участка реки Москвы х. Марфин Брод — д. Нестерово использо-

Таблица 3

Диапазон изменений погрешностей δW и δQ_{pp}
как указаны их средние квадратические значения)

Полное число водных сечений	δW %	δQ_{pp} м ³ /с	Сокращенное число водных сечений	δW %	δQ_{pp} м ³ /с
47	4...28 (15)	0...7 (3)	26	-9...8 (7)	0...4 (2)
60	-0...3 (2)	-0...1 (1)	34	-3...-5 (4)	-0...2 (1)
83	-0...3 (2)	-0...3 (2)	57	0...1 (1)	0...1 (1)
9	-2...3 (2)	0...3 (2)	5	4...12 (9)	-1...4 (2)
10	-1...2 (1)	-1...1 (1)	5	-8...1 (5)	-10...1 (6)
9	-1...4 (2)	-2...1 (1)	4	-6...2 (4)	-4...11 (6)
8	-1...3 (2)	-2...1 (1)	4	-1...3 (3)	-10...3 (6)

вание такого приема привело к уменьшению средней квадратической погрешности связи $W=f(\bar{z})$ на 2,1 %.

Таким образом, методика применения одномерных сплайнов при расчете русловой емкости включает:

1) оценку характера продольного профиля водной поверхности участка РВБ и определение точек его переломов;

2) построение графиков связи отметок уровней воды точек перелома водной поверхности и створов, где имеются данные наблюдений;

3) интерполяцию измеренных и рассчитанных отметок z_i по длине участка кубическим сплайном (subs), т. е. получение продольного профиля водной поверхности $z(x)$;

4) выбор характерных поперечников водного сечения, ограничивающих морфометрически однородные участки русла;

5) расчет площадей водного сечения по полученным значениям уровня;

6) предварительную оценку оптимальных значений параметра сглаживания (α);

7) сглаживание сплайном (smsp) рассчитанных значений F_i по длине участка;

8) расчет русловой емкости по формуле (4);

9) расчет средних (интегральных) для участка значений $\bar{z}$ и $\bar{Q}$; построение зависимостей $W=f(\bar{z})$ и $W=f(\bar{Q})$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вагер Б. Г., Серков Н. К. Сплайны при решении прикладных задач метеорологии и гидрологии. — Л.: Гидрометеониздат, 1987. — 160 с.
2. Исследования неустановившегося движения воды на реках Тверце и Ордеже. — Л.: Гидрометеониздат, 1961. — 288 с.
3. Нежиховский Р. А. Русловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды. — Л.: Гидрометеониздат, 1971. — 476 с.

А. В. ЛУБЯНОЙ, В. Л. СТАРОСТИН (РГГМУ)

ОБОСНОВАНИЕ РАЗМЕРНОСТИ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ СТОКА НА ПРИМЕРЕ РЕК СЕВЕРО-ЗАПАДА РОССИИ

В последнее время в гидрологии для описания гидрологических процессов и их прогноза широко применяются методы математического моделирования. Практически всегда при разработке любой модели приходится искать компромисс между ее общностью, наличием исходной информации об исследуемом процессе и точностью получаемых результатов.

В общем виде математическая модель формирования речного стока с сосредоточенными параметрами может быть представлена следующим выражением:

$$L_1(Q) = L_2(X, \Theta),$$

где Q — расход воды в замыкающем створе речного бассейна; X — интенсивность осадков; Θ — температура воздуха. Операторы L_1 и L_2 , связывающие внешнее воздействие и реакцию системы, могут быть представлены выражениями

$$L_1 = \sum_{i=0}^n a_i d^i / dt^i, \quad L_2 = \sum_{i=0}^n b_i d^i / dt^i,$$

где a и b — параметры модели, зависящие от характеристик подстилающей поверхности водосборов. Как правило, эти характеристики представляются коэффициентом стока k и временем релаксации τ_1 и τ_2 для поверхностной и подземной составляющей речной емкости.

Самые простые реализации подобной модели представлены формулами:

$$Q = kX, \tag{1}$$

$$\tau \frac{dQ}{dt} + Q = kX, \tag{2}$$

$$\tau_1 \tau_2 \frac{d^2 Q}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \frac{dQ}{dt} + Q = kX. \tag{3}$$

В случае безынерционной модели (1) реакция системы совпадает с внешним воздействием как по форме, так и по времени, что не соответствует реальному положению вещей. Решение полу-

чается реальнее при использовании дифференциальных уравнений первого (2) или второго (3) порядков, так как они учитывают инерционные свойства речного бассейна. Сравнение результатов расчетов по последним двум моделям дает возможность сделать очевидный вывод об улучшении свойств решения с усложнением используемого дифференциального уравнения. Однако для этого надо задавать три параметра модели k , τ_1 и τ_2 , что на практике уже вызывает определенные трудности, а с дальнейшим усложнением модели число задаваемых параметров будет еще более увеличиваться, тем самым усложняя решение. Поэтому наиболее интересным является возможность использования дифференциального уравнения первого порядка. В связи с этим основной целью данной работы является определение границ применения модели первого порядка в зависимости от физико-географических условий формирования стока и периода осреднения расхода воды.

Для решения поставленной задачи использовалась методика, разработанная ранее на кафедре гидрофизики и гидропрогнозов. Она основывается на стохастическом обобщении дифференциального уравнения первого порядка (2), которым является уравнение Фоккера — Планка — Колмогорова (ФПК). Последнее, представленное в виде закона сохранения, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial P(Q, i)}{\partial t} + \frac{\partial G(Q, t)}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

где P — плотность вероятности, G — поток плотности вероятности, представляющий из себя произведение коэффициента сноса на плотность вероятности.

Уравнение ФПК можно заменить системой из четырех дифференциальных уравнений (для первых четырех моментов распределения), так как в рамках исходной динамической модели (2) характер получаемых коэффициентов сноса и диффузии таков, что приводит к семейству кривых Пирсона, которые полностью описываются этими моментами. Формирование этой системы из уравнения ФПК осуществляется путем умножения на соответствующую степень расхода воды и интегрирования в пределах рассматриваемого интервала его изменения. В частности, может быть получено дифференциальное уравнение для автокорреляционной функции, решение которого имеет вид:

$$r(\tau) = \exp \left[- \left(\frac{1}{k\tau} - 0,5G_c \right) \tau \right], \quad (5)$$

где r — коэффициент автокорреляций, k — коэффициент стока, τ — время релаксации водосбора, G_c — интенсивность параметрического шума системы.

Логично сделать вывод, что в тех случаях, когда процесс формирования стока на водосборе описывается дифференциальным

уравнением первого порядка, его автокорреляционная функция должна аппроксимироваться следующим выражением:

$$r(\tau) = e^{-a\tau}. \quad (6)$$

И если путем подбора коэффициента a не удастся добиться хорошего соответствия, можно говорить о том, что процесс формирования стока на этом водосборе описывается дифференциальным уравнением более высокого порядка. Список исследуемых водосборов приведен в табл. 1.

Методика исследований сводится к следующему. Для ряда наблюдений в замыкающем створе расчетного водосбора строится автокорреляционная функция, проводится оценка значимости ее ординат. Далее методом наименьших квадратов проводится аппроксимация выражением (6) автокорреляционной функции, которая претендует на роль решения стохастической модели первого порядка и принимается в качестве теоретической автокорреляционной функции. После этого проводится оценка расхождения эмпирической и теоретической функций с использованием стандартных критериев при задании различных уровней значимости, на основе которой делается вывод о соответствии или несоответствии эмпирической функции теоретическому решению в виде экспоненты при различных уровнях значимости. Указанная процедура проводилась для следующих периодов осреднения расходов воды: ежедневные, декадные, среднемесячные, среднегодовые (табл. 2).

В результате проделанной работы получены рекомендации, позволяющие оптимальным образом выбирать размерность математической модели формирования стока для рек Северо-Запада России при различных интервалах осреднения. Эти рекомендации сводятся к следующему.

Таблица 1

Исследуемые водосборы

Река	Пост	Площадь водосбора, км ²
Вруда	Извоз	462
Долгая	Загорье	777
Ловать	Узкое	398
Мга	Горы	709
Оредеж	Б. Заречье	314
Орлинка	Орлинка	206
Оять	Акулова Гора	4930
Паша	Поперечье	1100
Суйда	Красницы	366
Хревница	Ивановское	316
Черёха	Сорокино	2330
Шелонь	Заполье	6820

Таблица 2

Соотношения применимости модели первого порядка

Интервал осреднения	Уровень значимости, %		
	1	5	10
Сутки	25	17	8
Декада	92	34	34
Месяц	100	100	100
Год	100	100	100

По данным наблюдений за расходами воды в замыкающем створе бассейна строится эмпирическая автокорреляционная функция, которая аппроксимируется теоретической, представляющей решение стохастического обобщения модели первого порядка. Проводится оценка соответствия эмпирической и теоретической функций при выбранном уровне значимости. По результатам последней делается вывод о применимости модели первого порядка.

И. А. ЛЕВАШОВА (РГГМУ)

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ РЕЧНЫХ РУСЕЛ

Для моделирования и прогнозирования гидрологических процессов необходимо вскрытие механизма саморегулирования в системе поток — русло, регулятором работы которой, в частности, является сопротивление.

Проблема расчетов гидравлических сопротивлений речных русел в настоящее время не имеет общепринятого разрешения. Это подтверждает факт появления в свет четырех монографий в течение только одного 1992 г. (Н. С. Знаменской; К. В. Гришанина; И. Ф. Карасева и В. В. Коваленко; Н. Б. Барышникова), не считая многочисленных статей (В. Е. Сергутина и др.).

Автор данной статьи поставила задачу рассмотреть ход характеристик гидравлических сопротивлений — коэффициентов Шези, шероховатости, сопротивления, уклонов — на основе натурных данных по большому числу рек (малых, средних, больших), протекающих в различных физико-географических районах, с учетом таких факторов гидравлических сопротивлений, как глубина потока, относительная ширина, амплитуда колебания уровня воды, тип руслового процесса, характер грунтов и форма перемещения наносов, зарастаемость, деформации русла.

При анализе исходной информации установлены следующие особенности.

1. Слой воды от уровня низкой межи до бровки русла можно условно разделить на два неравных слоя. Первый, нижний (заторможенный), занимает около $1/3$ амплитуды. Это слой интенсивного изменения всех характеристик сопротивления n , λ , S . В нем происходит интенсивное затухание влияния рельефа дна (если нет деформаций). В этом слое также велико влияние процессов отражения от неровностей дна (гряд). На второй, верхний (более ускоренный, транзитный), слой приходится около $2/3$ общей амплитуды с относительно стабильными значениями характеристик сопротивления в течение года. Изменение характеристик сопротивления в течение года и в многолетнем плане связано не с рельефом дна в полосе 2—3 глубин, а с гребнями мезоформ и плановой формой русла (т. е. во втором слое другой уровень сопротивления — уровень крупных форм рельефа, извилистости, подпоров, распластанности и т. д.). Поэтому при решении проблемы сопротивлений важно знать, в каком наполнении находится русло, каков будет структурный уровень сопротивления.

2. При анализе характеристик сопротивления для разных рек часто встречается значение глубины более 3 м, при превышении которого характеристики сопротивления меняются не так значительно, как для меньших глубин. Наиболее интенсивное изменение интегральной характеристики сопротивления — уклона — наблюдается также для рек с глубинами до 3 м.

3. При увеличении глубины влияние шероховатости дна затухает, если русло устойчиво. Если русло деформируется, то от года к году кривые зависимости $n=f(H)$, как и другие кривые ($Q=f(H)$, $h=f(H)$, $I=f(H)$, $B=f(H)$, $v=f(H)$), претерпевают сложные изменения. Изменения положения кривых будут зависеть от того, где произошли деформации: в створе расчетного створа, выше или ниже его.

Если углубление или намыв дна произойдет в створе гидроствора без существенных деформаций берегов, то участок с относительно постоянным значением коэффициента шероховатости соответственно удлинится или укоротится.

Если произошел намыв дна ниже гидроствора, то от этого намыва, как от препятствия, распространится подпор уровней на участке гидроства и коэффициент шероховатости может существенно увеличиться, т. е. кривая $n=f(h)$ повернет вправо.

Если намыв дна произойдет выше гидроствора, то он может оказаться в кривой спада уровней, а коэффициент шероховатости при уменьшенных глубинах и увеличенных скоростях уменьшится (кривая $n=f(h)$ повернет влево).

4. В руслах до выхода воды на пойму в большинстве случаев коэффициент шероховатости увеличивается при увеличении относительной ширины более чем в два раза. В многолетнем плане относительной ширине B/h свойственна цикличность (в частности, 3—4 года), находящаяся в противофазе со среднегодовым расходом, что необходимо учитывать для объяснения «выбросов» максимальных характеристик сопротивлений во времени. Для ряда рек установлено совпадение во времени пиков максимальных расходов и уровней воды и относительной ширины русла (с циклами 3, 6, 10—12 лет) и максимальных n .

В результате анализа большого объема натурной информации установлено, что для вскрытия механизма регулирования в системе речной поток — русло и для прогноза характеристик сопротивления необходимо рассмотрение четырех отдельных и взаимодополняющих задач (блоков):

- 1) оценка многолетнего хода гидравлического сопротивления;
- 2) установление средних характеристик гидравлического сопротивления;
- 3) оценка возможных деформаций данного участка русла и параметров гряд;
- 4) оценка внутригодового хода характеристик сопротивления (т. е. уменьшение, увеличение коэффициентов шероховатости, на-

пример, с увеличением глубины в течение года или более сложные зависимости).

Рассмотрим более подробно возможные решения вышеперечисленных задач.

Установление пиков в ходе характеристик сопротивлений во времени реально путем сопоставления многолетнего совместного хода максимальных уровней воды, максимальных расходов воды, относительных ширин на изучаемой реке или на реке-аналоге. Циклы 3, 6, 10—12 лет в ходе величин $Q_{\max}$, $H_{\max}$, B/h можно спроектировать на ход максимальных характеристик сопротивления во времени.

Для оценки средних характеристик сопротивления можно использовать таблицы И. Ф. Карасева, М. Ф. Срибного, ЛГМИ, модель сопротивления Н. С. Знаменской, а также зависимость $C/\sqrt{h}=19$ для песчаных и песчано-галечных русел, которая построена по данным измерений на реках разных порядков, т. е. исключают масштабный эффект. При этом средние характеристики сопротивления наиболее корректно относить к слою, который составляет 2/3 амплитуды в пределах между уровнями низкой межи и бровкой и о котором упоминалось выше, точнее к средней глубине между уровнями низкой межи и бровкой.

Решение проблемы гидравлических сопротивлений неполно без знания возможных порядков деформаций и параметров гряд. Даже при отсутствии наблюдений за уровнем режимом на реке амплитуду колебания уровня можно установить по меткам высоких вод (ΔH); при этом возможные деформации (Δh) или высоты гряд (h_r) ориентировочно оцениваются по соотношению

$$\Delta h = h_r = 0,875 \Delta H. \quad (1)$$

Длина гряд при их высоте до 1,7 м оценивается как

$$l_r = 37 h_r^{1,1}, \quad (2)$$

а для гряд высотой более 1,7 м

$$l_r = 171 h_r - 223. \quad (3)$$

Оценив годы пиков характеристик сопротивления, их средние значения, а также возможные значения деформаций и параметров гряд, необходимо решить вопрос о том, как будет вести себя, в частности, коэффициент шероховатости при увеличении глубины для конкретной реки: уменьшаться, увеличиваться и т. д. При установленном среднем значении коэффициента шероховатости (соответствующем единице в относительных координатах $(n/\bar{n}) = f(h/\bar{h})$) для установления тенденции хода n , или, иными словами, выбора типа зависимости $(n/\bar{n}) = f(h/\bar{h})$, необходимы сведения о характере берегов, деформаций, рельефе дна, характере засоренности и зарастаемости берегов и русла, типе руслового процесса и других факторов гидравлических сопротивлений (табл. 1).

Типы зависимости коэффициента шероховатости от глубины

Тип - зависи- мости	Характерные признаки					
	тип русло- вого про- цесса	грунты	берега	зарастаемость русла	деформации	прочие
I	Побочневый	Песчано-галечные, песчано-каменистые, песчано-илистые	Одернованные, засоренные, зарастаемые, размываемые	Зарастает	Малоразмываемые русла, малоподвижные гребни перекатов ниже гидроствора	Внутри года река может находиться в условиях, близких к про-странственным
II	Ленточно- грядовый	Песчаные, галечно-камени- стые, илисто- глинистые	Устойчивые, слабо поросшие, одернованные	Зарастает в межень незна- чительно	Деформируемые, нано- сы могут перемещаться в виде гряд массового распространения	Влияние дна за- тухает при уве- личении глубины, соответствующей 1/3 амплитуды колебания уровня
III	Русловая многоорукав- ность	Песчаные, пес- чано-галечные, галечные	Неустойчивые, деформируемые	Зарастает у берегов	Деформируемые, нали- чие мезоформ ниже гидроствора	Амплитуда коле- бания уровня до 3 м
IV	Меандриро- вание	Песчаные, галечно-каме- нистые	Берега могут быть крутыми, деформируемыми незначительно	Незначительно зарастает у берегов	Деформируемые, нали- чие мезоформ выше гидроствора	Амплитуда ко- лебания уровня более 3 м
V	Пойменная многоорукав- ность	Песчаные, пес- чано-гравели- стые, песчано- галечные	Незначительно размываемые	Незначительно зарастает у берегов	Незначительно дефор- мируемые, отсутствие быстрого движения крупных мезоформ	Глубина более 3 м

Как показал анализ исходной информации, средние значения характеристик сопротивления, определенные каким-либо вышеизложенным методом, например по таблицам коэффициентов шероховатости, необходимо увеличивать и уменьшать в два раза. В то же время, если произойдут деформации, возможна смена первого типа зависимости $(n/\bar{n}) = f(h/\bar{h})$ на второй или третьего на четвертый.

Ф. М. ВАКС (РГГМУ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО РЕЖИМА БОЛОТА ЛАММИН-СУО

На территории Карелии и Северо-Запада встречается большое количество болот и заболоченных земель. Средняя заболоченность территории (включая заболоченные земли) составляет примерно 30 %. Заболоченность отдельных частей ее весьма различна.

На территории Ленинградской, Псковской, и Новгородской областей насчитывается свыше 8000 болот. В основном это болота с площадью свыше 10 км². Значительное количество болот встречается на низменностях Ладожской предглинтовой полосы, на Волховско-Ильменской низменности, в бассейнах рек Ояты, Паши, Тихвинки, Ловати, Шелони. Сильно заболочена Лужская низменность, побережье Чудско-Псковского озера. Наиболее крупные верховые болота расположены преимущественно в поймах рек.

Сильная заболоченность территории обусловлена благоприятными для заболачивания климатическими, гидрологическими и геоморфологическими условиями.

Основным типом болот на всей территории являются болота с выпуклой поверхностью, олиготрофной растительностью и мощной торфяной залежью с различной степенью разложения. Выпуклые болота характеризуются большой расчлененностью микро-рельефа, значительным развитием грядово-мочажинных комплексов, преобладанием сфагнового мохового покрова и развитием озерков и других элементов внутренней гидрографической сети.

Режим болот изучается на трех болотных станциях: Зеленогорской, Вильи Горы и Ларьянской, расположенных в Ленинградской области. Станции Зеленогорская и Вильи Горы занимаются изучением режима неосушенных верховых болот, а станция Ларьянская ведет наблюдения на осушенном, разрабатываемом болоте.

В настоящее время в гидрологических прогнозах недостаточное место уделяется грунтовой составляющей в питании рек, в то время как для рек Северо-Запада она является достаточно большой — 20—50 % от объема годового стока. В связи с этим представляется интересным рассмотреть процессы, происходящие в почвогрунтах водосбора.

Очевидно, что для решения этой задачи в качестве объекта исследования удобно взять небольшой водосбор, который можно

было бы изучить как можно более полно, что и было сделано на примере болота Ламмин-Суо ($F=2 \text{ км}^2$).

Задача решалась с помощью модели неустановившегося движения грунтовых вод, по которой рассчитывались уровни воды на болоте по его площади (длине, ширине) и времени, что, при постоянном задании граничных условий по периметру болота, можно трактовать как прогноз.

Болото Ламмин-Суо представляет собой простой резко выпуклый болотный массив центрально-олиготрофного хода развития, генетический центр которого несколько смещен к северу. Болото расположено в котловине, вытянутой с северо-запада на юго-восток, длиной 2 км и шириной около 1 км.

На болотном массиве наиболее распространены следующие микроландшафты (перечисленные в юго-восточном направлении от центра):

- 1) сфагново-кустарничково-пушицевый, облесенный сосной;
- 2) сфагново-кустарничково-пушицево-сосновый со сфагново-пушицевыми понижениями;
- 3) грядово-мочажинный комплексный;
- 4) сфагново-кустарничково-сосновый;
- 5) сфагново-пушицево-кустарничковый, редко облесенный низкорослой сосной с единичным сухостоем;
- 6) сосново-сфагново-кустарничковый;
- 7) сфагново-осоковый, облесенный березой и сосной.

Болото является бассейном для трех вытекающих с него ручьев, что необходимо учитывать при подборе параметров и задании внешнего воздействия.

Из теории движения грунтовых вод [3] известно, что движение подземных вод подчиняется закону, описываемому нелинейным дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{k}{m} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(H \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right] + \frac{W}{\mu}, \quad (1)$$

где H — уровень грунтовых вод; k — коэффициент фильтрации; m — пористость грунта; W — внешнее воздействие, x и y — геометрические координаты; t — время.

Однако в связи с недостаточностью данных полевых измерений, которые описывали бы изменения параметров модели в зависимости от различных факторов, нелинейное уравнение было заменено на линейное [2]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{k h_{\text{ср}}}{\mu} \left[\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right] + \frac{W}{\mu}, \quad (2)$$

где $h_{\text{ср}}$ — средняя мощность водоносного слоя; μ — коэффициент водоотдачи.

Осуществить подобную замену оказалось возможным после первичного анализа морфологии и динамики исследуемого объек-

та, который показал относительно небольшие вариации параметров модели в связи с малой амплитудой уровней грунтовых вод.

В качестве внешнего воздействия могут задаваться осадки, испарение, расходы воды вытекающих из болота рек. Однако в связи с тем, что измерения испарения достаточно сложны и его значение меняется по времени гораздо слабее, чем количество осадков, испарение допустимо учитывать косвенно — через коэффициент стока или принимать его постоянным при расчетах внутри одного сезона с шагом по времени не менее одних суток.

Конечно-разностная аппроксимация уравнения (2) при различных Δx и Δy

$$H_{x,y}^{t+1} = H_{x,y}^t + \frac{k_{\phi} h_{cp} \Delta t}{\mu} \left[\frac{H_{x+1,y}^t - 2H_{x,y}^t + H_{x-1,y}^t}{\Delta x^2} + \frac{H_{x,y+1}^t - 2H_{x,y}^t + H_{x,y-1}^t}{\Delta y^2} \right] + \frac{W \Delta t}{\mu}. \quad (3)$$

Если шаги интегрирования по геометрическим координатам равны $\Delta x = \Delta y$, то уравнение (3) упрощается:

$$H_{x,y}^{t+1} = H_{x,y}^t + \frac{k_{\phi} h_{cp} \Delta t}{\mu \Delta l^2} [H_{x+1,y}^t - 4H_{x,y}^t + H_{x-1,y}^t + H_{x,y+1}^t + H_{x,y-1}^t] + \frac{W}{\mu} \Delta t, \quad (4)$$

где $\Delta l^2 = \Delta x \Delta y$.

Шаги интегрирования по времени и по координатам выбираются таким образом, чтобы соблюдалось условие устойчивости

$$\frac{4k_{\phi} h_{cp} \Delta t}{\mu \Delta x \Delta y} \leq 1. \quad (5)$$

Для численного решения уравнения (2) используется явная янтиточечная схема.

Так как решаемая задача двумерна в плане, то площадь болота необходимо аппроксимировать прямоугольной сеткой таким образом, чтобы наибольшее число имеющихся на болоте скважин попало бы в узлы сетки и чтобы границы сетки наилучшим образом совпадали с контурами болота. В данном случае принимались следующие шаги интегрирования: $\Delta x = 120$ м и $\Delta y = 160$ м.

Для решения задачи необходимо задать начальные и граничные условия. Начальным условием является уровень воды во всех узлах расчетной сетки в начальный момент времени, задаваемый по фактическим измерениям в скважинах. В качестве граничных условий задаются уровни болотных вод по периметру болота на каждый расчетный интервал времени. В настоящий момент пока не разработана методика, позволяющая прогнозировать граничные условия, поэтому можно рекомендовать задание их значений либо с помощью уравнений регрессии со скважинами, находящимися в центре болота, либо из фактических данных.

В математическую модель неустановившегося движения грунтовых (болотных) вод входят следующие параметры: k_{ϕ} , μ , $h_{\text{ср}}$ и $k_{\text{ст}}$ при осадках. Идентификация параметров модели осуществляется путем выполнения расчетов при различных значениях параметров и визуального выбора их численных значений, хотя перспективным является использование для этого различных математических методов. Значения параметров принимались переменными по площади болотного массива в зависимости от расположения и типов имеющихся на нем микроландшафтов.

Опираясь на расчеты, выполненные для болота Ламмин-Суо, можно рекомендовать следующие диапазоны значений параметров: $k_{\phi}=10\text{--}500$ м/сут; $k_{\text{ст}}=0,1\text{--}0,4$; $\mu=0,2\text{--}0,6$; $h_{\text{ср}}=0,4\text{--}0,8$ м. Величину $h_{\text{ср}}$ можно приблизительно определить по годовой (сезонной) амплитуде уровней в измерительной скважине.

Результаты расчетов и прогнозов гидравлического режима болота Ламмин-Суо на независимом материале показали, что описанная методика, при использовании ее в краткосрочных прогнозах уровней, дает результаты, которые по общепринятому критерию $S/\sigma_{\Delta}=0,8$ можно оценить как удовлетворительные.

Результаты расчетов удобно представлять в виде либо гидрографа уровня по каждой скважине, либо картой болота с нанесенными на него изолиниями.

Кроме вышеописанного исследования интересным является вопрос о связи уровней грунтовых вод на болоте с расходами вытекающих из него ручьев. Задача решалась на примере ручья Южного. График связи $Q=f(H_{\text{гр}})$ за летне-осенний период показывает резко выраженную нелинейную зависимость между расходом воды в ручье и уровнем в ближайшей скважине. Логарифмирование расходов линеаризует связь $Q=f(H_{\text{гр}})$, но дает большую дисперсию для средних точек, хотя коэффициент корреляции достаточно высок: $R=0,93$.

С помощью пакета статистической графики StatGraph был проведен регрессионный анализ и подобрана экспоненциальная зависимость для расхода воды с коэффициентом корреляции $R=0,93$ и $R^2=0,87$

$$Q = \exp(-934,213 + 17,8229H_{109}), \quad (6)$$

где H_{109} — уровень в 109-й скважине.

Прогноз расходов воды на одни сутки по зависимости (6) дает неудовлетворительные результаты: $S/\sigma_{\Delta}=1,36$, однако высокий коэффициент корреляции и графически хорошая связь позволяют надеяться на положительные результаты при дальнейшей работе в этом направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богословский Б. Б., Самохин А. А., Иванов К. Е., Соколов Д. П. Общая гидрология. — Л.: Гидрометеиздат, 1984.
2. Климентов П. П., Кононов В. М. Динамика подземных вод. — М.: Высшая школа, 1985.
3. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. — М.: Гостехиздат, 1952.
4. Рома́нов В. В. Гидрофизика болот. — Л.: Гидрометеиздат, 1961.

В. А. КУЗЬМИН (РГГМУ)

КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УРОВНЕЙ ВОДЫ ЧЕБОКСАРСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

В последнее время резко возросла необходимость оптимизации водопользования и решения ряда экологических проблем. И то, и другое невозможно без хорошо отлаженной системы прогнозирования (с различной заблаговременностью) элементов водного режима Чебоксарского водохранилища, в первую очередь уровней воды. Особенно актуален такой прогноз на участке от Горьковской ГЭС до Нижнего Новгорода в период весеннего половодья.

История разработки методик такого прогнозирования насчитывает уже несколько десятков лет. Многие авторы посвятили свои труды расчетам различных составляющих водного баланса Чебоксарского водохранилища. Так, например, Е. С. Змиева [4] внесла очень большой вклад в прогнозирование бокового притока. А. К. Ишков [5] занимался моделированием движения паводочной волны в нижнем бьефе Горьковской ГЭС. Е. П. Чемеренко [11, 12] и Ю. В. Горбунов [1, 2] известны работами по трансформации волны половодья с помощью ЭВМ, аналоговых и цифровых моделирующих устройств, по долгосрочному прогнозу максимальных уровней и расходов Волги, Оки и их притоков. Большинство работ относятся к 50-м — 70-м годам. Однако с тех пор многое изменилось: более интенсивными стали дноуглубительные работы по обеспечению судоходства, увеличилось водопотребление и, что самое главное, построена Чебоксарская ГЭС. Кроме того, гидрологический пост в Нижнем Новгороде был переведен в разряд озерных, измерение расходов воды прекращено, из-за чего возникла проблема создания новых прогностических методик или адаптации ряда старых методик, ранее оперирующих с расходами, к работе с уровнями. Кроме того, большинство потребителей гидрологических прогнозов интересуется именно уровнями, а точнее уровнями, превышающими отметку 70,00 м БС, при которых возникает угроза подтопления прилегающей территории. Именно такие прогнозы и являются объектом самого пристального внимания Верхне-Волжского управления по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды. Последней работой по этой теме является отчет, подготовленный в Гидрометцентре Российской Федерации (тема 1.01.1.36, ответственный исполнитель А. Я. Полунин), в котором дан ответ на значительную часть вопросов. Авторы отчета рассматривают формирование весеннего стока Оки

и, учитывая зависимость максимального уровня весеннего половодья от суммы расходов воды Оки в Горбатове и попусков на Горьковской ГЭС, считая фактические сбросы известными с различной заблаговременностью, дают прогноз с заблаговременностью от 8 до 24 сут для ряда многоводных лет. Погрешности даты прохождения пика не превышают суток. Средняя погрешность определения уровней воды составляет 28 см. Предложенная методика не позволяет получить прогноз уровней выше Нижнего Новгорода, требует очень много прогностической информации и не является прогностической из-за реального отсутствия данных о размерах предстоящих попусков со столь большой заблаговременностью.

Как же решить задачу прогноза уровней воды во всех точках Чебоксарского водохранилища с любой (в том числе и нулевой) заблаговременностью? При выборе подхода к ее решению логично рассмотреть возможность использования сравнительно простых статистических приемов прогнозирования (одним из которых является использование уравнения множественной линейной корреляции), а также наиболее простые гидравлические модели, позволяющие рассчитать трансформацию паводочной волны. Примером одной из таких моделей является модель кинематической волны, уравнения которой получаются после ряда упрощений из системы уравнений Сен-Венана:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q(x, t), \quad (1)$$

$$Q = Q(\omega, x). \quad (2)$$

Попробуем применить эту модель для прогнозов уровней Волги от Горьковской ГЭС до Нижнего Новгорода с заблаговременностью до суток, сделав ряд допущений. Наиболее грубое из них заключается в предположении, что требование однозначности связи $Q=f(H)$, содержащееся в уравнении (2), выполнимо на сравнительно небольшом временном интервале, когда наблюдаются максимальные уровни. Кроме того, предполагаем постоянной ширину русла и пренебрегаем деформациями русла как малыми за короткий отрезок времени. Окончательно получаем такую прогностическую зависимость:

$$H_j^{i+1} = H_j^i - c \frac{\Delta t}{\Delta x} (H_j^i - H_{j-1}^i) - ci \Delta t + c \frac{\Delta t Q}{\Delta x}, \quad (3)$$

где H_j^i — уровни в соответствующих узлах расчетной сетки; c — скорость распространения волны; i — уклон дна; Δx и Δt — пространственный и временной интервалы конечно-разностной схемы; Q — боковой приток, отнесенный к длине участка.

Проведенные расчеты показали, что при использовании модели кинематической волны для прогноза с 1-суточной заблаговременностью соотношение S/σ_Δ в среднем близко к 0,7—0,8, т. е., со-

гласно [9], данная методика является удовлетворительной. Кроме того, она позволяет оценивать уровни в любой точке участка с заблаговременностью менее суток, не имея в этом смысле ни альтернативы, ни корректного критерия качества.

Теперь изучим возможность применения статистических методов для суточного и двухсуточного прогнозов, а именно уравнения регрессии. Как известно (см., например, [8]), регрессионные методы позволяют выявлять связи между переменными, причем особенно эффективно, когда эти связи несовершенны. В нашем примере одним из главных источников этого несовершенства является существенное антропогенное влияние на максимальный уровень воды. Как правило, приблизительное значение этой величины задается на предварительном совещании специалистами Верхне-Волжского управления по гидрометеорологии и Горьковской ГЭС. Таким образом, использование уравнения регрессии можно рассматривать как способ предсказать решение этого совещания.

Итак, уравнение множественной линейной корреляции можно представить в виде

$$H_t = \sum_{i=1}^{l=n} a_i H_{i,t-\tau} + b, \quad (4)$$

где H_t — рассчитываемый уровень в Нижнем Новгороде; $H_{i,t-\tau}$ — уровни воды на верхних постах; a_i — соответствующие коэффициенты уравнения регрессии; b — свободный член; n — число предикторов (верхних створов); t — дата, на которую выпускается прогноз; τ — заблаговременность прогноза.

В качестве предикторов первоначально использовались уровни Рыбинского водохранилища и расходы воды на водосбросе с него, уровни воды в различных точках Горьковского водохранилища, расходы воды в Горбатове (на Оке) и значение водосброса на Горьковской ГЭС за период с марта по июнь включительно для лет с 1986 по 1991 г. Затем из дальнейшего рассмотрения методом просеивания [10] (по наиболее высоким парным коэффициентам корреляции между предикторами) были исключены наименее информативные предикторы. При окончательном рассмотрении, таким образом, в качестве предикторов взяты уровни воды в Нижнем Новгороде и Горбатове и расход водосброса Горьковской ГЭС. Трехсуточные прогнозы, произведенные на основе уравнения регрессии, отличаются очень большими погрешностями (например, соотношение S/σ_Δ близко к 1,5), поэтому из дальнейшего рассмотрения они исключены.

Итак, по найденным коэффициентам был выпущен прогноз уровней для весеннего половодья 1992 г. Его результаты представлены в табл. 1. Как известно, соотношение S/σ_Δ не должно превосходить 0,8. Таким образом, в данном случае методика прогнозирования может считаться удовлетворительной [9]. Отметим, что приведенный в табл. 1 первый вариант расчетов (при выпол-

Таблица 1

Результаты прогноза на 1992 и 1993 гг.

Заблаговременность, сут	S/σ_A	Оправдываемость, %
1992 г.		
1	0,65	80
2		
вариант I	0,77	63
вариант II	0,74	69
1993 г.		
1	0,49	85
2		
вариант I	0,79	63
вариант II	0,61	72

нении прогноза с двухсуточной заблаговременностью) соответствует ситуации, когда все предикторы взяты с упреждением в двое суток. Во втором варианте данные о водосбросе Горьковской ГЭС лишь на сутки опережают день, на который выпускается прогноз. Такой вариант расчета может быть использован в случае, если известен режим пусков, а также для планирования последнего, что нетрудно сделать, решая то же уравнение, но записанное таким образом, что в качестве неизвестной было бы задано значение расхода водосброса.

Теперь попробуем дополнить ряды данных, используемых для нахождения коэффициентов уравнения регрессии, данными 1992 г. и произведем прогнозирование половодья 1993 г. Результаты этого прогнозирования также представлены в табл. 1. Видим, что результаты для 1993 г. по сравнению с результатами для 1992 г. несколько улучшились. Так, например, методика выпуска односуточного прогноза в данном случае может считаться хорошей. Значительно улучшился и результат двухсуточного прогноза по варианту II. И только вариант I двухсуточного прогноза практически не изменился. В дальнейшем следует ежегодно корректировать коэффициенты уравнения регрессии, используя новые данные. Целесообразно сгруппировать отдельные годы с одинаковой водностью и иметь несколько соответствующих уравнений, но для этого необходим новый и более полный статистический материал, который может быть накоплен лишь со временем. В этом случае расчеты будут более корректны с физической точки зрения, ибо регрессия — это в первую очередь обобщение прошлого применительно к какому-либо объекту. В нашем примере трудно судить о причине улучшения результатов. Это могло произойти и из-за более точного описания статистической совокупности, и из-за того, что 1993 г. ближе по водности к среднему, чем 1992 г.

Однако у регрессионных методов есть существенный недоста-

ток: в случае, если случайный процесс, каковым является формирование половодья, скачкообразно изменит свои статистические характеристики (например, по причине природной катастрофы), они не помогут дать ответ на поставленные вопросы. В этом случае необходимо применение разного рода математических моделей [6, 7]. Если же процесс остается стационарным, применение уравнения множественной линейной корреляции при краткосрочном прогнозировании вполне допустимо.

Итак, для выпуска прогнозов можно предложить следующие уравнения регрессии:

а) для прогноза с заблаговременностью 1 сут

$$H_t = 0,0217Q_{t-1} + 0,195H_{Г, t-1} + 0,627H_{t-1} + 81; \quad (5)$$

б) для прогноза с заблаговременностью 2 сут, если режим попусков неизвестен:

$$H_t = 0,243Q_{t-2} + 0,315H_{Г, t-2} + 0,461H_{t-2} - 127; \quad (6)$$

в) для прогноза с заблаговременностью 2 сут при известном режиме попусков

$$H_t = 0,033Q_{t-1} + 0,303H_{Г, t-2} + 0,418H_{t-2} + 34, \quad (7)$$

где H_t — уровни воды в Нижнем Новгороде; Q_t — расход водосброса Горьковской ГЭС; $H_{Г}$ — уровни Оки в створе г. Горбатова; t — дата, на которую выпускается прогноз.

Значения уровней подставляются в сантиметрах над «0» графика, аналогично получается и ответ.

В районе Нижнего Новгорода опасными являются уровни, превышающие отметку 70,00 м БС. Таким образом, для того, чтобы вода в *среднем* эту отметку не превышала, расход водосброса должен быть равен

$$Q_{t-1} = -9,15H_{Г, t-2} - 12,7H_{t-2} + 21200, \quad (8)$$

причем уровни берутся за 2 сут до дня, на который составляется план водосброса, т. е. за сутки до его составления. Что касается увеличения заблаговременности, то оно возможно при использовании в качестве предикторов прогнозируемых значений уровней воды в Нижнем Новгороде и Горбатове. С практической точки зрения наибольший интерес представляет прогноз уровней именно в Горбатове, так как его можно использовать при планировании попусков (например, с помощью уравнения (8)).

Как выяснилось при численных экспериментах, методика выпуска такого прогноза, основанная на использовании уравнения регрессии, позволяет получить результаты, которые несколько хуже результатов, полученных при использовании модели кинематической волны (МКВ). Это вызвано тем, что для Оки свойственны более существенные изменения гидрологических характеристик в зависимости от водности рассматриваемого года, чем

для зарегулированной Волги. Этот факт учитывается при использовании МКВ. Исследовалась возможность применения этой модели в самой простой форме, когда конечно-разностная сетка состоит только из одного участка, в котором в качестве верхнего граничного условия использованы расходы в Муроме. Расчеты показали, что среднее соотношение S/σ_Δ прогнозов расходов весеннего половодья (при заблаговременности 4 сут) равно 0,5, т. е. данная методика, согласно [9], может считаться хорошей. Необходимо отметить, что для наиболее многоводных 1981 и 1986 гг. это соотношение соответственно равно 0,33 и 0,26. При этом боковая приточность задавалась как функция от расходов в верхнем створе. Если же иметь достаточно точный прогноз уровней главного притока Оки — р. Клязьмы в створе Галицы и боковую приточность задавать в виде функции от них, то среднее S/σ_Δ можно уменьшить до 0,4. Так как в данный момент хорошо отработанной методики прогноза уровней в Галицах нет, будем использовать первый вариант задания расхода притока. Значения скорости распространения паводочной волны c и времени добегания на участке τ находились как функции от расхода в верхнем створе:

$$c = -0,00006Q_\Delta + 0,95, \quad (9)$$

$$\tau = \Delta x/c. \quad (10)$$

Таким образом, подставляя полученные значения расходов в Горбатове в уравнение (8), можно осуществлять планирование водосброса на Горьковской ГЭС на 6 сут, обеспечить контроль за уровнями в нижнем бьефе, а значит, еще более приблизиться к оптимальному водопользованию в период прохождения половодья.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбунов Ю. В. О краткосрочном прогнозе гидрографа половодья Волги у г. Горького с помощью электронной моделирующей установки. — Труды ЦИП, 1965, вып. 141, с. 80—84.
2. Горбунов Ю. В. Модель речной сети и ее применение для расчета паводков. — Метеорология и гидрология, 1985, № 10, с. 76—85.
3. Жидиков А. П. и др. Методы расчета и прогноза половодья для каскада водохранилищ и речных систем. — Л.: Гидрометеониздат, 1977. — 128 с.
4. Змилова Е. С., Денденкова Н. С. Уточнение долгосрочного прогноза характеристик весеннего половодья по притоку и объемам воды в речной сети. — Труды Гидрометцентра СССР, вып. 33, с. 26—33.
5. Ишков А. К. Прогноз уровней воды в нижнем бьефе Горьковской ГЭС с помощью моделирующего устройства. — Труды ЦИП, 1965, вып. 141, с. 85—89.
6. Коваленко В. В. Измерение и расчет характеристик неустановившихся речных потоков. — Л.: Гидрометеониздат, 1984. — 158 с.
7. Коваленко В. В. Моделирование гидрологических процессов. — СПб.: Гидрометеониздат, 1992. — 256 с.

8. *Мостеллер Ф., Тьюки Дж.* Анализ данных и регрессия. Вып. 2. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 240 с.
9. *Наставление по службе прогнозов. Ч. 1. Раздел 3.* — Л.: Гидрометеиздат, 1962. — 193 с.
10. *Руководство по гидрологическим прогнозам. Вып. 2.* — Л.: Гидрометеиздат, 1989. — 246 с.
11. *Чемеренко Е. П.* Долгосрочный прогноз весеннего притока в Чебоксарское водохранилище. — Труды Гидрометцентра, 1992, вып. 324, с. 16—21.
12. *Чемеренко Е. П.* Расчет трансформации волны половодья в пределах Куйбышевского водохранилища при помощи электронной вычислительной машины. — Труды ЦИП, 1965, вып. 141, с. 3—20.

Д. А. ПОДРЯДОВ (РГГМУ)

К МЕТОДИКЕ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ТАЛОГО СТОКА НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СНЕГОТАЯНИЯ

При решении задач, связанных с краткосрочными прогнозами весеннего стока, важнейшим предиктором является водоотдача снежного покрова. Данному вопросу посвящена обширная отечественная и зарубежная литература. К сожалению, далеко не каждая схема расчета талого стока может быть применена в практике оперативного прогнозирования. Как указывал П. П. Кузьмин [3], объем стаявшего снега можно рассчитать с приемлемой точностью, если, имея достаточно информации о метеопараметрах и характеристиках снежного покрова, решать уравнение теплового баланса снежной толщи. Однако именно невозможность прогнозирования метеопараметров с необходимой точностью привела к созданию большого числа приближенных зависимостей, в которых точность расчета приносится в жертву прогностической ценности [2, 5 и др.]. Чаще всего в этих формулах объем стаявшего снега и соответственно водоотдача связывались с температурой воздуха — наиболее точно прогнозируемым метеопараметром (метод температурных коэффициентов).

Применимость данного метода для территории Северо-Запада России подтверждается также существованием определенной связи остальных метеовеличин, входящих в уравнение теплового баланса с температурой воздуха, причем данная связь может считаться довольно тесной, согласно исследованиям, проведенным, в частности, А. В. Лубяным для Северо-Запада [4].

В предлагаемой работе проанализирована возможность применения для описания процесса снеготаяния (на данном этапе пока лишь на качественном уровне) линейного дифференциального уравнения, проведено стохастическое обобщение полученной модели, что позволило получить результат расчета (прогноза) в вероятностной форме. В качестве объекта исследования был выбран бассейн р. Луги (м/ст. Волосово). В работе представлены результаты, полученные для 1980 г.

Расчетная модель создавалась на основе следующих соображений. График изменения во времени суммарного слоя стаявшей воды представляет собой функцию, возрастающую по экспоненте до величины $h_{\text{ср}}$.

Для описания данного процесса применимо следующее дифференциальное уравнение:

$$\tau \frac{dm}{dt} + m = \bar{F}(\theta, e, w, N), \quad (1)$$

где $\bar{F}$ — вектор внешних воздействий на снежный покров, определяемый такими факторами снеготаяния, как температура воздуха θ , влажность воздуха e , скорость ветра w , облачность N . Смысл данного уравнения состоит в том, что вследствие таяния снега сначала увеличивается неравномерность его распределения по поверхности водосбора, а затем, после появления освободившихся от снега участков, подключается эффект уменьшения действующей площади снеготаяния.

Действие этих факторов приводит к уменьшению интенсивности роста суммарного слоя стаявшей воды в течение снеготаяния, когда кривая $m=f(t)$ асимптотически приближается к среднему для водосбора запасу воды в снеге $h_{\text{ср}}$. Инерционность учитывается введением коэффициента τ , который может быть назван временем релаксации снежного покрова. Очевидно, что данный коэффициент будет зависеть от физических свойств снежного покрова и от распределения снегозапасов по водосбору, в частности, иметь прямую связь с C_v снегозапасов.

В зависимости от числа учтенных при расчете составляющих теплового баланса (т. е. метода расчета снеготаяния), правая часть уравнения (1) может быть представлена в разных видах. В данной работе с учетом требования наибольшей прогностической эффективности применялся метод температурных коэффициентов, т. е. модель имела следующий вид:

$$\tau \frac{dm}{dt} + m = k_t \theta(t), \quad (2)$$

где k_t — температурный коэффициент, θ — температура воздуха.

Решить данное уравнение, — значит, найти изменение m во времени. Начальные условия задаются в следующем виде:

$$m|_{t=0} = m_0.$$

Рассматриваемое нами уравнение относится к типу линейных дифференциальных уравнений и, следовательно, может быть решено аналитически

$$m = vk_t \int \frac{\theta(t)}{v} dt + C,$$

где $v=e^{-t/\tau}$; C — постоянная, возникающая при интегрировании.

Однако можно воспользоваться и численными методами, например такой конечно-разностной аппроксимацией:

$$m_{i+1} = m_i (1 - \Delta t/\tau) + \Delta t k_t \theta_i,$$

где Δt — шаг интегрирования.

Параметризация модели производилась приближенно с учетом того, чтобы рассчитанная дата полного схода снега соответствовала натурным данным. Полученные значения m для метеостанции Волосово на 1980 г. представлены в табл. 1. Сопоставление их с натурными данными показало принципиальную применимость модели.

Так как уже вскоре после начала таяния вся снежная толща становится среднезернистой и ее водоудерживающая способность меняется мало, то для перехода от полученных значений снеготаяния к водоотдаче снежного покрова можно воспользоваться довольно простой схемой В. Д. Комарова [2]

$$h_v = \begin{cases} 0; & \sum^t (m + P\Delta f_0) \leq \gamma S_{\text{нач}}, \\ \frac{m}{1 + \gamma S_{\text{нач}}/S'_{\text{нач}}} + P\Delta f_0; & \sum^t (m + P\Delta f_0) > \gamma S_{\text{нач}}, \end{cases}$$

где h_v — водоотдача снежного покрова, т. е. количество воды, поступившей на поверхность водосбора; $S_{\text{нач}}$ — начальный запас воды в снеге; P — количество осадков, выпадающих на площади Δf_0 ; γ — водоудерживающая способность снега; $S'_{\text{нач}} = S_{\text{нач}} + \sum^t P\Delta f_0$, t_n — момент времени, когда стаявший слой снега в сумме с жидкими осадками достигает слоя удерживаемой снегом воды ($\gamma S_{\text{нач}}$).

Вторым этапом в разработке модели явилось стохастическое обобщение полученного расчетного уравнения и проведение вероятностных расчетов.

Переход от динамических моделей к стохастическим объясняется рядом причин. Во-первых, принятой в гидрологии практикой представлять рассчитанные и спрогнозированные величины в вероятностной форме. Во-вторых, тем, что параметры моделей задаются неточно, т. е. являются, по существу, случайными величинами или процессами.

Полученные по данной стохастической модели значения плотности вероятности могут быть использованы для задания интенсивностей шумов исходных величин в стохастической модели водосбора с целью вероятностного прогнозирования речного стока.

Вернемся к модели снеготаяния в виде линейного дифференциального уравнения (2). Запишем его в следующем виде:

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m}{\tau} + \frac{k_t \theta(t)}{\tau}$$

и обозначим:

$$\frac{1}{\tau} \equiv C; \quad \frac{k_t \theta(t)}{\tau} \equiv N(t).$$

Если C и $N(t)$ — не случайные функции, то и решение этого уравнения не случайный, а динамический процесс: $m = f(t)$.

Таблица 1

Сравнение результатов расчетов по динамической и стохастической моделям с данными снегосъемок на метеостанции Волосово, 1980 г.

Дата	Слой стаявшего снега, мм		
	Снегосъемка	Динамическая модель	Стохастическая модель
Март			
11	0,00	0,00	18,17
15		0,00	18,36
20	7,00	0,00	19,41
25		0,00	18,31
31	21,00	21,29	22,03
Апрель			
5		32,34	35,42
10	92,00	71,19	48,29

Однако на самом деле и C , и $N(t)$ являются случайными функциями. Поэтому будем считать, что

$$C = \bar{C} + \tilde{C}(t),$$

$$N(t) = \bar{N}(t) + \tilde{N}(t),$$

где $\tilde{C}(t)$ и $\tilde{N}(t)$ — случайные процессы с независимыми ординатами.

Далее путем преобразований, описанных в литературе [1], получаем уравнение для эволюции плотности вероятности, называемое обычно уравнением Фоккера—Планка—Колмогорова (ФПК):

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(m, t)}{\partial t} = & - \frac{\partial}{\partial m} [a(m, t) p(m, t)] + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial m^2} [b(m, t) p(m, t)], \end{aligned}$$

где a и b — соответственно коэффициенты сноса и диффузии, рассчитываемые по формулам:

$$\begin{aligned} a(m, t) = & \{\bar{C}(t) + M[\tilde{C}(t)]\} m - 0,5 [G_{\tilde{C}} m - G_{\tilde{C}\tilde{N}}] + \bar{N}; \\ b(m, t) = & G_{\tilde{C}} m^2 - 2G_{\tilde{C}\tilde{N}} m + G_{\tilde{N}}, \end{aligned}$$

где $G_{\tilde{C}}$, $G_{\tilde{N}}$ — интенсивности, а $G_{\tilde{C}\tilde{N}}$ — взаимная интенсивность белых шумов.

Для однозначного решения уравнения ФПК необходимо задать соответствующие граничные и начальные условия. В качестве начальных условий задается плотность вероятности

$$p(m, t)|_{t=0} = p_0(m).$$

Граничные условия:

$$[\kappa_1(t) \partial p / \partial m - \nu_1(t) p(m, t)]|_{m=m_H} = 0;$$

$$[\kappa_2(t) \partial p / \partial m - \nu_2(t) p(m, t)]|_{m=m_K} = 0,$$

где κ , ν — коэффициенты; $[m_H, m_K]$ — интервал изменения величины m .

Для решения уравнения ФПК применялась следующая явная конечно-разностная схема:

$$(p_{j+1}^{i+1} - p_j^i) / \Delta t = - (a_j^i p_j^i - a_{j-1}^i p_{j-1}^i) / \Delta m + \\ + 0,5 (b_{j+1}^i p_{j+1}^i - 2b_j^i p_j^i + b_{j-1}^i p_{j-1}^i) / \Delta m^2,$$

где i и j — номер расчетного шага по времени и расчетной величины (снеготаяния) соответственно.

Поскольку начальное значение m равно нулю, мода начального распределения принималась соответствующей нулевому значению. Значения интенсивностей шумов на первоначальном этапе исследований задавались произвольно, в пределах порядка точности определения «шумящей» величины. Расчетный интервал принят равным двойной амплитуде изменения величины m .

Данная стохастическая модель снеготаяния была реализована на ЭВМ (язык программирования Паскаль). Параллельно производился расчет по динамической модели (2).

Рассчитанные по этим моделям и измеренные значения m представлены в табл. 1. Измеренные на маршрутах значения m получены как разность первоначального запаса воды в снеге и запаса воды в твердой фазе на данный момент времени.

Сопоставление этих значений показывает принципиальную применимость модели для описания реального процесса.

Дальнейшие исследования предполагается осуществлять по следующим направлениям:

1) разработка методики нахождения численных значений коэффициентов, входящих в стохастическую модель;

2) сравнение полученных кривых плотности вероятности с натурными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коваленко В. В. Моделирование гидрологических процессов. — СПб.: Гидрометеиздат, 1993. — 256 с.
2. Комаров В. Д. и др. Расчет гидрографа половодья небольших равнинных рек на основе данных об интенсивности снеготаяния. — Труды Гидрометцентра СССР, 1969, вып. 37, с. 3—30.
3. Кузьмин П. П. Процесс таяния снежного покрова. — Л.: Гидрометеиздат, 1961. — 346 с.
4. Лубяной А. В. Краткосрочный прогноз расходов воды в бассейне реки Луга. Автореф. дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. — СПб, 1993. — 20 с.
5. Попов Е. Г. Вопросы теории и практики прогнозов речного стока. — М.: Гидрометеиздат, 1963. — 365 с.

Д. И. ИСАЕВ, П. Ю. ФЕДOTOV (РГГМУ)

РАСЧЕТЫ ЗАТОПЛЕНИЯ И ОПОРОЖНЕНИЯ ПОЙМЕННЫХ МАССИВОВ

Поймы формируются под воздействием четырех основных, первичных факторов: плановых деформаций русла, эрозионно-аккумулятивных процессов на поверхности поймы, гидрологического режима ее затопления и опорожнения и деятельности человека. Многообразие природных условий определяет и многообразие типов пойм, которые могут быть классифицированы по геоморфологическим, ботаническим, почвенным и другим признакам. Для гидравлических расчетов определяющей является оценка внешнего облика поймы, особенностей ее морфологического строения и гидрологического режима.

При меандрирующих типах руслового процесса на поймах образуются пойменные массивы, характеризующиеся схожими особенностями морфологического строения и гидродинамическим циклом их затопления и опорожнения [2]. В зависимости от типа руслового процесса, пойменный массив по-разному осуществляет пропуск высоких вод. При ограниченном меандрировании характерно образование единого транзитного русло-пойменного потока. При свободном меандрировании поля течений в значительной мере будут определять системы разновысотных, разнонаправленных гряд и понижений. Транзитные течения на таких обширных поймах приурочены к пойменным протокам, а единый поток образуется только при экстремально высоких паводках и половодьях и может не затрагивать всей затопляемой поймы.

При незавершенном меандрировании, а также при фуркационных типах руслового процесса пойма состоит из разнообразных пойменных фрагментов, внешний облик которых определяется формой развития того или иного рукава. Скоростное поле таких пойм чрезвычайно сложно, а транзитные течения определяются системой проток на пойме.

В гидродинамическом режиме пойменного массива традиционно [1] различают четыре фазы:

затопление низин поймы в основном талыми водами,

затопление ее центральной части через низовую и верховые прорывы,

затопление всей поймы, образование транзитного потока, опорожнение поймы.

Качественно разная динамика потока при различных фазах водного режима требует и различных подходов к методике расчета ее элементов.

Н. Е. Кондратьев [3] предложил для второй и четвертой фаз рассчитывать расход через прорвы по формуле водослива с широким порогом:

$$Q = B_{\text{п}} m \sqrt{2g H^{3/2}}, \quad (1)$$

где Q — расход воды через прорву; $B_{\text{п}}$ — ширина прорвы; H — напор над гребнем прируслового вала; m — коэффициент водослива, назначаемый по предлагаемой автором методике [1].

Анализ картографического материала для пойменных створов приводит к выводу о том, что данная методика применима лишь для небольшого числа пойм с узким (1—2 м) прирусловым валом. В большинстве случаев для участка прорвы у прируслового вала характерен режим короткого канала. Расчет такого канала можно производить по формулам неравномерного движения.

Расчет производится для потока, идущего из русла реки через низовую прорву и притеррасную протоку на низинную пойму. Весь расчетный участок разбивается на подучастки с примерно одинаковыми морфометрическими условиями, для которых находится перепад отметок свободной поверхности:

$$\Delta Z = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{\omega^i} - \frac{1}{\omega^{i+1}} \right] + \frac{l Q^2}{K_{\text{ср}}^2}, \quad (2)$$

где ω^i — площадь живого сечения; l — длина подучастка; $K_{\text{ср}}$ — средний модуль расхода на подучастке; Q — расход воды через прорву.

В качестве начальных условий задаются отметки уровня воды в русле, превышающие отметку гребня прорвы на 0,1 м, и начальная отметка уровня воды для низинной поймы. Расход воды на начальные условия определяется подбором. Затем за расчетный интервал времени определяется объем воды, прошедшей на пойму W , по зависимости $W=f(Z)$ определяется новая отметка уровня воды на низинной пойме Z и по данным гидрометрических наблюдений задается следующая по времени отметка уровня воды в русле. Расчет повторяется до тех пор, пока уровни воды в русле и на пойме не сравняются ($\Delta H < 1$ см). Расчетную схему можно применять и для условий опорожнения пойменного массива. Для расчетов верховых прорв рассматривается более короткий участок поймы (русло — межгрядное понижение).

Нами были выполнены расчеты времени затопления участка поймы р. Белый Лух у в/п Тимошино. Ширина луговой поймы на участке составила в среднем 400 м, глубина воды при затоплении поймы до бровок прирусловых валов 1,5 м, уклон обратного ската прируслового вала составил 0,04. Расчеты производились для условий подъема уровня воды в половодье 1981 г. при интен-

сивности подъема уровня воды $\Delta H = 0,3$ см/ч. Анализ результатов расчета показал, что время практического выравнивания уровней воды в русле и на пойме для нешироких пойм ($B = 300-500$ м) составляет 20—30 мин и слабо зависит от интенсивности подъема уровней воды в русле. Для широких пойм, например пойм р. Оби или р. Волги, процесс затопления более длителен и должен учитываться при стандартных гидрологических наблюдениях. Предлагаемая методика расчета позволяет также оценить скорости течения в прорвах прируслового вала или в прорвах центральной поймы, что может быть важно при проектировании на пойме различных сооружений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барышников Н. Б. Морфология, гидрология и гидравлика пойм. — Л.: Гидрометеиздат, 1984. — 280 с.
2. Попов И. В., Кочаненкова Н. П. О морфологических особенностях речных пойм. — Труды ГГИ, 1972, вып. 190, с. 19—36.
3. Рекомендации по учету руслового процесса при проектировании ЛЭП. — Л.: Гидрометеиздат, 1973. — 180 с.

Д. А. РОМАНЕНКОВ (РГГМУ)

ПРОГНОСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЛИВОВ В ТУГУРСКОМ ЗАЛИВЕ ОХОТСКОГО МОРЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИВОЛИНЕЙНОЙ СЕТКИ

Одной из задач моделирования приливного режима в реальных заливах является прогностическая оценка трансформации колебаний уровня и течений в случае строительства приливных электростанций (ПЭС). В качестве первого приближения такого прогноза рассматривается трансформация, вызванная сооружением сплошной плотины в проектном створе. Оказывается целесообразным использовать криволинейные сетки с переменным шагом при численном интегрировании уравнений мелкой воды, что позволяет не только уменьшить ошибки, связанные с грубой аппроксимацией границ расчетной области, но и детализировать значения расчетных характеристик уровня и течений в тех районах, где это необходимо.

Система нелинейных уравнений мелкой воды в обобщенных криволинейных координатах ξ и η в ковариантной метрике для составляющих потока p и q и уровня ζ имеет вид [1, 3]:

$$p_t + gHJ^{-1}(g_{22}\zeta_\xi - g_{12}\zeta_\eta) = \Psi_1; \quad (1)$$

$$q_t + gHJ^{-1}(g_{11}\zeta_\eta - g_{12}\zeta_\xi) = \Psi_2; \quad (2)$$

$$\zeta_t + J^{-1}p_\xi + J^{-1}q_\eta = 0, \quad (3)$$

где g — ускорение свободного падения; H — полная глубина ($H = h + \zeta$); $p = JHU$; $q = JHV$; U и V — контрвариантные составляющие скорости; $U = u\xi_x + v\xi_y$; $V = u\eta_x + v\eta_y$; u и v — декартовы составляющие осредненной по вертикали скорости; J — якобиан преобразования декартовых координат x и y в криволинейные координаты ξ и η ; g_{11} , g_{12} и g_{22} — компоненты метрического тензора; $\Psi = (\Psi_1, \Psi_2)$ — вектор правой части, состоящий из сил адвекции, Кориолиса и напряжения трения о дно, вид которых в криволинейных координатах описан в [1].

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$p, q \text{ и } \zeta = 0 \text{ при } t = 0; \quad (4)$$

$$V \cdot n = 0 \text{ на твердом контуре}; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \zeta - i \cdot V \cdot n / (H/g)^{1/2} = \sum Z_j \cos(\sigma_j t - \varphi_j) + \\ + i \cdot (H/g)^{1/2} \sum V_j \cdot n \cdot \cos(\sigma_j t - \gamma_j) \text{ на жидком контуре}, \end{aligned} \quad (6)$$

где V — вектор скорости; n — вектор нормали; $i=0$ или 1 (условие излучения), суммирование производится по числу гармоник с частотами σ_j ; Z_j , V_j , φ_j и γ_j — амплитуды и фазы уровня и скорости течения.

Расчет по уравнениям (1) — (3) требует предварительного построения криволинейной сетки, для чего используется алгоритм численного интегрирования уравнений Пуассона методом последовательной релаксации [1, 3]. Была построена криволинейная сетка, отвечающая конфигурации части Тугурского залива Охотского моря. Створ проектируемой ПЭС в заливе располагается между пунктами наблюдений B и E . Для численного решения задачи (1) — (6) используется полунявный метод переменных направлений на разнесенной для p , q и ξ сетке второго порядка по пространственному шагу и первого порядка по временному шагу. Алгоритм вычислительной схемы и методика применения условия излучения для криволинейных координат изложены в [3].

Приливные движения в Тугурском заливе полностью обуславливаются входящей в него волной. Данные наблюдений, полученные в результате экспедиционных работ 1988—1989 гг. ЛЕНГИДРОПРОЕКТА, показывают, что при правильном полусуточном характере прилива с преобладанием волн M_2 и S_2 доля суточной гармоники K_1 существенна (табл. 1), поэтому для достаточно точного воспроизведения суммарного режима было решено учитывать не менее 10 гармонических составляющих. Использование численного моделирования для описания существующего прилива в Тугурском заливе предпринималось в ряде работ (например, в [5] — 4 гармоники, прямоугольная сетка; в [4] — 8 гармоник, криволинейная сетка), а также автором в рамках хозяйственной темы (8 гармоник, прямоугольная сетка). Наличие этих работ делает Тугурский залив удобным объектом для изучения прогностической трансформации и отработки ряда методических

Таблица 1

Амплитуды на жидкой границе, отклонения расчетных амплитуд и фаз от наблюдаемых в Тугурском заливе

Характеристика	Гармонические составляющие									
	M_2	S_2	N_2	K_2	f_2	μ_2	K_1	O_1	P_1	Q_1
Амплитуда, усл. ед.	100	29	18	8	10	5	25	21	8	4
Отклонение амплитуд, %										
Пункт C	+2	-8	+10	-9	-4	+9	+10	+6	+9	-10
Пункт D	-5	-9	-2	+10	-	-	+7	-3	+4	+12
Отклонение фаз, ...°										
Пункт C	+3	+3	+2	-1	+6	-10	-5	-1	+4	-4
Пункт D	+1	+6	+9	+8	-	-	-3	-8	+2	-9

вопросов. Результаты предыдущих исследований показали, что основную роль в трансформации приливной волны играют особенности морфометрии бассейна, придонное трение и отклоняющая сила вращения Земли (параметр Кориолиса при расчетах определялся для средней широты акватории $54^{\circ}30'$ с. ш.). Роль нелинейных адвективных ускорений и осушки в вершине залива подлежит исследованию.

Вклад вторичных составляющих в колебания уровня исследуемого мелководного залива может быть оценен путем сопоставления ежечасных наблюдаемых и предвычисленных высот уровня по двум вариантам: в первом расчет проделан для 10 суточных и полусуточных гармоник ($M_2, S_2, N_2, K_2, K_1, O_1, P_1, Q_1, l_2, \mu_2$), а во втором — для 16 (включая 6 мелководных составляющих — $M_4, M_6, MS_4, MN_4, 2SM_2, 2MS_6$, амплитуды которых более 5 см). При сравнении с данными наблюдений значения экстремумов в первом варианте оказываются заниженными (до 40 см для малых вод и до 30 см для полных вод). Имеются расхождения и во времени наступления экстремумов (до 15 мин). Высоты малых вод, предвычисленных по второму варианту, практически совпадают с данными наблюдений, а высоты полных вод выше наблюдаемых на 10—15 см.

В вершине Тугурского залива имеется значительная область осушки, площадь которой, по картометрическим данным, составляет 12 % от всей модельной области. Условие осушки имитировалось временным исключением вычислительной ячейки из расчета при достижении в ней полной глубины, равной 10 см. Используемая в подобных моделях параметризация силы придонного трения в форме закона, квадратичного по скорости и обратно пропорционального по полной глубине, приводит к сильному искажению расчетного приливного потока при приближении полной глубины к нулю. По рекомендациям Рамминга [6], в данных расчетах принят модифицированный вид закона трения:

$$F_{\text{тр}} = -rV|V|(H + a \exp(-H/b))/(H + c)^2, \quad (7)$$

где $a, b, c = 1$ м; r — коэффициент трения.

В обоих вариантах (моделирование природного и прогностического прилива) расчеты велись при задании на жидкой границе 10 гармонических составляющих с условием излучения и алгоритмом осушки. Выход численного решения на стационарный режим происходил в течение двух расчетных суток. Для дальнейшего анализа использовались результаты расчетов на период общей продолжительностью 30 суток для условий августа 1988 г. Временные ряды уровня и составляющих течения в 450 расчетных точках подвергались гармоническому анализу методом наименьших квадратов с выделением амплитуд и фаз основных и вторичных составляющих. Критерием корректности модели служит сохранение в течение расчета стационарности колебательного режима энергетических характеристик (суммарной по бассейну

потенциальной энергии E_p , кинетической энергии E_k и общего энергосодержания $E = E_p + E_k$:

$$E_p = 1/2 \iint_S \rho g \zeta^2 dS; \quad (8)$$

$$E_k = 1/2 \iint_S \rho (h + \zeta) |\mathbf{V}|^2 dS, \quad (9)$$

где ρ — плотность воды, S — площадь поверхности бассейна. Кроме того, при энергетическом равновесии рассматриваемого процесса должно выполняться равенство чистого волнового потока приливной энергии через жидкую границу A_W и средней скорости диссипации энергии донным трением A_R :

$$A_W = 1/T \int_0^T \iint_S \rho g \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} (h + \zeta) \zeta dl dt; \quad (10)$$

$$A_R = 1/T \int_0^T \iint_S \mathbf{F}_{тр} \cdot \mathbf{V} H dS dt, \quad (11)$$

где l — протяженность жидкой границы; T — приливной период (период осреднения), $\mathbf{F}_{тр}$ определяется выражением (7).

Следует иметь в виду, что для модельных областей небольших размеров, расположенных вблизи зоны пучности смешанной приливной волны, A_W мала по величине. Поскольку A_W зависит от косинуса разности фаз между колебаниями уровня и скорости течения, которая близка к 90° , то относительная ошибка в ее определении может быть достаточно высокой. В этом случае уменьшением временного шага можно сократить эту ошибку (соответственно улучшается точность расчета), однако при этом значительно возрастают затраты времени на вычисления. Таким образом, при условии стационарности режима колебаний энергосодержания модель может считаться корректной, если достигается необходимая точность вычисляемых характеристик. При выборе в качестве такой величины 5%-ной ошибки для скорости течения шаг по времени составлял без дамбы («в природных условиях») 300 с (600 с без учета адвекции) и при наличии дамбы 150 с (соответственно 300 с по неполной модели).

Предварительная тарировка модели путем сравнения результатов расчета с данными наблюдений в различных пунктах определила оптимальное значение коэффициента придонного трения r , которое было принятым 0,003. В табл. 1 приводятся результаты сравнения наблюдаемых и расчетных значений амплитуд и фаз составляющих гармоник прилива. Дополнительный расчет без учета нелинейных адвективных ускорений показывает, что точность определения амплитуд и фаз основных гармоник для уровня изменяется крайне незначительно (не более 0,5 % для амплитуд и 2° для фаз). Несколько более чувствительны к адвективным эффектам характеристики течений основных гармоник. Наи-

более заметно проявляется влияние адвективных эффектов на амплитудах и фазах вторичных составляющих для уровня и течения (табл. 2). Скорости наибольших мелководных составляющих M_4 и MS_4 сопоставимы со скоростями большинства основных гармоник. Полученные результаты позволяют сделать вывод о необходимости учета адвективных ускорений при воспроизведении суммарного прилива в Тугурском заливе, особенно при изучении режима течений.

Значительный интерес представляет картина трансформации приливного режима бассейна в случае перекрытия узкой части бассейна дамбой, что предусматривается проектом создания здесь ПЭС. В этом случае отсекаемая мелководная часть залива исключается из расчета, в створе дамбы задается условие непротекания, а на жидкой границе — условие излучения. Перекрытие створа ПЭС приводит к возникновению зоны пучности отраженной волны вблизи плотины, характер колебаний на жидкой границе изменяется в сторону увеличения стоячей доли вследствие как приближения линии отражения входящей волны, так и уменьшения диссипативных потерь. При сравнении характеристик природных и трансформированных колебаний в пункте В, где трансформационные эффекты максимальны, можно отметить, что

Таблица 2

Сравнение составляющих прилива
при расчете по полной нелинейной модели (вариант 1)
и без учета адвективных ускорений (вариант 2)

Характеристика	Вариант 1					Вариант 2				
	M_2	S_2	K_1	M_4	MS_4	M_2	S_2	K_1	M_4	MS_4
Пункт В										
Уровень										
амплитуда, см	248	73	61	14 (10)	10 (10)	248	74	62	6	4
фаза, ...°	208	283	133	49 (46)	140 (132)	208	283	131	52	145
Максимальное течение										
скорость, см/с	179	53	20	18	11	175	52	19	12	6
фаза, ...°	121	19	223	88	179	120	194	222	98	198
направление, ...°	5	5	0	-10	-10	6	5	6	5	7
Пункт D										
Уровень										
амплитуда, см	285	82	65	27	20	286	82	63	21	16
фаза, ...°	217	293	137	16	106	216	291	138	19	116
Максимальное течение										
скорость, см/с	53	11	6	19	15	52	14	4	13	10
фаза, ...°	327	216	288	80	180	328	209	260	83	184
направление, ...°	-17	-13	-29	-34	-37	-15	-14	-11	-39	-38

Примечание. В скобках указаны наблюдаемые значения.

амплитуды основных гармонических составляющих для уровня испытывают увеличение, причем средний коэффициент усиления для суточных гармоник составляет 1,1 (кроме Q_1 , амплитуда которой не изменяется), а для полусуточных гармоник близок к 1,19. Фазы полусуточных гармоник уменьшаются приблизительно на 30° (1 лунный час), а суточных — на 17° (1,1 солнечного часа). Максимальную скорость течения имеет гармоника M_2 (65 см/с), а скорости для вторичных гармоник не превышают 3 см/с. Таким образом, роль нелинейных эффектов в приливных движениях при наличии дамбы резко ослабевает вследствие исключения из расчета мелководной области и уменьшения пространственной изменчивости поля течений. Влияние дамбы на суммарные колебания уровня проявляется в увеличении высот полных вод и уменьшении высот малых вод, а наступление экстремумов происходит раньше. Характеристики трансформации колебаний уровня перед дамбой сведены в табл. 3. Максимальные скорости приливных течений в природных условиях наблюдаются вблизи створа дамбы и достигают в сизигию 2,7 м/с, а при наличии плотины имеют место в восточной части жидкой границы и не превышают 1,1 м/с. В квадратуру интенсивность течений падает в 1,5 раза.

Особый интерес при изучении трансформации приливного режима вызывают средние (остаточные) эйлеровы характеристики течений, которые играют значительную роль в схеме транспорта взвешенного материала в бассейне. Для представления этих характеристик использовалась эйлерова остаточная скорость переноса V_E , которая находилась после осреднения по всему промежутку расчета полного потока в данной точке [2]:

$$V_E = \langle V(h + \zeta) \rangle / h.$$

Отмеченная выше роль нелинейных эффектов при воспроизведении суммарного прилива объясняет значительную интенсивность остаточной приливной циркуляции (ОПЦ) в Тугурском заливе. Расчеты по полной нелинейной модели показывают, что значения скорости остаточных течений в природных условиях достигают 13 см/с и наблюдаются вблизи пункта В, где наиболее сильны как сами приливные течения, так и их пространственные градиен-

Таблица 3

Изменения характеристик суммарного прилива перед дамбой

Астрономические условия	Величина прилива				Время наступления полных и малых вод, ч
	большая		малая		
	см	%	см	%	
Сизигия	120	16	90	17	—1,1
Квадратура	95	19	65	20	—1,0

ты. Установка плотины приводит к значительному ослаблению остаточного переноса, а его скорость в этом случае не превышает 2 см/с.

Рассмотрим изменение энергетических характеристик Тугурского залива под воздействием дамбы. Общее энергосодержание модельной области падает в этом случае в три раза как за счет уменьшения расчетной площади, так и из-за повсеместного ослабления интенсивности течений. Удобно сравнивать не сами величины E_p , E_k и E , определяемые по формулам (8)—(10), а их отношения к площади расчетной области, т. е. средние плотности энергии ($\overline{e_p}$, $\overline{e_k}$ и $\overline{e}$). В табл. 4 представлены постоянные части $\overline{e_p}$, $\overline{e_k}$ и $\overline{e}$, т. е. их средние значения в течение приливного цикла, а также их амплитудные значения $\widetilde{e_p}$, $\widetilde{e_k}$ и $\widetilde{e}$ (последние можно корректно определить только для гармонических составляющих). Как видно из табл. 4, несмотря на десятикратное падение плотности кинетической энергии, суммарная плотность $\overline{e} = \overline{e_p} + \overline{e_k}$ в случае перекрытия вершины залива дамбой возрастает. Это объясняется увеличением запаса потенциальной энергии вследствие возрастания величины прилива и является фактором, благоприятствующим отбору энергии напорными ПЭС.

Таблица 4

Энергетические характеристики приливных движений в Тугурском заливе

Составляющие энергетического баланса	В природных условиях		При наличии дамбы	
	Гармоника M_2	Суммарный прилив	Гармоника M_2	Суммарный прилив
$A_W \cdot 10^4$ Вт	179	208	104	162
$A_R \cdot 10^4$ Вт	169	209	113	176
$(A_W - A_R)/A_R \cdot 100$ %	5,8	-0,5	-8	-8
$\overline{e_p}$ Дж	14	20	17	22
$\widetilde{e_p}$ Дж	13	—	16	—
$\overline{e_k}$ Дж	3	3	0,3	0,3
$\widetilde{e_k}$ Дж	2	—	0,2	—
$\overline{e}$ Дж	17	23	17	22
$\widetilde{e}$ Дж	14	—	18	—

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольцингер Н. Е., Клеванный К. А., Пелиновский Е. Н. Длинноволновая динамика прибрежной зоны. — Л.: Гидрометеиздат, 1989.
2. Герман В. Х., Левиков С. П. Вероятностный анализ и моделирование колебаний уровня моря. — Л.: Гидрометеиздат, 1988. — 220 с.

3. Романенков Д. А. Использование криволинейных сеток в приливных моделях для заливов Охотского моря. — В кн.: Тезисы докладов итоговой сессии ученого совета РГГМИ, СПб, 1994, с. 13—14.
4. Сеин Д. В. Численное моделирование гидро- и литодинамических процессов приливного бассейна. Автореф. дисс. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. — СПб, 1992. — 20 с.
5. Цветинский А. С. Расчет приливов в Тугурском заливе Охотского моря по двумерной гидродинамической модели. — Труды ГОИН, 1991, вып. 197, с. 138—148.
6. Ramming H.-G., Kowalic Z. Numerical modelling of marine hydrodynamics. — Elsevier, 1980. — 230 с.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>В. В. Коваленко.</i> Задача об оптимальном управлении водным режимом реки Сырдарья	3
<i>В. В. Коваленко, В. А. Хаустов.</i> Опыт ретроспективной оценки гидрологического режима Русской равнины	10
<i>А. С. Субботин.</i> Оценка технико-экономических показателей различных гидрологических расходомеров	19
<i>С. Д. Винников.</i> Расчет стационарного клина соленых вод устьевой зоны реки при ледяном покрове	22
<i>С. В. Шаночкин.</i> Долгосрочный прогноз ледового режима Ладожского озера	27
<i>С. В. Шаночкин.</i> Применение распознающих систем в гидропрогнозах	35
<i>Г. Н. Угренинов.</i> Система оперативного контроля неперiodических возмущений гидроэкологического состояния городских акваторий Санкт-Петербурга	41
<i>А. А. Левашов, И. А. Левашова.</i> Условия и прогнозирование развития некоторых гидрологических явлений	44
<i>А. В. Лубяной.</i> Краткосрочный прогноз стока с бассейна реки Луги с использованием математической модели гидрологических процессов	48
<i>С. А. Зажимаров.</i> Сравнительный анализ и область применения упрощенных методов расчета неустановившегося движения речных потоков	58
<i>С. А. Зажимаров.</i> Применение одномерных сплайнов для определения русловых емкостей	67
<i>А. В. Лубяной, В. Л. Старостин.</i> Обоснование размерности модели формирования стока на примере рек Северо-Запада России	75
<i>И. А. Левашова.</i> Гидравлические сопротивления речных русел	79
<i>Ф. М. Вакс.</i> Моделирование гидравлического режима болота Ламин-Суо	84
<i>В. А. Кузьмин.</i> Краткосрочное прогнозирование уровней воды Чебоксарского водохранилища	89
<i>Д. А. Подрядов.</i> К методике краткосрочного прогноза талого стока на основе стохастической модели снеготаяния	96
<i>Д. И. Исаев, П. Ю. Федотов.</i> Расчеты затопления и опорожнения пойменных массивов	101
<i>Д. А. Романенков.</i> Прогностическое моделирование приливов в Тургском заливе Охотского моря с использованием криволинейной сетки	104

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗЫ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Сборник научных трудов, вып. 120

Редактор О. Д. Рейнгерверц

ЛР № 020309 от 30.12.96.

Сдано в набор 06.03.97. Подписано к печати 07.05.99.

Формат 60×90¹/₁₆. Бумага тип. № 2. Лит. гарн. Печать высокая.

Объем 7,0 п. л.; 8,4 уч.-изд. л. Тираж 120 экз. Заказ 304.

РГГМУ, 195196, С.-Петербург, Малоохтинский пр., 98.

Типография ВУС

