

И. И. ЛЕВИ

Профессор, доктор технических наук

ДИНАМИКА РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО

ЛЕНИНГРАД

1948

МОСКВА

Книга посвящена вопросам проектирования гидравлического режима водотоков и исследования процессов деформации их русел под воздействием гидротехнических сооружений. Рассматриваются вопросы гидравлического расчета естественных водотоков в условиях неравномерного и неустановившегося режима, излагается теория движения наносов и деформации русел и освещаются вопросы исследования зимнего режима водотоков и их гидравлического расчета при наличии ледяного покрова.

Книга предназначена для инженеров-гидротехников и студентов гидротехнических факультетов высших технических учебных заведений.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга посвящена вопросам проектирования деформированного профиля водных потоков под влиянием подпора от гидротехнических сооружений. В первой части рассматриваются вопросы гидравлических расчетов речных водотоков; в главе о неустановившемся режиме изложены метод проф. Рахманова и „метод характеристик“ акад. Христиановича. Изложен также метод Бернадского — построения плана течения речного потока, имеющий большое значение при исследовании местных деформаций (стеснение русла перемычками, выправительными сооружениями и т. п.).

Во второй части рассматриваются вопросы динамики русловых процессов. Помимо общих сведений о формировании русел и изложения новых зависимостей для распределения скоростей на криволинейном участке, в ней излагается методика расчета деформированного профиля водотока под воздействием подпора от гидротехнического сооружения. Рассмотрены следующие задачи: заиливание подпертого бьефа; размыв дна и понижение уровня нижнего бьефа гидроузла; занесение подпертого бьефа наносными наносами; изменение уклона водотока на участке деривации; деформации глубинного переката; деформации участка реки при плановом стеснении ее сооружениями. В специальных главах излагаются вопросы определения транспортирующей способности потока на основе современных работ в области теории наносов и турбулентности — как теоретических, так и экспериментальных.

Вторая часть изложена в основном по работам автора; дано много примеров расчета.

Третья часть книги охватывает вопросы зимнего режима водотоков. Здесь изложены вначале общие сведения о зимнем режиме естественных водотоков, а затем рассмотрены вопросы проектирования ледового режима подпертых бьефов речных гидроузлов на основе работ Гирилловича и вопросы гидравлического расчета водотоков под ледяным покровом; при этом даны новые способы расчетов распределения скоростей в потоке при наличии ледяного покрова. Наконец освещены вопросы шугообразования и шуготранзита. При изложении вопросов

Предисловие

зимнего режима автор основывался на работах советских ученых Альтберга, Белоконя и Маккавеева, на труде Барнеса „Ледотехника“ и на работе ВНИИГ „Проект технических условий гидротермических расчетов“, 1938 г. В книге делается попытка обобщения того значительного опыта, который накоплен за последние десятилетия в СССР в области речной гидравлики и динамики русловых потоков; достигнутые в СССР в этой области гидротехники успехи дают нам право считать, что динамика речных потоков вполне оформилась в самостоятельную научную дисциплину.

Автор считал поэтому своевременным выпуск в свет руководства, в котором с возможной полнотой были бы изложены разработанные советскими учеными методы расчета формирования русел водных потоков под влиянием подпора, создаваемого гидротехническими сооружениями; в этом отношении книга должна существенно дополнить курс проф. М. А. Великанова, посвященный преимущественно разработанным в СССР гидромеханическим проблемам динамики русловых потоков.

Автор выражает глубокую признательность доценту В. С. Кнорозу, взявшему на себя труд просмотреть рукопись.

Поскольку настоящая книга представляет собой первый опыт систематизированного освещения вопросов, относящихся к динамике русловых потоков, она не может быть лишена тех или иных недостатков. Автор обращается поэтому к читателям с просьбой сообщать свои замечания в Издательство (Ленинград, Невский, 28, Госэнергоиздат) или непосредственно автору (Ленинград „21“, Политехнический институт имени М. И. Калинина, проф. И. И. Леви).

Автор

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Введение.

§ 1. Динамика русловых потоков как научная дисциплина . . .	7
---	---

Часть I. Гидравлика речных потоков

Глава I. Гидравлический режим речных потоков.

§ 2. Режим паводков	16
§ 3. Схематизация русла рассматриваемых бьефов и его гидравлические характеристики	25
§ 4. Медленно-изменяющееся установившееся движение жидкости в естественных водотоках	29
§ 5. Неустановившееся движение жидкости в естественных водотоках. Способ проф. Рахманова	37
§ 6. Метод характеристик	42

Глава II. Построение плана течений речного потока

§ 7. Построение плана течений	56
---	----

Часть II. Динамика русловых процессов

Глава III. Работа рек и формирование русел.

§ 8. Речные наносы. Классификация рек	65
§ 9. Формирование русел равнинных рек. Продольный уклон рек	70
§ 10. Распределение скоростей и поперечный уклон	73
§ 11. Горные реки	79

Глава IV. Основы теории движения донных наносов.

§ 12. Общие представления о механизме взвешивания и влечения наносов	81
§ 13. Силовое воздействие потока на твердые частицы, расположенные на дне. Размывающая скорость потока	85
§ 14. Скорость перемещения и расход донных наносов, влекаемых потоком	92
§ 15. Экспериментальные исследования расхода донных наносов	96

Глава V. Основы теории движения взвешенных наносов.

§ 16. Уравнение баланса наносов. Распределение наносов по глубине потока	105
§ 17. Уравнение движения потока, насыщенного наносами	112
§ 18. Критические скорости потока	117
§ 19. Гидравлическая крупность твердых частиц	123

Глава VI. Общее исследование деформации русел.

§ 20. Уравнение деформации русла	130
§ 21. Деформации глубинного переката	134
§ 22. Медленно-изменяющееся движение жидкости в размываемых руслах с произвольным продольным профилем дна	139
§ 23. Интегрирование уравнения деформации размываемого русла; основной метод расчета	143
§ 24. Расчетные зависимости функций $\Phi_2(z, y)$ и $J_0(s, z)$	149

Глава VII. Проектирование деформированного профиля водотока

§ 25. Заиление подпертого бьефа взвешенными наносами	156
§ 26. Размыв дна нижнего бьефа	161
§ 27. Расчет размыва дна в нижнем бьефе гидроузла	164
§ 28. Занесение верхнего бьефа речного гидроузла наносами	170
§ 29. Расчет времени занесения подпертого бьефа в общем случае	177
§ 30. Изменение продольного профиля русла на участке депривации	182
§ 31. Определение деформаций участка реки, стесненного перемычками	185

Часть III. Зимний режим рек

Глава VIII. Зимний режим естественных водотоков.

§ 32. Общая характеристика видов льда и ледовых явлений	188
---	-----

Глава IX. Проектирование ледового режима водотоков и водоемов

§ 33. Ледовый режим подпертых бьефов	193
§ 34. Ледовый режим в нижнем бьефе гидросооружений	200
§ 35. Определение толщины ледяного покрова	204

Глава X. Гидравлика потока под ледяным покровом.

§ 36. Гидравлический расчет водотоков при наличии ледяного покрова	207
§ 37. Шероховатость ледяного покрова	213
§ 38. Построение кривых свободной поверхности при наличии ледяного покрова	218
§ 39. Определение расхода шуги	220

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Динамика русловых потоков как научная дисциплина

Развитие гидроэнергетического строительства на реках с деформируемым ложем все чаще заставляет обращаться к исследованию вопроса о форме русла, которая установится после создания подпора строящимися гидротехническими сооружениями. Изменения, которые происходят в формировании русла под влиянием этих сооружений, обнаруживаются весьма быстро. В верхнем бьефе происходит заиление, вызывающее существенный подъем дна, образование новых перекатов и отмелей, рост существующих перекатов и, как следствие этого, распространение подпора на длину, значительно превышающую первоначальную. В нижнем бьефе, наоборот, наблюдается размыв дна и понижение уровня свободной поверхности; размываемый потоком грунт ложа реки откладывается в нижележащих участках и образует отмели и косы. Эти процессы существенным образом влияют на судоходные условия рек, во многом ухудшая их. В первую очередь это относится к участкам выклинивания подпора в верхних бьефах рек, где вследствие задержки донных наносов образуются отмели и растут перекаты; для поддержания реки в судоходном состоянии требуется производить землечерпательные работы, размеры которых в значительной степени зависят от общего подъема дна и уровня свободной поверхности реки.

Нельзя забывать, что повышение подпора вызывает дополнительное увеличение зеркала свободной поверхности, что также влечет за собой общее обмеление реки. Самый процесс подъема дна происходит довольно медленно; первоначально откладываются преимущественно взвешенные наносы, постепенно заполняющие образующуюся при подпоре чашу; уклон поверхности этих отложений оказывается сравнительно небольшим, в соответствии с незначительными размерами взвешенных частиц (рис. 1).

В то же время в месте выклинивания подпора нарастают отложения, состоящие из более крупных донных наносов,

движущихся в виде гряды, постепенно возрастающей по мере продвижения ее вниз к сооружению. Уклон отложений из донных наносов значительно больше, чем из взвешенных, в силу чего и образующееся новое русло будет создавать существенно больший подпор. Таким образом, возникают новое русло и новое положение уровня свободной поверхности, отличные от первоначально образующихся под влиянием подпора за счет отложения взвешенных наносов. Это новое русло отражает все особенности гидрологических условий того ряда лет, в течение которых происходит процесс подъема ложа реки. Изменчивость из года в год речных гидрографов, неоднородность состава

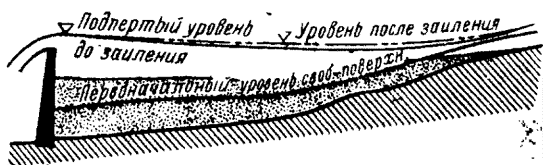


Рис. 1. Заиливание подпертого бьефа.

наносов, неустановившийся характер движения речного потока, сложность топографии русла — все эти обстоятельства влекут за собой неравномерность подъема дна из года в год и по длине русла (рис. 2). Учесть эту неравномерность весьма трудно, однако всегда можно представить себе общую картину подъема дна во времени, исходя из заданных гидрологических условий и топографии речного русла, которые преимущественно определяют собой аккумуляцию отложений и изменение величины удельных расходов реки.

Прогноз подъема дна русла в подпертом бьефе реки и установление в связи с этим изменения уровня свободной поверхности и составляет одну из основных задач динамики русловых потоков. Эта задача в равной мере существенна как для судоходных, так и для горных рек. В первом случае необходимо проанализировать состояние русла и в особенности фарватера реки в процессе заиливания; и хотя этот процесс протекает весьма медленно, а общее количество транспортируемых равнинными реками наносов сравнительно невелико, тем не менее затруднения в судоходстве начинают ощущаться довольно быстро. Во втором случае отпадают вопросы, связанные с судоходством, но возникают значительные осложнения в работе гидростанций, вызванные подъемом дна и продвижением к плотине гряды

отложений из крупных донных наносов. Правильное установление мероприятий по борьбе с вредными для гидростанций фракциями наносов невозможно без установления общих условий продвижения их в подпертом бьефе: высоты отложений и количества движущихся наносов в зависимости от хода паводка. Здесь следует отметить, что в эксплуатации гидросооружений могут возникнуть трудности как при больших, так и при малых паводках; так как последние наблюдаются весьма часто, то

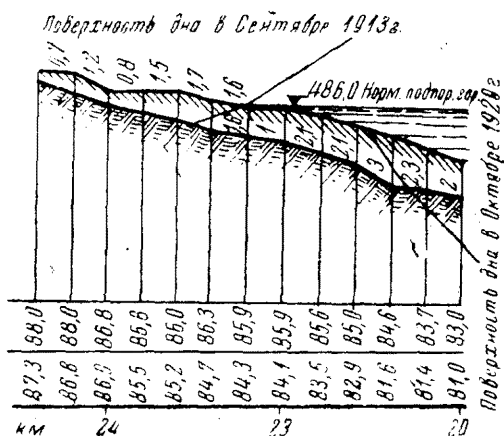


Рис. 2. Пример поднятия дна перед плотиной.

расчет надо вести не только на экстремные случаи (максимальные паводки), но также на паводки, наблюдающиеся ежегодно; только в этом случае работа сооружений с точки зрения борьбы с наносами будет запроектирована правильно.*

В нижних бьефах речных гидроузлов наблюдается размыв русла на значительном протяжении и понижение в связи с этим уровня свободной поверхности. Этот процесс не является перманентным: он продолжается до тех пор, пока взвешенные и донные наносы откладываются в верхнем бьефе гидроузла. Как только, однако, наносы начинают проходить через створ гидроузла в нижний бьеф реки, размыв русла прекращается и возникает обратный процесс заполнения образовавшейся

* Доклад проф. В. С. Баумгарта в Ученом Совете ВНИИГ в 1945 г.

впадины и постепенного восстановления продольного профиля реки (рис. 3).

Размыв русла является следствием нарушения того устойчивого режима, который установился на реке в результате ее длительного существования; уменьшение поступления взвешенных и донных наносов с вышележащих участков реки равнозначно нарушению взаимосвязи между транспортирующей способностью потока и количеством проносимых потоком наносов.

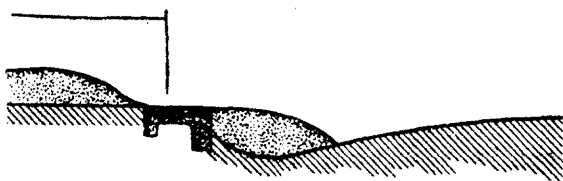


Рис. 3. Размыв дна и последующее занесение нижнего бьефа.

В силу этого поток начинает размывать русло, стремясь восстановить устойчивое состояние, которое должно соответствовать изменившимся условиям.

Наряду с этим, существенное влияние на общее состояние русла оказывает и тот значительный местный размыв дна, кото-



Рис. 4. Различные стадии размыва дна нижнего бьефа (продольный профиль).

рый возникает непосредственно за плотиной вследствие избытка кинетической энергии за пределами водобойной части сооружения. Глубокая яма, образующаяся здесь, определяет собой общий характер размыва русла в нижнем бьефе реки, имеющего наибольшую интенсивность у плотины; таким образом, возникает тот обратный уклон русла, который характерен для большинства нижних бьефов речных гидроузлов. Образующийся непосредственно за плотиной интенсивный размыв русла рас-

пространяется вначале на небольшую длину и, так как поток не в состоянии транспортировать во взвешенном состоянии всего того количества твердых частиц, которое вымывается на этом участке, то несколько ниже образуется отмель, достигающая значительных размеров как в профиле (рис. 4), так и в плане (рис. 4а). По мере заглубления ямы размыв русла за плотиной ослабевает, отмель начинает смываться и постепенно

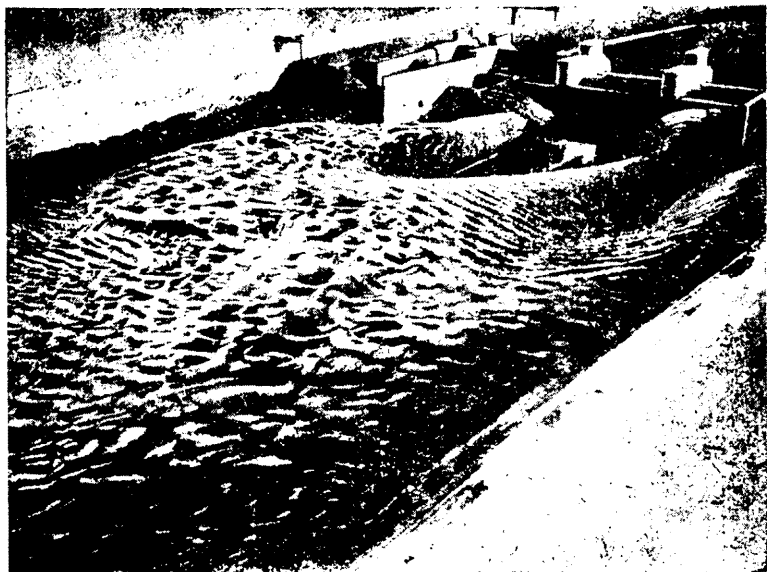


Рис. 4а. Размыв дна нижнего бьефа (план).

рассасывается. Однако образовавшийся обратный уклон русла сохраняется, причем размыв начинает распространяться в длину; уменьшение скоростей, сопутствующее этому явлению, влечет за собой общее понижение уровня свободной поверхности потока, которое известно под названием „рецессии“ уровня.

Исследование этого процесса имеет большое значение для правильного проектирования мероприятий по защите нижнего бьефа гидроузла от подмыва; особенно существенно изменяется кривая зависимости расходов и горизонтов в створе гидроузла. Длительность этого процесса зависит от длительности заиливания верхнего бьефа, следовательно, в первую очередь от величины

подпора, создаваемого речным гидроузлом. Наиболее резко это явление наблюдается на горных и предгорных участках рек, где понижение уровня очень быстро достигает 1—2 м, примером чему может служить Первомайская плотина на р. Зеравшан. Процесс занесения русла наблюдался здесь, несмотря на незначительный подпор уровня (2—2,5 м), в течение 13 лет, но уже к началу 8 года наносы стали интенсивно проходить через створ плотины в нижний бьеф; образовавшееся здесь первоначально общее заглубление русла, достигшее у плотины 4—5 м и вызвавшее понижение уровня более чем на 1,5 м, постепенно ликвидировалось и уже к концу тринадцатого года рисберма, которой было придано известное заглубление, была погребена под движущимися наносами (рис. 5).

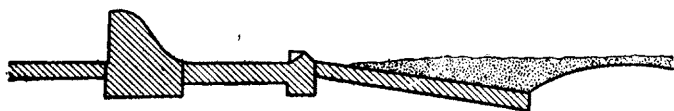


Рис. 5. Занесение рисбермы Первомайской плотины.

Изложенная общая картина процессов заиления и размыва русла сопровождается, как уже указано, изменениями в уровне свободной поверхности и гидравлическом режиме реки на участках расположения сооружений. Установление связи между русловыми процессами и гидравлическим режимом водных потоков и установление в связи с этим картины деформаций русла и изменения уровня свободной поверхности и составляет основную задачу динамики русловых потоков. Вследствие этого одним из первых вопросов, возникающих при проектировании деформированного под влиянием гидротехнических сооружений продольного профиля водотока, является вопрос о его гидравлическом расчете.

Процессы деформации русла, описанные выше, протекают весьма медленно; поэтому мы вправе охарактеризовать режим водотоков в процессе деформации русла как медленно-изменяющийся неустановившийся режим движения. Наряду с этим, разумеется, возможны и быстрые изменения режима водотоков при резко возрастающих или, наоборот, убывающих паводках; изучение этих явлений особенно существенно при суточном регулировании гидроэлектрических станций.

В соответствии с изложенным мы будем рассматривать динамику русловых потоков, состоящей из двух частей: I) гидрав-

лический режим водотоков и II) динамика русловых процессов.

К этим основным частям курса приходится присоединить еще третью часть — динамику русловых потоков при зимнем их режиме. Особенности последнего: наличие ледяного покрова, интенсивность нарастания последнего, возникновение шуги, появление в нижних бьефах гидроузлов полыньи и других явлений, характерных для зимних условий, — требуют самостоятельного рассмотрения зимнего режима водотока с тем, чтобы иметь возможность давать прогноз его после возведения гидротехнических сооружений.

Зимний режим водотоков во многих случаях влечет за собой значительные затруднения в эксплуатации гидроэлектрических станций; в особенности это относится ко всем случаям появления шуги, движение которой в больших массах может привести к забивке входных решеток гидростанций или их водоприемников. Появление полыньи в нижнем бьефе гидроузла, могущей явиться мощным источником образования шуги (что крайне опасно для нижележащих гидростанций), или образование больших масс шуги в верхнем бьефе гидроузла при недостаточном объеме подпертого бьефа для ее аккумуляции; плохие условия для транспортирования шуги в деривационном канале гидростанции, недостаток воды для сброса поступающих из верхнего бьефа шуговых масс, — таковы осложнения, которые сплошь и рядом возникают при зимней работе гидростанций. Для назначения правильного режима эксплуатации гидростанций в этих условиях, одинаково возможных как в северных, так и в южных широтах, необходимо иметь достаточное представление о размерах шугообразования, что в известной мере в настоящее время достижимо. Наряду с этим большой интерес для будущей эксплуатации сооружений и в частности для судоходства представляет установление времени наступления ледостава и ледохода и длительности последнего. Опыт показывает, что во многих случаях ледоход может быть задержан в верхнем бьефе гидростанции, чем значительно облегчается режим эксплуатации сооружений в этот трудный период года. От этого зависят также сроки судоходства, каковое в известных случаях может задерживаться, а в иных, наоборот, получать более широкие возможности. Наконец, изменяется и гидравлический режим водотоков при наличии ледяного покрова: возникают дополнительные сопротивления, уровень воды в нижнем бьефе поднимается (рис. 6), уменьшается выработка энергии на гидростанции. Анализ всех этих явлений, прогноз тех

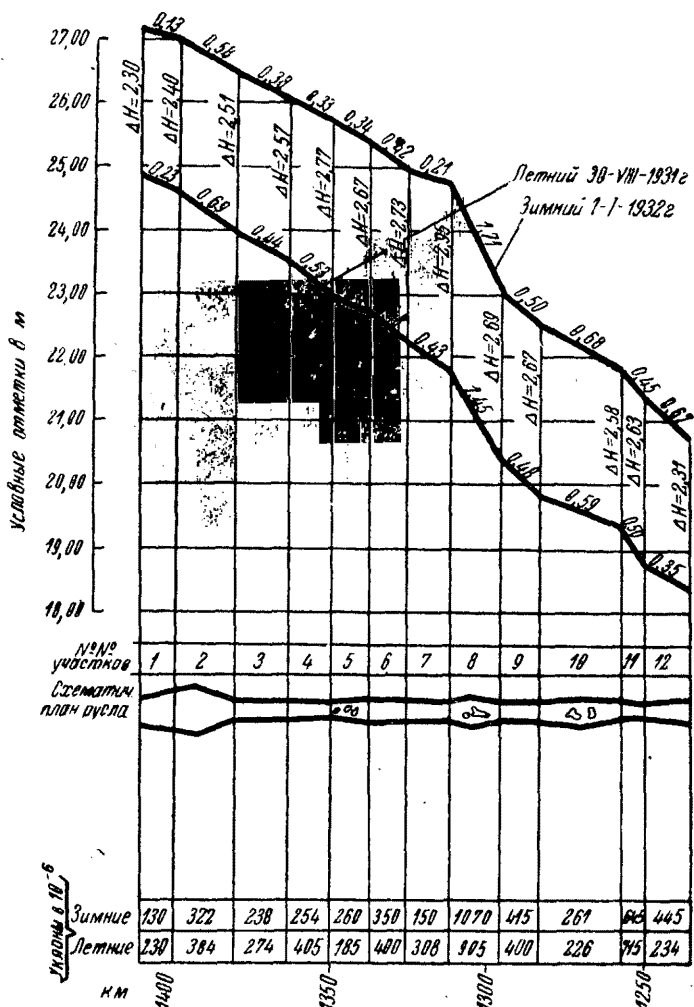


Рис. 6. Продольные мгновенные профили зимнего и летнего горизонтов воды для одного и того же расхода.

изменений, которые могут произойти в зимнем режиме водотоков в результате сооружения плотин и гидростанций, и составляет третью часть настоящего руководства.

Было бы ошибочным думать, что все вопросы, упомянутые выше, получили достаточное развитие и могут быть изложены с исчерпывающей полнотой. Большинство их, за исключением гидравлического режима водотоков, было начато изучением только в течение последних 25—30 лет; поэтому достигнутые к настоящему времени результаты не могут претендовать ни на полную строгость теоретического анализа, ни на достаточность экспериментального обоснования тех расчетных коэффициентов, которые неизбежно входят во все теоретические зависимости. Однако многие расчеты представляется возможным производить уже в настоящее время; эти расчеты при всем своем несовершенстве чрезвычайно полезны для проектировщиков, а во многих случаях совершенно им необходимы.

Обобщая в настоящей работе опыт, накопленный за последние десятилетия в СССР в области речной гидравлики и динамики русловых потоков, автор имел целью облегчить труд проектировщиков; в связи с этим изложение многих вопросов сопровождается примерами расчета, доведенными до конкретных числовых результатов.

ЧАСТЬ I

ГИДРАВЛИКА РЕЧНЫХ ПОТОКОВ

ГЛАВА I

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РЕЖИМ РЕЧНЫХ ПОТОКОВ

§ 2. Режим паводков

Режим естественных водотоков характеризуется прежде всего гидрографом, согласно которому определяется изменение во времени расходов воды в каждом заданном створе реки. Анализируя гидрографы, можно установить в жизни реки три периода: * 1) зимний период, характеризуемый обычно малыми расходами, сравнительно устойчивыми во времени; 2) паводковый период, соответствующий питанию реки весенними талыми водами, поступающими со всей площади бассейна, или питанию за счет таяния ледников и высокогорных снегов; 3) летне-осенний период, характеризуемый сравнительно низкими расходами воды и небольшими волнами паводков, возникающих от дождевых осадков, выпадающих на площади бассейна.

На рис. 7 показан типичный для равнинных рек нашего Союза гидрограф со сравнительно растянутым периодом паводка; диапазон изменения расходов в паводок зависит от условий питания реки и наличия на водотоке озер или искусственных водохранилищ, являющихся регуляторами стока.

На рис. 8 приведен гидрограф рек южных и юго-восточных районов нашего Союза (Кавказ, Средняя Азия) с резким возрастанием расходов воды в паводок; если питание реки происходит за счет таяния ледников, то паводок носит более растянутый характер и сдвигается по времени с весны на лето; в этом случае чаще всего наблюдается два паводка: снеговой и ледниковый (рис. 9).

Наконец на рис. 10 представлен гидрограф рек районов Крыма и Южной Украины, где наблюдаются резкие дождевые (ливневые) паводки при сравнительно слабом питании зимой и в межень.

* Речь идет о реках с поверхностным питанием.

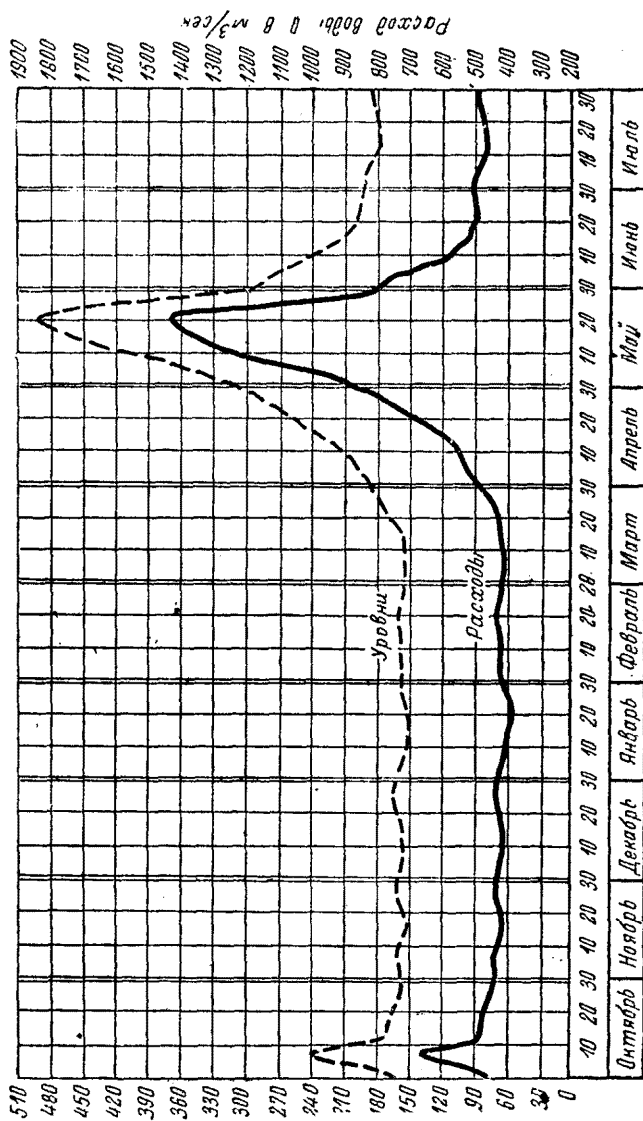


Рис. 7. Типичный гидрограф равнинной реки.

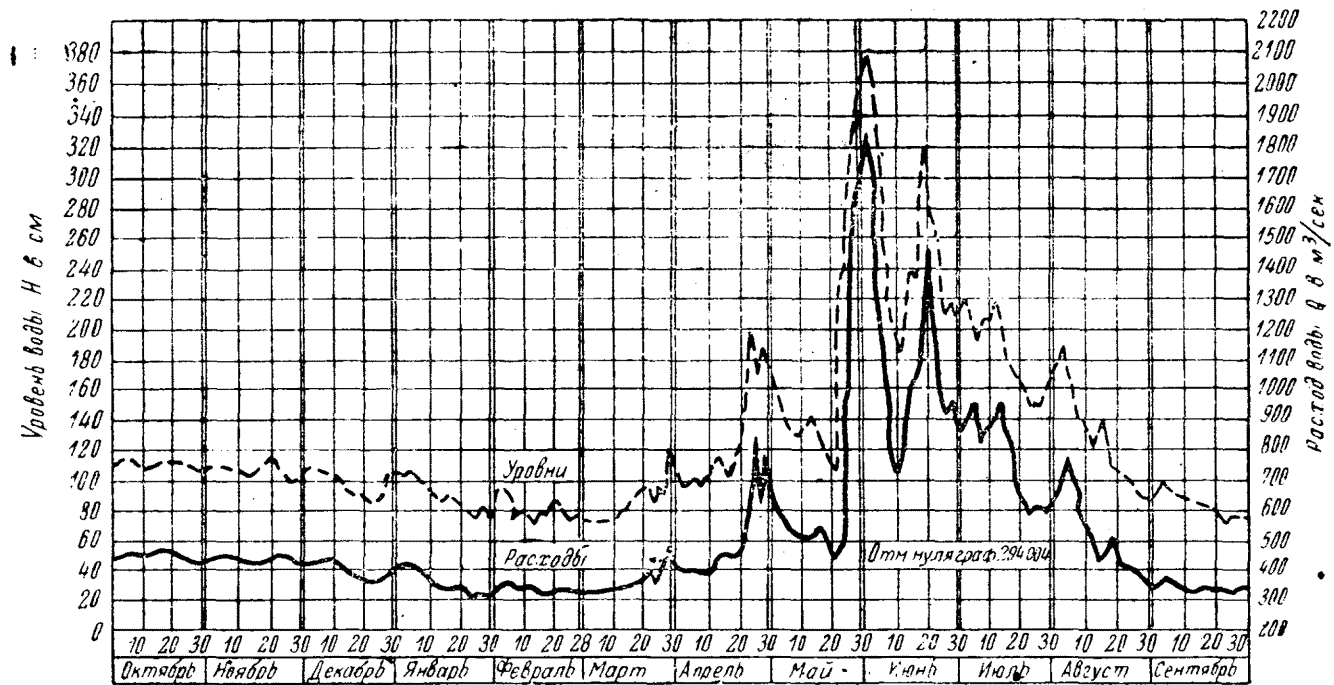


Рис. 8. Типичный гидрограф горной реки.

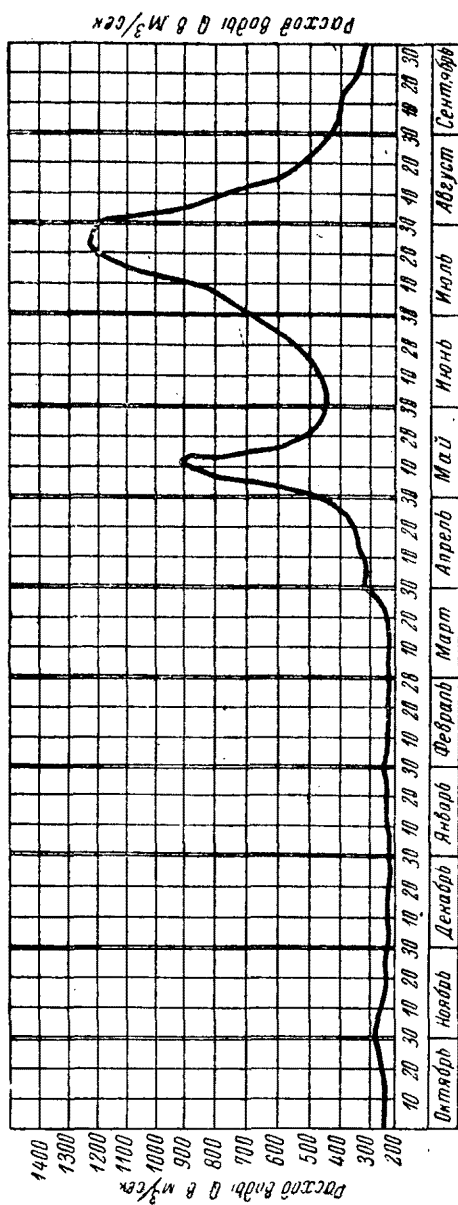


Рис. 9. Гидрограф реки с ледниковым питанием.

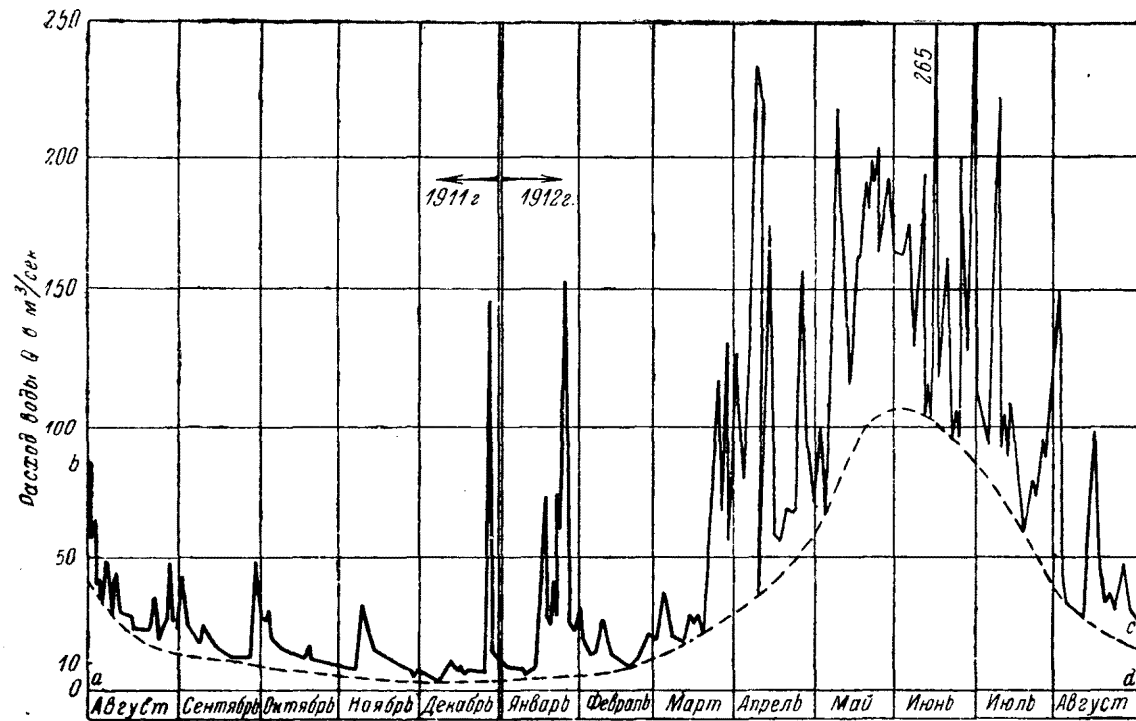


Рис. 10. Типичный гидрограф рек Крыма и Южной Украины.

Неудивительно, что разнообразие гидрографов, соответствующее различным условиям питания рек, сказывается весьма существенно и на скоростном их режиме. Скоростной режим оказывается изменчивым и вдоль водотока, так как в различных его створах паводки имеют неодинаковую интенсивность и продолжительность. Объяснение этому явлению обычно находят в том, что часть талых или ливневых вод, поступающих в речной поток, задерживается в речном бьефе, ибо происходит подъем уровня; эта естественная аккумуляция расходов реки будет тем больше, чем значительнее площадь зеркала реки и ее поймы. На таких реках, как Волга, Кама, Дон, Сыр-Дарья и т. п., вследствие резкого подъема уровня воды и затопления поймы, объем аккумулируемых вод оказывается весьма значительным. При спаде паводка наблюдается обратное явление: в нижележащих створах расходы воды превышают расходы верхних участков реки; таким образом, паводки вдоль течения реки уполаживаются и распространяются на больший период, чем на вышележащих участках. На рис. 11 показаны гидрографы реки в двух различных створах, убеждающие в правильности только что описанной картины явления. Наблюдается еще одна особенность в ходе паводков вдоль течения реки, объясняемая теми же обстоятельствами: максимумы расходов паводка в последовательных створах реки наступают не одновременно,

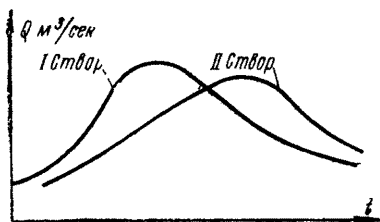


Рис. 11. Ход паводка в двух створах.

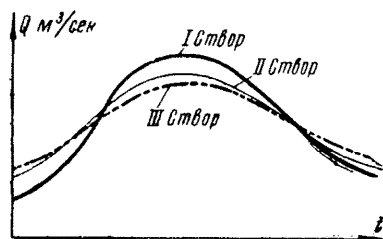


Рис. 12. Совмещение паводка в трех створах.

а сдвигаются во времени один относительно другого. Из сказанного становится очевидным, что режим потока во времени носит неустановившийся характер: чем быстрее подъем и спад воды в паводок, тем резче проявляется неодинаковость режима в различных створах реки; чем длительней период паводка и значительней размер поймы, тем меньше проявляется неустановившийся характер движения. Совмещая на

одном чертеже максимумы прохождения волны паводка в нескольких створах (рис. 12), мы получаем достаточно наглядное представление о режиме водотока в этот период. В течение зимнего и осенне-летнего периодов режим расходов становится достаточно устойчивым и мало изменчивым во времени.

При дальнейшем изложении вопроса мы будем характеризовать паводки двумя различными способами: 1) в первом случае мы будем производить исследование полной картины неустановившегося режима потока и в связи с этим будем интересоваться изменением во времени свободной поверхности водотока в паводковый период; 2) во втором — мы будем считать изменчивость расходов реки как в различных ее створах, так и во времени незначительной и в связи с этим будем представлять гидрограф паводка в виде ступенчатого графика, принимая расходы реки в пределах некоторых интервалов времени постоянными, т. е. будем считать режим потока установившимся, пренебрегая теми изменениями, которые происходят за счет возрастания или убывания расходов.

Составим теперь уравнение неразрывности для некоторого участка водотока, находящегося в условиях неустановившегося режима. При установившемся режиме расход воды остается постоянным во времени $Q = \text{const}$ и по длине водотока; при неустановившемся режиме $Q = f(t)$.

Рассмотрим некоторый отсек водотока длиной Δs . Пусть приток воды к этому отсеку характеризуется величиной Q_1 ; тогда во втором сечении отсека мы можем принять расход равным

$$Q_1 + \frac{\partial Q}{\partial s} \Delta s.$$

Разность между расходами воды в двух смежных сечениях должна компенсироваться аккумуляцией некоторого объема воды за счет подъема (или спада) уровня (рис. 13). Мы вправе поэтому написать, что

$$\Delta W = [Q_1 - (Q_1 + \frac{\partial Q}{\partial s} \Delta s)] \Delta t = \frac{\partial y}{\partial t} \Delta t \Delta s B, \quad (1)$$

где B — ширина зеркала воды,

ΔW — объем аккумуляции за время Δt .

Сокращая на $\Delta t \Delta s$, мы получим уравнение

$$-\frac{\partial Q}{\partial s} = B \frac{\partial y}{\partial t}, \quad (2)$$

которое показывает, что подъем или спад уровня будет наблюдаться лишь в том случае, когда расход будет изменяться вдоль потока. Если бы наряду с этим на участке Δs наблюдалась приточность, характеризующая некоторым добавочным расходом на единицу длины русла q , то мы должны были бы добавить эту величину в левую часть уравнения. Получим

$$q - \frac{\partial Q}{\partial s} = B \frac{\partial y}{\partial t}. \quad (3)$$

Уравнение (3) является основным для характеристики неустановившегося режима водотока. Оно должно быть дополнено уравнением движения, которое, как известно, может быть представлено в виде

$$- \frac{\partial y}{\partial s} = \frac{\alpha}{2g} \frac{\partial u^2}{\partial s} + \frac{u^2}{C^2 R} + \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (4)$$

где u — средняя скорость течения,

C — коэффициент Шези,

R — гидравлический радиус.

Вводя вместо u ее выражение через $\frac{Q}{\omega}$, получим

$$- \frac{\partial y}{\partial s} = \frac{\alpha}{2g} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q}{\omega} \right)^2 + \frac{Q^2}{K^2} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{\omega} \right), \quad (5)$$

где ω — живое сечение,

K — модуль расхода $= \omega C \sqrt{R}$.

Совместное решение уравнений (3) и (5) и составляет основную задачу расчета паводков, скорости продвижения их вдоль водотока, изменчивости расходов, скоростей и уровней в течение всего периода паводка.

При рассмотрении весьма многих задач удается упростить решение этой системы уравнений, пренебрегая теми или иными членами уравнения (5). Так, для кривых подпора можно отбросить инерционные члены и тогда решение задачи значительно упрощается и просто доводится до конца методом конечных разностей. На основании такого анализа мы можем получить картину изменения расходов воды и уровней свободной поверхности в различных его створах в разные моменты времени,

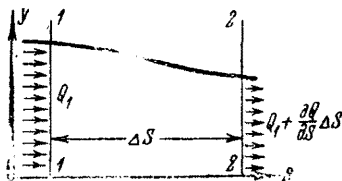


Рис. 13. Гидравлическая схема потока при неустановившемся режиме.

чем вполне определяется режим паводка. На рис. 14 показана подобная картина, при этом на верхнем рисунке изображено изменение уровней по длине водотока в различные моменты паводка; на нижнем рисунке показано изменение расходов вдоль водотока. Само собой разумеется, что в крайнем верхнем створе реки гидрограф паводка и изменение в нем уровней должны быть заданы. На рис. 15 изображено изменение во времени расходов в различных створах реки.

Решающее значение в вопросах расчета речных павод-

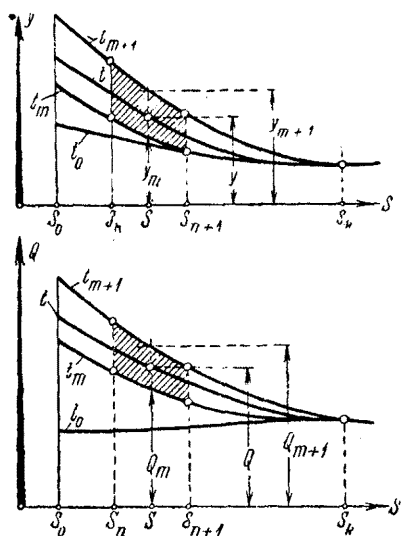


Рис. 14. Изменение горизонтов и расходов паводка по длине водотока (Рахманов).

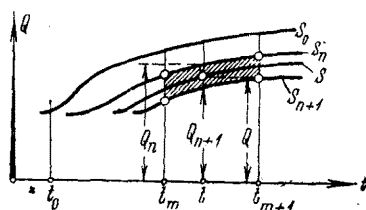


Рис. 15. Изменение расходов во времени в разных створах.

ков имеет правильный учет сопротивления русла, определяемого членом $\frac{Q^3}{K^2}$. Кроме того, существенное значение имеет также правильная схематизация

русла, каковое, как известно, отличается большой изменчивостью. Опыт показывает, что при надлежащем анализе задача схематизации русла решается достаточно удовлетворительно путем введения ряда упрощений.

Обратимся к рассмотрению этого вопроса, ориентируясь на работу проф. А. Н. Рахманова „О неустановившемся движении в нижних и верхних бьефах речных гидроустановок“ [Л. 4], в которой автор использует свой многолетний опыт гидравлических расчетов речных водотоков для гидроустановок Советского Союза (рр. Свирь, Нева, Волга, Кама и др.).

§ 3. Схематизация русла рассматриваемых бьефов и его гидравлические характеристики

Речное русло характеризуется значительной изменчивостью живых сечений и пропускных способностей и отличается часто сложной конфигурацией в плане. Обычная извилистость естественных водотоков, впрочем, по мнению Рахманова, не оказывает существенного влияния на неустановившийся режим в бьефах; можно считать, что кривизна русла сказывается главным образом на вторичных течениях, возникающих под влиянием центробежных сил и оказывающих влияние на формирование самого сечения русла и ряд местных явлений. Общее же сопротивление русла на том или ином участке реки, подъем и опускание уровней за счет неустановившегося режима зависят главным образом от изменения живых сечений и их пропускных способностей. Приняв это допущение, существенно облегчающее решение поставленной задачи, отметим далее, что при схематизации самого русла нет надобности в учете всей сложной обстановки речного потока: поскольку речь идет о расчетах неравномерного и неустановившегося движения в длинных бьефах, где наибольшее значение имеют сопротивления, совершенно достаточно учитывать лишь главные изменения гидравлических элементов русла вдоль течения, исключая многочисленные местные изменения, практически мало влияющие на результаты расчетов. В соответствии с этим представим себе, что русло реки разбито на всем своем протяжении на ряд расчетных участков с более или менее однообразными живыми сечениями и однообразной шероховатостью; при этом допустим, что в пределах каждого такого участка реки уклон русла остается практически неизменным. Так как при дальнейшем анализе мы будем исходить из данных натурных наблюдений, то весьма желательно, чтобы расчетные участки совпадали с рабочими участками гидрологических станций с тем, чтобы иметь в своем распоряжении вполне надежные данные об изменении пропускных способностей и уклонов русла реки с повышением или понижением уровней.

В качестве основных элементов русла, которые должны нас интересоваться, примем: живое сечение ω , ширину поверху B , отметку дна z , отметку свободной поверхности y ; кроме того, мы должны знать коэффициент шероховатости русла n , который будем определять применительно к формуле Павловского показателя типа $C = \frac{1}{n} R^y$, где $y = 0,20 \div 0,25$. На рис. 16 и

17 приведены данные об изменении некоторых из этих элементов русла для одного реального водотока и в соответствии со сделанными выше указаниями дана разбивка водотока на характерные участки. На рис. 18 приведено изменение $h_{ср}$, $B_{ср}$, $\omega_{ср}$ в зависимости от отметки свободной поверхности. Здесь имеются в виду уже средние значения рассматриваемых величин, которые определяются без учета неработающих или слабо работающих

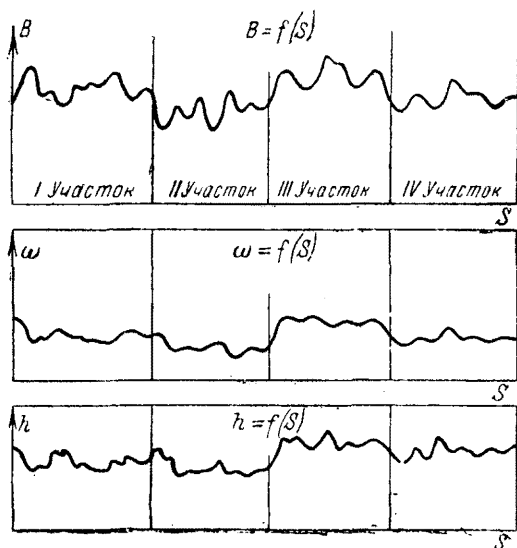


Рис. 16. Изменение живого сечения и ширины по длине водотока.

прибрежных частей русла. Для характеристики пропускной способности русла удобнее всего пользоваться графиками изменения модуля расхода $K = \omega C \sqrt{R}$ от горизонтов воды в бьефе. Для построения таких графиков могут быть применены обычные способы, лучше всего определять K , исходя из данных натуральных наблюдений. Как известно

$$K^2 = \frac{Q^2}{l} = \frac{Q^2}{\Delta y} l, \quad (6)$$

где Δy — падение уровня воды на участке реки длиной l , при расходе Q ,

Зная уровни свободной поверхности y по длине водотока при расходах $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$, можно вычислить функцию $K=f(Q)$. Так как с другой стороны $Q=f(y)$ и $K=f(y)$, то можно преобразовать зависимость (6) следующим образом:

$$\frac{\Delta y}{Q^2} = \frac{l}{K^2} = f(y). \quad (7)$$

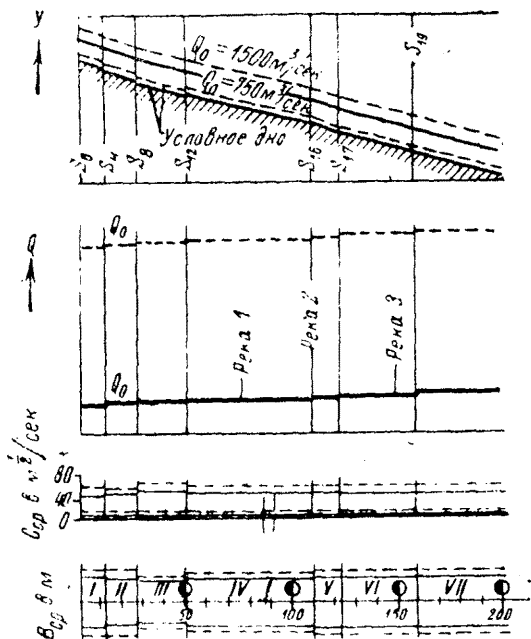


Рис. 17. Изменение гидравлических элементов водотока.

На основании изложенного можно рекомендовать строить для рассматриваемых створов реки графики $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y)$ и $\frac{l}{K^2} = f(y)$.

Первые мы используем в дальнейшем для построения кривых подпора, когда возможно пренебрегать инерционными членами

* При этом необходимо ввести допущение, что изменение уклона свободной поверхности не влияет на характер кривых; об этом речь будет идти дальше.

вследствие незначительности их; вторые нужны для определения $K^2 = f(y)$ и нахождения коэффициента шероховатости русла n . При построении кривых свободной поверхности в нижних не-

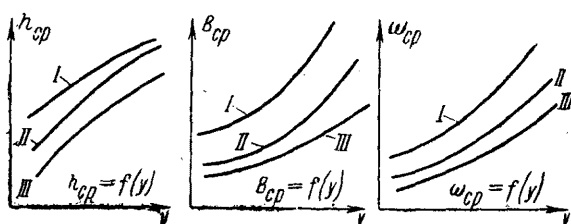


Рис. 18. Связь между отметками и гидравлическими элементами водотока на участках I, II и III.

подпертых бьефах речных гидроузлов, а также при вычислении деформаций русла мы будем пользоваться графиками $K^2 = f(y)$, выражая K^2 по формуле Бахметева в виде

$$\frac{K^2}{K_1^2} = \left(\frac{h}{h_1} \right)^m = \left(\frac{y - z}{y_1 - z_1} \right)^m,$$

где m — гидравлический показатель русла;
 h и h_1 — глубины в соответствующих створах реки.

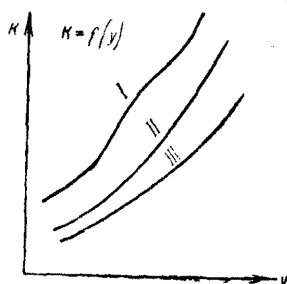


Рис. 19. График $K = f(y)$ на участках водотока I, II и III.

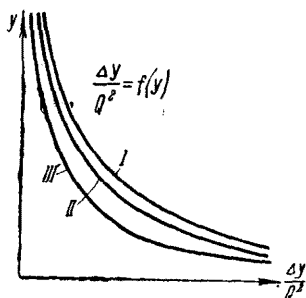


Рис. 20. График $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y)$ (Рахманов).

На рис. 19 приведена зависимость $K = f(y)$ для различных створов реки; на рис. 20 приведены кривые $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y)$; наконец на рис. 21 приведены результаты осреднения некоторого

водотока, характеризуемого не только изменчивостью гидравлических элементов русла, но также изменчивостью расхода Q по длине водотока вследствие впадения притоков. Изложенными указаниями надлежит руководствоваться при проектировании кривых свободной поверхности естественных водотоков при неравномерном и неустановившемся режиме.

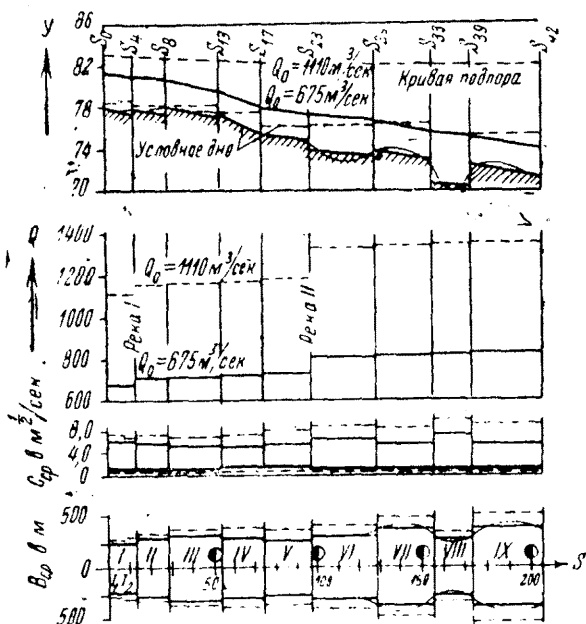


Рис. 21. Разбивка одного водотока на участки.

§ 4. Медленно-изменяющееся установившееся движение жидкости в естественных водотоках

Перейдем теперь к задаче о построении кривых свободной поверхности водотока при установившемся медленно-изменяющемся режиме. Основное уравнение движения жидкости для рассматриваемого случая может быть представлено, как известно, в следующем виде:

$$-dy = \alpha dh_u + dh_j + dh_f, \quad (8)^*$$

* См., например, М. Д. Чертоусов, проф., Специальный курс гидравлики, ОНТИ, 1937 г.

где dy — изменение координаты y на длине ds (рис. 22);

dh_u — изменение скоростного напора, равное $d \frac{u^2}{2g}$;

α — коэффициент, учитывающий неравномерное распределение скоростей по сечению водотока;

dh_j — потери напора на преодоление местных сопротивлений;

dh_f — потери напора на трение $dh_f = \frac{u^2}{C^2 R} ds = \frac{Q^2}{K^2} ds$, где

K — пропускная способность русла, об определении которой говорилось выше.

Величину dh_j мы выразим через скоростной напор, так как сопротивления этого рода возникают в том случае, когда имеются неплавное сжатие и расширение струй, вызывающее возникновение водоворотных областей: $dh_j = \zeta d \frac{u^2}{2g}$.

В пределах суживающихся участков эти потери обычно не учитываются, так что $\zeta_e = 0$; однако не всегда это правильно:

если сужение влечет за собой сжатие струй с образованием водоворотов, то на участке водоворота при переходе от сжатого сечения к полному сечению русла сопротивления будут иметь место; их можно учитывать по формуле $\zeta_e = \frac{1}{\epsilon^2} - 1$, где ϵ — коэффициент сжатия струи, определяемый экспериментально.

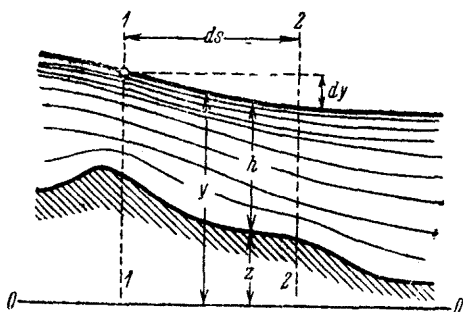


Рис. 22. Схема водотока при неравномерном движении.

При расширении русла потери напора учитываются чаще. Так, например, Павловский рекомендует принимать в этом случае $\zeta_p = -1,0$; Штриклер (Strickler), учитывая восстановление кинетической энергии, принимает $\zeta_p = -0,33$; Стивенс (Stevens) считает величину $\zeta_p = -0,20 \div -1,0$. В действительности, разумеется, ζ_p не есть постоянная величина; она изменяется в зависимости от условий расширения.

Так как при исчислении потерь напора на трение мы будем опираться на результаты натурных наблюдений, при которых нет возможности выделить потери на расширение и они автоматически войдут в выражение для K^2 , то мы вправе исключить

из рассмотрения член dh_j . Так поступает большинство авторов и в частности Рахманов, который показал на ряде примеров расчета кривых свободной поверхности в естественных водотоках, что при этом получается вполне удовлетворительная точность.

Интегрируя уравнение (8) на участке длиной l и учитывая вышеизложенное, мы получим

$$\Delta y = y_1 - y_2 = \alpha \Delta h_u + \frac{Q^2}{K_{cp}^2} l = \frac{\alpha Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right) + \frac{Q^2}{K_{cp}^2} l, \quad (9)$$

где ω_2 и ω_1 — площади живых сечений русла в конечном и начальном створах 2—2 и 1—1.

Мы уже условились характеризовать пропускную способность русла по средним значениям на рассматриваемом участке; поэтому мы ввели в уравнение значение K_{cp} .

Что касается изменения скоростного напора, то последнее учитывается главным образом при построении кривых спада и во всяком случае при значениях скоростей, превышающих $1,0 \div 1,5$ м/сек, что соответствует условиям прохождения больших паводков. Уравнение (9) решается сравнительно просто, хотя неизбежно связано с повторными вычислениями, поскольку величина ω_1 зависит от Δy ; таким образом, никаких особых затруднений при решении задачи не возникает, если только величина K_{cp} определена на основании натуральных наблюдений, как функция от y (рис. 19).

В практике гидротехнического проектирования при построении кривых подпора обычно пренебрегают членом Δh_u и пользуются для расчета способом Рахманова (1925 г.), к изложению которого мы теперь и перейдем.

Будем рассматривать участки водотока такой длины, при которой падения свободной поверхности на каждом из участков как в естественном, так и в подпертом состоянии не очень велики и не слишком отличаются друг от друга;* само собой разумеется, величина Δy зависит от расхода Q , с изменением которого изменяется уклон свободной поверхности. Примем среднюю отметку уровня воды y_{cp} на участке неизменной, в таком случае при расходе Q_1 кривая свободной поверхности будет занимать положение $a_1 b_1$, а при расходе Q_2 — положение $a_2 b_2$ (рис. 23).

* Рекомендуется принимать $\Delta y < 0,5$ м,

Поделив уравнение (9) на Q^2 , получим

$$\frac{\Delta y}{Q^2} = \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2} \right) + \frac{l}{K_{cp}^2},$$

где величина $K_{cp} = \text{const}$, поскольку она определяется величиной y_{cp} .

Если возможно пренебречь изменением скоростного напора по сравнению с потерями на трение, иначе говоря, если возможно отбросить первые два члена правой части последнего уравнения, то при неизменности уровня y_{cp} окажется, что

$$\frac{\Delta y}{Q^2} = \frac{l}{K_{cp}^2} = f(y_{cp}). \quad (10)$$

Следовательно, можно считать, что $\frac{\Delta y}{Q^2}$ зависит от среднего уровня свободной поверхности на данном участке водотока и при любых заданных расходах остается практически независимой от

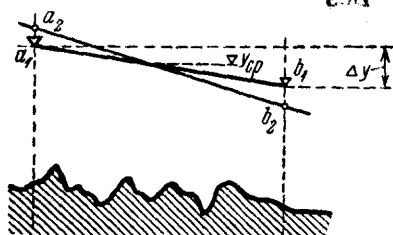


Рис. 23. Независимость уклона от средней отметки.

уклона; разбивая водоток на участки таким образом, чтобы падения Δy были сравнительно невелики (не более 0,5 м), мы легко удовлетворим поставленному условию. Пользуясь графиком $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y_{cp})$, нетрудно построить кривую свободной поверхности. Если $f(y_{cp})$ известна, то $\Delta y = Q^2 f(y_{cp})$; задача, следовательно, состоит в том, чтобы правильно назначать величину y_{cp} в расчетном среднем сечении исследуемого участка. Очевидно $y_{cp} = y_2 + \frac{\Delta y}{2}$, где y_2 — отметка уровня воды

в конце исследуемого участка, а Δy — есть искомая величина; ввиду этого расчет приходится вести методом подбора. Зная уровень в конце участка, следует задаться предварительно некоторой величиной Δy и вычислить $f(y_{cp})$; после этого, зная расход Q , вычислить Δy и вновь определить y_{cp} . Если найденное значение Δy достаточно хорошо совпадает с заданным ранее, то можно считать, что расчет произведен с достаточной точностью; в противном случае необходимо произвести повторный расчет, приняв y_{cp} по вычисленному значению Δy .

Здесь уместно отметить, что при построении кривой $\frac{\Delta y}{Q^2}$ мы не всегда располагаем данными, соответствующими будущему подпертому уровню. Возникает вопрос, каким образом восполнить недостающие данные. Некоторыми авторами в качестве простейшего способа рекомендуется экстраполяция кривых; однако рекомендовать этот способ нельзя, так как экстраполяция довольно произвольна и может привести к значительным ошибкам. Единственным более или менее надежным способом построения кривой $f(y_{cp})$ на интересующем нас участке является вычисление ее по зависимости $\frac{I}{K_{cp}^2} = f(y_{cp})$, где

$$K_{cp}^2 = \omega_{cp}^2 C_{cp}^2 R_{cp}.$$

Надо иметь в виду, что наиболее существенным при вычислении $f(y_{cp})$ является правильное установление коэффициента шероховатости n ; для коэффициента Шези мы примем формулу Павловского в виде $C = \frac{1}{n} R^{0,25}$. Имея зависимость $f(y_{cp}) = \frac{I}{K_{cp}^2}$,

нетрудно вычислить значение n . Надо иметь в виду, что в некоторых случаях величина n окажется переменной, так как она зависит от характера пойменной части русла, а также от диапазона изменения глубин: при значительном изменении глубины величина n может несколько убывать с увеличением глубины. Определив n , нетрудно вычислить искомое значение $f(y_{cp})$ для интересующих нас значений уровня свободной поверхности. Для иллюстрации рассматриваемого способа расчета приводим пример, заимствованный нами из книги проф. М. Д. Чертоусова „Специальный курс гидравлики“ (гл. IV, § 33).

Пример расчета. Предположим, что в нашем распоряжении имеются кривые расходов $Q = f(y_{cp})$, установленные гидрометрическим путем для семи сечений, которыми река разграничена на отдельные участки. Эти кривые дают возможность построить для каждого участка график функции $\frac{\Delta y}{Q^2}$.

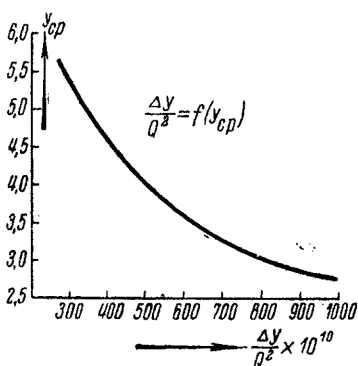
В качестве примера в табл. 1 приведены результаты подсчетов по определению значений функции для VI участка реки, а на рис. 24 для этого участка дана кривая $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y_{cp})$. Имея для каждого участка кривую $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y_{cp})$, переходим к построению проектной кривой свободной поверхности.

Зная отметку уровня воды в конце VI участка $y_2 = 5,50$ м, задаемся произвольно значением средней отметки уровня $y_{cp} =$

$= 5,58 \text{ м}^*$ и для этого значения отметки y_{cp} из рис. 24 (по кривой для VI участка) находим соответствующее значение функции $\frac{\Delta y}{Q^2}$.

Получим:

$$\frac{\Delta y}{Q^2} \cdot 10^{10} = 257.$$



Имея это значение функции $\frac{\Delta y}{Q^2}$, определим падение свободной поверхности на протяжении VI участка, приняв $Q = 2500 \text{ м}^3/\text{сек}$.

$$\Delta y = 257 \cdot 10^{-10} \cdot 2500^2 = 0,161 \text{ м},$$

а затем проектную отметку уровня воды в начале участка

$$y_1 = y_2 + \Delta y = 5,50 + 0,161 = 5,661 \text{ м}.$$

Тогда будем иметь:

$$y_{cp} = \frac{1}{2} (y_1 + y_2) = 5,5805 \text{ м}.$$

Рис. 24. $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y)$ к примеру расчета.

Таблица 1

Q	y_1	y_2	y_{cp}	Δy	$\frac{\Delta y}{Q^2} \times 10^{10}$
$\text{м}^3/\text{сек}$	м	м	м	м	$\text{сек}^2/\text{м}^5$
2 200	3,045	2,585	2,815	0,460	950
2 400	3,190	2,690	2,940	0,500	868
2 600	3,335	2,795	3,065	0,540	799
2 800	3,490	2,900	3,195	0,590	753
3 000	3,635	3,005	3,320	0,630	700
3 200	3,780	3,105	3,442	0,675	660
3 400	3,930	3,210	3,570	0,720	623
3 600	4,075	3,315	3,695	0,760	587
3 800	4,220	3,415	3,867	0,805	557
4 000	4,360	3,510	3,935	0,850	531
4 200	4,495	3,600	4,047	0,895	507
4 400	4,605	3,680	4,142	0,925	478
4 500	4,655	3,720	4,187	0,935	462

* Или, как было рекомендовано выше, величиной Δy , принимаемой в данном случае 0,16 м.

Как видим, это значение средней отметки y_{cp} весьма хорошо совпадает с тем значением ее, которое мы задали выше ($y_{cp} = 5,58$). Следовательно, можно считать, что проектная отметка уровня воды в начале участка найдена правильно.

Определив таким образом проектную отметку в начале VI участка (или, что тоже, в конце V участка), можно перейти к следующему участку.

Результаты всех этих подсчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2

№ участка	y_2	y_{cp}	$\frac{\Delta y}{Q^2} \times 10^{10}$	Δy	y_1
	м	м	сек ² /м	м	м
VI	5,500	5,580	257	0,161	5,661
V	5,661	5,737	245	0,153	5,814
IV	5,814	5,848	110	0,069	5,883
III	5,883	6,016	425	0,266	6,149
II	6,149	6,304	498	0,311	6,460
I	6,460	6,549	286	0,179	6,639

Способ акад. Павловского

Акад. Павловским предложен несколько иной способ построения кривых свободной поверхности в подпертых бьефах, также основанный на использовании гидрометрических кривых $\frac{\Delta y}{Q^2} = f(y_{cp})$. Обозначая $\frac{\Delta y}{Q^2}$ через F и имея в виду, что эта функция монотонно изменяется с отметкой уровня y_{cp} и зависит от сопротивления русла, Павловский назвал F — модулем сопротивления. Так же, как и Рахманов, Павловский принимает постулат о независимости F от уклона свободной поверхности, называя его постулатом инвариантности модуля сопротивления. Дальнейшие преобразования Павловского сводятся к следующему. Так как $y_{cp} = y_2 + \frac{\Delta y}{2}$, то функцию F следует рассматривать как $F(y_2 + \frac{\Delta y}{2})$. Разлагая ее в ряд Тэйлора и пренебрегая по малости членами, содержащими квадраты и высшие степени Δy , Павловский получает

$$F = F(y_2) + \frac{\Delta y}{2} F'(y_2) = \frac{\Delta y}{Q^2}.$$

Теперь нетрудно определить искомую величину Δy :

$$\Delta y = \frac{Q^2 F(y_2)}{1 - 0,5 Q^2 F'(y_2)}. \quad (11)$$

Таким образом, Δy определяется без подбора непосредственно из формулы (11), если известна производная $F'(y_2)$; так как $F(y_2)$ нам задана в виде графика $\frac{\Delta y}{Q^2}$, то вычисление

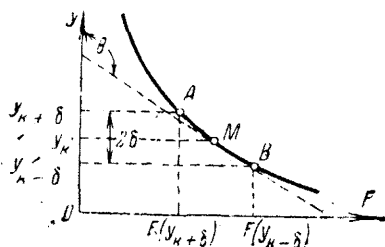


Рис. 25. Расчетная схема к способу Павловского.

$F'(y_2)$ не представляет никаких затруднений. Следует обратить внимание на то обстоятельство, что в способе Рахманова $\frac{\Delta y}{Q^2}$ представляет собой функцию от отметки свободной поверхности по середине участка, в способе же Павловского эта функция определяется уровнем свободной поверхности в конце участка. Что касается производной $F'(y_2)$, то она легко определяется непосредственно из графика, как тангенс угла наклона θ касательной к кривой $\frac{\Delta y}{Q^2}$ в интересующей нас точке с осью ординат; она может вычисляться также по формуле

$$F'(y_2) = \frac{F(y_2 + \delta) - F(y_2 - \delta)}{2\delta},$$

где 2δ — разность координат точек A и B на кривой, взятых в достаточной близости от точки M (рис. 25).

Таблица 3

№ участка	y_2	$F(y_2)$	$F'(y_2)$	$1 - 0,5 Q^2 F'(y_2)$	Δy	Δy по способу Рахманова
VI	5,50	$270 \cdot 10^{-10}$	$120 \cdot 10^{-10}$	0,962	0,176	0,161
V	5,676	$250 \cdot 10^{-10}$	$180 \cdot 10^{-10}$	0,944	0,164	0,153
IV	5,840	$115 \cdot 10^{-10}$	$60 \cdot 10^{-10}$	0,98	0,073	0,069
III	5,913	$435 \cdot 10^{-10}$	$240 \cdot 10^{-10}$	0,925	0,240	0,266
II	6,303	$498 \cdot 10^{-10}$	$170 \cdot 10^{-10}$	0,948	0,327	0,311
I	6,63	$270 \cdot 10^{-10}$	$120 \cdot 10^{-10}$	0,462	0,175	0,179
0	6,805	—	—	$\Sigma \Delta y = 1,155$		1,139

Для иллюстрации способа Павловского рассмотрим предыдущий пример и вычислим значения Δu по формуле (11); все вычисления сведем в таблицу 3.

Таким образом, получаемое расхождение не превосходит 1,4% от $\Sigma \Delta u$. Обратим внимание на то обстоятельство, что в рассмотренном примере величина Δu нигде не превышает 0,330 м, что меньше 0,5 м.

§ 5. Неустановившееся движение жидкости в естественных водотоках. Способ проф. Рахманова

Выше была уже указана общая характеристика неустановившегося режима движения жидкости в естественных водотоках. Из этой характеристики выясняется, что величины u и Q являются функциями от s и t (рис. 14), удовлетворяющими системе двух уравнений: 1) уравнению движения (5) и 2) уравнению неразрывности (2). Решение этой системы уравнений при заданных начальных и пограничных условиях и составляет задачу исследования неустановившегося движения жидкости. Наиболее полное решение этой задачи принадлежит акад. С. А. Христиановичу, показавшему, что названная система уравнений приводится к дифференциальному уравнению в частных производных второго порядка гиперболического типа, и разработавшему приближенный метод решения этой системы при помощи уравнений характеристик. Предложенный Христиановичем метод решения задачи при длинных бьефах с изменчивыми сечениями, где силы трения в большинстве случаев играют решающую роль, требует весьма большой вычислительной работы достаточно квалифицированного математика. Поэтому в практических расчетах, относящихся к естественным водотокам, весьма часто пользуются также методом подбора, разработанным в СССР Рахмановым [Л. 3] и с успехом применявшимся им к расчетам неустановившегося режима рр. Волги, Камы и других водотоков равнинной полосы нашего Союза.* Сущность этого способа состоит в более или менее произвольном графическом изображении интересующих нас функций $u = f_1(s, t)$ и $Q = f_2(s, t)$, исходящем из начальных и пограничных условий (или из условий, вытекающих из уже решенной части задачи), и в проверке удовлетворения этими изображениями дифференциальных уравнений движения и нераз-

* Известны также способы Н. М. Бернадского, В. А. Архангельского и ряда других авторов.

рывности. При практическом решении задачи удобнее пользоваться уравнением неразрывности в интегральной форме:

$$B_{cp} \left[\int_{s_0}^{s+s_0} y_{t+t_0} ds - \int_{s_0}^{s+s_0} y_{t_0} ds \right] = - \left[\int_{t_0}^{t+t_0} Q_{s+s_0} dt - \int_{t_0}^{t+t_0} Q_{s_0} dt \right], \quad (12)$$

где s_0 и $s+s_0$ — расстояния от начального створа некоторых смежных расчетных сечений, отстоящих друг от друга на величину s ,

t_0 и $t+t_0$ — некоторые расчетные моменты времени с интервалом t ,

y_{t_0} и y_{t+t_0} — отметки свободной поверхности отсека водотока между смежными расчетными сечениями в моменты времени t_0 и $t+t_0$,

Q_{s_0} и Q_{s+s_0} — расходы в промежутке времени $t_0 \div (t+t_0)$ соответственно в расчетных сечениях s_0 и $s+s_0$,

B_{cp} — средняя ширина русла по урезу воды между сечениями s_0 и $s+s_0$ в промежуток времени $t_0 \div (t+t_0)$.

При этом в каждый момент времени в любом сечении водотока должно соблюдаться уравнение (6), которым определяется уклон свободной поверхности.

На рис. 26 изображена зависимость $y=f(s)$ для различных интервалов времени; разность интегралов, стоящая в левой части уравнения (12), изображается заштрихованной площадью; разность интегралов правой части уравнения изображена заштрихованной площадью рис. 27, на котором представлено изменение $Q=f(t)$ в разных сечениях русла. В некоторых случаях удастся упростить уравнение неразрывности, считая, что продольные профили свободной поверхности в пределах между сечениями s_0 и $s+s_0$ и расходы в этих сечениях за рассматриваемый интервал времени изменяются линейно; при этих допущениях уравнение (12) принимает следующий вид:

$$\Delta_t y_{cp} B_{cp} s = - \Delta_s Q_{cp} t, \quad (13)$$

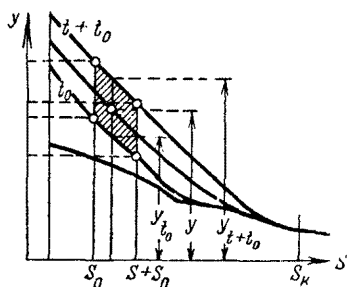
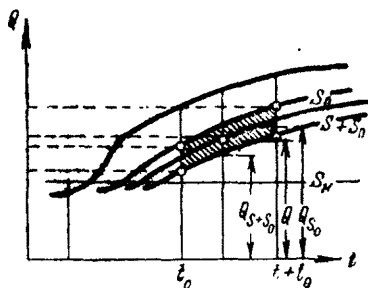
где $\Delta_t y_{cp}$ — приращение средней отметки уровня воды на участке между сечениями s_0 и $s+s_0$ за время t ;

$\Delta_s Q_{cp}$ — приращение среднего за время t расхода на этом участке.

Нетрудно видеть, что левая часть уравнения дает объем, накопленный в результате подъема уровня воды на величину

$\Delta t y_{ср}$; таким образом, объем воды, аккумулируемый между сечениями s_0 и $s + s_0$, равен разности между объемом воды, поступающим на участок и сливаемым в нижележащий бьеф. Это первое условие, которое должно удовлетворяться при расчетах неустановившегося движения паводка. Второе условие состоит в том, что в любом сечении потока уклон свободной поверхности должен определяться зависимостью (5) или приближенным его выражением, без учета инерционных членов (6).

Нам предстоит рассмотреть задачу об определении расходов воды в каком-либо сечении водотока при заданном в начальном

Рис. 26. $y = f(s, t)$.Рис. 27. $Q = f(s, t)$.

створе s_0 гидрографе паводка. Этим гидрографом определяется граничное условие; что касается начального условия (t_0), то оно определяется заданием уровня свободной поверхности вдоль водотока $y_{t_0} = f(s)$ при условии, что расход воды Q_0 остается постоянным.

Порядок решения задачи рекомендуется следующий.

1-й расчетный момент времени t_1 . Зная график изменения расходов паводка в сечении s_0 , определим дополнительно слитый за время t_1 в нижний бьеф объем воды по сравнению с объемом, соответствующим установившемуся расходу Q_0 .^{*} Далее необходимо подобрать закон изменения расхода воды и уровня свободной поверхности по длине водотока так, чтобы удовлетворялись два поставленных выше условия. При этом мы принимаем, что во втором расчетном сечении уровень и рас-

^{*} Этот объем равен $\int_{t_0}^{t_1+t_0} (Q_{s_0} - Q_0) dt$.

ходы воды в этот период не меняются. Так как отметка уровня свободной поверхности в начальном створе нам известна, то путем двух-трех попыток мы найдем $Q = f(s)$ и $y = f(s)$, удовлетворяя первому условию; удовлетворение второму условию более затруднительно, однако при надлежащем навыке оно достигается довольно быстро. Следует иметь в виду, что, имея заданный гидрограф паводка в начальном створе, мы, в сущности говоря, предопределяем вид гидрографа в последующем створе. Вычисление уклонов свободной поверхности для проверки удовлетворительности сделанного построения можно производить, вводя приближенные выражения для $\frac{\alpha}{2g} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q}{\omega} \right)^2$ и $\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{\omega} \right)$, входящих в уравнение (5) соответственно равными $\frac{\alpha}{2g} \frac{\Delta \left(\frac{Q}{\omega} \right)^2}{\Delta s}$ и $\frac{1}{g} \frac{\Delta \left(\frac{Q}{\omega} \right)}{\Delta t}$, где $\Delta \left(\frac{Q}{\omega} \right)$ — приращение средней скорости за время Δt на участке Δs .

2-й расчетный интервал $t_2 - t_1$. Так как неустановившийся режим в этот расчетный интервал времени уже распространяется на следующий участок русла, то задача дальнейшего расчета, производимого аналогичным предыдущему способом, осложняется необходимостью удовлетворения двух основных условий: неразрывности [выражения (12) или (13)] и равенства уклонов свободной поверхности [выражения (5) или (6)] в каждом расчетном участке в отдельности. Определяем попрежнему объем воды, слитый дополнительно в нижеследующий бьеф в начальном створе за второй расчетный интервал времени $t_2 - t_1$, по сравнению с объемом, соответствующим начальному расходу Q_0 . Во втором расчетном сечении $s_1 + s_0$ при этом мы получим уже повышение расходов, в соответствии с чем можно определить дополнительно слитый в нижеследующий бьеф объем воды. Найдя этот объем, подбираем закон изменения расхода вдоль по течению и кривую свободной поверхности на протяжении I и II участка во второй момент времени t_2 ; при этом мы должны удовлетворить условию неразрывности для каждого из рассматриваемых участков в отдельности. В первом приближении превышение уровня свободной поверхности над предыдущим (по времени) может быть вычислено по формуле:

$$\Delta y = \frac{1}{B_{cp}(s_2 - s_1)} \left[\int_{t_1}^{t_2} Q_{s_1 + s_0} dt - \int_{t_1}^{t_2} Q_{s_2 + s_0} dt \right], \quad (14)$$

где $Q_{s_1+s_0}$ и $Q_{s_2+s_0}$ берутся на основании подобранных в первом приближении гидрографов.

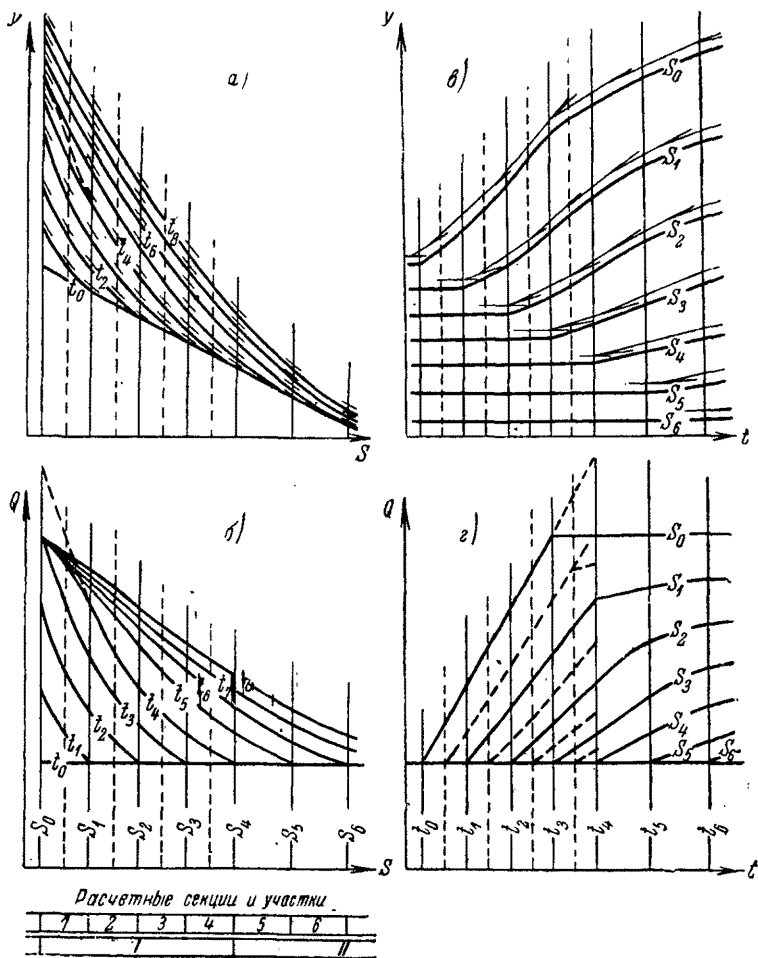


Рис. 28. Расчетные графики горизонтов и расходов при неустановившемся режиме (Рахманов).

Что касается удовлетворения второму условию — равенства уклона свободной поверхности сумме сил трения и инерционных сил, оно легко может быть проверено путем нанесения

соответствующих черточек на графике $y = f(s)$. Таким же точно способом могут быть вычислены кривые свободной поверхности и графики расходов водотока для любых других интервалов времени.

На рис. 28 показаны результаты построения кривых свободной поверхности на некотором водотоке. Здесь представлены графики изменения: $y = f(s)$; $Q = f(s)$; $y = f(t)$ и $Q = f(t)$.

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что с момента $t > t_3$ расход в начальном створе не меняется, но уровень свободной поверхности продолжает подниматься, так как паводок распространяется на все большую длину, благодаря чему наблюдается подпор воды в этом сечении реки. С момента понижения расхода в начальном створе постепенно начнет снижаться и уровень свободной поверхности в начальной части участка; в нижележащей же части бьефа уровень воды будет вначале возрастать более интенсивно, а затем также начнет снижаться.

Опыт показывает, что, несмотря на известную произвольность в задании гидрографов и уровней свободной поверхности, результаты расчетов оказываются достаточно удовлетворительными; Рахманов находит, что зависимость расчетов от способа их и усмотрения проектировщика практически неуловима.

Этим мы и ограничим изложение приближенного способа расчета неустановившегося движения в естественных водотоках применительно к задаче о распространении паводка вдоль течения реки.

Как ясно из всего вышесказанного, рассмотренный способ относится к так называемому объемному методу, так как в его основе лежит прежде всего удовлетворение интегрального уравнения неразрывности. В длинных бьефах это условие, наряду с учетом сил трения, является определяющим, так как само по себе изменение расходов паводка относится к категории медленно-изменяющихся явлений.

§ 6. Метод характеристик

Для полноты освещения вопроса о расчете неустановившегося движения паводка изложим здесь вкратце основы решения этой задачи при помощи метода характеристик, данного акад. Христиановичем.

Представим основную систему уравнений неустановившегося движения жидкости в открытых руслах в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} &= i_0 - \frac{u^2}{C^2 R} - \frac{1}{B} \frac{\partial \omega}{\partial s}; \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial s} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где i_0 — уклон дна водотока.

Как известно, эта система соответствует условиям медленно изменяющегося движения, вследствие чего соответствующие ей неустановившиеся движения получили название длинных волн, так как кривизна их мгновенных профилей весьма мала.

Рассмотрим вначале случай, когда можно пренебречь силами сопротивления. Для определения частных решений произведем замену переменных, приняв за независимые переменные t и ω , а за неизвестные функции u и s . Тогда u и s будут функциями t и ω ; обозначим их следующим образом:

$$u = u^*(\omega, t); \quad s = s(\omega, t);$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\frac{\partial u^*}{\partial \omega}}{\frac{\partial s}{\partial \omega}}; \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u^*}{\partial t} - \frac{\partial s}{\partial t} \frac{\frac{\partial u^*}{\partial \omega}}{\frac{\partial s}{\partial \omega}}; \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = - \frac{\frac{\partial s}{\partial t}}{\frac{\partial s}{\partial \omega}}.$$

В таком случае уравнения (без учета сил сопротивления) преобразуются в следующие:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega}{g} \left(\frac{\partial u}{\partial \omega} \right)^2 - \frac{1}{B} &= \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial s}{\partial \omega}; \\ \frac{\partial s}{\partial t} &= \omega \frac{\partial u}{\partial \omega} + u. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Найдем частные решения этих уравнений из условия, что $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$, т. е., считая, что скорость остается неизменной при следовании за постоянной глубиной.

Первое уравнение дает $\frac{\partial u}{\partial \omega} = \pm \sqrt{\frac{g}{B\omega}}$, тогда находим

$$\frac{\partial s}{\partial t} = u \pm \sqrt{\frac{g\omega}{B}} \text{ и, обозначая } \lambda(\omega) = \int_0^\omega \sqrt{\frac{g}{B\omega}} d\omega, \text{ получим}$$

$u = \pm [\lambda(\omega) - \lambda(\omega_0) \pm u_1]$, где $\lambda(\omega_0)$ — произвольная функция, u_1 — значение u при $\omega = \omega_0$.

Решение со знаком плюс перед корнем соответствует волне, распространяющейся в сторону положительных значений s ; такую волну мы будем называть положительной и обозначим скорость ее через W .

Решение со знаком минус соответствует обратной волне, распространяющейся в сторону отрицательных значений s ; обозначим ее скорость через Ω и будем называть отрицательной.

Если мы наблюдаем простое повышение или понижение уровня, то такое неустановившееся движение называется волной одного направления. Решение уравнения получается однозначным.

Рассматривая выражение для W как скорость распространения постоянной глубины, нетрудно заметить, что большие глубины распространяются с большими скоростями; следовательно, мы должны наблюдать явление постоянного увеличения крутизны волны, так как большие глубины будут нагонять меньшие; наступит момент, когда мгновенный профиль волны будет иметь где-либо вертикальную касательную и произойдет разрушение волны. Вблизи этого места уже нельзя считать движение жидкости медленно-изменяющимся; для анализа его необходимо рассмотреть задачу

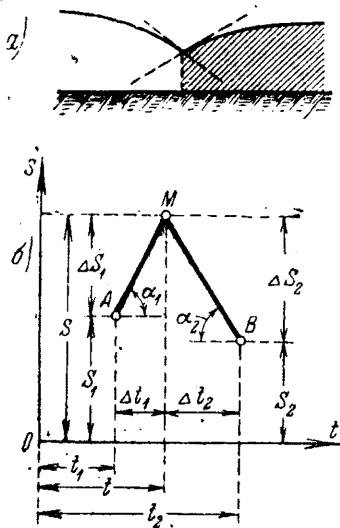


Рис. 29. Расчетная схема к способу характеристик $s = f(t)$ (Христианович).

особо. В дальнейшем изложении мы будем интересоваться только такими движениями, которые подчиняются условиям медленной изменяемости, что вполне соответствует условию распространения паводка вдоль течения речного потока при наличии значительных сил сопротивления.

Движение, соответствующее ряду последовательных волн, налагающихся одна на другую, должно иметь решение в виде многозначной функции.

Наибольший интерес представляет для нас случай, когда налагаются друг на друга две волны — положительная и отри-

цательная; в этом случае возникает некоторая подвижная граница, отделяющая одну волну от другой, которую называют фронтом волны. Если линия $s = \varphi(t)$ есть фронт волны, нарушающей данную волну, то вдоль этой линии должны существовать два различных значения уклона свободной поверхности (рис. 29, а), а также различные значения других производных от u и ω по s и t , относящихся к волнам, отделенным друг от друга фронтом волны. {

Эти производные, следовательно, терпят разрыв непрерывности; при этом при медленно-изменяющемся движении они должны оставаться ограниченными и не обращаться в бесконечность.

Установив понятие о волнах и скорости их распространения, вернемся вновь к рассмотрению системы (15). Как известно, при изучении дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, к каковому относится система (15), основное значение имеет исследование семейства кривых характеристик, расположенных на каждом решении уравнений.

Допустим, что мы наблюдаем за волной, одновременно перемещаясь вдоль канала. Пусть закон нашего движения будет $s = \varphi(t)$. При таком перемещении изменение скорости и живого сечения будет определяться из соотношений:

$$\left. \begin{aligned} d\omega &= \frac{\partial \omega}{\partial t} dt + \frac{\partial \omega}{\partial s} \varphi'(t) dt \\ du &= \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial s} \varphi'(t) dt, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где $\varphi'(t)dt = ds$.

Присоединяя эти выражения к уравнениям (15), найдем решение полученной системы, для чего представим производные $\frac{\partial u}{\partial t}$ и $\frac{\partial \omega}{\partial t}$, используя только что написанные выражения для $d\omega$ и du :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{du}{dt} - \lambda' \frac{\partial u}{\partial s}, \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{d\omega}{dt} - \lambda' \frac{\partial \omega}{\partial s}, \quad \lambda' = \frac{\partial s}{\partial t} = \varphi'(t).$$

Подставив эти выражения для производных в уравнения (15), мы получим решение в виде $\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{D_1}{D}$; $\frac{\partial \omega}{\partial s} = \frac{D_2}{D}$, где опре-

делители имеют следующие значения:

$$D = \left| \begin{array}{cc} \left[u - \frac{ds}{dt} \right] & \frac{g}{B} \\ \omega & \left[u - \frac{ds}{dt} \right] \end{array} \right|; \quad D_1 = \left| \begin{array}{cc} \left[f - \frac{du}{dt} \right] & \frac{g}{B} \\ -\frac{d\omega}{dt} & \left[u - \frac{ds}{dt} \right] \end{array} \right|; \quad \left. \begin{array}{l} D_2 = \left| \begin{array}{cc} \left[u - \frac{ds}{dt} \right] & \left[f - \frac{du}{dt} \right] \\ \omega & -\frac{d\omega}{dt} \end{array} \right|; \quad f = g \left[i_0 - \frac{u^2}{C^2 R} \right]. \end{array} \right\} \quad (18)$$

Если определитель D отличен от нуля, то производные $\frac{\partial u}{\partial s}$ и $\frac{\partial \omega}{\partial s}$ дают вдоль линии $s = \varphi(t)$ определенные единственные значения. Если же линия $s = \varphi(t)$ есть фронт какой-либо волны, нарушающей данную волну, то вдоль этой линии существуют два различных значения уклона свободной поверхности и производных. В таком случае можно заключить, что вдоль фронта волны определитель D обращается в нуль, при этом первые производные обращаются в бесконечность и вдоль фронта происходит разрушение волны.

Нас интересует однако случай медленно-изменяющегося движения, когда производные остаются ограниченными (рис. 29, а); это возможно только в том случае, когда числители в выражениях для производных также обращаются в нуль:

$$D_1 = 0 \text{ и } D_2 = 0.$$

Приравнявая $D = 0$ и $D_1 = 0$, получим систему уравнений (19):

$$\left. \begin{array}{l} \left[\frac{ds}{dt} \right]^2 - 2u \frac{ds}{dt} + u^2 - \frac{g\omega}{B} = 0; \\ \left[\frac{ds}{dt} - u \right] \left[\frac{du}{dt} - f \right] + \frac{g}{B} \frac{d\omega}{dt} = 0. \end{array} \right\} \quad (19)$$

Решая первое из уравнений относительно $\frac{ds}{dt}$, получаем одно из двух значений

$$\frac{ds}{dt} = u \pm \sqrt{\frac{g\omega}{B}}. \quad (20)$$

Подставляя далее каждый из корней во второе уравнение, получим систему уравнений в характеристиках, решение кото-

рой и составляет дальнейшую задачу:

$$\left. \begin{aligned} ds &= \left[u + \sqrt{\frac{g\omega}{B}} \right] dt, \\ du + \sqrt{\frac{g}{B\omega}} d\omega &= g \left[t_0 - \frac{u^2}{C^2 R} \right] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} ds &= \left[u - \sqrt{\frac{g\omega}{B}} \right] dt, \\ du - \sqrt{\frac{g}{B\omega}} d\omega &= g \left[t_0 - \frac{u^2}{C^2 R} \right] dt. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Первое из уравнений (21), как уже известно, представляет собою скорость фронта волны, распространяющегося в положительную сторону, а первое из уравнений (22) дает скорость фронта, распространяющегося в сторону отрицательных значений s . Таким образом, эти характеристики имеют вполне определенный физический смысл, позволяющий достаточно ясно представить себе картину движения потока, изучаемого методом характеристик.

Задача сводится к решению системы (21, 22) в конечных разностях. Первые из уравнений дают зависимость $s = \varphi(t)$, вторые $u = f(\omega)$. Найдем решение в этих координатах, где в качестве независимых переменных приняты, как уже сказано, t и ω .

Для приближенного решения уравнений воспользуемся методом, который в приложении к непризматическому руслу сводится к следующему.

Рассмотрим характеристику $s = \varphi(t)$. Мы должны удовлетворить одновременно двум уравнениям $ds = Wdt$ и $ds = \Omega dt$. Допустим, что нам известны значения W и Ω в двух сечениях потока, отстоящих друг от друга на малую величину $s_2 - s_1$ (рис. 29, б) в моменты времени t_1 и t_2 .

В точке t_1 имеем значения: s_1 ; $W_1 = u_1 + \sqrt{\frac{g\omega_1}{B}}$; в точке t_2 : s_2 ; $\Omega_2 = u_2 - \sqrt{\frac{g\omega_2}{B}}$.

Искомые значения s и t найдутся из условия, что

$$\Delta s_1 = s - s_1 = W_1 \Delta t_1; \quad \Delta s_2 = s - s_2 = \Omega_2 \Delta t_2, \quad (23)$$

где $\Delta t_1 = t - t_1$ и $\Delta t_2 = t - t_2 = t_1 - t_2 + \Delta t_1$.

Решая их совместно, находим значения Δt_1 и Δs_1 :

$$\Delta t_1 = \frac{\Omega_2 (t_1 - t_2) - (s_1 - s_2)}{W_1 - \Omega_2}; \quad (24)$$

$$\Delta s_1 = \frac{W_1 [(t_1 - t_2) \Omega_2 - (s_1 - s_2)]}{W_1 - \Omega_2}. \quad (25)$$

Приведенный расчет можно произвести графо-аналитически, * для чего необходимо выбрать две точки на характеристиках A и B (рис. 29) с координатами s_1, t_1 и s_2, t_2 , в которых известны значения W и Ω ; в таком случае можно построить прямую и обратную характеристики, взаимно пересекающиеся в точке M , которая и даст нам искомые значения Δt_1 и Δs_1 . Затем построение ведется из точек M и C и так далее на всем протяжении бьефа (рис. 30). Приближенность расчета состоит в том, что при построении характеристик приходится определять W и Ω по начальным значениям, в то время как следовало бы определять их по средним значениям; если исходить из последнего требования, то надо задаваться величиной W_{cp} и Ω_{cp} ; при этом неизбежно надо повторять расчет, так как только второе приближение дает удовлетворительный результат.

Рассмотрим теперь вопрос об определении приращения глубины h (или отметок свободной поверхности y).

С этой целью воспользуемся следующими двумя зависимостями:

$$\Delta h_1 = \frac{\Delta Q_1}{B \Omega_1} + \Delta_1; \quad \Delta h_2 = \frac{\Delta Q_2}{B W_2} + \Delta_2, \quad (26)$$

$$\text{где } \Delta_1 = \frac{i_0 - \frac{Q_1^2}{K^2}}{1 - \left(\frac{u}{v_{kp}}\right)^2}; \quad \Delta_2 = \frac{i_0 - \frac{Q_2^2}{K^2}}{1 - \left(\frac{u}{v_{kp}}\right)^2}; \quad v_{kp} = \sqrt{gh}. \quad (27)$$

$$Q = Q_1 + \Delta Q_1 = Q_2 + \Delta Q_2; \quad h = h_1 + \Delta h_1 = h_2 + \Delta h_2.$$

Заменим Δh_1 и Δh_2 через h, h_1 и h_2 и выразим ΔQ_2 через $Q_1 + \Delta Q_1 - Q_2$.

Получим

$$\frac{\Delta Q_1}{B \Omega_1} + \Delta_1 = h - h_1; \quad \frac{Q_1 + \Delta Q_1 - Q_2}{B W_2} = h - h_2 - \Delta_2.$$

* При изложении этого вопроса, помимо работы Христиановича, мы использовали труд Н. Т. Мелешенко и М. С. Якубова, „Составление рекомендаций расчета неустановившегося движения“, 1940 г.

Определяя h из обеих зависимостей, найдем ΔQ_1 ; для удобства вычислений обозначим

$$\frac{1}{BQ_1} = m_1; \quad \frac{1}{BW_2} = m_2. \quad (28)$$

$$h = m_1 \Delta Q_1 + \Delta_1 + h_1 = m_2 [Q_1 + \Delta Q_1 - Q_2] + \Delta_2 + h_2;$$

$$\Delta Q_1 [m_1 - m_2] = \Delta_2 - \Delta_1 + h_2 - h_1 + m_2 [Q_1 - Q_2];$$

$$\Delta Q_1 = \frac{\Delta_2 - \Delta_1 + h_2 - h_1 - m_2 (Q_2 - Q_1)}{m_1 - m_2}. \quad (29)$$

Аналогичным путем найдем также

$$\Delta Q_2 = \frac{\Delta_2 - \Delta_1 + h_2 - h_1 - m_1 (Q_2 - Q_1)}{m_1 - m_2}; \quad (30)$$

$$\Delta h_1 = \frac{m_1 \Delta_2 - m_2 \Delta_1 + m_1 [h_2 - h_1] - m_1 m_2 [Q_2 - Q_1]}{m_1 - m_2}; \quad (31)$$

$$\Delta h_2 = \frac{m_1 \Delta_2 - m_2 \Delta_1 + m_2 [h_2 - h_1] - m_1 m_2 [Q_2 - Q_1]}{m_1 - m_2}. \quad (32)$$

Найденные уравнения дают выражения для вычисления ΔQ_i , Δh_i , Q и h в искомой точке M с координатами $s = s_1 + \Delta s_1$ и $t = t_1 + \Delta t_1$. Вычисление Δh и ΔQ можно производить также

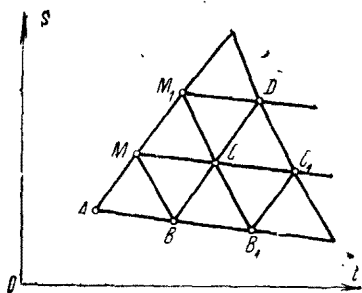


Рис. 30. Характеристики:
 $s = f(t)$.

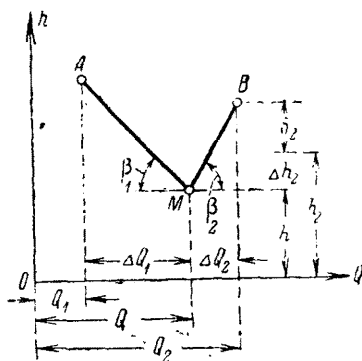


Рис. 31. Расчетная схема к способу характеристик $h = f(Q)$.

графически, что поясняется рис. 31, где $m_1 = \operatorname{tg} \beta_1$ и $m_2 = \operatorname{tg} \beta_2$. Принимая h за ось ординат, а Q за ось абсцисс, проведем из точек A и B , в которых значения h , Q и Δ нам известны, прямую и обратную характеристики до их взаимного

пересечения в искомой точке M и определим таким путем значения h и Q в этой точке.

Задача имеет еще и следующий вариант решения.

Имеем уравнения:

а) Прямая характеристика $\Delta s_1 = W_1 \Delta t_1$;

$$\Delta u_1 = \Delta \lambda_1 + \delta_1, \text{ где } \lambda_1 = \sqrt{\frac{g}{B\omega_1}} \Delta \omega_1; \quad (33)$$

б) обратная характеристика $\Delta s_2 = \Omega_2 \Delta t_2$;

$$\Delta u_2 = -\Delta \lambda_2 + \delta_2, \text{ где } \lambda_2 = \sqrt{\frac{g}{B\omega_2}} \Delta \omega_2. \quad (34)$$

Значения u и λ в точке M определяются аналогично предыдущему из формул

$$\left. \begin{aligned} \Delta \lambda_1 &= \frac{1}{2} [\delta_1 - \delta_2 + u_1 - u_2 + \lambda_1 - \lambda_2], \\ \Delta u_1 &= \delta_1 + \Delta \lambda_1; \quad \lambda = \lambda_1 + \Delta \lambda_1; \quad u = u_1 + \Delta u_1. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Для приращений вдоль обратной характеристики найдем

$$\left. \begin{aligned} \Delta \lambda_2 &= \frac{1}{2} [\delta_1 - \delta_2 + u_1 - u_2 - \lambda_1 + \lambda_2]; \\ \Delta u_2 &= \delta_2 - \Delta \lambda_2; \quad \delta_1 = gf_1 \Delta t_1; \quad \delta_2 = gf_2 \Delta t_2. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

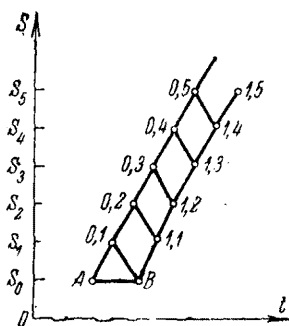


Рис. 32. Схема построения характеристик $s = f(t)$.

При решении практических задач обычно бывают известны начальные условия при $t = 0$; для этого момента мы знаем скорость u и величину живого сечения ω по всему руслу. Следовательно, мы можем построить так называемую нулевую характеристику $0 \div 0,1 \div 0,2 \div 0,3 \div 0,4$ (рис. 32). С этой целью вычислим значение W в различных сечениях русла и построим из точки A прямую под углом $\operatorname{tg} \alpha = W_A$ к оси абсцисс до пересечения с линией $s_1 = \text{const}$ в точке 0,1; далее из этой точки проведем прямую характеристику под углом $\operatorname{tg} \alpha = W_1$ до пересечения с прямой $s_2 = \text{const}$ в точке 0,2, и так далее на всем протяжении бьефа. Затем строятся другие характеристики, для чего требуются вычисления; построение первой характеристики $1,0 \div 1,1 \div 1,2 \div 1,3 \div 1,4$ начинаем из точки 0,1, проводя обратную характеристику под углом $\operatorname{tg} \alpha = \Omega_2$ до точки B . Далее из

точек B и $0,2$ проводим прямую и обратную характеристики до взаимного пересечения в точке $1,1$; затем из точки $1,1$ и $0,3$ проводим прямую и обратную характеристики до пересечения в точке $1,2$ и так далее на всем протяжении бьефа. Построение характеристик сопровождается вычислением значений Δt_1 , Δu_1 и $\Delta \lambda_1$.

Приведем пример расчета, взятый из работы Мелешенко и Якубова (см. сноску на стр. 48).

Пусть нам задан водоток, характеризующийся следующими данными: длина канала $L = 5000$ м и $i_0 = 0,0002$. Расход увеличивается от $Q_0 = 30$ м³/сек до $Q = 150$ м³/сек в течение 20 мин. по линейному закону и затем остается постоянным.

Строим нулевую характеристику, для чего разбиваем канал на пять участков длиной $s = 1000$ м каждый и вычисляем t для каждого из участков по данному первоначальному профилю

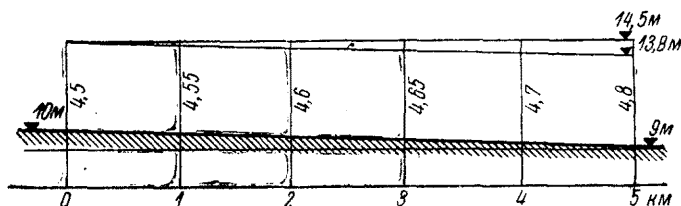


Рис. 33. Продольный профиль водотока (к примеру расчета).

(рис. 33). Расчеты, произведенные по формулам обратной характеристики, идя от конца бьефа к его началу, сведены в таблицу 4.

Таблица 4

№ точек	h	λ	α	$V \sqrt{\frac{g\omega}{B}}$	W	Ω	ζ_c	$t = \sum \Delta t_2$
0,5	5,5	2,85	0,254	5,52	5,77	-5,27	-5,21	192
0,4	5,3	2,49	0,27	5,43	5,70	-5,16	-5,10	196
0,3	5,10	2,12	0,29	5,34	5,63	-5,05	-4,99	200
0,2	4,9	1,76	0,31	5,24	5,55	-4,93	-4,87	205
0,1	4,7	1,38	0,33	5,15	5,49	-4,81	-4,75	210
0,0	4,5	0,99	0,36	5,05	5,41	4,69		1 003

В дальнейшем примем двойную нумерацию точек; первая цифра будет обозначать номер обратной характеристики, а вто-

рая — номер точки на этой характеристике. Имея нулевую характеристику, из точки 0,4 проводим прямую характеристику до пересечения со створом $s=5$ км; это пересечение и даст нам точку 1,5, лежащую на 1-й характеристике по уравнению

$\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{W} = \frac{1000}{5,7} = 175$ сек. что дает в точке 1,5 $t = \Delta t_0 + \Delta t_1 = 192 + 175 = 367$ сек, этому моменту в данном створе соответствует $Q_{1,5} = 67$ м³/сек Для нахождения скорости, а значит и глубины воспользуемся формулой

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\omega_\lambda} &= [-\lambda + u_1 + \lambda_1 + \delta_1] \frac{1}{Q} \\ u_1 &= 0,27 \text{ м/сек}; \lambda_1 = 2,49 \text{ м/сек}; \\ \delta_1 &= gf_1 \Delta t_1 = 9,81 \left[0,0002 - \frac{0,27^2 \cdot 0,41}{10^4} \right] 175 = 0,34 \text{ м/сек.} \end{aligned} \right\} (37)$$

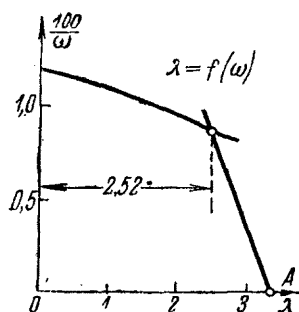


Рис. 34. $\lambda = f(\omega)$ к примеру расчета.

Правая часть уравнения (37) представится в виде прямой (рис. 34), проводимой из точки А:

$$u_1 + \lambda_1 + \delta_1 = 0,271 + 2,49 + 0,34 = 3,11$$

под углом $\text{tg } \alpha = -\frac{1}{Q} = -0,0149$.

С другой стороны мы можем вычислить $\lambda = f(\omega)$ по формуле $\lambda = \sqrt{\frac{g}{B\omega}} \Delta \omega$; сведем вычисления в таблицу 5.

Таблица 5

h	ω	B	$\frac{g}{B\omega}$	$\sqrt{\frac{g}{B\omega}}$	$\sqrt{\frac{g}{B\omega_{cp}}} \Delta \omega$	λ	$\frac{1}{\omega}$
4,0	68	29	0,0051	0,071		0	0,0147
4,5	83	32	0,0037	0,061	0,99	0,99	0,012
5,0	100	35	0,0028	0,053	0,95	1,94	0,01
5,5	118	38	0,0022	0,047	0,905	2,847	0,0085
6,0	138	41	0,0018	0,0420	0,88	3,725	0,0072
6,5	159	44	0,0014	0,037	0,83	4,555	0,0063
7,0	182	47	0,00114	0,0335	0,805	5,36	0,0055

Строим на том же графике функцию $\frac{1}{\omega} = f(\lambda)$; точка пересечения этой кривой с прямой, соответствующей правой части зависимости (37), и даст искомое значение $\lambda = 2,52$ м/сек, $\omega = 111,5$ м², отсюда находим $u_{1,5} = \frac{67}{111,5} = 0,60$ м/сек.

Переходим к построению точки 1,4 той же характеристики (I). Исходной точкой теперь будет 0,3; проведем прямую характеристику из точки 0,3 и обратную из точки 1,5.

Имеем следующие данные (по нулевой и первой характеристике):

1) $s_1 = 3000$ м, $t_1 = 388$ сек, $u_1 = 0,29$ м/сек, $\lambda_1 = 2,12$ м/сек (точка 0,3).

2) Точка (1,5) $s_2 = 5000$ м, $u_2 = 0,60$ м/сек, $\lambda_2 = 2,50$ м/сек, $t_2 = 363$ сек; по формуле (24) найдем

$$\Delta t_1 = \frac{-(s_1 - s_2) + (t_1 - t_2) \Omega_2}{W_1 - \Omega_2};$$

W_1 примем равным $W_{0,3} = 5,63$ м/сек, $\Omega_2 = \Omega_{1,5} = -4,83$ м/сек,

$$\Delta t_1 = \frac{(5000 - 3000) + (363 - 388) \cdot 4,83}{5,63 + 4,83} = \frac{1880}{10,46} \approx 180 \text{ сек},$$

соответственно $\Delta t_2 = (t_1 - t_2) + \Delta t_1 = 205$ сек,

$$\delta_1 = \delta_{0,3} = 9,81 (2 - 0,29^2 \cdot 0,43) \cdot 180 \cdot 10^{-4} = 0,35,$$

$$\delta_2 = \delta_{1,5} = 9,81 (2 - 0,6^2 \cdot 0,41) \cdot 205 \cdot 10^{-4} = 0,37;$$

как видим, δ_1 и δ_2 отличаются незначительно;

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_1 &= \frac{1}{2} [u_2 - u_1 - \lambda_2 + \lambda_1 + \delta_1 - \delta_2] = \\ &= \frac{1}{2} (0,6 - 0,29 + 2,12 - 2,5 + 0,35 - 0,37) = -0,045 \text{ м/сек}, \end{aligned}$$

$$u_{1,4} = u_1 + \Delta u_1 = 0,29 + 0,305 = 0,595 \text{ м/сек},$$

$$\Delta u_1 = \delta_1 - \Delta \lambda_1 = 0,35 - 0,045 = 0,305 \text{ м/сек},$$

$$\lambda_{1,4} = \lambda_1 + \Delta \lambda_1 = 2,12 - 0,045 = 2,075 \text{ м/сек}.$$

Таким образом, мы нашли, что в точке 1,4 в первом приближении $u = 0,60$ м/сек, $\lambda = 2,075$ м/сек и соответствующее им значение $\omega = 104$ м².

Далее следовало бы уточнить расчет, проведя его по средним значениям, но при этом практически получаем те же значения u , λ и ω . Аналогичным путем найдем все значения первой характеристики,

Весь изложенный расчет удобно вести, пользуясь табличной формой (табл. 6).

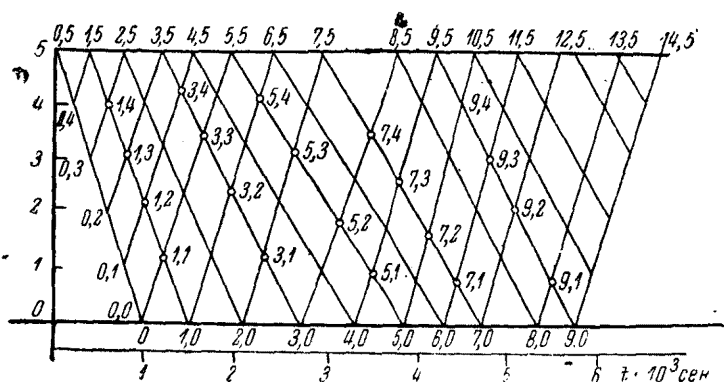
Таблица 6

№№ точек	t	s	W Ω	$W\Delta t$ $\Omega\Delta t$	Δt	Δs	f	δ	λ	u	$\Delta\lambda$	Δu	W Ω	Q	ω
N_1	t_1	s_1	W_1	$W_1\Delta t$	Δt_1	Δs_1	f_1	δ_1	λ_1	u_1	$\Delta\lambda_1$	Δu_1	W	Q	ω
N_2	t_2	s_2	Ω_2	$\Omega_2\Delta t$	Δt_2	Δs_2	f_2	δ_2	λ_2	u_2	$\Delta\lambda_2$	Δu_2	Ω	Q	ω
$N_{иск}$	Δt	Δs			t	s			$\Delta\lambda$	Δu	λ	u			

Схема заполнения таблицы следующая:

- 1) нам известны значения t_i , s_i , W_i , Ω_i , f , λ , u в некоторых смежных точках N_1 и N_2 ;
- 2) вычисляются соответствующие разности

$$\Delta t = t_1 - t_2; s_1 - s_2; W_1 - \Omega_2; u_1 - u_2;$$

Рис. 35. Характеристики $s = f(t)$ (Мелешенко и Якубов).

- 3) вычисляются произведения $W_1\Delta t$ и $\Omega_2\Delta t$;
- 4) определяется Δt_1 и Δt_2 по соответствующим формулам:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{W_1}; \quad \Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{\Omega_2};$$

- 5) вычисляются f_1 ; f_2 ; δ_1 ; δ_2 ; $\delta_1 - \delta_2$;

б) вычисляются $\Delta\lambda_1$; Δu_1 ; $\Delta\lambda_2$; Δu_2 и соответственно искомые значения λ , u , t , s и ω .

Ограничиваясь этими общими указаниями о решении задачи неустановившегося движения жидкости в открытом русле методом характеристик, отметим, что, в сущности говоря, этот метод

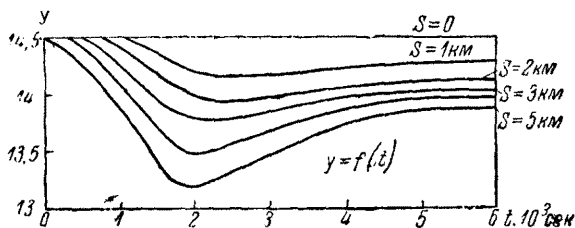


Рис. 36. $y = f(t)$.

не представляет ничего сложного и требует лишь довольно кропотливых вычислений. Так как ошибки накапливаются с увеличением длины s , то представляется необходимым производить проверку расчета, исходя из необходимости удовлетворить уравнение неразрывности (объемным способом); эта проверка весьма

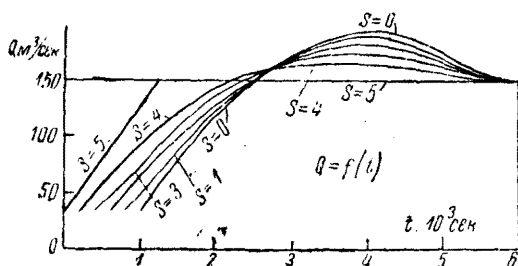


Рис. 37. $Q = f(t)$.

проста, коль скоро вычислены значения Δh и ΔQ по всему бьефу. Выведенные выше приближенные зависимости для Δh и ΔQ достаточно просты и удобны в приложениях, так как не требуют сложных вычислений. Что касается функции $K^2 = f(y_{cp})$, то она обычно бывает задана на основании результатов натурных наблюдений, о чем уже указывалось ранее; можно максимально сократить вычисления, составив соответственные вспомогательные графики.

Результаты вычислений представлены на графике рис. 35, где даны характеристики $s(t)$ — прямые и обратные (всего по 15). На основании произведенных расчетов можно построить график изменения горизонтов, скоростей и расходов во всех интересующих нас створах.

Для наглядного представления получающихся результатов приводим $y = f(t, s)$ и $Q = f(t, s)$ на рис. 36 и 37.

ГЛАВА II

ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА ТЕЧЕНИЙ РЕЧНОГО ПОТОКА

§ 7. Построение плана течений

Задача о построении плана течений речного потока рассматривается обычно как плоская (в двух измерениях); при этом предполагается, что векторы скорости не зависят от координаты y ; следовательно, вводится допущение, что линии тока в поверхностных и придонных слоях потока остаются взаимно параллельными. Это допущение, разумеется, далеко не во всех случаях соответствует действительности, так как в реальных потоках при значительной кривизне русла возникают вторичные течения, вызывающие существенное различие в направлении скоростей поверхностных и придонных слоев потока. Однако во многих задачах это допущение дает приемлемую точность расчета; во всяком случае совершенно ясно, что только такая схематизация дает возможность построения плана течений и расчета местных деформаций русла, возникающих в таких случаях, как стеснение его перемычками и выправительными сооружениями, и в нижних бьефах речных гидроузлов.

Мы примем это допущение как основной постулат и будем считать, что скорости течения остаются неизменными по глубине, а давление подчиняется гидростатическому закону. Таким образом, мы принимаем, что $u = f(s)$ и $h = f(n, s)$, где s — криволинейная координата, взятая вдоль линии тока, n — нормаль к ней. Будем рассматривать поток глубиной h и отнесем все рассуждения к средней скорости течения u в пределах рассматриваемой струйки, несущей некоторый элементарный расход q .

Разбивая весь поток на ряд струй с одинаковыми расходами q и проводя линии нормальные к линиям течения, мы можем представить геометрическую схему течения точно так же, как это принято в гидромеханике; однако отметки свободной по-

верхности y будут меняться за счет сил трения и центробежного ускорения.

В нашу задачу и входит установление изменения y и u как функций от s , n . Поставленную таким образом задачу мы формулируем как задачу построения плана течений. В настоящее время мы имеем лишь два решения этой задачи: первое принадлежит Н. М. Бернадскому, изложившему свой метод впервые в 1934 году, второе — Н. Т. Мелешенко, представившему свой доклад в 1940 г. Бернадский предложил законченное, хотя и приближенное решение задачи с учетом сил трения; Мелешенко дал общую постановку задачи, но ограничился рассмотрением „бурных“ потоков и пренебрег при этом силами трения. Так как нас интересуют только такие течения, в которых преобладающее значение имеют силы трения, мы будем следовать во всем дальнейшем изложении методу Бернадского.*

Основные уравнения движения жидкости в реальных потоках можно представить следующим образом:

$$J_s = -\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{1}{g} \frac{du}{dt} + \frac{\tau}{\gamma R}; \quad (38)$$

$$J_n = -\frac{\partial y}{\partial n} = \frac{1}{g} \sigma u^2, \quad (39)$$

где $\frac{\tau}{\gamma R} = \frac{Q^2}{K^2} = \frac{u^2}{C^2 R}$, σ — кривизна струйки.

Эта система уравнений справедлива для некоторой элементарной струйки; поэтому координаты s и n выбираются соответственно по направлению оси струйки и нормально к ней. Заменяя в уравнении (38), как обычно делается для установившегося движения жидкости, $\frac{du}{dt}$ через $u \frac{\partial u}{\partial s}$, а вместо $\frac{\tau}{\gamma R}$ подставляя $\frac{u^2}{C^2 R}$, получаем:

$$-\frac{\partial y}{\partial s} = J_s = \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{u^2}{C^2 R}; \quad (40)$$

$$-\frac{\partial y}{\partial n} = J_n = \sigma \frac{u^2}{g}. \quad (41)$$

Решение этой системы уравнений в частных производных 1-го порядка при заданных сложных граничных условиях весьма затруднительно; ввиду этого Бернадский предложил применять приближенный способ расчета путем построения сетки дви-

* См. статью Прокофьевой и Новоторцева „Основы теоретического метода построения транзитных потоков“, Известия НИИГ, т. XVII, 1935 г.

жения потока методом последовательного приближения. Имея в виду, что глубина потока во всей области течения обычно изменяется сравнительно незначительно и в особенности незначительно изменение отметок свободной поверхности, в то время как плановые изменения струй (сжатие и расширение) могут оказаться существенными, Бернадский предложил строить план течений, пренебрегая вначале изменением $y = f(s, n)$; заменяя $\frac{u^2}{C^2 R}$ через $\frac{n^2 u^2}{R^{1,5}} \approx \frac{n^2 u^2}{h^{1,5}}$ и рассматривая две струйки тока $a_0 b_0 c_0 d_0$ и $abcd$ с одинаковыми расходами q (рис. 38), Бернадский, применяя к этим струйкам уравнение (40), получает следующий результат:

$$J_{0s} = \frac{1}{g} u_0 \frac{\partial u_0}{\partial s} + \frac{n^2 u_0^2}{h_0^{1,5}};$$

$$J_s = \frac{1}{g} u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{n^2 u^2}{h^{1,5}}. \quad (42)$$

Деля J_s на J_{0s} , находим:

$$\frac{J_s}{J_{0s}} = \frac{u^2 h_0^{1,5} \left[1 + \frac{h^{1,5}}{g n^2 u} \frac{\partial u}{\partial s} \right]}{u_0^2 h^{1,5} \left[1 + \frac{h_0^{1,5}}{g n^2 u_0} \frac{\partial u_0}{\partial s} \right]} = \left[\frac{u}{u_0} \right] \left[\frac{h_0}{h} \right]^{1,5} \frac{1 + \varepsilon}{1 + \varepsilon_0}, \quad (43)$$

$$\text{где } \varepsilon = \frac{h^{1,5}}{g n^2 u} \frac{\partial u}{\partial s}; \quad \varepsilon_0 = \frac{h_0^{1,5}}{g n^2 u_0} \frac{\partial u_0}{\partial s}.$$

Так как обе струи несут одинаковые расходы q , которые могут быть выражены через скорости и живые сечения в виде, $q = ubh = u_0 b_0 h_0$, где b и b_0 — ширины струй, то зависимость (43) может быть преобразована:

$$b = b_0 \left[\frac{h_0}{h} \right]^{1,75} \sqrt{\frac{J_{0s}(1 + \varepsilon)}{J_s(1 + \varepsilon_0)}}. \quad (44)$$

Уравнение (44) устанавливает закон изменения ширины элементарных струй, несущих равные расходы, по нормали к направлению течения. Рассмотрим транзитный поток, занимающий все русло от одного берега до другого, и применим к нему полученную зависимость. Задача состоит в том, чтобы построить плановую сетку, разделяющую поток на струи, несущие равные расходы (рис. 39). Нам заданы внешние границы крайних струй,

самое же начертание этих струй заранее неизвестно; построение плановой сетки, очевидно, должно быть произведено с таким расчетом, чтобы границы последней струи совпали с внеш-

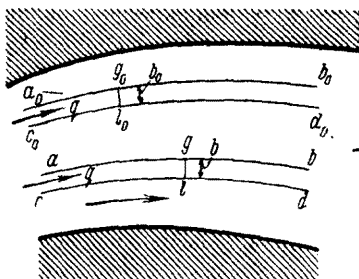


Рис. 38. Схема деления потока на струи (Бернадский).

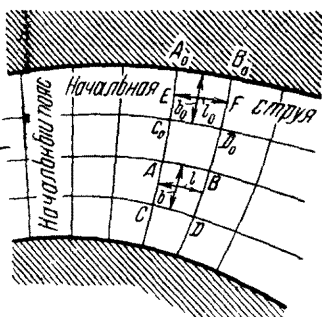


Рис. 39. Схема деления потока на струи (Бернадский).

ними границами потока; так как это не всегда удастся, то возникает необходимость в повторном расчете; второе приближение дает уже достаточно точный результат. Совершенно ясно, что все элементарные клетки являются криволинейными прямоугольниками, отношение сторон которых $\frac{b}{l}$ меняется от струи к струе и вдоль течения.

Рассмотрим две клетки плановой сетки: произвольную $ABCD$ и начальную $A_0B_0C_0D_0$; при этом под начальной мы будем понимать струю, примыкающую к одному из берегов, например к левому, как показано на рис. 39. Глубины потока в пределах каждой рассматриваемой клетки меняются; назовем через y_1, y_2 отметки свободной поверхности по оси струйки (линия EF), а через y'_1, y'_2 — по нормали к оси струйки (линия KL). Уклон J_s очевидно будет (рис. 40):

$$J_s = \frac{y_1 - y_2}{l}; \quad J_n = \frac{y'_1 - y'_2}{b}.$$

Разность отметок $y_1 - y_2$ равна

$$y_1 - y_2 = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{n^2 u_{cp}^2 l}{h_1^{1.5}},$$

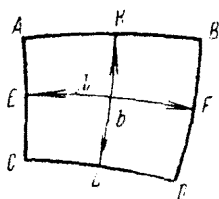


Рис. 40. Схема одной клетки.

или

$$y_1 - y_2 = \frac{u_{cp}(u_2 - u_1)}{g} + \frac{\pi^2 u_{cp}^2 l}{h^{1,5}}, \quad (45)$$

где

$$u_{cp} = \frac{u_1 + u_2}{2}; \quad y'_1 - y'_2 = \sigma b \frac{u_{cp}^2}{g}. \quad (45a)$$

Зная разность $y_1 - y_2$, мы можем вычислить уклон свободной поверхности J_g и представить зависимость для изменения ширины элементарной струйки следующим образом:

$$b = b_0 \left[\frac{h_0}{h} \right]^{1,75} \sqrt{\frac{l(y_{01} - y_{02})(1 + \epsilon)}{l_0(y_1 - y_2)(1 + \epsilon_0)}}. \quad (46)$$

Деля обе части уравнения на l , получим:

$$\frac{b}{l} = \frac{b_0}{l_0} \left[\frac{l_0}{l} \right] \sqrt{\frac{l(y_{01} - y_{02})(1 + \epsilon)}{l_0(y_1 - y_2)(1 + \epsilon_0)}} \left[\frac{h_0}{h} \right]^{1,75}$$

или, обозначая $\frac{l}{b} = k$, $\frac{l_0}{b_0} = k_0$, $\frac{h}{h_0} = h'$, $\frac{l}{l_0} = l'$,

$$k = k_0 (h')^{1,75} \sqrt{\frac{(y_1 - y_2)(1 + \epsilon_0)}{(y_{01} - y_{02})(1 + \epsilon)}} l'. \quad (47)$$

Величина k определяет собой размеры прямоугольников плановой сетки движения. Для клеток начальной струи значения k_0 могут быть назначены совершенно произвольно, так как расстояния между смежными поперечниками не подчинены никакому условию; примем $k = 1,0$, что соответствует квадратным клеткам. Формула (47), определяющая отношение длины каждой клетки к ее ширине, названа Бернадским законом рисунка. Совершенно ясно, что построенная таким методом плановая сетка потока соответствует условию продольного равновесия и неразрывности, так как при выводе зависимости (47) мы исходили из уравнения продольного равновесия. Условия поперечного равновесия влекут за собой изменение y по ширине потока; для учета этого изменения необходимо воспользоваться уравнениями

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y_{01} &= \frac{1}{g} \int \sigma u^2 dn, \\ y_2 - y_{02} &= \frac{1}{g} \int \sigma u^2 dn. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Формула (47) включает в себе отметки свободной поверхности потока, а также значения ϵ и ϵ_0 , величины которых неиз-

вестны, поскольку они изменяются с размерами клеток; поэтому определение величины k возможно только путем последовательных приближений. В первом приближении можно принять подкоренное выражение равным единице; тогда величина k будет равна $k = k_0(h')^{1,75}$ или, принимая $k_0 = 1,0$,

$$k = (h')^{1.75}. \quad (49)$$

Таким образом, для определения размеров клеток плановой сетки мы располагаем весьма простой зависимостью (49), и практически для этой цели необходимо знать лишь изменение глубины потока $h =$

$=f(s, n)$ во всей области течения; так как отметки дна русла являются заданными, а уровень свободной поверхности изменяется весьма мало, то мы имеем возможность весьма быстро определить размеры плановой сетки потока в первом приближении. Построение ведется по направлению течения и начинается от некоторого начального поперечника, в преде-

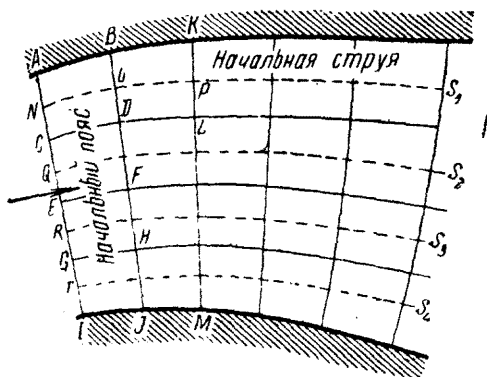
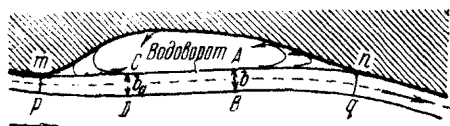


Рис. 41. Схема построения плана течений (Бернадский).

лах которого распределение скоростей предполагается заданным; в соответствии с этим определяются размеры струи в этом сечении: AC , CE , EG и GI (рис. 41). Назовем этот поперечник начальным поясом. Внутри каждого поперечного пояса построение клеток ведется от клетки начальной струи к противоположному берегу. Начнем построение с начальной клетки $ABCD$ начального пояса. Так как размер AC нам задан, то, приняв $k=1$, мы получим длину AB и построим первую клетку $ABCD$ таким образом, чтобы она получилась квадратной. Затем надлежит продолжить поперечник BJ , ведя его нормально к линии CD и EF и удовлетворяя одновременно формуле (49); величина k' определяется по плану дна русла в горизонталях. Таким же путем строятся все остальные клетки начального пояса; при построении последней клетки может оказаться, что условие (49) не может быть соблюдено, а также,

что линия HJ не перпендикулярна к урезу правого берега IJ . В таком случае следует изменить размеры начальной клетки $ABCD$, сохраняя для нее условие $k_0 = 1,0$, и повторить вычисления, стремясь добиться того, чтобы удовлетворялось условие (49) и поперечник BJ был нормален к линиям тока и линиям уреза обоих берегов.

Построение остальных клеток плановой сетки ведется аналогичным способом, идя от левого берега к правому и постепенно заполняя клетками всю область течения исследуемого



потока. Имея первое приближение плановой сетки, нетрудно вычислить скорости в живых сечениях каждой клетки и найти отметки свободной поверхности потока, для чего необходимо провести NS_1 , QS_2 , RS_3 , TS_4 и т. д. по оси элементарных струек; пользуясь уравнением (45), найдем

Рис. 42. Схема потока с водоворотом.

изменение уровня свободной поверхности вдоль всей начальной струи NS_1 . Для нахождения отметок свободной поверхности вдоль остальных струек будем пользоваться уравнением поперечного равновесия, определяя кривизну струй σ по плану (очевидно, величина σ меняется от клетки к клетке).

Таким путем мы вычислим отметки свободной поверхности для всех поперечников AI , BJ , KM и т. д.

Изложенный метод основан на соблюдении условия поперечного равновесия для всего потока; условия же продольного равновесия удовлетворяются только для одной начальной струи. Для того чтобы соблюсти условие продольного равновесия вдоль всех струй потока, необходимо вычислить величину k по полной формуле (47); тем самым мы внесем поправку на продольное равновесие потока. Таким образом, необходимо повторить расчет, исходя из зависимости (47), что нетрудно выполнить, имея первое приближение плановой сетки и определив отметки свободной поверхности. Навык построения плановой сетки руслового потока на участке сжатия или расширения приобретает достаточно быстро; поэтому мы имеем все основания охарактеризовать изложенный метод Бернадского как сравнительно несложный и вполне доступный широкому кругу инженеров.

Для полноты освещения вопроса о построении плана течения руслового потока необходимо рассмотреть поток, в котором транзитные струи заполняют собой лишь часть русла, образуя в другой части водоворотную область (рис. 42). Задача состоит в установлении формы граничной струи, имеющей возможность свободного расширения в сторону водоворота. Допустим, что граничная струя ограничена со стороны водоворота линией mn ; ширина струи в начальном сечении известна и равна h ; единичный расход струй q .

Уравнение движения струи попрежнему примем в виде

$$J_s = \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{n^2 u^2}{h^{1,5}}.$$

Присоединим к этому уравнение неразрывности в дифференциальной форме

$$hb \frac{\partial u}{\partial s} + uh \frac{\partial b}{\partial s} + ub \frac{\partial h}{\partial s} = 0,$$

откуда $\frac{\partial u}{\partial s} = -u \left[\frac{1}{b} \cdot \frac{\partial b}{\partial s} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial s} \right]$. Введем это выражение в уравнение движения; получим:

$$J_s = -\frac{u^3}{g} \left[\frac{1}{b} \frac{db}{ds} + \frac{1}{h} \frac{dh}{ds} \right] + \frac{n^2 u^3}{h^{1,5}}. \quad (50)$$

Интегрирование уравнения (50) дает

$$h = b_0 e^{g \left[\frac{n^2}{h_c^{1,5}} - \frac{J_s}{u_c^2} \right] l}, \quad (51)$$

где u_c и h_c — средняя глубина и скорость на участке расширения.

Можно получить и более точное выражение для $b = f(s)$, для чего вернемся к исходному уравнению (38). Обращая внимание, что глубина потока остается практически неизменной, перепишем уравнение в следующем виде:

$$J_s = \frac{d}{ds} \left[\frac{u^2}{2g} \right] + \frac{n^2}{h^{1,5}} u^2 = \frac{1}{2g} \frac{dx}{ds} + k^2 x = \text{const}, \quad (52)$$

где

$$k^2 = \frac{n^2}{h^{1,5}}; \quad x = u^2.$$

Отделяя переменные и производя интегрирование, получим:

$$\int \frac{dx}{x - \frac{J_s}{k^2}} = \ln \left(x - \frac{J_s}{k^2} \right) = C - 2gk^2 l. \quad (53)$$

При $l=0$ $x = u_0^2 = x_0$, следовательно:

$$x = \frac{J_s}{k^2} + \left(x_0 - \frac{J_s}{k^2} \right) e^{-2gk^2 l},$$

или

$$u^2 = \left(u_0^2 - \frac{J_s}{k^2} \right) e^{-2gk^2 l} + \frac{J_s}{k^2}. \quad (54)$$

Заменяя $u = \frac{q}{hb}$, $u_0 = \frac{q}{hb_0}$, находим:

$$b = b_0 \frac{e^{gk^2 l}}{\sqrt{1 + \left(\frac{q_0}{q} \right)^2 (e^{2gk^2 l} - 1)}}, \quad (55)$$

$$\text{где } q_0^2 = \frac{h^{3,5} J_s b_0^2}{n^2}, \quad gk^2 = \frac{gn^2}{h^{1,5}} = \frac{g}{C^2 h}.$$

Полученная формула дает изменение ширины струи, смыкающейся к водовороту. Этим определяется форма начальной струи, зная которую нетрудно построить план течения на исследуемом участке русла. В первом приближении можно принимать уклон $J_s = 0$; в таком случае получим для расширения струи зависимость

$$b = b_0 e^{\frac{gl}{C^2 h}} = b_0 e^{\frac{gn^2 l}{h^{1,5}}}. \quad (56)$$

Построив план течений в первом приближении, вычисляем J_s и определяем $b = f(s)$ по формуле (56); точно так же вносим поправочный коэффициент и в формулу (47), определяющую закон рисунка, и определяем окончательное очертание линий тока.

Изложенный в предыдущем метод построения плана течений руслового потока, разумеется, является приближенным; тем не менее он дает достаточно близкую к реальным условиям картину течения потока и позволяет определять поперечный уклон и распределение скоростей во всей области течения, зная которые можно вычислить деформации русла.

ЧАСТЬ II

ДИНАМИКА РУСЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

ГЛАВА III

РАБОТА РЕК И ФОРМИРОВАНИЕ РУСЕЛ

§ 8. Речные наносы. Классификация рек

Огромному большинству рек земного шара присуща эрозивная деятельность. Продукты размыва, доставляемые в речные потоки их притоками, образуются в различных частях речного бассейна; количество их всецело зависит от характера питания реки и геоморфологических особенностей бассейна.

Особенно богаты наносами реки, берущие начало в горных массивах со смешанным ледниковым, снеговым и ливневым питанием. Горные потоки, питающие реку, несут с собою огромное количество продуктов размыва, на своем пути они легко смывают камни, гравий, песок, глину и прочие материалы; наряду с этим, в реки попадает и большое количество продуктов выветривания.

Значительные количества наносов доставляются в реку потоками, образующимися в результате сильных ливней и продолжительных дождей; чем меньше защищен грунт бассейна питания растительностью, чем меньше лесистость района, тем большее разрушение происходит в результате ливней и дождей и тем больше насыщенность рек наносами.

На Кавказе и в Средней Азии горным потокам, несущим с собою огромное количество продуктов размыва, присвоено специальное название селей и селевых потоков.

Наконец наносы могут генерироваться и в самом речном потоке в результате размыва ложа и берегов, интенсивность которого тем больше, чем быстрее нарастают паводки и чем слабее грунт, из которого сложены берега реки.

Доставляемый в реку в горных участках крупный обломочный материал на дальнейшем своем пути подвергается истиранию и измельчению, вследствие чего по выходе в долинные участки реки обычно обогащаются большим количеством мелких взвешенных частиц, и крупность фракций по мере удаления от истока и приближения к устью уменьшается.

В равнинных реках эрозионная деятельность значительно слабее, и самые процессы размыва и транспортирования наносов протекают гораздо медленнее. Обладая сравнительно малым падением, эти реки не в состоянии транспортировать наносы на большие протяжения. Наносы откладываются немедленно после спада волны паводка на пути речного потока, образуя перекааты, косы и отмели.

В паводок, когда насыщенность потока и скорости достигают наибольшей величины, наблюдается размыв русла, который особенно интенсивен в изгибах реки; размываемый материал откладывается неподалеку на противоположных отмелях и главным образом на перегибах, т. е. на перекатах, которые вследствие этого значительно нарастают. Процессы размыва однако не прекращаются и после прохождения паводков; при этом наблюдается обратное явление: на перекатах, вследствие спада воды, образуются местные перепады и значительные уклоны, вызывающие размыв и перенос отложений на нижележащие плесы. Этот процесс в практике речных исследований носит название процесса самоочистки переката. Описываемое явление отчетливо наблюдается, например, на Волге, Оке, Дону и других равнинных реках. Эти реки относятся к категории вполне устойчивых; их перекааты имеют постоянный характер и очертания, подверженные лишь частичным периодическим колебаниям около некоторого среднего состояния.

Однако встречаются равнинные реки малой устойчивости, в которых наращивания и углубления происходят беспорядочно, перекааты меняют свое расположение и очертания из года в год; примером подобной реки может служить, например, Висла.

Чем больше уклон рек, тем интенсивнее процессы размыва и отложения, и тем большие количества наносов транспортируются реками. В частности наиболее интенсивный размыв дна и берегов русла наблюдается в верховых участках рек; здесь скорости течения достигают наибольших величин и наиболее интенсивно растет паводок.

Наносы переносятся речными потоками как во взвешенном состоянии, так и путем влечения по дну; в горных и предгорных участках рек, где уклоны нередко превышают 0,001—0,003, реки в состоянии увлекать за собою крупную гальку и гравий в смеси с песком различных фракций; в то же время они проносят во взвешенном состоянии значительные массы более мелкого песка, ила и глины.

В равнинных участках, где уклоны резко уменьшаются, галька и гравий встречаются лишь в виде редкого исключения

и основную массу наносов составляют песчано-илистые частицы различной крупности. Поэтому в низовьях рек, где течение замедляется и транспортирующая способность речного потока существенно уменьшается, мы наблюдаем отложение наносов и образование дельты.

На характер наносов и режим их перемещения в пределах реки, кроме того, существенное влияние оказывает гидрологический режим, который непрерывно меняется в связи с периодическими изменениями метеорологических условий бассейна реки. Поэтому из года в год и из месяца в месяц меняются расходы воды и скорости течения, вследствие чего изменяется приток наносов и распределение их вдоль русла.

Для характеристики транспортирующей способности различных рек ниже приводится таблица 7, из которой нетрудно установить, что, в то время как в горных реках относительная мутность, выраженная в килограммах на 1 куб. метр воды, достигает $30—40 \text{ кг/м}^3$, в равнинных реках она редко превышает $2—5 \text{ кг/м}^3$; так, для Дуная, Миссисипи у Нью-Орлеана, Роны, Романша, Волги и других рек она составляет примерно $2—3 \text{ кг/м}^3$ в паводок.

Приведенные в таблице 7 сведения о расходах наносов относятся ко взвешенным частицам; измерения расхода донных наносов крайне несовершенны и недостаточны; не приводя здесь никаких данных, отметим лишь, что расход донных наносов не превышает $5—10\%$ от расхода взвешенных частиц и поэтому не влияет сколько-нибудь существенно на общую величину твердого стока реки.

В зависимости от условий питания, уклона, количества и крупности транспортируемых наносов можно разделить все реки на четыре главных категории [Л. 1].

1. Реки, которые характеризуются наибольшей изменчивостью русла в паводок и в которых мы наблюдаем не только изменение глубины потока, но и очертания всего русла. Эти реки зачастую образуют прорывы по новым направлениям; протекая в широкой пойме, они непрерывно меняют конфигурацию основного русла, разбиваются на несколько рукавов, забрасывают одни рукава и разрабатывают новые. Эти реки наименьшей устойчивости характерны для горных условий (Кавказ, Средняя Азия, Алтай и др.). Насыщенность водного потока наносами и крупность влекомых по дну твердых частиц достигает в них исключительно большой величины.

2. Реки, в которых размыв и отложение изменяют только глубины и форму сечения русла; самое же очертание берегов

Таблица 7

№/№	Р е к а	Площадь бассейна км ²	Годовой сток наносов м	Годовой сток наносов на 1 км ² бассейна м	Максимальные паводковые наносы кг/м ³	Средние годовые наносы кг/м ³	Годовой сток воды млн. м ³
1	Д з о р а г е т после впадения р. Гергерки . .	1 400	617 000 (1926/27 г.) VII—1926—11,0% VIII—1926—1,3% IX—1926—1,2% X—1926—0,5% XI—1926—0,4% XII—1926—0,3% I—1927—0,24% II—1927—0,2% III—1927—0,5% IV—1927—6,7% V—1927—18,26% VI—1927—59,4% 100%	423	9/VII—1926—2,78 29/IV—1927—6,45 8/VI—1927—18,11 20/VI—1927—14,64 21/VI—1927—2,32 22/VI—1927—11,94 30/VI—1928—5,52	1,275 и 0,85 по объему	— — — — — — —
2	С у н ж а у гор. Грозного	—	— — — — —	— — — — —	20/VI—1927—61,7 29/VI—1927—45,0 V—1924—4,88 VI—1925—2,84 VII—1925—2,4 VII—1925—3,96	— — — — —	— — — — —
3	Б а к с а н (у сел. Казбурун I)	—	— — — — —	— — — — —	VII—1925—2,51 IV—1926—2,0 VII—1927—5,32 VIII—1927—2,74 VIII—1927—2,89	— — — — —	— — — — —
4	К у р а у Дзегви 1928 1929 1930 1931	18 000	11 512 000 5 620 000 2 536 000 15 602 000	640 310 140 870	28,2 17,2 29,7 48,8	2,12 1,3 0,75 2,26	5,444 4,332 3,397 6,906

5	Тергер у Малагиза 1929 1930 1931 1932 1933	— — — — —	1 040 000 799 000 1 015 000 822 000 741 000	425 330 415 340 305	12,2 33,83 15,63 9,66 8,08	1,24 1,25 1,34 1,12 —	840 574 760 733 598
6	Чирчик у Чимбайлыка 1933 I—IX I II III IV V VI VII VIII IX	11 660 — — — — — — — — —	1 897 000 4 413 15 090 98 873 239 325 594 780 816 962 91 382 28 720 7 530	160 — — — — — — — — —	3,9—29/III — — — — — — — — —	— — — — — — — — — —	— — — — — — — — — —
7	Рона у Лапорт	5 200	3 400 000 (1914/15)	650	1914/15—2,0	1904/05—0,5	—
8	Изер у Гренобля	5 720	3 000 000 (1923/24)	530	1923/24—6,0	—	—
9	Миссисипи	3 160 000	406 250 000	128	—	0,67	—
10	Дунай	835 000	108 000 000	129	—	0,35	—
11	Нил	2 860 000	54 000 000	19	—	0,49	—
12	Ирравади	325 000	291 430 000	895	—	0,62	—
13	Миссисипи у с. Луис	—	—	—	6,56	1,4	—
14	Миссисипи у Нью-Орлеана	—	—	—	2,4	0,6	—

остается практически неизменяемым. Углубления и наращивания производятся рекою беспорядочно, вследствие чего перекаты меняют свое расположение и очертание; наблюдается медленное перемещение береговой линии. К этой категории относятся равнинные реки малой устойчивости, например, р. Висла.

3. Реки, в которых углубление и наращивание русла происходят в одних и тех же местах, причем наращивание перекатов, наблюдающееся в период половодья, компенсируется размывом их в межень. Так как перекаты имеют устойчивый характер и очертания, подверженные лишь периодическим колебаниям около некоторого среднего значения, то реки третьей категории называются устойчивыми (например, Волга, Дон и др.).

4. Реки наибольшей устойчивости, которые протекают в относительно неразмываемых грунтах (в особенности при хорошо зарегулированном паводке) и проносят ничтожное количество наносов. К ним относится большинство рек северо-западной области (Карелия, Кольский полуостров), рр. Свирь, Нева, Волхов, сибирские реки — Енисей, Томь и другие.

О степени устойчивости рек можно судить по скорости передвижения перекатов и количеству переносимых твердых взвешенных веществ; проф. Великанов указывает, что скорость передвижения перекатов на Рейне у Страсбурга составляет в среднем 500 м в год при общем объеме подвижной части переката в 100 000 м³ в год. В горных реках скорость перемещения подвижных отмелей достигает нескольких километров и даже десятков километров в год, причем самый характер перемещения этих отмелей является крайне неравномерным и неустойчивым.

§ 9. Формирование русел равнинных рек. Продольный уклон рек

Речным руслом называется пониженная часть долины реки, по которой осуществляется речной сток. Изменчивость во времени речного стока, характеризуемая гидрографами (§ 2), неизбежно приводит к изменчивости речного русла. В период низких меженных и осенне-зимних расходов речной поток сосредоточивается в наиболее заглубленной части русла, которое носит в силу этого название меженного или малого русла. В паводковый период вследствие резкого возрастания расходов (зачастую в несколько десятков раз) речной поток разливается по широкому пространству прибрежных террас, носящему на-

именование поймы или полого русла (рис. 43). Вполне естественно, что меженнее русло, находясь под непрерывным воздействием речного потока, значительно отличается от пойменного; будучи сложено из аллювиальных отложений и подвергаясь процессам размыва и намыва, оно составляет основную часть русла реки, в то время как пойменная его часть, заливаемая водой лишь в период паводка, обычно зарастает растительностью и представляет собой речную террасу, которая может быть использована для культурных целей (заливные луга).

Русло равнинной реки, как правило, имеет криволинейную форму в плане. Причиной этого являются с одной стороны случайные обстоятельства, как, например, наличие неустойчивых легко размываемых берегов, которые под влиянием реки

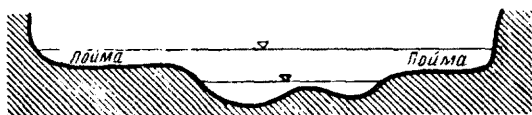


Рис. 43. Схема водотока с поймой.

могут разрушаться, с другой — неустановившийся характер речного потока, вследствие которого может изменяться направление течения. Как то, так и другое явление могут нарушить очертание береговой линии и создать известную кривизну течения на том или ином участке реки. Этого оказывается совершенно достаточно для развития извилистости русла: область первоначальной небольшой вогнутости будет быстро увеличиваться, продукты же размыва будут сноситься к противоположному берегу, образуя там отложения, перерастающие постепенно в косы и отмели. Таким путем создается криволинейная форма берегов, столь естественная для рек, протекающих в аллювиальных отложениях.

В наиболее резкой форме извилистость проявляется в виде так называемых меандр, т. е. излучин реки. Развитие извилистости реки способствует постепенному прекращению размываемости русла благодаря существенному уменьшению уклона реки и скоростей течения; вследствие этого может наступить момент, когда даже на закруглениях скорость будет недостаточна для дальнейшего размыва русла и меандра становится устойчивой. Зачастую однако меандры развиваются чрезвычайно интенсивно и сближаются настолько, что возникает опасность

прорыва (рис. 44). Если прорыв образуется, то меандра прекращает пропускать воду и превращается в староречье.

Наблюдается перемещение меандр в направлении течения (рис. 45); это перемещение происходит вследствие того, что размыв вогнутости производится рекою не нормально к берегу, а под острым углом; скорость передвижения меандр обычно незначительна, поэтому описываемое явление можно наблюдать только при длительных и систематических промерах русла на размываемом участке.

Касаясь общего характера течения равнинной реки, отметим прежде всего, что все вышесказанное относится преимуще-

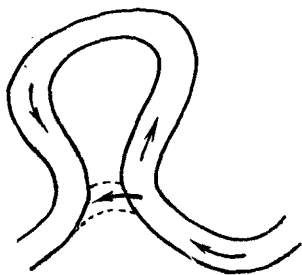


Рис. 44. Схема меандры.

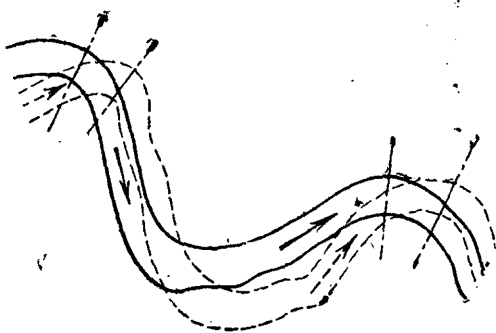


Рис. 45. Схема смещения меандры.

ственно к меженнему руслу; в паводок речной поток заполняет всю пойму, почему изменяется как направление течения, так и уклон свободной поверхности: поток движется, следуя общему очертанию коренных берегов; лишь в редких случаях река следует в паводок всем изгибам основного русла (это зависит от соотношения между размерами основного русла и поймы). Что касается уклона свободной поверхности, то последний существенно возрастает, что объясняется повышением коэффициента шероховатости за счет поймы.

Наиболее характерной особенностью равнинной реки является наличие перекатов, чередующихся с глубокими участками, называемыми плесами. Наибольшее протяжение имеют плесы, соответствующие изогнутым частям русла; перекаты же занимают незначительные по протяжению участки перегибов русла (рис. 46); иногда перекат соединяется непосредственно с отмелями, об-

разующимися на выпуклых участках кривых; такой перекал называется „дурным“, так как крайне затрудняет судоходство. Соответственно описанному характеру русла равнинной реки ее уклон существенно зависит от величины расходов: в межень уклон на плесовых участках сравнительно незначителен, на перекатах же наблюдается перепад уровней, подобно тому как это образуется на водосливных порогах, имеющих значительное повышение отметок по сравнению с отметками русла. В паводок происходит возрастание скоростей и глубин в реке и увеличивается общий уклон свободной поверхности. Возрастание

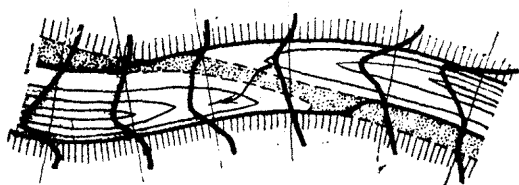


Рис. 46. Распределение скоростей и отложений на участке переката.

тание глубин на перекате способствует уменьшению перепада уровней на нем. Наконец, при весьма значительных расходах паводка благодаря заполнению водою поймы устанавливается один общий уклон на всем протяжении реки и влияние перекалов тем самым устраняется. Такое изменение режима реки по мере хода паводка имеет своим следствием изменение процессов размыва и намыва: в межень наблюдается размыв переката и достаточно устойчивый режим на участке плеса; в паводок, напротив, в плесах происходит энергичный размыв русла, а на перекатах наблюдается повышение дна за счет переноса размытого с плеса материала.

§ 10. Распределение скоростей и поперечный уклон

Для характеристики процессов размыва русла существенное значение имеет оценка величины поперечного уклона, следствием которого и является образование вторичных течений, вызывающих перенос размытого грунта от вогнутых берегов к выпуклым. Проанализируем этот вопрос, пользуясь построением плана течений методом Бернадского. Рассмотрим криволинейный участок русла и допустим, что угол кривизны α

остается постоянным, в соответствии с чем любая линия тока определяется радиусом кривизны r (рис. 47).

Деля всю область течения на ряд элементарных струй и применяя формулу Бернадского (44), имеем

$$\frac{b}{b_0} = \left(\frac{h_0}{h}\right)^{3/4} \sqrt{\frac{(1+\varepsilon)J_{0s}}{(1+\varepsilon_0)J_s}}. \quad (57)$$

При этом продольный уклон любой струйки может быть выражен через радиус кривизны r :

$$J_s = \frac{\Delta y}{\alpha r},$$

где Δy — перепад уровней свободной поверхности на длине струйки равной αr , одинаковый для всех струек, а α берется в радианах.

В таком случае, если считать $1 + \varepsilon \approx 1 + \varepsilon_0$,

$$\frac{b}{b_0} = \sqrt{\frac{r}{r_0}} \left(\frac{h_0}{h}\right)^{3/4}.$$

Имея в виду, что $b = \frac{q}{uh}$, получаем

$$\frac{u_0}{u} = \left(\frac{h_0}{h}\right)^{3/4} \sqrt{\frac{r}{r_0}}. \quad (58)$$

Если $h = \text{const}$ (прямоугольное сечение русла), то

$$u = \frac{u_0 \sqrt{r_0}}{\sqrt{r}} = \frac{C}{\sqrt{r}}, \quad (58a)$$

где C — некоторая константа.

Таким образом, закон площадей $ur = \text{const}$, получаемый в гидромеханике, справедлив лишь на коротких участках потока при пренебрежимо малом влиянии сил трения. При существенном влиянии последних расчет следует вести по формуле (58).*

В том случае, когда глубина потока меняется от одного берега к другому, получим иные расчетные зависимости; допустим, что $h = h_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^n$; в таком случае получим $u \sqrt{r} = u_0 \sqrt{r_0} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{3n}{4}}$, от-

* Приводимый ниже анализ был произведен впервые ст. научным сотрудником ВНИИГ М. П. Кожевниковым в его кандидатской диссертации, защищенной в 1941 г. (см. „Гидротехническое строительство“, 1946).

куда

$$u = u_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{3m}{4} - \frac{1}{2}} = u_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^m = C_1 r^m, \quad (59)$$

где C_1 — некоторая константа.

Из формулы (59) следует, что скорости возрастают к внешней стороне кривой, т. е. к вогнутому берегу.

Если русло трапециoidalное, то $n = 1,0$ и $m = 0,25$; для речного русла можно принять m близким к 0,5.

Найдем далее перепад уровней между вогнутым и выпуклым берегами

$$\begin{aligned} \Delta y &= \int_{r_0}^r \frac{u^2}{gr} dr = \frac{C_1^2}{g} \int_{r_0}^r r^{2m-1} dr = \\ &= \frac{C_1^2}{2gm} (r^{2m} - r_0^{2m}) = \frac{u^2 \left(1 - \frac{r_0^{2m}}{r^{2m}} \right)}{2mg}, \end{aligned} \quad (60)$$

где u — скорость струйки с радиусом r .

Если $m = 0,25$

$$\Delta y_1 = \frac{2u^2}{g} \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2m} \right] = 2 \left(1 - \sqrt{\frac{r_0}{r}} \right) \frac{u^2}{g},$$

при $m = 0,5$

$$\Delta y_2 = \left(1 - \frac{r_0}{r} \right) \frac{u^2}{g}.$$

В частности при $\frac{r_0}{r} = 0,5$, получим

$$\Delta y_1 \approx 0,6 \frac{u^2}{g}; \quad \Delta y_2 = 0,5 \frac{u^2}{g}.$$

Полученное значение перепада уровней Δy , разумеется, является приближенным, так как в действительности кривизна линии тока меняется по более сложным законам и в частности меняется центр кривизны отдельных струй, чего мы не учитывали в вышеприведенном анализе. Здесь следует отметить, что полученная зависимость (58) была экспериментально проверена М. П. Кожевниковым и дала весьма удовлетворительное совпадение с данными наблюдений.

Выше мы отмечали, что криволинейный характер течения и наличие перегибов русла влечет за собой возникновение вторичных течений в поперечном к основному направлению течения

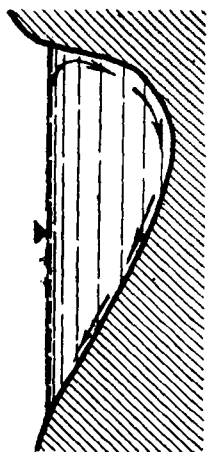


Рис. 48. Поперечное течение в сечении водотока.

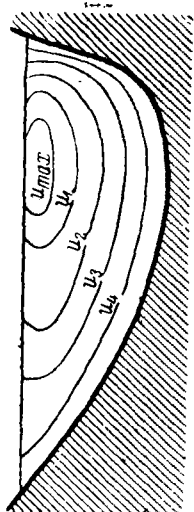


Рис. 49. Изотакси скоростей в сечении водотока.

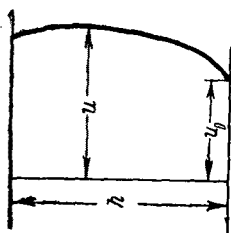


Рис. 50. Распределение скоростей по глубине потока.

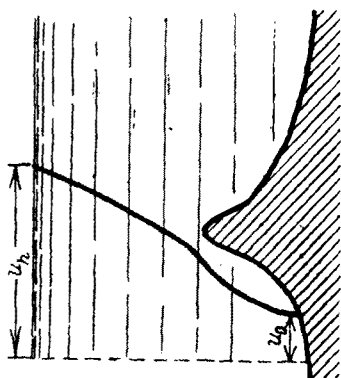


Рис. 52. Распределение скоростей перед „дурным“ перекатом.

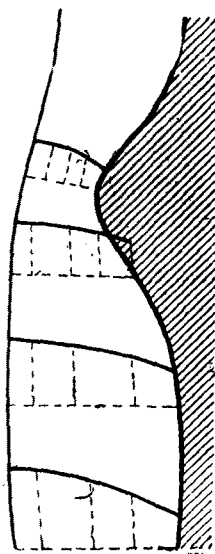


Рис. 51. Распределение скоростей на перекате.

жидкости. Эти вторичные течения жидкости совместно с поступательным ее перемещением вызывают спиралевидный характер движения жидкости на изгибах рек, который сопровождается опусканием жидких частиц у вогнутого берега и постепенным подъемом их к выпуклому берегу (рис. 48). Совершенно ясно, что у выпуклого берега скорости будут ослаблены, а это, в свою очередь, будет способствовать выпадению здесь твердых частиц, переносимых от вогнутого берега к выпуклому. Описанное явление называют обычно поперечной циркуляцией.

Если рассмотреть распределение в потоке осредненных скоростей в направлении главного движения, то на участке плеса мы будем наблюдать картину, изображенную на рис. 49, где показаны изотакси скоростей в некотором живом сечении русла. Наилучшим образом реальным условиям отвечает формула распределения скоростей логарифмического вида

$$u = u_0 \left(a + b \ln \frac{h}{\delta} \right), \quad (61)$$

где u_0 — донная скорость,

δ — высота бугорков шероховатости,

a и b — опытные коэффициенты (рис. 50).

Указанная формула соответствует теоретическим зависимостям Прандтля и Кармана. Достаточно хорошо отвечает наблюдениям также и показательная формула

$$u = a \left(\frac{h}{\delta} \right)^{1/7}, \quad (62)$$

каковая особенно удобна в практических приложениях. Этими двумя формулами мы и будем пользоваться в дальнейшем. Что касается участка переката, то здесь режим скоростей меняется; на рис. 51 изображена картина распределения скоростей, которая показывает, что при низких горизонтах на перекате, как на водосливе с широким порогом, скорости выравниваются и в частности возрастают донные скорости. При очень резком перекате непосредственно перед ним наблюдается картина распределения скоростей, показанная на рис. 52.

Особый вид имеют кривые распределения скоростей при ледяном покрове, когда течение реки происходит уже не открытым руслом. На нижней поверхности ледяного покрова возникают сопротивления движению, которые будут тем значительней, чем более грубую форму имеет ледяной покров; максимум скорости оказывается значительно ниже поверхности воды, с соответствием с чем эпюры распределения скоростей приобре-

тают вид, показанный на рис. 53. По измерению Великанова на р. Томи положение максимума скорости оказалось на глубине $(0,3 - 0,7)h$, считая от нижней поверхности льда.

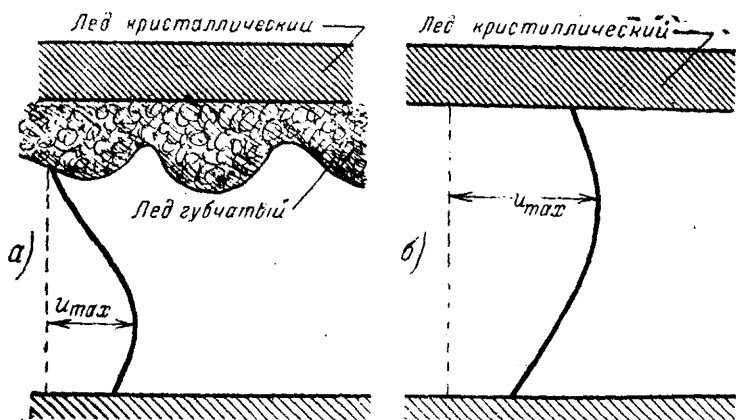


Рис. 53. Распределение скоростей под ледяным покровом.

Распределение по живому сечению взвешенных наносов находится в полном соответствии с распределением скоростей; наибольшая мутность наблюдается на вертикалях с наибольшими скоростями. Но по вертикали мутность возрастает ко дну, в то

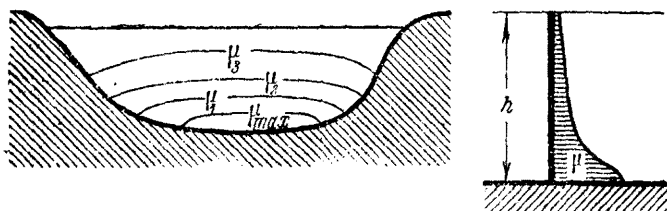


Рис. 54. Изотакхи мутности в сечении водотока.

время как скорости убывают. Это явление становится понятным, если учесть, что твердые частицы обладают удельным весом порядка $2,5 - 2,75$, благодаря чему они стремятся опуститься ко дну. На рис. 54 показаны изотакхи мутности в живом сечении русла и распределение ее по вертикали, каковое, как нетрудно усмотреть, подчиняется некоторому закону; в дальнейшем бу-

дет показано, что теоретически этот закон близок к логарифмическому и что чем меньше крупность частиц, тем равномернее распределение их по глубине потока. В горных потоках, где скорости весьма велики, встречаются во взвешенном состоянии твердые частицы диаметром в 1 мм и даже более; в равнинных реках преобладают взвешенные частицы $d < 0,10 - 0,25$ мм, причем наиболее крупные сосредоточиваются в придонных слоях потока.

§ 11. Горные реки

Изучение горных потоков, берущих начало в высокогорных районах и стекающих в реки или моря, показывает, что эти водотоки отличаются рядом существенных особенностей; обладая значительными уклонами и весьма большими скоростями течения, перенося в больших количествах твердые взвешенные частицы и перемещая в придонных слоях крупный песок, гальку

булыжник, они имеют то существенное отличие, что должны быть разделены на всем своем протяжении на несколько частей. Верхний горный участок реки характеризуется тем, что здесь по большей части горный поток протекает в узком ущелье, зачастую в скалистом ложе и скорости течения достигают исключительно больших величин, значительно превышающих критические. Далее поток выходит из узкого ущелья в широкую долину, сложенную речными выносами, преимущественно крупнозернистыми обломочными материалами, хорошо окатанными и перемешанными с песком и илом. Уклоны реки здесь снижаются до $i = 0,001 - 0,006$, но близки к критическим. Растекаясь по широкой долине, поток разбивается на ряд рукавов, непрерывно меняющих в паводок свою конфигурацию; неустойчивость русла, изменчивость берегов, возникновение островков и подвижных отмелей — наиболее характерные черты, присущие этому участку реки. Все же здесь уже можно отличить пойменные террасы, затопляемые при сравнительно высоких паводках и подвергающиеся размыву лишь в редких случаях. Ниже по течению уклоны снижаются еще больше и благодаря этому уменьшается крупность взвешенных и влекомых потоком твердых частиц, и река начинает приближаться по своему характеру к равнинным, сосредоточиваясь в более или менее устойчивом русле с резко выраженными пойменными террасами. На рис. 55 показан продольный профиль горной реки с делением его на три основных участка: горный, предгорный и долинный.

Питание горных рек на первых двух участках осуществляется преимущественно за счет поверхностного стока; благодаря боль-

шим скоростям течения и быстрому нарастанию паводков при узком ущелье, где аккумуляция паводка не может быть значительной, на этих участках резко меняются и скорости течения. В общем случае при неустановившемся режиме движения паводка неизбежно возникновение волн, движущихся со скоро-

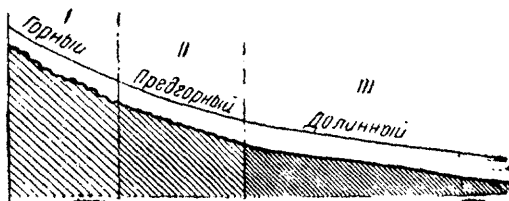


Рис. 55. Продольный профиль горной реки.

стями $W = \sqrt{gh}$. Однако скорость потока может превышать скорость волны, и в этих случаях исключается распространение волн вверх по течению.

Общий характер водной поверхности реки на первом из названных участков — волнообразный; русло характеризуется весьма большой шероховатостью.

Если представить себе на пути движения такого потока выступ в виде каменной гряды или подпорную стенку плотины, то здесь

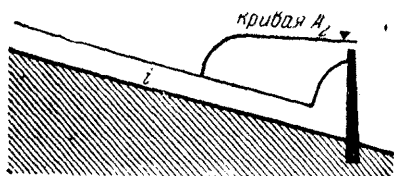


Рис. 56. Схема возникновения прыжка в горной реке.

возникает прыжок, впереди которого поток движется со скоростями больше критических; при значительной высоте плотины возникает кривая подпора типа A_2 (рисунок 56), и прыжок передвигается на некоторое расстояние вверх по течению, измеряемое величиной $L_n \approx \frac{\Delta h}{l}$, где Δh — высота

подпора. На предгорных участках скорости близки к критическим, следовательно, общий характер течения здесь тот же, что и в предыдущем, но возникновение прыжков не проявляется в столь резкой форме; они скорее являются волнами с невысоким гребнем, всюду наблюдающимися и покрывающими почти всю поверхность водотока. Несмотря на

общую неустойчивость русла в паводок, на этом участке реки можно наметить некоторое основное русло, разрабатываемое потоком, которому присущи описанные ранее общие свойства: на изгибах наблюдается резко выраженная поперечная циркуляция и отложение взвешенных наносов на выпуклых берегах; однако самые крупные наносы (галька, булыжник) перемещаются главным образом на внешней стороне кривых. Здесь нет столь правильного чередования кривых, как это наблюдается на равнинных реках; благодаря крутым уклонам всюду встречаются быстроты, меандры быстро прорываются, повороты русла весьма крутые.

В долинных участках режим потока носит спокойный характер, благодаря чему здесь наблюдаются те же явления, как и в равнинных реках.

ГЛАВА IV

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ДОННЫХ НАНОСОВ

§ 12. Общие представления о механизме взвешивания и влечения наносов

В настоящее время можно считать общепризнанным, что процессы переноса потоком твердых частиц во взвешенном состоянии представляют собой прямое следствие турбулентности движущейся жидкости. В ламинарном потоке нет причин для возникновения взвешивания; все твердые частицы, попавшие в такой поток, будут неизбежно опускаться на дно и останавливаться в своем движении. В турбулентном потоке, помимо главного движения в продольном направлении, возникают добавочные поперечные перемещения масс жидкости, наличие которых и является главной причиной переноса твердых частиц из нижних слоев в верхние и транспортирования их во взвешенном состоянии на значительные расстояния. Так как однако твердые частицы обладают большим удельным весом, чем вода, и имеют неуклонное стремление оседать на дно, то для поддержания их во взвешенном состоянии необходимо наличие в придонных слоях потока постоянных импульсов, вызывающих подъем твердых частиц со дна в верхние слои воды. Как известно, твердая стенка потока, обладающая той или иной степенью шероховатости, является источником турбулентности, в придонных слоях потока возникает вихреобразование и вихреотделение, усиливаемое шероховатостью дна, в результате чего и появляются те

силовые воздействия на твердые частицы, о которых шла речь выше.

Взаимодействие между твердыми частицами и потоком при заданных гидравлических условиях всегда приводит к некоторому устойчивому состоянию, при котором должно существовать равновесие между количеством твердых взвешенных частиц, поднимающихся вместе с перемещающимися вверх массами жидкости M_1 , и количеством частиц, опускающихся вниз за счет сил тяжести M_2 (рис. 57).

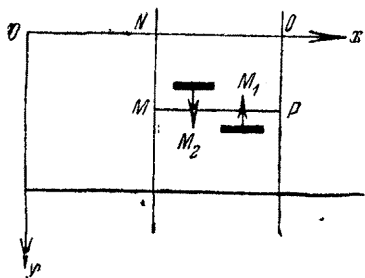


Рис. 57. Схема поперечных перемещений наносов.

Постулирование такого установившегося процесса переноса твердых взвешенных частиц и составляет одно из основных положений теории взвешивания, позволяющих построить неко-

торые расчетные зависимости, достаточно близкие к действительности. Это важное положение теории мы и примем в дальнейшем как основной постулат. Введение этого постулата позволяет нам утверждать, что если в начальном сечении потока имеет место устойчивый в указанном выше смысле режим движения твердых частиц, то этот режим будет сохраняться и на всем дальнейшем

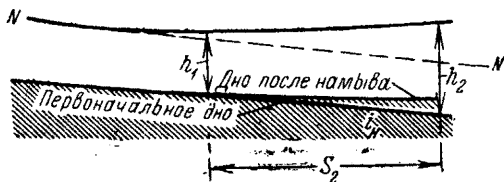


Рис. 58. Намыв на участке подпора.

протяжении потока. При равномерном установившемся режиме движения русло потока не будет при этом подвергаться ни размыву, ни заилению. При неравномерном режиме русло будет заилиться или размываться в зависимости от того, как изменяются скорости течения: если скорости уменьшаются, т. е. $\frac{du}{ds} < 0$, то будет наблюдаться процесс заиления русла, так как в каждом последующем сечении транспортирующая способность потока будет меньше, чем в предшествующих; если скорости возра-

стают, т. е. $\frac{du}{ds} > 0$, то будет происходить размыв русла, так как в предшествующих сечениях мутность потока всегда будет меньше, нежели в последующих (рис. 58 и 59).

Для понимания процессов переноса потоком взвешенных наносов большое значение имеет установление условий перехода твердых частиц, лежащих на дне, из состояния покоя во взвешенное состояние. Многочисленные эксперименты, проводившиеся в различных лабораториях СССР и за границей, из коих отметим исследования Лосиевского, Великанова, Гончарова, Института Гидротехники (ВНИИГ), Дикона, Джильберта, Беньольдса, позволяет следующим образом охарактеризовать это явление [Л. 18].

Существует некоторая скорость течения жидкости, при которой наблюдаются первые подвижки зерен наносов, слагающих поверхность дна русла; наступление этого момента обычно характеризуется тем, что некоторая часть зерен наносов начинает вибрировать и, срываясь со своего места, перекачивается на известное расстояние вниз; отдельные частицы под воздействием потока оказываются перенесенными вниз посредством скачка. Совершенно ясно, что только часть частиц оказывается выведенной из равновесия: это те частицы, которые наименее устойчиво держатся на дне или на которых силовое воздействие потока сказывается в наибольшей мере. Постепенное возрастание скоростей влечет за собой увеличение общего числа твердых частиц, выводимых потоком из состояния покоя; при этом уже значительная часть их движется скачкообразно, в то время как другие перекачиваются.

Опыт однако показывает, что лишь часть времени частицы движутся скачкообразно: они поднимаются над дном на небольшую высоту, затем опускаются вновь на дно, проходя некоторый участок перекачиванием; временами они вовсе останавливаются в своем движении до тех пор, пока поток не окажется вновь в состоянии вывести их из равновесия. Описанное состояние потока собственно и можно отнести к тому моменту, которому мы приписываем понятие „трогания частиц“; соответствующую

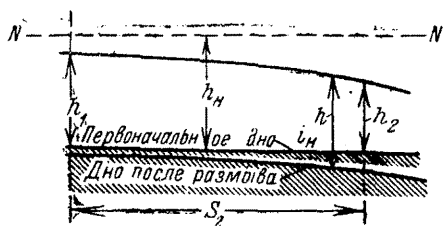


Рис. 59. Размыв на участке спада.

этому состоянию среднюю скорость течения назовем „размывающей“ скоростью; будем обозначать ее через u_0 .

При дальнейшем возрастании скоростей будет наблюдаться уже массовое влечение наносов в придонном слое потока; однако переход их полностью во взвешенное состояние оказывается возможным лишь при значительно более высоких значениях скоростей течения. Первоначально на дне русла образуются гряды и движение наносов переходит в состояние грядового перемещения (рис. 60). Скорость перемещения гряд сравнительно невелика, но скорость движения частиц поверх гряд непрерывно

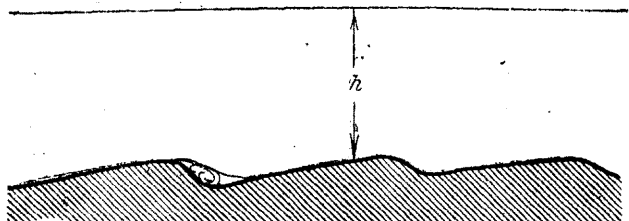


Рис. 60. Грядовое перемещение наносов.

возрастает; достигая верха гряды, частицы скатываются вниз и, попадая в застойную зону (так называемое „подвалье“ гряды), останавливаются в своем движении. Наступает однако момент, когда твердые частицы будут обладать такой большой скоростью перемещения, при которой, падая с гряды, они окажутся уже не в застойной области, а в подвижной зоне следующей гряды. Этот момент очень важен, так как он связан с переходом движения зерен грунта в новую фазу, связанную с полным взвешиванием: гряды постепенно срабатываются и частицы взмываются потоком в вышележащие слои, переходя в состояние взвешивания. Скорость течения, соответствующую этому состоянию, мы называем „критической“: если по той или иной причине скорость течения окажется менее критической, твердые частицы начнут оседать на дне, образуя гряды. Эта картина явления многократно наблюдалась различными исследователями; в последнее время (1937 — 41 гг.) она была подтверждена при исследовании критических скоростей движения жидкости в пульповодах на специальной опытной установке (В. С. Кнороз) [Л. 20].

Таким образом, мы установили два важных в теории наносов понятия: размывающую скорость потока u_0 , соответствующую начальной фазе размыва дна русла, и критическую

скорость $u_{кр}$, соответствующую переходу от грядового перемещения твердых частиц к состоянию полного взвешивания. Необходимо подчеркнуть, что второму состоянию отвечает некоторое вполне определенное количество твердых частиц, взвешенных потоком: чем больше насыщение потока наносами, тем больше должна быть величина критической скорости.

Установление зависимости $u_{кр} = f(P)$, где P — количество наносов, и составляет одну из главных задач теории движения наносов; разумеется, весьма существенно также установить зависимость количества твердых частиц, влекомых потоком при грядовом перемещении наносов, от скорости $P = f(u)$, и зависимость критической скорости потока $u_{кр}$ от гидравлических характеристик его и размеров твердых частиц. Для того чтобы выполнить эту задачу, необходимо прежде всего установить общую картину силового воздействия потока на твердые частицы, расположенные на дне, и выяснить условия, при которых частица может быть выведена из состояния покоя.

§ 13. Силовое воздействие потока на твердые частицы, расположенные на дне. Размывающая скорость потока

Долгое время считалось, что твердые частицы, расположенные на дне, подвержены только лобовому воздействию потока. Наблюдения однако показали, что на частицы действует также подъемная сила, возникающая вследствие несимметричного обтекания их потоком; кроме того, вследствие возникающих в придонном слое потока вихрей частица может оказаться под воздействием последних, что также влечет за собой появление вертикально направленных импульсов. Существенное значение для характеристики исследуемого явления имели опыты по определению подъемной силы, действующей на частицу, проведенные Лосиевским (ЦНИВТ), который установил, что подъемная сила в первом приближении может приниматься пропорциональной квадрату донной скорости потока. Наряду с этим было установлено (Абрамов, ВНИИГ), что крупные частицы испытывают на себе также давление снизу, возникающее вследствие фильтрации воды под влиянием разности давлений, всегда имеющей место при обтекании твердых тел, лежащих на дне. На рис. 61 показана схема силового воздействия потока на твердую частицу, расположенную на дне: со стороны верхнего бьефа действует лобовая сила, снизу — подъемная сила, сверху частицы и с тыловой стороны наблюдаются области пониженного давления. На рис. 62 показана плановая схема силового воздействия по-

тока на твердую частицу; с верховой стороны частица подвержена лобовому давлению, на боковых же поверхностях наблюдаются области пониженного давления. Для характеристики этого явления весьма интересны результаты экспериментального исследования давления воздушного потока на цилиндр, помещенный на дне, произведенного Дементьевым [Л. 13] (рис. 63). Нетрудно

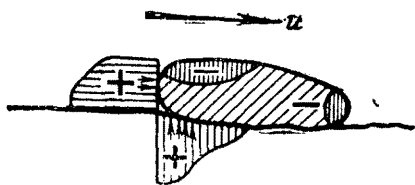


Рис. 61. Схема силового воздействия потока на твердое тело, лежащее на дне.

убедиться, что цилиндр выталкивается давлением потока в жидкость, испытывая как лобовое давление, так и подъемную силу. Приняв подъемную силу пропорциональной квадрату скорости потока у дна, Дементьев определил коэффициент k_y в формуле для подъемной силы $P_b = \rho k_y \Omega u^2$ (Ω — миделева площадь), причем получил значения $k_y = 0,3 - 0,4$; отношение подъемной силы P_b к лобовому давлению P_l в опытах получилось равным 0,7. Аналогичное исследование для шара дало значение $k_y = 0,13$, а отношение $\frac{P_b}{P_l} = 0,35$, что объясняется наличием значительных зон пониженного давления с боковых сторон шара.

Описанная выше схема обтекания твердых тел, расположенных на дне потока, имеет место при достаточно больших размерах этих тел, иначе говоря, при большой шероховатости русла (крупный гравий, галька, булыжник). При малых размерах твердых частиц обстановка, конечно, гораздо сложнее: частицы разнообразных размеров и формы размещаются на дне в случайном порядке; при обтекании потоком поверхности дна далеко не все частицы будут подвержены лобовому давлению и подъемной силе; некоторые из них могут оказаться в зоне пониженного давления и в силу этого будут оставаться в состоянии покоя. К этому надо добавить, что при перемещении наносов расположение твердых частиц друг по отношению к другу будет непрерывно меняться и в связи с этим частицы в разное время будут попадать в различные условия в отношении обтекания их потоком.

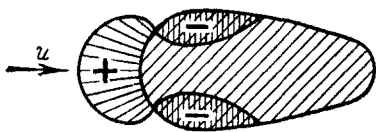


Рис. 62. Схема силового воздействия потока на частицу в плане.

Сложность обстановки, наблюдающейся в придонном слое потока, крайне затрудняет теоретический анализ вопроса об устойчивости твердых частиц на дне потока и о скорости их передвижения; поэтому приходится исходить из осредненной схемы явления. Вполне естественным является введение в рассмотрение условий устойчивости некоторого поверхностного слоя твердых частиц на единице площади дна, однородных по своему составу. Такое рассмотрение вопроса существенно облегчает теоретический анализ, так как суммарную величину лобовых воздействий потока на частицы, образующие поверхность дна, мы можем приравнять касательному усилию потока на стенке, каковое определяется достаточно точно на основании вполне надежных и теоретически обоснованных расчетных зависимостей. Не-

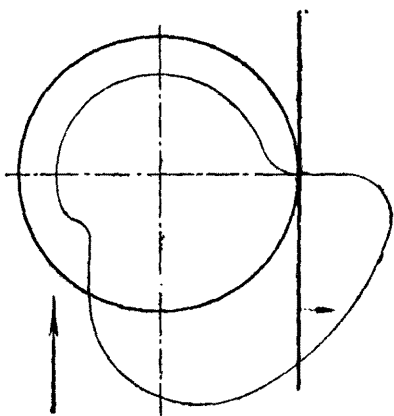


Рис. 63. Давление на цилиндр по Дементьеву.

сколько менее определенным будет установление величины подъемной силы; однако, опираясь на опыты Лосиевского и Дементьева, мы вправе принять ее пропорциональной квадрату донной скорости потока. Таким образом, изучая равновесие поверхностного слоя твердых частиц на дне потока, мы имеем возможность достаточно уверенно оценить силовое воздействие потока на частицы (во всяком случае более надежно, чем в том случае, если бы мы рассматривали устойчивость отдельно взятой твердой частицы).

Перейдем к рассмотрению условий устойчивости твердых частиц на дне потока. Касательное усилие, отнесенное к единице поверхности дна, определяется из общеизвестной зависимости:

$$\tau_{дон} = P_t = \rho \frac{\lambda u_{дон}^2}{\varphi^2},$$

где φ — коэффициент скорости,

ρ — плотность воды,

$u_{дон}$ — донная скорость,

λ — коэффициент сопротивления, зависящий от относительной шероховатости русла и вязкости. Влиянием последней мы

вправе пренебречь ввиду больших скоростей и больших значений числа Рейнольдса в реальных потоках.

Величина подъемной силы может быть определена на основании вышеизложенного как

$$P_b = \rho k_y u^2_{дон} \omega n c, \quad (63)$$

где n — число частиц на единице поверхности дна,

ω — площадь проекции частицы на плоскость дна,

c — отношение площади, на которой действует подъемная сила, к суммарной площади проекций частиц на дно.

Из простейших геометрических соображений нетрудно убедиться, что $n = \frac{\Omega_d}{\omega} m$, где Ω_d — площадь дна, m — коэффициент, определяющий плотность размещения твердых частиц на дне, который будем называть коэффициентом сплошности; для условий, соответствующих началу перемещения твердых частиц, обозначим его через m_0 .

Вводя выражение для n в зависимость (63) и имея в виду, что $\Omega_d = 1,0$, получим

$$P_b = \rho k_y u^2_{дон} m c.$$

Условие устойчивости на сдвиг поверхностного слоя твердых частиц определяется из зависимости:

$$(G - P_b) f \geq P_b, \quad (64)$$

где f — коэффициент трения,

G — вес частиц на единице поверхности дна при плотности размещения их m будет равен $G = \gamma' m d$. Здесь γ' — удельный вес частиц в воде.

Тогда зависимость (64) может быть написана следующим образом:

$$(\gamma' m d - \frac{\gamma}{g} k_y u^2_{дон} m c) f = \frac{\gamma}{g} \frac{\lambda u^2_{дон}}{\varphi^2}.$$

Объединяя члены, содержащие скорость, получим:

$$\frac{\gamma}{g} u^2_{дон} \left(\frac{\lambda}{m \varphi^2} + k_y f c \right) = \gamma' d f,$$

$$\text{где } \varphi = \frac{u_{дон}}{u_{ср}}.$$

Отсюда непосредственно следует, что

$$u_{0дон} = \sqrt{g d \frac{\gamma' f}{\gamma \left(\frac{\lambda}{\varphi^2 m} + k_y c f \right)}}. \quad (65)$$

Это и есть выражение для размывающей донной скорости потока; переходя к средней скорости u_0 , получаем:

$$u_0 = a \sqrt{gd} \frac{1}{\sqrt{\lambda + k_y c m f \varphi^2}}, \quad (66)^*$$

$$\text{где } a = \sqrt{\frac{\gamma'}{\gamma} f m}.$$

Коэффициент a в этой весьма простой по структуре формуле в первую очередь зависит от плотности размещения частиц на дне, их формы и удельного веса; в формулу входит также величина φ , представляющая собою отношение донной скорости к средней; как известно, φ зависит от глубины потока и относительной шероховатости русла. Что касается знаменателя формулы (66), то последний зависит прежде всего от относительной шероховатости русла $\frac{d}{h}$; так, по опытам Никурадзе, величина

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \left(\beta + \ln \frac{h}{\alpha d} \right) \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}.$$

Вполне естественно предположить, что и k_y представляет собой функцию относительной шероховатости русла, поскольку природа лобового и подъемного усилия одинакова; выразим ее в виде $k_y = \frac{k_0}{\left(\beta + \ln \frac{h}{\alpha d} \right)^2}$. В таком случае мы вправе предста-

вить зависимость (66) в следующем виде:

$$u_0 = a \sqrt{gd} \frac{1}{\sqrt{\lambda_0 + k_0 c m f \varphi^2}} \left(\ln \frac{h}{\alpha d} + \beta \right) = a_1 \sqrt{gd} f \left(\frac{h}{d} \right), \quad (67)$$

или

$$\frac{u_0}{\sqrt{gd}} = a_1 f \left(\frac{h}{d} \right).$$

Выражение $\frac{u_0}{\sqrt{gd}}$ представляет собою некоторую безразмерную величину, характеризующую отношение величины подъемного и лобового давления потока на частицы к их весу; иначе говоря, это отношение характеризует собой коэффициент сопротивления при обтекании потоком твердых частиц, лежащих на дне русла.

* Аналогичный результат получается при рассмотрении устойчивости частиц на опрокидывание.

Нетрудно убедиться, что в частном случае, когда глубина не оказывает сколько-нибудь заметного влияния на силовое воздействие потока на частицы, формула (67) превращается в известную формулу Эри (Airy); таким образом, последняя представляет собою частный случай более общего решения, полученного выше. Для определения коэффициентов, входящих в формулу, автором была выполнена обработка экспериментов, произведенных различными исследователями (Бочковым, Великановым, Шокlichem, Джилбертом и др.); результаты этой обработки приведены на графике рис. 64, на котором по оси абсцисс отложена величина $\ln \frac{h}{d}$, а по оси ординат $\frac{u_0}{\sqrt{gd}}$. Нетрудно убедиться, что формула (67) вполне справедлива для значений $\frac{h}{d} > 60$; при значениях $\frac{h}{d} < 60$ влияние глубины оказывается менее заметным, при $\frac{h}{d} < 10$ глубина не оказывает никакого влияния на значение $\frac{u_0}{\sqrt{gd}}$, т. е. справедлива формула Эри. Формула (67) может быть принята со следующими значениями параметров:

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= 1,4 \sqrt{gd} \ln \frac{h}{7d}, \text{ при } \frac{h}{d} > 60; \\ u_0 &= 1,4 \sqrt{gd} \left(1 + \ln \sqrt{\frac{h}{7d}} \right), \text{ при } 10 < \frac{h}{d} < 60. \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Полученная зависимость справедлива для твердых частиц однородного состава; при неоднородном составе необходимо вводить в формулу значение d_{cp} и поправочный коэффициент, определяемый отношением максимального диаметра d_{max} к среднему d_{cp} :

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= 1,4 \sqrt{gd_{cp}} \ln \frac{h}{7d_{cp}} \left(\frac{d_{max}}{d_{cp}} \right)^{\frac{1}{n}}, \text{ при } \frac{h}{d} > 60; \\ u_0 &= 1,4 \sqrt{gd_{cp}} \left(1 + \ln \sqrt{\frac{h}{7d_{cp}}} \right) \left(\frac{d_{max}}{d_{cp}} \right)^{\frac{1}{n}}, \\ &\text{при } 10 < \frac{h}{d} < 60, \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

где $n = 7$.

Весь предыдущий анализ применим лишь к несвязным грунтам, к каковым относятся песчано-гравелистые и песчанистые

грунты, обычно слагающие русла речных потоков; в случае связных грунтов задача определения размывающих скоростей существенно осложняется, так как появляется новый фактор — сцепление частиц грунта между собою, учет которого представляет значительные затруднения. Вместе с тем изменяются и условия силового воздействия потока на поверхностный слой грунта; так как твердые частицы, слагающие грунт, чрезвычайно малы, то шероховатость определяется не размерами отдельных частиц, а размерами тех выступов, которые образуются на поверхности дна. Разрушение грунта происходит путем отрыва его отдельных кусков в результате силового воздействия при обтекании поверхности дна и воздействия на грунт фильтрационных сил. Наблюдениями установлено, что и в данном случае сказывается влияние глупины потока, хотя и в меньшей степени, чем при несвязных грунтах. В общем виде формула для размывающих скоростей в связных грунтах может быть написана следующим образом:

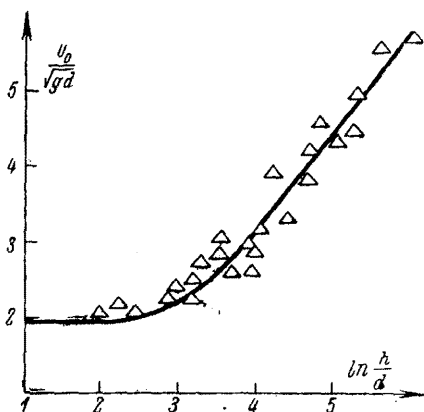


Рис. 64. График зависимости размывающих скоростей от относительной шероховатости русла.

$$u_0 = a \sqrt{g \Delta} f_1 \left(\frac{h}{\Delta} \right) f_2 \left(\frac{S}{\sigma} \right), \quad (70)$$

где S — сила сцепления,

σ — нормальное давление на грунт, ?

Δ — размер отрываемых от грунта кусков.

Принимая во внимание, что русло рек сложено обычно песчаными и гравелистыми отложениями, мы ограничимся здесь этими общими указаниями о зависимости размывающей скорости потока для связных грунтов от основных гидравлических и геометрических характеристик потока и свойств грунта; что касается конкретных значений величины u_0 для этих случаев, то ее следует принимать в соответствии с существующими нормативными данными, принимаемыми проектно-строительными гидротехническими организациями.

§ 14. Скорость перемещения и расход донных наносов, влекомых потоком

Рассмотрим теперь вопрос о скорости перемещения наносов при влечении их по дну поверх гряд. Движущиеся по поверхности частицы подвержены лобовому и фильтрационному давлению, а также подъемной силе. Но при подвижном слое граничная скорость потока равна скорости перемещения твердых частиц u_n ; следовательно, касательное усилие на единицу поверхности, которое равно суммарному лобовому воздействию потока на все частицы, образующие поверхность русла, должно быть выражено как

$$\tau = \rho \lambda \frac{(u_{дон} - u_n)^2}{\varphi^2}, \quad (71),$$

где $(u_{дон} - u_n)$ — относительная скорость движения потока. Соответственно этому и подъемная сила должна быть выражена в отличие от предыдущего, как

$$P_b = \rho k_y m c (u_{дон} - u_n)^2. \quad (72)$$

Сила сопротивления движущегося слоя твердых частиц сдвигу будет равна

$$W = f(m \gamma' d - P_b) = f[m \gamma' d - \frac{\gamma k_y m c}{g} (u_{дон} - u_n)^2]. \quad (73)$$

Как отмечено, она равна суммарному лобовому воздействию потока на твердые частицы; следовательно,

$$\frac{\gamma}{g} \lambda \frac{(u_{дон} - u_n)^2}{\varphi^2} = f[m \gamma' d - \frac{\gamma k_y m c}{g} (u_{дон} - u_n)^2],$$

или

$$(u_{дон} - u_n)^2 = \frac{g f \gamma' d}{\gamma \left[\frac{\lambda}{\varphi^2 m} + k_y c f \right]}. \quad (74)$$

Но выражение, стоящее в правой части зависимости (74), равно, как выяснено ранее, квадрату размывающей донной скорости потока $u_{дон}^2$; таким образом, мы получаем достаточно простое выражение для скорости перемещения твердых частиц:

$$u_n = (u_{дон} - u_{дон}) = \varphi (u - u_0). \quad (75)$$

Строго говоря, следовало бы ввести в формулу (75) некоторый поправочный коэффициент, учитывающий неодинаковость

параметров, входящих в формулы (74) и (67): λ , k_y , c , f ; при перемещении твердых частиц взаимное расположение их друг к другу меняется, следовательно, должны несколько измениться и значения коэффициента сопротивления λ и коэффициента подъемной силы k_y .

Обозначая через α выражение

$$\alpha = \sqrt{\frac{\frac{\lambda_0}{\varphi^2 m_0} + k_{y0} c_0 f_0}{\frac{\lambda}{\varphi^2 m} + k_y c f}},$$

в котором величины с индексом 0 соответствуют началу перемещения твердых частиц, получим, что $u_n = \varphi(u - \alpha u_0)$, причем α должно быть несколько меньше единицы.

В дальнейшем однако мы будем считать $\alpha = 1,0$, так как в нашем распоряжении нет никаких данных для количественной оценки величины α .

Для определения расхода влекомых потоком донных наносов необходимо ввести в рассмотрение коэффициент сплошности движения m . Из приведенного ранее общего описания движения твердых частиц по дну потока совершенно ясно, что с увеличением скорости потока должно увеличиваться и количество движущихся на единице поверхности дна твердых частиц; таким образом, величина m должна зависеть от скорости потока.

Проф. Гончарову В. Н. [Л. 18] принадлежит попытка установления расчетной зависимости для коэффициента m на основе экспериментальных данных о результирующем давлении потока на кубы, размещенные на дне потока при различном расположении их друг по отношению к другу. Анализируя опытные данные, Гончаров пришел к выводу, что можно установить нижеследующую эмпирическую зависимость между коэффициентами лобового k_x и подъемного k_y давления и геометрическими размерами твердых тел

$$k_x + k_y = a_m \left(\frac{l}{d} \right)^n,$$

где l — расстояние между кубами, d — высота их и a_m — некоторый коэффициент. Для кубов высотой от $\frac{1}{4}$ до $\frac{1}{5}$ глубины потока эта формула принимает вид

$$(k_x + k_y)^{0,75} = 0,14 \frac{l}{d}.$$

Так как в этом случае $m = \frac{1}{\left(\frac{l}{d}\right)^2}$, то $m = \frac{0,14^2}{(k_x + k_y)^{1,5}}$,

или, принимая во внимание, что $\frac{u}{\sqrt{gd}} = \frac{a}{\sqrt{k_x + k_y}}$, получаем

$$m = m_0 \left(\frac{u}{u_0}\right)^3, \quad (76)$$

где u_0 и m_0 соответствуют начальной стадии перемещения твердых частиц.

Полученная Гончаровым экспериментальная зависимость должна быть уточнена, так как неизвестно, в какой мере она оправдывается при другом соотношении между глубиной потока и размерами твердых тел, расположенных на дне. Однако эта зависимость (76) чрезвычайно удобна в практических приложениях и, как показывают опытные данные, близка к действительности; исходя из изложенного, мы примем ее в виде $m = m_0 \left(\frac{u}{u_0}\right)^n$, где n должно быть установлено в результате обработки экспериментов.

Рассмотрим далее вопрос о расходе донных наносов. Принятая выше расчетная схема предполагает, что донные наносы перемещаются поверх гряд со скоростью $u_n = \varphi(u - u_0)$ одним слоем; плотность размещения движущихся частиц на единице поверхности определяется коэффициентом сплошности $m = m_0 \left(\frac{u}{u_0}\right)^n$. Отсюда непосредственно следует, что удельный расход донных наносов будет выражаться зависимостью

$$q_m = \gamma m u_n d = \gamma m_0 \left(\frac{u}{u_0}\right)^n (u - u_0) d. \quad (77)$$

Относительное количество донных наносов в потоке жидкости μ , очевидно, равно

$$\mu = \gamma m_0 \frac{d}{h} \left(\frac{u}{u_0}\right)^n \left(1 - \frac{u_0}{u}\right).$$

Если принять во внимание, что $u_0 = a_1 \sqrt{gd} f\left(\frac{h}{d}\right)$ и в частности выразить $f\left(\frac{h}{d}\right)$ в виде $\left(\frac{h}{d}\right)^y$, то мы получим следующее выражение для μ :

$$\begin{aligned} \mu &= \gamma m_0 \left(\frac{d}{h}\right)^{1+ny} \left(\frac{u}{a_1 \sqrt{gd}}\right)^n \left(1 - \frac{u_0}{u}\right) = \\ &= A \left(\frac{u}{a_1 \sqrt{gd}}\right)^n \left(\frac{d}{h}\right)^{1+ny} \left(1 - \frac{u_0}{u}\right); \end{aligned} \quad (79)$$

$$q_m = A \left(\frac{u}{a_1 \sqrt{gd}}\right)^n \left(\frac{d}{h}\right)^{ny} (u - u_0) d. \quad (80)$$

Из зависимости (79) следует, что относительное количество влекомых потоком твердых наносов зависит с одной стороны от отношения скорости потока к величине $a_1 \sqrt{gd}$, которая соответствует размывающей скорости при отношении $\frac{h}{d} \approx 10$, а с другой — от относительной шероховатости русла $\frac{h}{d}$. Приняв $n=3,0$ и $y=0,16$, получим окончательную зависимость в виде

$$\mu = A \left(\frac{u}{a_1 \sqrt{gd}} \right)^3 \left(\frac{d}{h} \right)^{1,5} \left[1 - \frac{a_1 \sqrt{gd}}{u} \left(\frac{h}{d} \right)^{0,16} \right]. \quad (81)$$

Существенное значение для характеристики потока при влечении донных наносов имеет определение величины уклона свободной поверхности J .

Как известно, уклон $J = \frac{u^2}{C^2 R}$, где величина u может быть определена из зависимости (79) или (80). Возникает однако вопрос, как определить коэффициент Шези C . Нетрудно убедиться, что последний зависит главным образом от формы гряд; ввиду того что гряды образуют на дне русла значительные выступы, мы вправе принять коэффициент шероховатости по нормам, соответствующим руслу с грубой шероховатостью; например, для величины γ в формуле Базена следует принять значение $\gamma = 1,75 - 2,5$, в формуле Ganguillet-Kutter'a и Павловского $n = 0,03 - 0,04$.

Для условий плоской задачи, когда $R \approx h$, получим, принимая во внимание (81)

$$J = \frac{u^2}{C^2 h} = \frac{u^3}{q C^2} \approx D \left(\frac{h}{d} \right)^2 \mu. \quad (82)$$

Иначе говоря, уклон свободной поверхности будет приблизительно пропорционален весовому количеству влекомых наносов и обратно пропорционален квадрату относительной шероховатости русла. В общем случае, когда $u = f(h)$,

$$J \approx D \frac{\mu^{2/3} \left(\frac{h}{d} \right)^{1,5}}{h}; \quad (83)$$

следовательно, уклон пропорционален весовому количеству наносов в степени $\frac{2}{3}$.

Найденные выше расчетные зависимости должны быть уточнены на основании экспериментальных исследований; в частности,

необходимо установить значение показателей n и $(1 + nu)$ в формуле (79), а также параметра A в зависимости (81).

Обратимся к этому вопросу.

§ 15. Экспериментальные исследования расхода донных наносов

Вопросам движения донных наносов посвящено немало экспериментальных исследований, целью которых являлось, с одной стороны, установление физической сущности этого явления, а с другой — отыскание расчетных зависимостей для твердого рас-

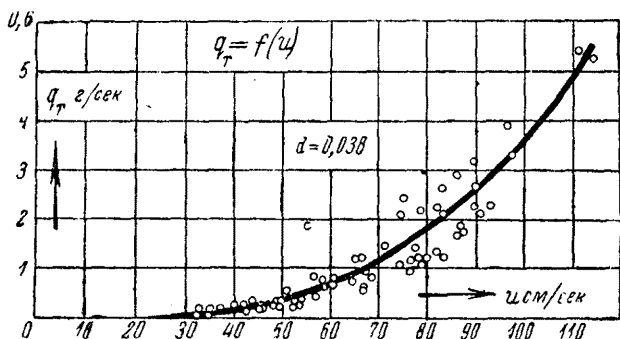


Рис. 65. График твердого расхода в функции скорости для частиц $d = 0,38$ мм.

хода водного потока. Наибольший интерес представляют эксперименты Джильберта, относящиеся к 1908—1912 гг., Шаффернака (1921—22 гг.) и Гончарова (1933—35 гг.). Эти эксперименты были проведены с частицами $d = 0,25—23$ мм при глубинах $h = 5—12$ см; таким образом, ими охвачены значения $\frac{h}{d}$ от 500 до 5, что соответствует в натурных условиях руслам рек, сложенным из крупнозернистых материалов. На рис. 65, 66 и 67 приведены некоторые результаты этих экспериментов в виде зависимости удельного твердого расхода потока q_m от скорости течения u . Для расчета расхода наносов Шоклич предложил в 1934 г. следующую эмпирическую зависимость

$$q_m = \frac{7000}{\sqrt{d}} J^{*} (q - q_0) \text{ кг/сек} \cdot \text{м}, \quad (84)$$

где d дается в миллиметрах, q — удельный расход водотока и q_0 — удельный расход водотока при первой подвижке наносов.

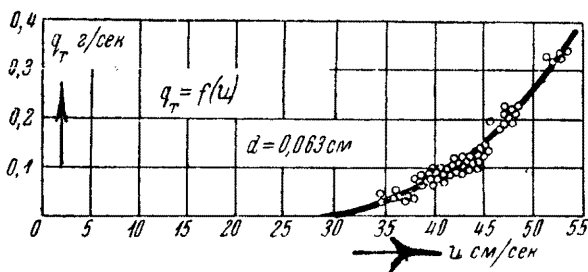


Рис. 66. График твердого расхода в функции скорости для частиц $d = 0,63$ мм.

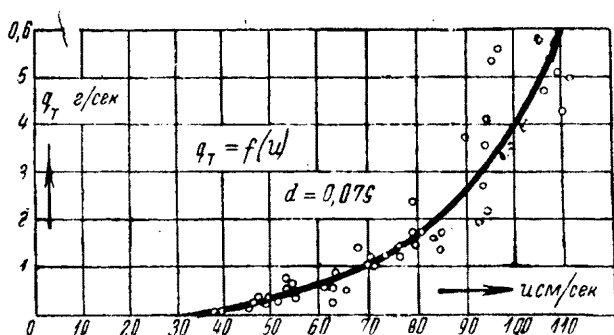


Рис. 67. График твердого расхода в функции скорости для частиц $d = 0,79$ мм.

Если принять во внимание, что $J = \frac{u^2}{C^2 R}$; $q = hu$, $q_0 = hu_0$, то эта зависимость превращается в нижеследующую

$$q_m = \frac{7u^3}{\sqrt{d} C^3 h^{3/2}} h(u - u_0) = \frac{7u^3 \lambda^{3/2}}{(2g)^{3/2} \sqrt{d} h} (u - u_0) =$$

$$= 7 \left(\frac{u}{\sqrt{2gd}} \right)^{3/2} \frac{\lambda^{3/2} d}{\sqrt{h}} (u - u_0) \text{ т/сек} \cdot \text{м.}$$

В таком виде формула Шоклича довольно близка к формуле, полученной нами выше; если исключить из нее $\sqrt{d}$ или же рас-

считать $U\dot{y}$ как безразмерную величину, получающуюся в результате деления диаметра частиц на единицу длины, то формула Шоклича будет почти совпадать с формулой (80). Для полного совпадения необходимо учесть, что $A =$ и ввести

вместо X выражение . Сравнивая обе зависимости, можно утверждать, что показатель n , как это установил Гончаров, действительно близок к 3, а коэффициент $A = \gamma t_0$ равен $7'u^* \quad 7 \quad V,$
 $\wedge = -\wedge = X 0$, где c' выражено в мм.

Если принять $A_0 = 0,02 - 0,01$, а $\dot{y} - 0,25 - 2$ мм, то значение γt_0 оказывается близким к $0,02 - 0,03$.

Мейер-Петер представил результаты своих экспериментов, проведенных им с песками $\dot{y} > 5$ мм при весьма больших для лабораторных условий глубинах (порядка $0,3 - 0,7$ л), в виде

$$\varphi_{\text{н}} = 3,950 \quad (U' = 0,00017 \wedge \quad n \phi \text{ ек } \blacksquare \text{ м.} \quad (85)$$

Если заменить выражение, стоящее в скобках, выражением $(\partial - \varphi_0)$, то формула эта практически совпадает с формулой (84); следует отметить, что размерность в формуле Мейера-Петера вполне соблюдена. Недостатком зависимости Мейера-Петера также является недоучет влияния относительной шероховатости, что объясняется, вероятно, ограниченным диапазоном глубин и крупности зерен, применявшихся в опытах.

Весьма интересны также натурные исследования режима донных наносов, проведенные Мюльхофером на р. Инн, в результате которых им предложена следующая зависимость для расхода донных наносов:

$$\varphi_{\text{т}} = B 2(y_2 - \text{ио}). \quad (86)$$

Размерность в этой формуле не соблюдена, благодаря чему коэффициент $\&$ оказывается имеющим некоторую размерность, что резко снижает ценность обработки натуральных измерений, проведенных Мюльхофером; но то обстоятельство, что расход наносов получился пропорциональным четвертой степени скорости (что совпадает с результатами Шоклича, Мейер-Петера и Гончарова), свидетельствует об удовлетворительном совпадении натуральных измерений с лабораторными исследованиями.

Переходя к обработке результатов лабораторных экспериментов, обратимся к зависимости (81), из которой следует, что

относительное количество наносов, влекомых потоком, зависит от отношения $\frac{u}{\sqrt{gd}}$ и относительной шероховатости русла $\frac{d}{h}$.

Нетрудно показать, что этот вывод в полной мере подтверждается общими соображениями, вытекающими из рассмотрения явления на основе теории подобия. Известно, что для двух геометрически подобных потоков в автомодельной области (т. е. при таких значениях числа Рейнольдса, при которых влияние вязкости становится ничтожно малым), имеет место и динамическое подобие, если при этом соблюдено кинематическое подобие явлений.

Исходя из этого важнейшего положения теории подобия, мы вправе утверждать, что для подобия потоков, перемещающих по дну наносы, должны соблюдаться следующие условия:

1) скорости перемещения донных наносов должны находиться в таком же отношении друг к другу, как и скорости потока; этого требует соблюдение кинематических условий на границах;

2) оба потока должны быть подобны геометрически, следовательно они должны обладать одинаковой относительной шероховатостью и транспортируемые потоками частицы также должны быть подобны геометрически;

3) относительное количество влекомых потоком твердых частиц μ должно быть одинаковым.

Поскольку скорость, при которой твердые частицы могут быть выведены из состояния равновесия, оказывается пропорциональной $\sqrt{gd}$ и зависит также от относительной шероховатости русла, мы вправе считать, что определяющим критерием подобия, вытекающим из кинематических условий движения, должно быть отношение скорости потока u к величине $\sqrt{gd}$; чем больше $\frac{u}{\sqrt{gd}}$, тем больше количество влекомых потоком

твердых частиц. Однако каждой относительной шероховатости русла соответствует своя вполне определенная кривая зависимости $\mu = f\left(\frac{u}{\sqrt{gd}}\right)$.

Таким образом, общие положения теории подобия приводят нас к тем же выводам, какие были получены на основе теоретического анализа вопроса.

В 1938 г. в курсе „Огстойники и промывные устройства“ автором опубликованы результаты обработки экспериментов с движением донных наносов, основанные на вышеизложенных положениях теории; с этой целью на графике по оси ординат

откладывалась величина μ , а по оси абсцисс — величина $\frac{u}{\sqrt{gd}}$; затем экспериментальные точки, относящиеся к опытам с одной и той же шероховатостью русла, объединялись, причем оказалось, что увеличение $\frac{h}{d}$ вполне закономерно влечет за собой уменьшение процента влекомых потоком наносов при одном и

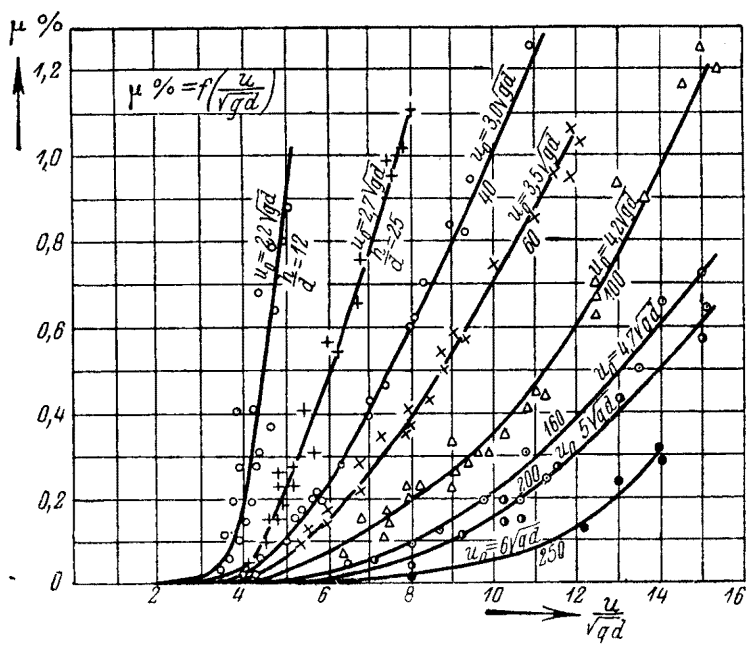


Рис. 68. График зависимости процента наносов $\mu\%$ от $\frac{u}{\sqrt{gd}}$ по данным Гончарова и Джилберта.

том же значении $\frac{u}{\sqrt{gd}}$. В 1944 г. ст. научный сотрудник ВНИИГ

Аверкиев наложил на тот же график опыты по движению в водном потоке частиц каменноугольного пека, учтя при этом различие удельных весов песка и каменноугольного пека, для чего по оси абсцисс откладывалась величина $\frac{u}{\sqrt{\frac{\rho-1}{\rho}gd}}$.

$$\frac{u}{\sqrt{\frac{\rho-1}{\rho}gd}}$$

Результаты обработки дали новое доказательство правильности изложенных соображений; опытные точки с каменноугольным пеком удивительно согласно легли на кривые, полученные для песка, соответственно заданным значениям $\frac{h}{d}$.

На рис. 68 приводится указанный график $\mu^0_0 = f\left(\frac{u}{\sqrt{gd}}, \frac{h}{d}\right)$, на графике даны также значения размывающей скорости u_0

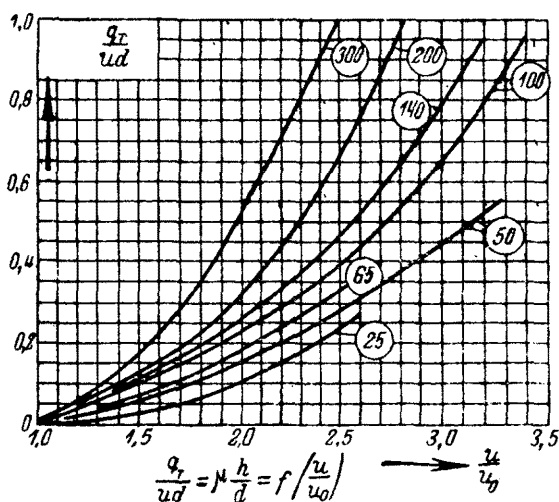


Рис. 69. График зависимости расхода наносов от $\frac{u}{u_0}$ при различных $\frac{h}{d}$.

соответственно заданным значениям $\frac{h}{d}$. На основании этих экспериментов составлен график зависимости $\frac{q_m}{ud} = f\left(\frac{u}{u_0}, \frac{h}{d}\right)$, так как согласно формуле (80) эта величина зависит только от этих двух факторов (рис. 69).

На рис. 70 приведены результаты обработки экспериментов Гончарова со смесями наносов различной крупности, в тех же координатах (при $\frac{h}{d_{cp}} = 10 - 60$), из которых можно усмотреть, что и эти эксперименты достаточно хорошо согласуются с теорией.

В конечном счете нам надо установить опытные коэффициенты в расчетных формулах (79) и (80). Результаты соответствующей обработки экспериментов дают основание принять расчетную зависимость для расхода донных наносов в таком виде:

$$q_m = 0,002 \left(\frac{u}{u_0} \right)^3 d (u - u_0) \left(\frac{h}{d} \right)^{0,65}. \quad (87)$$

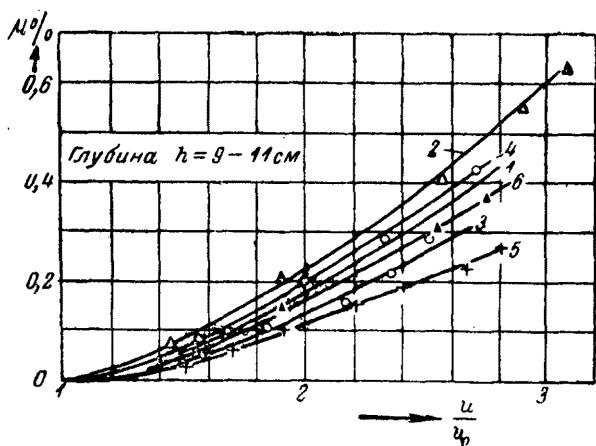


Рис. 70. График зависимости расхода наносов от $\frac{u}{u_0}$ для смесей.

Если вместо u_0 в знаменатель входит $\sqrt{gd}$, то формула видоизменяется и приобретает на основании экспериментов следующий вид:

$$q_m = 0,002 \left(\frac{u}{\sqrt{gd}} \right)^3 d (u - u_0) \left(\frac{d}{h} \right)^{0,25}, \quad (87a)$$

или

$$\mu = 0,002 \left(\frac{u}{\sqrt{gd}} \right)^3 \left(\frac{d}{h} \right)^{1,25} \left(1 - \frac{u_0}{u} \right). \quad (88)$$

Полученные зависимости, строго говоря, справедливы лишь для наносов крупных фракций при значениях $\frac{d}{h} > \frac{1}{300}$; однако, основываясь на том, что теория должна быть справедлива до тех пор, пока вязкость не оказывает влияния на режим движения жидкости, мы полагаем возможным распространить получен-

ные зависимости на потоки с относительной шероховатостью $\frac{d}{h} > \frac{1}{1000}$.

Рассмотрим некоторые задачи, встречающиеся при исследовании режима наносов.

1. Допустим, что нам заданы следующие величины: крупность влекомых потоком твердых частиц $d = 5$ мм, удельный расход водотока $q = 4$ м³/сек, процент наносов $\mu^0_0 = 0,1$. Требуется найти скорость течения и глубину потока.

Из основной зависимости (88) путем несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} \mu^0_0 &= 0,002 \left(\frac{u}{\sqrt{gd}} \right)^3 \left(\frac{du}{q} \right)^{1,25} \left(1 - \frac{1,4 \sqrt{gd} \ln \frac{q}{7ud}}{u} \right) 100 = \\ &= \frac{0,2}{gd \sqrt{ga}} \left(\frac{d}{q} \right)^{1,25} \left(u^{4,25} - 1,4 \sqrt{gd} \ln \frac{q}{7ud} u^{3,25} \right) = f(u). \end{aligned}$$

В этой зависимости искомой величиной является скорость u ; для вычисления ее строим график $f(u)$ и находим u по заданному значению μ^0_0 .

$$\mu^0_0 = 0,0043 \left[u^{4,25} - 0,31 \left(\ln \frac{q}{7ud} \right) u^{3,25} \right].$$

Вычисления сводим в таблицу 8.

Таблица 8

u	$u^{3,25}$	$u^{4,25}$	$\frac{q}{7ud}$	$\ln \frac{q}{7ud}$	μ^0_0
2,0	9,5	19	57	4,04	0,031
2,5	19,6	49	46	3,83	0,111
2,7	25,1	67,8	42	3,74	0,184
3,0	35,3	116	38	3,64	0,285

Искомое значение $u = 2,4$ м/сек.

Глубина потока $h = \frac{q}{u} = \frac{4}{2,4} = 1,66$ м.

Уклон потока $J = \frac{u^2}{C^2 h}$, где $C = \frac{1}{n} h^{0,25} = 38$ (при $n = 0,03$).

$$J = \frac{2,4^2}{38^2 \cdot 1,66} = \frac{5,76}{1444 \cdot 1,66} = 0,00241.$$

Величина $\frac{h}{d} = \frac{1660}{5} = 332$; таким образом, применение формулы (88) вполне законно.

2. Допустим, что заданы глубина потока $h = 3,0$ м, крупность влекомых частиц $d = 0,02$ м, процент влекомых частиц $\mu^0_0 = 0,1\%$; требуется найти расход воды, при котором обеспечивается транспортирование наносов

$$\begin{aligned}\mu^0_0 &= 0,2 \left(\frac{u}{\sqrt{gd}} \right)^3 \left(\frac{d}{h} \right)^{1,25} \left(1 - \frac{u_0}{u} \right) = \\ &= 0,2 \left(\frac{q}{h \sqrt{gd}} \right)^3 \left(\frac{d}{h} \right)^{1,25} \left(1 - \frac{u_0 h}{q} \right).\end{aligned}\quad (89)$$

Искомой величиной является q , все остальные величины заданы. Найдем прежде всего

$$u_0 = 1,4 \sqrt{gd} \ln \frac{h}{7d} \approx 1,4 \sqrt{10 \cdot 0,02} \ln \frac{300}{7 \cdot 2} = 1,9 \text{ м/сек.}$$

$$h \sqrt{gd} \approx 3,0 \sqrt{10 \cdot 0,02} = 1,35; \left(\frac{d}{h} \right)^{1,25} = \left(\frac{0,02}{3} \right)^{1,25} = 0,0019.$$

В результате вычислений получим следующую формулу:

$$\mu^0_0 = 0,2 \left(\frac{q}{1,35} \right)^3 0,0019 \left(1 - \frac{5,7}{q} \right) = 0,000154 (q^3 - 5,7q^2). \quad (90)$$

Сведем вычисления в таблицу 9.

Таблица 9

q	q^2	q^3	μ^0_0
6	36	216	0,0017
8	64	512	0,0226
9	81	729	0,041
11	121	1331	0,099

$$\text{Уклон } J = \frac{u^2}{C^2 h} = \frac{13,7}{1936 \times 3} = 0,0023.$$

Искомое значение $q \approx 11,0$ м³/сек.

$$\text{Скорость } u = \frac{q}{h} = \frac{11,0}{3} = 3,7 \text{ м/сек.}$$

Приведенные примеры иллюстрируют применение полученных нами расчетных зависимостей.

ГЛАВА V

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ВЗВЕШЕННЫХ
НАНОСОВ§ 16. Уравнение баланса наносов. Распределение наносов
по глубине потока

Вопросам транспортирования наносов во взвешенном состоянии посвящено немало работ различных исследователей; однако большая часть этих работ носит по преимуществу эмпирический характер, почему и формулы, полученные в результате некоторых по существу произвольных допущений, представляют незначительную ценность и могут применяться лишь в тех условиях, в которых они были получены (Кеннеди, Ласей и др.). Неудивительно поэтому, что попытки использования таких эмпирических зависимостей в конкретных условиях того или иного водотока приводят к необходимости изменения входящих в них параметров или даже видоизменения самих формул. Такой путь грубого эмпиризма не дает никакого прогресса, так как основные факторы, влияющие на транспортирующую способность потока, остаются при этом невыясненными: обычно они учитываются суммарно некоторым коэффициентом, чаще всего имеющим ту или иную размерность; а это еще более снижает практическую ценность эмпирических расчетных зависимостей.

Перемещение наносов во взвешенном состоянии, как известно, возможно только при турбулентном режиме, характерной особенностью которого является наличие поперечных перемещений масс жидкости внутри главного движения; поэтому рациональная теория взвешивания может быть построена только на основе изучения проблемы турбулентности и установления механизма движения взвешенных наносов. Хорошо известно однако, что проблема турбулентного движения жидкости не получила еще строгого и законченного гидродинамического решения; следовательно, в настоящее время нельзя ожидать и полного решения проблемы взвешивания наносов. Тем не менее в течение последних 15—20 лет появился ряд серьезных работ, существенно продвинувших некоторые задачи в области теории взвешивания; главнейшей из них является задача о распределении наносов по глубине потока, в основу решения которой положены постулаты теории турбулентного движения жидкости. Обратимся к рассмотрению этой задачи, имеющей важное значение для построения рацио-

нальной теории взвешивания. Еще в 1931 году проф. В. М. Макавеев, основываясь на идеях, развитых в теории атмосферной турбулентности, предложил следующий метод рассмотрения вопроса о распределении взвешенных наносов по глубине потока.

Будем рассматривать установившийся процесс движения взвешенных частиц и положим, что ему отвечает определенная функциональная зависимость $\bar{\mu}(y)$ для удельного весового со-

держания твердых частиц в единице объема жидкости, представляющая собой результат осреднения во времени мгновенных значений μ для каждой индивидуальной точки потока.

Выделим в потоке двумя вертикальными и горизонтальными сечениями некоторый объем $MNOP$ (рис. 71) и составим уравнение баланса наносов. Выше был высказан основной постулат теории взвешивания наносов, который сведется к установлению равенства между количеством твердых частиц, поднимающихся вместе с массами жидкости, перемещающимися в процессе

турбулентного перемешивания в поперечном направлении, и количеством частиц, опускающихся за счет сил тяжести вниз.

Уравнение баланса наносов при установившемся режиме, очевидно, должно давать нуль при суммировании этих величин.

Вычислим расход наносов, перемещающихся вследствие процессов турбулентного перемешивания через площадку MP , которую обозначим через $d\omega$. Пусть вертикальная составляющая скорости пульсации потока равна v' , а мгновенное удельное количество наносов в единице объема

$$\mu = \bar{\mu} + \mu' = \bar{\mu} + \frac{d\bar{\mu}}{dy} \lambda,$$

где λ — некоторая весьма малая величина, выбираемая так, чтобы эффект турбулентного перемешивания через площадку $d\omega$ при взятой зависимости был приблизительно тем же, какой

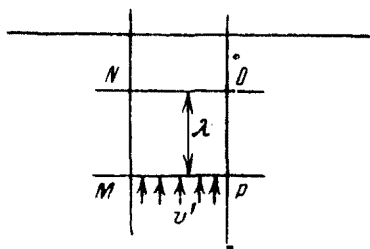


Рис. 71. Схема к установлению распределения мутности по глубине потока.

имеет место в действительности, $\bar{\mu}$ — осредненное значение удельного количества наносов, а μ' — пульсационная составляющая. Тогда объем наносов, прошедших снизу вверх за время dt через площадку $d\omega$, выразится в виде

$$-\mu v' d\omega dt = -(\bar{\mu} + \mu') v' d\omega dt = -\left(\bar{\mu} + \frac{d\bar{\mu}}{dy} \lambda\right) v' d\omega dt \quad (91)$$

(в этой формуле знак минус взят в силу принятого направления координатной оси OY).

Величины μ' и v' (или λ и v') в силу процессов турбулентного перемешивания могут менять свой знак. Для определения результирующей величины необходимо произвести операцию осреднения во времени произведения $\overline{\mu'v'}$; при этом в формуле останутся только те величины, которые содержат либо квадраты, либо попарные произведения величин, меняющих свои знаки.

В таком случае мы получим:

$$\Delta\mu = -(\overline{\mu + \mu'}) v' d\omega dt = -\overline{\mu'v'} d\omega dt; \quad (92)$$

произведение $\overline{\mu'v'} = 0$.

Но произведение $\overline{\mu'v'}$, стоящее под знаком осреднения, представляет собой величину, учитывающую эффект турбулентного перемешивания; поэтому, следуя теории турбулентности, примем это выражение равным произведению коэффициента турбулентного перемешивания ε на изменение удельного осредненного содержания наносов по глубине:

$$\overline{\mu'v'} = \varepsilon \frac{d\bar{\mu}}{dy}. \quad (93)$$

К такому же результату можно прийти, выражая μ через $\bar{\mu} + \frac{d\bar{\mu}}{dy} \lambda$; в этом случае

$$\overline{\mu'v'} = \overline{\lambda v'} \frac{d\bar{\mu}}{dy} = \varepsilon \frac{d\bar{\mu}}{dy}, \text{ так как } \overline{\lambda v'} = \varepsilon.$$

Согласно теории турбулентности предполагается, что для любой субстанции, связанной с потоком и переносимой из слоя в слой в результате турбулентного перемешивания, и в частности для наносов, имеет место соотношение

$$\overline{v' \sigma'} = \varepsilon \frac{d\bar{\sigma}}{dy}, \quad (94)$$

где $\bar{\sigma}$ — осредненное по времени значение субстанции, в данном случае удельное количество взвешенных наносов $\bar{\mu}$. Этот постулат принят всеми исследователями в области теории наносов (Маккавеев, Великанов, О'Брайан), поэтому мы имеем основание принять его без особых оговорок. Примем также, что коэффициент турбулентного перемешивания ϵ тождественен для всех субстанций, будь то жидкость, наносы, шуга и т. п.; это допущение не может быть доказано; однако в тех случаях, когда насыщение потока наносами не слишком велико, т. е. когда наличие наносов не вызывает каких-либо существенных изменений в процессах турбулентного перемешивания (что характерно для речных потоков), оно может быть принято без особых доказательств.

В таком случае нетрудно выразить величину ϵ . Из теории турбулентного перемешивания известно, что произведение $\overline{u'v'} = \epsilon \frac{du}{dy}$ равно удельному сопротивлению потока $\frac{\tau}{\rho}$, которое равно $-g\bar{\mu}y$; непосредственно отсюда мы получаем, что

$$\epsilon = \frac{-g\bar{\mu}y}{\frac{du}{dy}}. \quad (95)$$

Эта величина, очевидно, изменяется с глубиной потока; предположение о постоянстве $\epsilon = \text{const}$, высказанное Маккавеевым, равнозначно принятию закона распределения скоростей по параболе,

$$u = u_{\max} (1 - my^2).$$

В действительности изменение скоростей подчиняется другим закономерностям; поэтому для общности решения задачи мы примем, что $\epsilon = f(y)$.

В результате вышеприведенных рассуждений мы можем теперь написать окончательную зависимость для количества переносимых потоком в процессе перемешивания взвешенных частиц

$$\Delta\mu = -\epsilon \frac{d\bar{\mu}}{dy} d\omega dt. \quad (96)$$

Кроме рассмотренного перемещения наносов в поперечном к основному движению направлении, имеет место перенос их в обратном направлении за счет сил тяжести, поскольку удельный вес частиц больше удельного веса жидкости. Скорость падения частиц за счет сил тяжести называется гидравли-

ческой крупностью и обозначается обычно посредством v ; в таком случае удельное количество оседающих частиц за время dt через площадку будет равно

$$\bar{v} \bar{\mu} d\omega dt. \quad (97)$$

Уравнение баланса наносов, как сказано выше, может быть получено путем приравнивания нулю количества наносов, перемещающихся вверх и вниз в процессе перемешивания; очевидно, оно может быть выражено в виде [в результате приравнивания (96) и (97)]

$$-\frac{d\bar{\mu}}{dy} \varepsilon d\omega dt + \bar{v} \bar{\mu} d\omega dt = 0, \\ \text{или} \quad \varepsilon \frac{d\bar{\mu}}{dy} = \bar{v} \bar{\mu}. \quad (98)$$

Отделяя переменные и производя интегрирование, получим

$$\int \frac{d\bar{\mu}}{\bar{\mu}} = \int \frac{v}{\varepsilon} dy; \quad \ln \bar{\mu} = v \int \frac{dy}{\varepsilon} + D. \quad (99)$$

Пределы интегрирования заданы нижеследующими граничными условиями: 1) при $y = h - \delta$, т. е. у дна потока (где δ — высота бугорков шероховатости) мутность равна μ_0 .

2) при $y = 0$, т. е. на поверхности мутность равна μ_n . Следовательно,

$$\ln \frac{\bar{\mu}}{\mu_0} = v \int_{h-\delta}^y \frac{dy}{\varepsilon}; \quad \bar{\mu} = \mu_0 e^{-v \int_{h-\delta}^y \frac{dy}{\varepsilon}}. \quad (100)$$

Если принять $\varepsilon = \text{const}$, то

$$\bar{\mu} = \mu_0 e^{-v \frac{h-y-\delta}{\varepsilon}}. \quad (101)$$

Дальнейшая задача сводится к отысканию вида интеграла $\int_{h-\delta}^y \frac{dy}{\varepsilon}$ при заданном выражении для ε по формуле (95).

Подставляя его в искомый интеграл, получим

$$\int_{h-\delta}^y \frac{dy}{\varepsilon} = - \int_{h-\delta}^y \frac{du}{g^i u}; \quad \text{следовательно,} \quad \bar{\mu} = \mu_0 e^{\frac{h-\delta}{g^i} \int_{h-\delta}^y \frac{du}{u}}. \quad (102)$$

Примем показательный закон для распределения скоростей, который лучше всего оправдывается в натурных условиях и наиболее удобен в практических приложениях

$$u = a \sqrt{\frac{ghl}{\lambda}} \left[\left(\frac{h-\delta}{\delta} \right)^n + 1 - \left(\frac{y}{\delta} \right)^n \right],$$

где

$$n = \frac{1}{6} - \frac{1}{8},$$

λ — коэффициент сопротивления.

В таком случае

$$\begin{aligned} du &= -a \sqrt{\frac{ghl}{\lambda}} \frac{n}{\delta^n} y^{n-1} dy; \\ \int_y^{h-\delta} \frac{du}{y} &= -a \sqrt{\frac{ghl}{\lambda}} \frac{n}{\delta^n} \int_y^{h-\delta} \frac{y^{n-1}}{y} dy = \\ &= -a \sqrt{\frac{ghl}{\lambda}} \frac{n}{\delta^n (n-1)} [(h-\delta)^{n-1} - y^{n-1}] = \\ &= a \sqrt{\frac{ghl}{\lambda}} \frac{n}{(1-n)} \left(\frac{h-\delta}{\delta} \right)^n \frac{[1 - (\frac{y}{h-\delta})^{n-1}]}{h-\delta} \approx \\ &\approx \frac{n}{1-n} \frac{u_n}{h-\delta} \left[1 - \left(\frac{y}{h-\delta} \right)^{n-1} \right], \end{aligned} \quad (103)$$

где u_n — поверхностная скорость, равная

$$a \sqrt{\frac{ghl}{\lambda}} \left[\left(\frac{h-\delta}{\delta} \right)^n + 1 \right].$$

Вводя (103) в зависимость (102), получим окончательное выражение для удельного содержания наносов в водном потоке при установившемся режиме

$$\bar{\mu} = \mu_0 e^{\frac{ns}{1-n} \left[1 - \left(\frac{y}{h-\delta} \right)^{n-1} \right] \frac{u_n}{gl(h-\delta)}}. \quad (104)$$

Принимая во внимание, что $gl(h-\delta) = \lambda u_{cp}^2$, преобразуем зависимость (104)

$$\bar{\mu} = \mu_0 e^{\frac{n}{1-n} \frac{s}{\varphi_1 \lambda u_{cp}} \left[1 - \left(\frac{y}{h-\delta} \right)^{n-1} \right]}, \quad (105)$$

где $\lambda = f\left(\frac{h}{\delta}\right)$, $\varphi_1 = \frac{u_{cp}}{u_n}$.

Отсюда ясно, что распределение наносов по глубине потока зависит, с одной стороны, от отношения гидравлической крупности частиц к средней скорости потока, а с другой — от относительной шероховатости русла $\frac{\delta}{h}$. Эта зависимость с качественной стороны достаточно хорошо отражает наблюдаемую в природных условиях картину явления.

Приведенное решение задачи о распределении взвешенных наносов по глубине потока [вывод и формула (100)] было получено так же Великановым, О'Брайаном и другим путем Дементьевым; во всех случаях решение приводилось к экспоненциальному закону распределения наносов по глубине потока; различие в решениях названных авторов (за исключением Дементьева) заключается в интегрировании выражения $\int \frac{dy}{y}$. Так, Маккавеев принимает $e = \text{const}$; Великанов исходит из логарифмического закона распределения скоростей по глубине

$$u = \sqrt{\frac{gh\tau}{k}} \ln \left(1 + \frac{y}{\delta} \right)$$

и получает в итоге

$$\bar{u} = u_0 \left[\frac{\delta \left(1 - \frac{y}{h} \right)}{\delta + y} \right]^{\frac{\alpha}{kVgh\tau}} = f \left(\frac{y}{u}, \frac{\delta}{h} \right).$$

Приведенное нами решение более наглядно и удобно в приложениях, как этого и следовало ожидать, поскольку в основу его был принят показательный закон распределения скоростей по глубине потока. В дальнейшем мы будем пользоваться именно этим решением.

Для получения полного расхода наносов по сечению потока надо проинтегрировать выражение $q_m = \int_0^{h-\delta} u dy$; к сожалению, однако интеграл этот не берется и мы выразим решение в виде

$$q_m = q_{m0} e^{-\frac{n}{1-n} \frac{\alpha}{\lambda \varphi_1 u_{cp}}} \psi \left(\frac{h}{\delta}, \frac{u}{y} \right), \quad (106)$$

где $\psi \left(\frac{h}{\delta}, \frac{u}{y} \right)$ зависит от полноты эпюры распределения мутности по глубине потока; очевидно $\psi > 1,0$; вычисление ψ производится без особого труда путем построения эпюры $u(y)$.

быть предложены в настоящее время, рассмотрим прежде всего уравнения движения потока, насыщенного наносами.

Условимся, что мы будем рассматривать такие условия движения потока, при которых исключается грядовое движение наносов; это означает, что скорости потока существенно превышают критические. Возникает вопрос, изменяются ли потери напора при перемещении потоком взвешенных наносов по сравнению с движением чистой воды. Этот вопрос, имеющий большое практическое значение, вызывал немало споров и дискуссий, несмотря на достаточную простоту, и получил практическое решение лишь после того, как были поставлены эксперименты по движению пульпы в трубопроводах в связи с широким развитием гидромеханизации в строительстве гидротехнических сооружений. Систематические исследования в СССР проводились в период 1935—1941 гг. ЦНИВТом, Всесоюзным Научно-исследовательским институтом гидротехники (ВНИИГ), Лабораторией гидромеханизации Куйбышевского гидроузла; аналогичные исследования производились за границей, например, О'Брайаном (так называемые Беркелейские опыты в США) (рис. 72). Все эти исследования согласно указывают, что потери напора, выраженные высотой столба транспортируемой жидкости, остаются такими же, как и при движении в трубопроводе чистой воды *. Если это положение, твердо установленное в экспериментах, действительно справедливо, то задача сводится к установлению критических скоростей и определению того предельного количества взвешенных у дна твердых частиц, которое соответствует условию незаиляемости потока.

Для того чтобы полностью разобраться в этом вопросе, составим уравнения движения потока, насыщенного наносами.

Уравнения движения турбулентного потока жидкости, свободной от наносов, отнесенные к осредненным величинам, как известно, могут быть представлены в следующем виде: **

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} - U \right) &= -u \frac{du}{dt} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} = \\ &= v' \frac{\partial u'}{\partial y} - \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} - \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - u' \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}; \quad (107) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} - U \right) = -v \frac{\partial v}{\partial y} - u \frac{\partial v}{\partial x} = -\bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} - u' \frac{\partial v'}{\partial x} - v' \frac{\partial v'}{\partial y}; \quad (108)$$

* Объемный вес смеси мы выразим как $\gamma_{см} = \gamma_B \frac{\gamma_T(1+\mu)}{\gamma_T + \mu\gamma_B}$,

где γ_B — удельный вес воды, γ_T — удельный вес твердых частиц.

** Для потока в двух измерениях.

причем $\overline{u \frac{\partial v'}{\partial x}} = 0$ и $\overline{v \frac{\partial v'}{\partial x}} = 0$. Здесь величины с чертой сверху являются осредненными.

К этим уравнениям присоединяется уравнение неразрывности, согласно которому для пульсационных составляющих скоростей

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0. \quad (109)$$

В эти уравнения входят:

U — потенциальная функция,

$\bar{u}$ — осредненная скорость потока,

u' и v' — пульсационные составляющие скоростей,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} - U \right) = -gi. \quad (110)$$

При осреднении в уравнении останутся только те члены, которые содержат попарные произведения пульсационных составляющих скоростей или осредненные их значения; таким образом, первое из уравнений преобразуется для условий равномерного режима, когда $\bar{u} = f(y)$ в нижеследующее:

$$-g \sin \alpha = -gi = -\overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} - \overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}}, \quad (111)$$

так как $\overline{u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}} = 0$; $\overline{u \frac{\partial u'}{\partial x}} = 0$; $\overline{u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}} = 0$.

Принимая во внимание уравнение неразрывности, заменим правую часть уравнения выражением

$$\overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} + \overline{u' \frac{\partial v'}{\partial y}} + 2\overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}} = \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u' v'}). \quad (112)$$

Следовательно, из (111) и (112) вытекает, что составляющая силы тяжести вдоль потока будет равна

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u' v'}) = gi. \quad (113)$$

Смысл этого выражения заключается в том, что касательные усилия в турбулентном потоке оказываются равными количеству движения, переносимому из слоя в слой в результате процессов турбулентного перемешивания.

Преобразуя аналогичным образом второе уравнение, мы получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g &= -\overline{u' \frac{\partial v'}{\partial x}} - \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial x}} - 2\overline{v' \frac{\partial v'}{\partial y}} = \\ &= -\frac{\partial}{\partial x} (\overline{u' v'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'^2}) = -\frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'})^2, \end{aligned}$$

так как при равномерном режиме $\frac{\partial}{\partial x} (\overline{u' v'}) = 0$.

Отсюда следует, что

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho} + gy - (\overline{v'})^2. \quad (114^*)$$

Это означает, что постулируемое в гидравлике положение об изменении давления по глубине потока согласно гидростатическому закону не вполне точно; строго говоря, давление зависит также в некоторой, хотя и в весьма малой степени от пульсации скоростей.

Таким образом, второе уравнение дает нам закон распределения давления по глубине потока; оно показывает, что при турбулентном режиме наблюдается пульсация давлений. Для анализа же закона сопротивления остается одно уравнение (113).

Перейдем далее к составлению уравнений движения потока, насыщенного наносами.

Обозначим весовое содержание твердых частиц в потоке через μ . Основное допущение, которое мы вводим при рассмотрении поставленной задачи, состоит в предположении, что мутность представляет собой такую же непрерывную функцию координат, как и скорости. Следуя общей методе, применяемой при анализе турбулентного потока, разложим мутность на осредненную $\bar{\mu}$ и пульсационную составляющую μ' :

$$\mu = \bar{\mu} + \mu'.$$

Масса потока с наносами будет равняться

$$M = m(1 + \mu) = m\rho',$$

где $\rho' = 1 + \mu$ и m — масса жидкости.

Напишем уравнение гидродинамики для изучаемого нами движения со взвешенными частицами.

В общем виде оно может быть представлено так:

$$M \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \bar{v} \bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} m = Mgi. \quad (115)$$

* Этот результат получен Великановым.

Мы ввели в уравнение добавочный член, учитывающий количество движения твердых частиц, возникающее вследствие опускания их за счет сил тяжести на дно потока со скоростью v .

Введем теперь вместо скоростей и мутности их выражения через осредненные и пульсационные составляющие и произведем операцию осреднения; первый член уравнения преобразуется так:

$$M(\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} + Mv' \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial y} = M \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'v'),$$

поэтому первый член левой части уравнения будет равен

$$m(1 + \bar{\mu}) \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'v').$$

Но мы должны еще учесть пульсационную составляющую μ' ; члены, содержащие μ' , дают в результате осреднения следующее выражение:

$$\mu' \left(v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) m = \overline{m \mu' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}},$$

так как осредненное значение $u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$ для условий равномерного режима обращается в нуль.

В итоге вышеприведенных соображений получаем следующее уравнение:

$$m(1 + \bar{\mu}) \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'v') + \overline{m \mu' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}} - \bar{\mu} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} m = (1 + \bar{\mu}) g i m. \quad (116)$$

После деления на $\bar{m}(1 + \bar{\mu})$ и обозначения $\frac{1}{(1 + \bar{\mu})} = \rho'_1$, уравнение преобразуется в более простое

$$\frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'v') + \rho'_1 (\bar{u}'v' - \bar{\mu} \bar{u}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = g i. \quad (117)$$

Помимо этого уравнения, мы располагаем также уравнением баланса наносов, согласно которому

$$\bar{\mu}'v' = \bar{\mu} \bar{u}. \quad (118)$$

Таким образом, второй член уравнения (117) движения потока, насыщенного наносами, становится при скоростях критических или больших критических равным нулю, и мы вновь получаем уравнение (113), из которого непосредственно следует, что удельная потеря напора в этом случае в точности равна

потере напора при движении жидкости, свободной от наносов. Следовательно, теория полностью подтверждает результаты экспериментальных исследований. В общем случае, когда $u > u_{кр}$, уравнение движения надо применять в полном виде; в этом случае касательное усилие будет уравниваться количеством движения, переносимым в процессе турбулентного перемешивания и количеством движения массы наносов, перемещаемых из нижних слоев в верхние; вследствие этого должно происходить выравнивание мутности по глубине потока, что и наблюдается в реальных условиях. Решение уравнения, разумеется, весьма сложно, но оно имеет практическое значение только при весьма больших насыщениях; в естественных водотоках насыщение потока наносами не превышает 0,5—1%, поэтому вторые члены левой части уравнения оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с первыми, вследствие чего они могут быть исключены, и мы вновь придем к соотношению

$$\frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) = gi = \frac{u^2}{C^2 R}.$$

Резюмируя все изложенное, мы вправе утверждать, что потери напора в открытых руслах при установившемся равномерном режиме не зависят от количества и крупности переносимых потоком взвешенных веществ, если только скорости превышают критические.

Поэтому основной задачей теории взвешивания является задача об определении критических скоростей взвешивания.

§ 18. Критические скорости потока

Выше мы установили, что понятие критической скорости соответствует такому состоянию, при котором грядовое движение исчезает и твердые частицы переходят в состояние полного взвешивания; можно рассматривать это состояние потока и в обратном смысле, как такое, при котором взвешенные частицы начинают выпадать из потока, образуя гряды. Такое определение дает основание устанавливать придонную мутность потока, как мутность, соответствующую предельному состоянию влечения наносов по дну; эту величину мы выразим в зависимости от отношения скорости потока u к величине $\sqrt{gd}$ и относительной шероховатости русла $\frac{d}{h}$; расчетная зависимость

для μ_0 представляется в следующем виде:

$$\mu_0 = 0,002 \left[\frac{u}{V\sqrt{gd}} \right]^3 \left[1 - \frac{u}{a\sqrt{gd}f\left(\frac{h}{d}\right)} \right] \left(\frac{d}{h} \right)^{0,25}. \quad (119)$$

Входящая в эту зависимость величина $V\sqrt{gd}$ определяет собой гидравлическую крупность частицы v . В самом деле, если принять сопротивление движению твердой частицы W пропорциональным квадрату скорости и приравнять эту величину весу частицы, мы получим следующее соотношение:

$$W = \rho k v^2 \omega = (\rho_1 - \rho) g V = g (\rho_1 - \rho) \frac{\pi d^3}{6}. \quad (120)$$

Здесь V — объем частицы.

Из уравнения (120) находим, что

$$v = V\sqrt{gd} \sqrt{\left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right) \frac{31^2}{2k_s}} \quad (121)$$

В теории сопротивления жидкости доказывается, что в общем коэффициент сопротивления k зависит от числа Рейнольдса и в действительности сопротивление движению оказывается пропорциональным не квадрату скорости, а некоторой степени v , меньшей двух; в частности для частиц $d = 0,25 - 0,70$ мм экспериментальные исследования дают основания считать сопротивление пропорциональным скорости в степени 1,5. Введем теперь выражение (121) в формулу (119) и обозначим величину $\sqrt{\left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right) \frac{31^2}{2k_s}} = a_0$; в таком случае мутность потока μ_0 будет равна

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 0,002 \left(\frac{u a_0}{v} \right)^3 \left[1 - \frac{u a_0}{a v f\left(\frac{h}{d}\right)} \right] \left(\frac{d}{h} \right)^{0,25} = \\ &= c \left(\frac{u}{v} \right)^3 f\left(\frac{d}{h}\right) \left(1 - \alpha \frac{u}{v} \right), \end{aligned}$$

где $c = f(v, d)$.

Иначе говоря, насыщение потока наносами в придонном слое пропорционально отношению $\frac{u}{v}$ в некоторой степени и относительной шероховатости русла. Высказанные соображения указывают путь для исследования предельного значения придонной мутности μ_0 при критических скоростях потока; однако при этом мы не учитывали влияние мутности потока на величину

критической скорости. Рассмотрим этот вопрос на основе теории подобия.

Вводя понятие о критических скоростях потока, насыщенного наносами, мы имеем в виду такой его режим, при котором твердые частицы находятся в состоянии устойчивого равновесия и не оседают на дно; это состояние, очевидно, характеризуется некоторым вполне определенным соотношением между пульсационными составляющими скоростей потока и гидравлической скоростью взвешенных частиц $\frac{v'}{v}$. Вполне естественно допустить, что для подобия двух потоков жидкости, насыщенных наносами, должно иметь место следующее условие:

$$\frac{v'}{v} = \text{idem};$$

при этом должно иметь место также геометрическое подобие сравниваемых между собой потоков и физическое подобие среды. Что касается последнего, то оно всецело зависит от степени насыщения потока твердыми частицами, взаимодействие между которыми и жидкостью определяет физические свойства потока. В таком случае можно утверждать, что отношение $\frac{v'}{v}$ должно зависеть от мутности потока μ .

$$\frac{v'}{v} = f(\mu). \quad (122)$$

Введем теперь в зависимость (122) условие подобия турбулентных потоков Кармана, согласно которому $\frac{u}{v'} = \text{idem}$ (в подобных потоках отношение средних скоростей к пульсационным должно быть одинаковым) и заменим v' через u ; получим:

$$\frac{u}{v} = f(\mu). \quad (123)$$

Вместе с тем мы указали, что должно иметь место также геометрическое подобие; таким образом, отношение $\frac{u}{v}$ должно представлять собой функцию от величины мутности μ и отношения глубины потока h к крупности транспортируемых частиц d .

$$\frac{u}{v} = f\left(\mu, \frac{h}{d}\right).$$

В таком виде задача была впервые поставлена В. С. Кнорозом в отношении расчета пульповодов [Л. 20]. В доказательство справедливости вышеприведенных соображений В. С. Кнороз

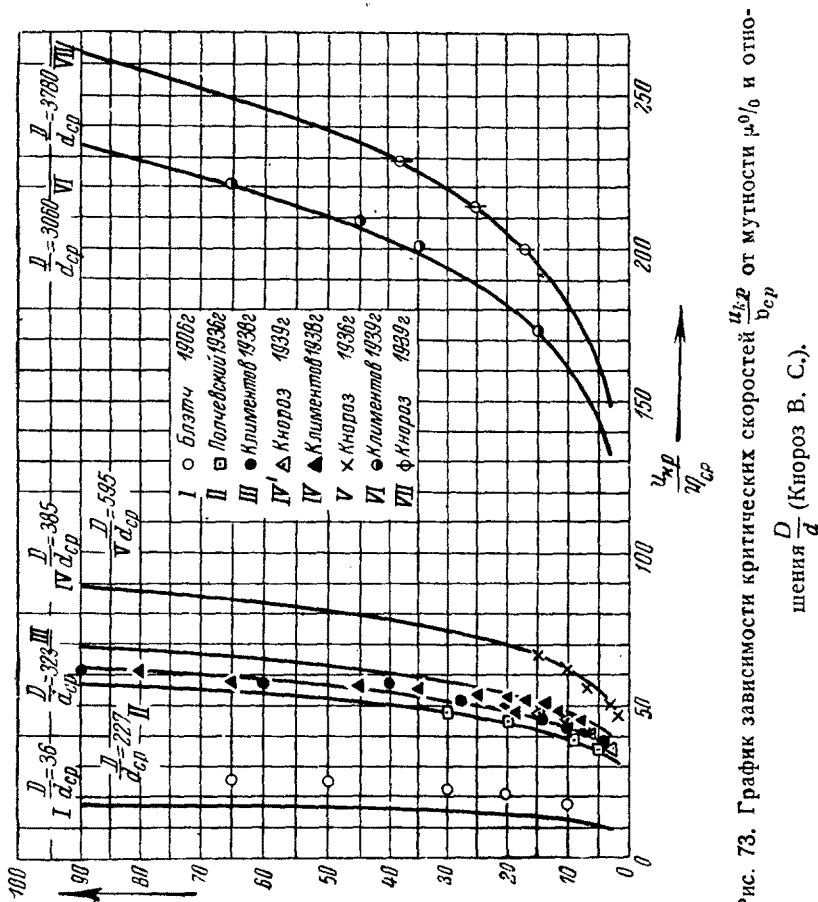


Рис. 73. График зависимости критических скоростей $\frac{u_{kp}}{u_{cp}}$ от мутности μ^0_0 и отношения $\frac{D}{d}$ (Кнороз В. С.).

произвел обработку многочисленных экспериментальных исследований, проведенных различными учеными и научными организациями (8 серий опытов), с пульповодами диаметром D от 25 мм до 306 мм при отношении $\frac{D}{d} = 36$ до 3780; результаты этой обработки приведены на рис. 73, где по оси абсцисс

отложено отношение $\frac{u}{v}$, а по оси ординат $\mu^0/0$. Рассмотрение графика показывает, что при постоянном значении $\frac{D}{d}$ опытные данные, относящиеся к трубам различного диаметра, вполне удовлетворительно укладываются на одну и ту же кривую; увеличение же $\frac{D}{d}$ вызывает увеличение отношения $\frac{u}{v}$; таким образом, результаты самых разнообразных экспериментов подтверждают основные выводы, вытекающие из теории подобия. Сравнивая зависимости (123) и (119), мы убеждаемся в полной их идентичности; следовательно, определение придонной мутности потока, находящегося в критическом состоянии, как мутности, соответствующей расходу наносов в условиях перехода к полному взвешиванию, вполне уместно и дает правильные закономерности.

Анализируя опытные данные по пульповодам и учитывая, что в этом случае отношение $\frac{u}{u_0}$ было достаточно большим (во всяком случае больше 4—5), В. С. Кнороз счел возможным принять зависимость $\mu = f\left(\frac{u}{v}, \frac{D}{d}\right)$ в форме

$$\mu = 0,009 \left(\frac{u}{v}\right)^6 \left(\frac{d}{D}\right)^{3,5}. \quad (124)$$

Разумеется, эта зависимость неточна и для открытых потоков не может быть принята без оговорок. Замечая, что величина $1 - \frac{u_0}{u}$ не может изменяться в широких пределах при $u > 3u_0$, мы полагаем возможным принять для практических расчетов открытых потоков вместо (124) зависимость для μ в виде

$$\mu = c \left(\frac{u}{v}\right)^4 \left(\frac{d}{h}\right)^2. \quad (125)$$

Изменение показателя степени при $\frac{d}{h}$ станет вполне понятным, если принять во внимание, что коэффициент k не является постоянным, а зависит от числа Рейнольдса, т. е. от v , d и ν . Что касается коэффициента c , то, строго говоря, он должен изменяться в зависимости от размеров твердых частиц.

Вводя зависимость (125) в (106), получим окончательно:

$$q_m = qc \left(\frac{u}{v}\right)^4 \left(\frac{d}{h}\right)^2 e^{-\frac{n}{1-n} \frac{\nu}{\lambda \varphi_1 u_{cr}}} \psi\left(\frac{h}{\delta}, \frac{u}{v}\right).$$

Величина критической скорости определяется в виде

$$u_{кр} = \frac{c_1 v \sqrt[4]{\mu}}{\sqrt{d}} \sqrt{h}. \quad (126)$$

Таким образом, известная формула Кеннеди или ее видоизменение, данное Лассеем, справедлива лишь в том смысле, что скорость действительно зависит от глубины потока, но самым существенным является то обстоятельство, что коэффициент при $\sqrt{h}$ отнюдь не является постоянной величиной: он зависит от отношения $\frac{v}{\sqrt{gd}}$ и от мутности потока μ ; так как первое

меняется с крупностью частиц и становится постоянным только при $d > 1,5 - 2,0$ мм, то нет ничего удивительного в том, что с изменением крупности частиц должно изменяться также отношение критической скорости к гидравлической скорости v . Основываясь на обработке экспериментов, данной Кнорозом, как на наиболее надежной, мы примем зависимость для q_m в виде

$$q_m = 0,01 \left(\frac{u}{v} \right)^4 \left(\frac{d}{h} \right)^2 q. \quad (127)$$

При заданной крупности частиц, очевидно,

$$q_m = A u^4 q, \text{ где } A = \frac{c}{v^4} \left(\frac{d}{h} \right)^2. \quad (128)$$

Натурные наблюдения над режимом наносов на реках Волге и Сыр-Дарье вполне подтверждают этот характер зависимости и дают основание считать ее вполне пригодной для практических целей. Для полного обоснования ее однако необходимы специальные лабораторные и натурные исследования, которые несомненно должны быть в ближайшем будущем проведены научными организациями.

Во всем предыдущем изложении большую роль играла величина v гидравлической крупности частицы; ею определяется кривая распределения мутности по глубине потока и общее насыщение потока наносами; поэтому представляется необходимым установить, от каких факторов зависит величина v и из каких теоретических соображений она может быть определена. Задача эта получила достаточное развитие, в частности, имеется богатый экспериментальный материал по падению в жидкости песчаных частиц, которые и составляют основную

массу наносов, транспортируемых потоками во взвешенном состоянии. Обратимся к освещению этого вопроса.

§ 19. Гидравлическая крупность твердых частиц

Рассматриваемую задачу можно трактовать как задачу о сопротивлении жидкости при движении в ней твердых тел. Размеры этих тел и их форма определяются природными условиями. Детальный анализ показывает, что форма взвешенных твердых частиц может быть довольно разнообразной, однако преобладающая масса частиц представляет собой окатанные твердые тела, близкие по своей форме к шарообразной. Проходя длинный путь от истоков до интересующего нас участка реки, взвешенные частицы подвергаются непрерывному истиранию; поэтому нет ничего удивительного, что, выходя из гор в долину, взвешенные песчаные частицы приобретают округлую форму. Это обстоятельство весьма существенно для теоретического исследования; оно дает основание утверждать, что влияние формы частиц на коэффициент сопротивления в общем сравнительно незначительно, в связи с чем сопротивление можно считать зависящим главным образом от основного определяющего критерия подобия, каковым является число Рейнольдса. В таком именно виде задача была поставлена проф. А. П. Зегжда (Известия ВНИИГ, т. XII), причем обработка имевшихся в его распоряжении опытных данных вполне удовлетворительно подтвердила возможность такого предположения.

Установив возможность применения принципов теории подобия к рассматриваемой задаче, мы можем перейти к анализу вопроса, напомнив прежде всего теоретические решения, которые были получены в гидромеханике вязкой жидкости. Одно из первых решений этой задачи принадлежит Стоксу, рассматривавшему медленные движения твердых тел в жидкости, при которых представляется возможным пренебречь силами инерции по сравнению с силами вязкости. В этом случае задача приводится к условиям ламинарного режима, а уравнения движения к системе следующих трех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} = 0 &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u; \\ \frac{dv}{dt} = 0 &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v; \\ \frac{dw}{dt} = 0 &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

К ним присоединяется уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Здесь u , v и w — составляющие скоростей по трем координатным осям, ρ — плотность жидкости X , Y и Z — составляющие объемных сил, p — гидродинамическое давление, ν — кинематический коэффициент вязкости, ∇^2 — оператор Лапласа.

Пренебрегая влиянием на движение внешних массовых сил, Стокс получает достаточно простые уравнения:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \nu \nabla^2 u; \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \nu \nabla^2 v; \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \nu \nabla^2 w. \quad (130)$$

Учитывая граничные условия, Стокс получает $p = p_0 + \frac{3}{2} \mu_0 r_0 \frac{x}{r^3} \rho \nu$; для силы сопротивления шара получается зависимость

$$W = 6\pi \mu_0 r_0 \rho \nu. \quad (131)$$

Нетрудно видеть, что решение Стокса приводит к линейному закону сопротивления, соответственно ламинарному режиму, для которого это решение получено.

Найдем коэффициент сопротивления; приравняем с этой целью силу сопротивления весу твердой частицы:

$$W = k_x c v^2 \Omega = (\rho_1 - \rho) g V = (\rho_1 - \rho) \frac{\pi d^3}{6} g. \quad (132)$$

Здесь ρ_1 — плотность твердой частицы,

V — ее объем и

Ω — миделева площадь твердой частицы.

Отсюда

$$k_x = \frac{2}{3} \left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right) g \frac{d}{v^3}. \quad (133)$$

Приравниваем теперь зависимости (131) и (132). Получим

$$W = 3\rho \pi v d = k_x \rho v^2 \frac{\pi d^2}{4}.$$

Отсюда следует, что

$$k_x = \frac{12\nu}{vd} = \frac{12}{Re}. \quad (134)$$

Из зависимостей (134) и (133) получаем, что

$$v = g \left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right) \frac{d^2}{18\nu}. \quad (135)$$

Зависимость (134) показывает, что в области ламинарного режима коэффициент сопротивления обратно пропорционален числу Рейнольдса, что вполне подтверждается опытными данными при значениях диаметра частиц $d < 0,10$ мм. Для частиц диаметром $d > 0,10$ мм закон изменения коэффициента сопротивления уклоняется от формулы Стокса. Причину этого расхождения надо искать в том, что при движении в жидкости частиц диаметром $d > 0,10$ мм режим движения переходит от ламинарного к тур-

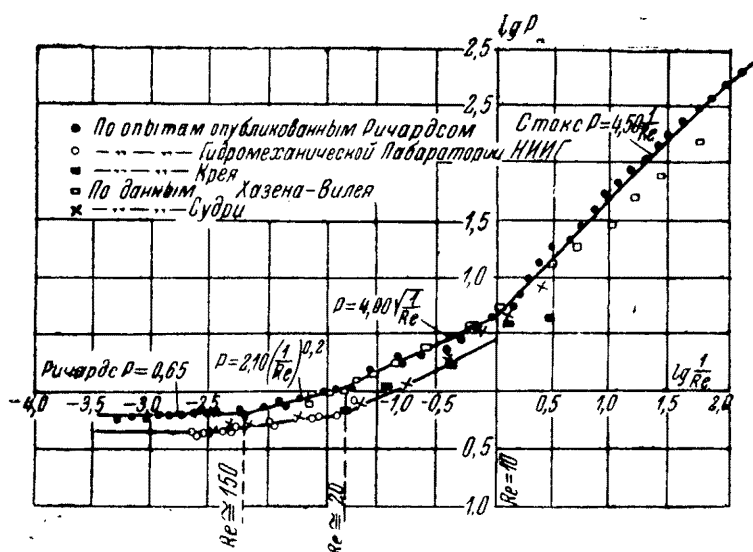


Рис. 74. График $P = f(Re)$ (Зегжда А. П.).

булентному; последний, согласно опытными данным, имеет место при движении частиц диаметром $d > 2$ мм. В переходной области $0,10 < d < 2$ мм коэффициент сопротивления изменяется по некоторому сложному закону, что легко усмотреть из графика рис. 74, на котором представлено изменение безразмерной ве-

личины $P = \frac{\left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1\right)}{v^2} g d$ в функции от числа Рейнольдса для шара; при $Re > 400$ коэффициент сопротивления шара становится достаточно устойчивым, что и соответствует переходу к турбулентному режиму.

В дальнейшем были сделаны попытки более полного рассмотрения вопроса; в частности Осеен (1910 г.) сохранил в уравнениях обтекания шара некоторые инерционные члены и получил несколько лучший результат, а именно следующую формулу:

$$W = 3\pi\eta r du_0 \left(1 + \frac{3}{8}\text{Re}\right) = 3\pi\eta r du_0 + \frac{9}{8}\pi\eta u_0^2 d^2. \quad (136)$$

$$k_x = 4,5 + \frac{12}{\text{Re}}.$$

Зависимость (136) с теоретической стороны значительно более обоснована: при больших числах Рейнольдса сопротивление движению оказывается, как это и вытекает из опыта, пропорциональным квадрату скорости; однако опытные данные дают во много раз меньшие значения коэффициента сопротивления, чем формула Осеена (по крайней мере в 10 раз). Причину такого расхождения опыта с теорией надо искать в том, что принятые Осееном допущения произвольны и далеко не соответствуют действительности.

Основным недостатком теорий Стокса и Осеена является произвольность в отбрасывании инерционных членов уравнения; совершенно ясно, что только учет реальной обстановки движения жидкости может указать, какие из инерционных членов могут быть опущены при теоретическом анализе исследуемого явления. Такой метод исследования явления был предложен впервые Прандтлем (1904 г.). Обратив внимание на то обстоятельство, что уже в весьма малом удалении от стенок шара скорость потока достигает значительной величины, Прандтль принимает, что силы внутреннего трения (вязкости) становятся пренебрежимо малыми уже на весьма малом расстоянии от поверхности тела; это означает, что сопротивления движению, вызываемые вязкостью, сосредоточиваются в тонком слое вокруг тела, который Прандтль назвал пограничным. Исходя из этого представления, вполне оправдываемого в действительности, можно внести некоторые упрощения в дифференциальные уравнения движения жидкости в пограничном слое. Будем рассматривать плоскую задачу и допустим, что толщина пограничного слоя имеет порядок малости некоторой достаточно малой величины δ ; скорость потока, давление и продольные размеры тела будем считать величинами первого порядка. Приняв эти условия, нетрудно установить порядок величины производных скоростей по соответственным координатам: порядок производной $\frac{du}{dx}$ должен равняться единице, так как размерность u и x одинакова; поря-

док производной $\frac{\partial u}{\partial y}$, очевидно, будет $\frac{1}{\delta}$, поскольку продольная скорость имеет конечную величину, а знаменатель изменяется в пределах от 0 до δ (толщина пограничного слоя).

Из уравнения неразрывности можно установить порядок производной $\frac{\partial v}{\partial y}$, который должен быть одинаковым с $\frac{\partial u}{\partial x}$, так как $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$; следовательно, порядок $\frac{\partial v}{\partial y}$ будет единица, а порядок вертикальной составляющей скорости δ ; отсюда следует также, что порядок $\frac{\partial v}{\partial x}$ будет также δ .

Рассматривая таким же образом порядок вторых производных, мы установим, что $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ имеет порядок 1, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\delta^2}$, $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{1}{\delta}$, $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \delta$.

Вышеприведенный анализ позволяет вполне обоснованно оценить, какие из членов уравнений гидродинамики для пограничного слоя могут быть опущены по малости. Напишем с этой целью уравнения и установим порядок их отдельных членов.

Для условий плоской задачи имеем:

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (137)$$

Совершенно очевидно, что можно пренебречь членами $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ как имеющими порядок в $\frac{1}{\delta^2}$ меньше, чем порядок вторых членов выражения, заключенного в скобки (правая часть уравнения); что касается остальных членов, то пренебрежение ими не может считаться сколько-нибудь обоснованным.

Из рассмотрения уравнений можно также заключить, что порядок члена $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$ будет единица, тогда как порядок $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$ равен δ . Это показывает, что в пределах допускаемой точности мы вправе считать давление в нормальном к поверхности шара сечении постоянным и определяемым исключительно внешней областью течения.

Это дает нам право ограничиться при исследовании только двумя уравнениями, представив их в следующем виде:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Решение полученной системы уравнений оказывается вполне возможным, в частности Блязиусом было получено решение о сопротивлении плоской пластинки, согласно которому $W_x = 1,33 \sqrt{\nu \rho^3 l}$; иначе говоря, сопротивление пропорционально полуторной степени скорости. Этот результат имеет бесспорное подтверждение в опытах, однако лишь в определенных границах, за пределами которых сопротивление становится пропорциональным более высокой степени скорости, близкой ко второй.

Причину этого явления надо искать в том, что предложенная Прандтлем схема справедлива лишь при условии, что вдоль всей поверхности обтекаемого жидкостью тела сохраняется ламинарный пограничный слой; в действительности однако, начиная с некоторой скорости, ламинарность слоя нарушается и наблюдается отрыв жидкости от обтекаемого ею тела. В этих новых условиях необходимо рассматривать пограничный слой не как ламинарный, а как турбулентный; только при этом предположении может быть получено правильное решение задачи.

В таком виде задача была поставлена Карманом, который допустил, что распределение скоростей в пограничном слое подчиняется показательному закону (закон $\frac{1}{7}$):

$$u = u_0 \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{7}},$$

где δ — толщина слоя.

Применяя к анализу вопроса закон количеств движения в интегральном виде, Карман получает, что сопротивление вдоль пластинки будет равно

$$W = 0,072 \rho u^2 l \left(\frac{\nu}{ul} \right)^{\frac{1}{5}} = \frac{0,072 \rho u^2 l}{Re^{0,20}}. \quad (138)$$

Полученная зависимость очень хорошо совпадает с данными экспериментальных исследований в определенной области значений числа Рейнольдса.

Итак, мы установили, что решение поставленной задачи о сопротивлении шара при падении его в жидкости всецело

определяется физической обстановкой в близлежащей к поверхности шара области потока. При ламинарном режиме скорости постепенно изменяются от нуля до величины v и в соответствии с этим влияние вязкости проявляется во всей области течения. Переход от ламинарного режима к турбулентному сопровождается сменой всей обстановки явления: силы вязкости проявляются только в тонком пограничном слое вдоль поверхности шара; в остальной же области течения влияние их оказывается пренебрежимо малым. Наконец возникают условия, при которых появляются области разрыва и наблюдается переход к турбулентному характеру пограничного слоя. Каждому из трех случаев отвечают определенные закономерности: в первом справедливо решение Стокса, во втором — Прандтля, в третьем — Кармана. Возникает вопрос, в каких границах справедливо каждое из названных решений. Ответ на этот вопрос может быть получен только в результате анализа экспериментов, к каковому мы и обратимся.

Наиболее обширный и полный материал по вопросу о падении зерен песка и гравия в спокойной воде содержится в опытах Ричардса. Результаты этих исследований были обработаны А. П. Зегжда и представлены в виде графика, дающего зависимость некоторой безразмерной величины P , представляющей

собой отношение $\frac{(\frac{\rho_1}{\rho} - 1)gd}{v^2}$ от числа Рейнольдса. На рис. 74 приведены результаты этой обработки в логарифмическом масштабе. Изучая этот график, нетрудно установить границы применимости вышеизложенных решений.

1. При значениях $Re < 1,0$ ($d < 0,10$ мм) имеет место ламинарный режим, в соответствии с чем справедлива формула Стокса, согласно которой

$$v = \frac{gd^2}{18\nu} (\rho_1/\rho - 1).$$

2. При значениях Re от 1 до 30 справедлива теория Прандтля, согласно которой

$$\frac{(\frac{\rho_1}{\rho} - 1)gd}{v^2} = \frac{5,6}{\sqrt{Re}} = \frac{5,6}{\sqrt{\frac{vd}{\nu}}}. \quad (139)$$

Из этой зависимости находим, что

$$2v^{3/2} = \frac{gd^{3/2}}{5,6\sqrt{\nu}} \left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right).$$

Этой области соответствуют частицы $d = 0,10 - 0,6$ мм.

3. В турбулентной области имеют место два режима:

а) „гладкий“ режим $30 < Re < 400$ при диаметрах от 0,6—2 мм, когда справедлива зависимость

$$2v^{1,8} = \frac{gd^{1,2} \left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right)}{2,2v^{0,2}}, \quad (140)$$

и б) $Re > 400$ (свыше 2 мм), когда имеет место квадратичный закон сопротивления:

$$v = 1,2 \sqrt{gd \left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right)}. \quad (141)$$

ГЛАВА VI

ОБЩЕЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ РУСЕЛ

§ 20. Уравнение деформации русла

В предыдущем было установлено, что деформация русла является следствием неравенства между количеством наносов, поступающих на данный участок реки, и количеством их, выноси-

мых в нижележащий бьеф; если скорости возрастают вдоль потока, то должен возникать размыв русла; если они уменьшаются, то будет наблюдаться намыв или заиление русла. Таким образом, уравнение деформации русла может быть получено путем составления баланса наносов на рассматриваемом участке реки и в этом смысле оно вполне аналогично гидравлическому

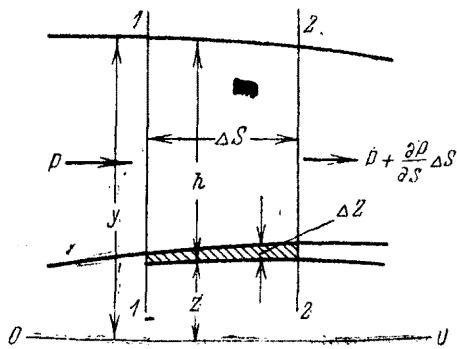


Рис. 75. Расчетная схема деформации дна.

уравнению неразрывности при неустановившемся режиме движения жидкости. Составим уравнение деформации русла. Будем рассматривать некоторый участок русла длиной Δs , шириной b и глубиной h . Положим, что расход реки постоянен и равен Q и поток находится в условиях медленно-изменяющегося режима; это позволяет нам трактовать задачу как одно-

размерную и считать, что гидравлические элементы потока зависят только от координаты длины s и от времени t . Совершенно очевидно, что получаемое таким образом уравнение, как и уравнение Бернулли, может быть применено вдоль любой линии тока или элементарной струйки; последнее обстоятельство весьма важно, так как при анализе местных деформаций русла на коротких участках реки мы будем исходить из построения плана течений по методу Бернадского путем деления потока на ряд элементарных струек.

В общем случае вдоль потока или вдоль элементарной струйки могут изменяться все элементы потока: глубина h , ширина b и скорость u ; расход воды Q будем считать неизменным. Проведем плоскость сравнения $O-O$ ниже поверхности дна и обозначим: отметку дна русла через z , а отметку свободной поверхности через y (рис. 75).

В этих обозначениях уравнение Бернулли для условий медленно-изменяющегося режима (или вдоль элементарной струйки) напишется следующим образом:

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \left(\frac{\partial z}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial s} \right) = \dots \propto \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{u^2}{2g} \right) - \frac{u^2}{C^2 R}. \quad (142)$$

Обозначим расход наносов через P ; очевидно, P есть непрерывная функция координаты s , так что в сечении 2—2 расход наносов будет $P + \frac{\partial P}{\partial s} \Delta s$. В таком случае разность между притоком и оттоком наносов за время Δt выразится как

$$\left[P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial s} \Delta s \right) \right] \Delta t = - \frac{\partial P}{\partial s} \Delta s \cdot \Delta t. \quad (143)$$

Этот объем должен равняться объему размыва (или намыва) русла, который можно выразить через

$$\Delta W = \Delta z \cdot \Delta s \cdot b = \frac{\partial z}{\partial t} \Delta s \cdot \Delta t \cdot b. \quad (144)$$

Так как возрастание функции P вдоль s равнозначно размыву, т. е. уменьшению z во времени, то, приравнявая (143) и (144), мы должны взять первое со знаком минус. В итоге мы получаем:

$$- \frac{\partial P}{\partial s} \cdot \Delta s \cdot \Delta t = \gamma' \Delta W = \gamma' \frac{\partial z}{\partial t} \Delta s \cdot \Delta t \cdot b, *$$

* Расход наносов выражен в весовых единицах.

или

$$\frac{\partial P}{\partial s} + \gamma' b \frac{\partial z}{\partial t} = 0, \quad (145)$$

где γ' — объемный вес наносов.

Расход наносов P выражается через скорость потока, гидравлическую крупность частиц и относительную шероховатость русла

$$P = \gamma f(u) b f_1\left(v, \frac{d}{h}\right) = \gamma A b f(u) q, \quad (146)$$

где $f(u)$ согласно формуле (128) равно u^4 .

В каждой конкретной задаче величины v и $\frac{d}{h}$ даны, в связи с чем мы имеем основание считать $f_1\left(v, \frac{d}{h}\right)$ постоянной величиной. В таком случае производная $\frac{\partial P}{\partial s}$ будет равняться выражению

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \gamma A b f'(u) \frac{\partial u}{\partial s} q. \quad (147)$$

Вводя (147) в уравнение (145), окончательно получаем

$$\gamma A f'(u) \frac{\partial u}{\partial s} q = - \gamma' \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (148)$$

Интересно отметить, что впервые уравнение деформации русла было предложено Экснером в близком к полученному выше виде, однако не на основе рассмотрения баланса наносов, а путем умозаключений:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = - a \frac{\partial u}{\partial s}, \quad (149)$$

где по Экснеру a — постоянная величина.

Сравнивая формулы (148) и (149), нетрудно убедиться, что в действительности величина a — переменная: она зависит от вида функции, определяющей транспортирующую способность потока. Так как последняя резко возрастает с увеличением скорости (пропорционально u^4), то результаты, полученные Экснером, не могут считаться удовлетворительными.

Проф. Великанов представил уравнение размыва для донных и взвешенных наносов несколько в ином виде:

$$\gamma d \frac{\partial (m u_n)}{\partial s} + m_0 p + \gamma' \frac{\partial z}{\partial t} = 0, \quad (150)$$

где m — коэффициент сплошности движения,

$m_0 p$ — расход взвешенных наносов, оседающих на дно или поднимающихся вверх,

u_k — скорость перемещения наносов.

Нетрудно видеть, что при $b = \text{const}$ уравнение Великанова совпадает с выведенным нами уравнением (148), так как расход донных наносов $P_{\text{дон}}$ как раз равен произведению $\gamma d m u_k$.

Написанное выше уравнение (148) деформации русла весьма удобно, так как оно одинаково приложимо как к донным, так и взвешенным наносам; вид функции $f(u)$ и значение коэффициента A определяются условиями транспортирования наносов.

Проанализируем уравнение деформации и установим характер деформации русла в различных случаях практики.

В условиях медленно-изменяющегося движения форма свободной поверхности определяется либо кривой спада, либо кривой подпора; этим определяется знак $\frac{\partial u}{\partial s}$.

Величина $\frac{\partial u}{\partial s}$ зависит также от формы русла, определяемой функцией $b = f(s)$.

Она может быть представлена в следующем виде

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q}{bh} \right) = - \frac{Q}{bh} \left(\frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial s} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial s} \right).$$

Пусть русло суживается; в таком случае скорости должны возрастать: $\frac{\partial u}{\partial s} > 0$ будет положительной величиной, а $\frac{\partial b}{\partial s}$ — отрицательной.

Если $f(u) = u^4$, то $f'(u) = 4u^3$;

$$f'(u) \frac{\partial u}{\partial s} = -4u^4 \left(\frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial s} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial s} \right)$$

и уравнение деформации (148) преобразуется следующим образом:

$$-4\gamma A u^4 \left(\frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial s} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial s} \right) q = -\gamma' \frac{\partial z}{\partial t}.$$

Поскольку $\frac{\partial h}{\partial s}$ и $\frac{\partial b}{\partial s}$ — отрицательные величины, $\frac{\partial z}{\partial t}$ также будет отрицательна; следовательно, в рассматриваемом случае будет иметь место размыв. Этот размыв будет более интенсивным, чем при отсутствии сужения русла. Окончательно имеем

$$\frac{\gamma'}{\gamma} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = A u^4 \left(\frac{4}{b} \cdot \frac{\partial b}{\partial s} + \frac{4}{h} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} \right) \cdot q. \quad (151)$$

Пусть русло расширяется; в этом случае при спокойном режиме ($h > h_n$) будет иметь место кривая подпора, т. е. скорости будут уменьшаться вдоль течения; таким образом, наличие расширения будет несколько ускорять процесс заилиения русла. Аналогично предыдущему получим, что $\frac{\partial h}{\partial s} > 0$ и $\frac{\partial b}{\partial s} > 0$; следовательно $\frac{\partial z}{\partial t} > 0$.

Во всем дальнейшем изложении мы будем пользоваться уравнением (148). Мы должны рассмотреть два основных случая: 1) случай медленно-изменяющегося движения потока в длинном бьефе, когда силы трения играют существенную роль, и 2) случай движения потока на коротком участке, когда потерями на трение практически можно пренебрегать. В первом случае необходимо учитывать силы трения, в силу чего уравнение деформации русла нужно решать совместно с уравнением движения, описываемым зависимостью (142); получающаяся система двух уравнений с двумя неизвестными z и u может быть решена приближенным методом с достаточной степенью точности. Во втором случае уравнение деформации русла решается достаточно просто без каких-либо добавочных условий при заданной форме кривой свободной поверхности. Ниже мы рассмотрим оба указанных случая, причем начнем рассмотрение вопроса со второго случая, как наиболее простого в приложениях. Изложим прежде всего решение задачи о деформации глубинного переката, имеющего косинусоидальную форму; далее рассмотрим вопрос о деформации русла при сужении и расширении берегов.

§ 21. Деформации глубинного переката

1. Рассмотрим деформации глубинного переката в условиях плоской задачи; в этом случае уравнение деформации (148) будет выражаться зависимостью

$$\gamma A f'(u) \frac{\partial u}{\partial s} q = - \gamma' \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (152)$$

Положим для простоты, что $f(u) = u^4$, т. е. имеет место движение только взвешенных наносов; в таком случае

$$f'(u) = 4u^3 = \frac{4q^3}{h^3}. \quad (153)$$

Уровень воды на участке переката примем в первом приближении, как это принял и Экснер, во времени неизменным $y = f(s)$; следовательно $y = h + z = f(s)$, $\frac{\partial y}{\partial t} = 0$.

Строго говоря $y = f(s, t)$; изменением y во времени можно пренебречь без особого ущерба для точности расчета, но изменением y по длине переката пренебрегать не следует; мы учтем это при выводе окончательных зависимостей.

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{q}{h^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial s}; \quad \frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{\partial h}{\partial t}. \quad (154)$$

Подставляя полученные выражения (153) и (154) в уравнение деформации (152), найдем, что

$$4 \frac{\gamma}{\gamma'} A \frac{q^4}{h^8} \cdot \frac{q}{h^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0,$$

или

$$\frac{A_1}{h^5} \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0, \quad (155)$$

где

$$A_1 = \frac{4 \gamma A q^4}{\gamma'}.$$

Решение этого уравнения равнозначно решению системы

$$\frac{dh}{0} = \frac{dt}{1} = \frac{h^5 ds}{A_1},$$

из коего получаем

$$h = \psi \left(\frac{A_1 t}{h^5} - s \right), \quad (156)$$

где ψ — функция, определяемая начальными условиями.

Примем первоначальную форму дна очерченной по закону косинуса

$$z_0 = a + a_1 \cos \frac{2 \pi s}{\lambda},$$

где λ — длина волны косинусоиды; a_1 — ее амплитуда, откуда

$$h = y - z_0 = y - a_0 - a_1 \cos \frac{2 \pi s}{\lambda}.$$

Следовательно,

$$z = a_0 + a_1 \cos \frac{2 \pi}{\lambda} \left(s - \frac{A_1 t}{(y - z)^5} \right). \quad (157)$$

Если $y = \text{const}$, то уравнение (157) легко решается относительно $s = f(t, z)$

$$s = \frac{\lambda}{2 \pi} \arccos \left(\frac{z - a_0}{a_1} \right) + \frac{A_1 t}{(y - z)^5}. \quad (158)$$

Из рассмотрения формулы (158) вытекает, что некоторая точка переката с отметкой z_i переместится по истечении времени t

на величину, пропорциональную t и обратно пропорциональную $(y - z_i)^5$; чем больше z_i , тем больше второй член правой части зависимости (158). Это означает, что гребень переката перемещается значительно быстрее, чем другие его точки; таким образом, профиль переката превращается в типичную для водных потоков гряду донных отложений с пологим верховым и крутым низовым откосом (рис. 77).

Тот же самый результат был получен Экснером; однако благодаря неучету $f'(u)$ он получил уравнение в виде

$$z = a_0 + a_1 \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(s - \frac{A_0 t}{(y - z)^2} \right), \quad (159)$$

что дает более быстрые темпы деформаций переката.

Строго говоря, мы должны учесть еще изменчивость $y = f(s)$. Если принять это во внимание, то скажется удобным пользо-

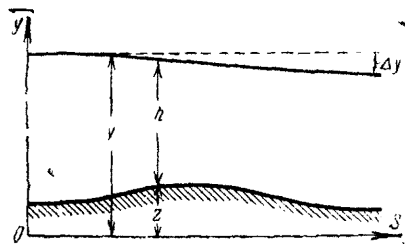


Рис. 76. Расчетная схема водотока.

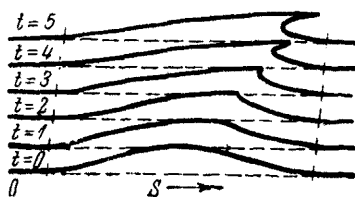


Рис. 77. Деформация дна, приводящая к образованию гряд (Экснер).

ваться формулой (157), считая s_i заданным, и определять t как функцию одного z ; решение приводится к зависимости

$$t = \left[s - \frac{\lambda}{2\pi} \arccos \left(\frac{z - a_0}{a_1} \right) \right] \frac{(y - z)^5}{A_1}, \quad (160)$$

где s и y — постоянные величины, а z задается как переменная величина.

Пример расчета деформации глубинного переката. Предположим, что нам заданы следующие условия:

$$a_0 = 2 \text{ м}; \quad a_1 = 1,0 \text{ м}; \quad \lambda = 40 \text{ м}; \quad s_1 = -20 \text{ м};$$

В точке $s_1 = -20 \text{ м}$ $z_0 = a_0 - a_1 = 1,0 \text{ м}$; в точке $s_2 = -15 \text{ м}$ $z_0 = a_0 - a_1 \cos \frac{3}{4} \pi \approx 1,3 \text{ м}$; в точке $s_3 = -10 \text{ м}$ $z_0 = a_0 - a_1 \cos \frac{\pi}{2} = 2,0 \text{ м}$; в точке $s_4 = -5 \text{ м}$ $z_0 = 1,30 \text{ м}$.

Рассмотрим деформации переката в этих сечениях русла. Пусть также известно, что $y_1=4,95$ м, $y_2=4,95$ м, $y_3=4,90$ м; $q=6$ м³/сек; $A=0,000004$; $\gamma'=1,1$; тогда

$$A_1 = \frac{4Aq^5\gamma'}{\gamma'} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 6^5 \cdot 1,0}{10^8 \cdot 1,1} \approx 0,11; \quad \frac{\lambda}{2\pi} \arccos \frac{z-a_0}{a_1} = D.$$

Сведем вычисления в таблице 10.

Таблица 10

s_i	z	$y-z$	$(y-z)^5$	D	$s-D$	t
-15	1,0	3,95	990	-20	5	45 000 сек.
-10	1,3	3,60	610	-15	5	30 000 "
-10	1,0	3,90	930	-20	10	84 500 "
-5	2,0	2,95	340	-10	+5	15 000 "

Из таблицы видно, что уже по истечении 15 000 сек. верх гряды перемещается в точку —5 м, то есть на длину 5 м; здесь будет наблюдаться намыв русла на высоту 0,70 м.

В сечении —10 м, где был верх гряды, за тот же период произойдет некоторый размыв, примерно на глубину 0,45 м, наконец в сечении $s = -15$ м размыв произойдет на глубину 0,15 м. Деформированный профиль гряды показан на рис. 78.

2. Положим теперь, что русло вначале суживается, а затем расширяется и найдем деформации этого участка реки; положим также, что берега являются вполне устойчивыми и не подвергаются размыву. Для анализа деформаций русла

воспользуемся уравнением (151) и введем в него вместо $\frac{\partial z}{\partial t}$ производную от h , а вместо u^4 величину $\frac{Q^4}{b^4 h^4}$; получим следующее уравнение

$$\frac{A_2}{b^5 h^5} \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{\partial h}{4 \partial t} = - \frac{A_2}{b^6 h^4} \cdot \frac{\partial b}{\partial s}, \quad (161)$$

где $A_2 = \frac{\gamma A Q^5}{\gamma}$.

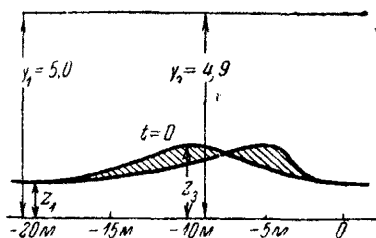


Рис. 78. К расчету глубинного переката.

Решение этого уравнения приводится к решению системы

$$\frac{b^5 h^5}{A_2} ds = \frac{4 dt}{1} = \frac{b^5 h^4}{A_2 \frac{\partial b}{\partial s}} dh; \quad (162)$$

получаем следующие два уравнения:

$$s - \frac{A_2 t}{b^5 h^5} = C_1(s, t); \quad (163)$$

$$\frac{dh}{h} = - \frac{\frac{\partial b}{\partial s} ds}{b} \text{ или } \ln h = - \ln b + \ln C_2(s, t). \quad (164)$$

Так как изменение $b = f(s)$ задано, то из уравнения (164) мы получаем зависимость $h = \frac{C_2}{b}$.

В начальный момент t_0 $h_0 = f_0(s)$ нам известно; следовательно, мы можем найти зависимость между C_2 и C_1 .

$$1) C_1^0 = s; \quad 2) C_2^0 = h_0 b.$$

Эту зависимость мы можем легко выразить графически, откладывая по оси абсцисс $C_1^0 = s$, а по оси ординат C_2^0 .

В частном случае, рассмотренном Экснером, $h_0 = \text{const}$, $b = a(c + \cos \alpha s)$, следовательно,

$$C_2 = h_0 a(c + \cos \alpha C_1). \quad (165)$$

Подставим в (165) выражение для C_1 и C_2 из (163) и (164)

$$h a(c + \cos \alpha s) = h_0 a \left[c + \cos \alpha \left(s - \frac{A_2 t}{b^5 h^5} \right) \right]. \quad (166)$$

Значения h могут быть найдены путем подбора из зависимости

$$\left[\left(\frac{h}{h_0} \right) - 1 \right] c + \left(\frac{h}{h_0} \right) \cos \alpha s = \cos \alpha \left(s - \frac{A_2 t}{b^5 h^5} \right), \quad (167)$$

при этом вполне естественно задаваться значениями h и s , а определять соответственные значения t . Нетрудно видеть, что при отрицательном $\cos \alpha s$, т. е. на участке сужения, глубина будет возрастать с увеличением t ; при положительном $\cos \alpha s$ глубина будет уменьшаться. Общий характер деформации русла приблизительно показан на рис. 79. Мы видим, что наибольшего значения размыв русла приобретает в месте наибольшего сужения; на участке же расширения наблюдаются значительные отложения. Вышеприведенный анализ применим лишь при сравнительно нешироком русле или для некоторой элементарной

струи, выделенной в потоке. При широком русле анализ вопроса о деформациях его дна чрезвычайно осложняется, так как скорости потока изменяются не только по его длине, но и по ширине; в этом случае задача может быть решена только методом построения плана течения, предложенным Н. М. Бернадским, и применения уравнения деформации русла к элементарным струйкам, на которые делится весь поток. Мы рассмотрим этот способ особо.

§ 22. Медленно-изменяющееся движение жидкости в размываемых руслах с произвольным продольным профилем дна

При исследовании вопроса о медленно-изменяющемся движении жидкости в размываемых руслах, имеющего исключительно важное значение для анализа процессов размыва и заиления

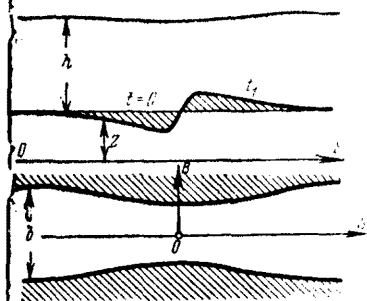


Рис. 79. Схема деформации дна на участке сужения.

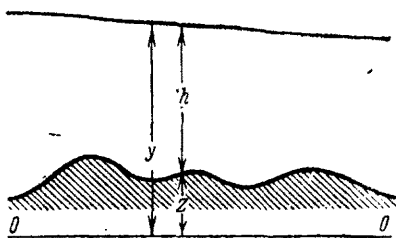


Рис. 80. Схема водотока с произвольным профилем дна.

речных бьефов под влиянием подпора, создаваемого гидротехническими сооружениями, необходимо считаться с тем обстоятельством, что продольный профиль дна водотока как в начальный период, так и на различных этапах размыва или заиления имеет сложную конфигурацию, лишь в редких случаях описываемую простыми аналитическими зависимостями. В силу этого вопрос о деформациях русла необходимо рассмотреть при произвольной форме продольного профиля дна и дать решение уравнений деформации в общей форме, позволяющей рассматривать участки водотока значительной длины и облегчить тем самым весь ход расчета.

При решении поставленной задачи будем исходить из анализа системы трёх уравнений, определяющих движение жидкости при

медленно-изменяющихся процессах размыва и заиления русел: 1) уравнения неравномерного медленно-изменяющегося движения жидкости, 2) уравнения размыва и 3) уравнения постоянства расхода воды. Это последнее положение весьма важно подчеркнуть; в действительности расход водотока является переменным во времени и изменяется по некоторому гидрографу. Принимая расход воды неизменным, мы должны заменить гидрограф с непрерывным (хотя и медленным) изменением Q ступенчатым гидрографом, предполагающим постоянство Q в пределах некоторых интервалов времени Δt .

Воспользуемся для составления уравнения деформации русла системой вышеуказанных трёх уравнений. При этом будем иметь в виду, что мы рассматриваем русла достаточно большой ширины с формой, близкой к прямоугольной, или же любой ширины, но прямоугольные. Условимся также, что размыв протекает равномерно по ширине водотока и его берега остаются неизменяемыми.

Положим, что нам задан водоток с произвольным продольным профилем дна (рис. 80).

Обозначим координату дна через z , координату свободной поверхности через y ; тогда глубина водотока h будет определяться разностью $y - z$ (плоскость сравнения $0-0$ расположена ниже поверхности дна).

Напишем теперь уравнение медленно-изменяющегося движения в следующем виде:

$$\frac{\partial y}{\partial s} = -\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{Q^2}{K^2} - \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (168)$$

где u — средняя скорость течения, Q — расход воды, g — ускорение силы тяжести, K — модуль расхода.

Так как скорость меняется во времени лишь за счет изменения глубины потока, то можно заранее утверждать, что производная $\frac{\partial u}{\partial t}$ будет весьма мала по сравнению с другими членами уравнения. На основе ряда исследований мы убедились, что пренебрежение этим членом уравнения вполне возможно, если поток находится в спокойном состоянии, когда $h > h_{кр}$. А так как мы исследуем медленные деформации русла, что возможно лишь в условиях спокойного режима, то мы будем рассматривать в дальнейшем уравнение (168) без последнего члена.

Второе уравнение, размыва русла, мы представляем в виде:

$$\gamma' \frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial s},$$

где γ' — объемный вес наносов; P — весовое количество наносов, транспортируемых потоком в единицу времени (расход наносов в $t/\text{сек}$).

Согласно изложенному в §§ 11—18 представим весовое количество транспортируемых потоком наносов в виде некоторой заранее заданной функции от скорости потока

$$P = F(u).$$

В дальнейшем мы вернемся к вопросу о том, какого вида может быть эта функция; для решения рассматриваемой системы уравнений нам этого не требуется; напротив, получение решения в такой обобщенной форме весьма удобно, так как позволяет затем использовать любую из рекомендуемых зависимостей для $F(u)$, т. е. позволяет совершенствовать окончательные расчетные зависимости в соответствии с уточнением и дальнейшим усовершенствованием теории наносов.

В таком случае уравнение деформации примет вид:

$$\gamma' \frac{\partial z}{\partial t} = -\gamma F'(u) \frac{\partial u}{\partial s} = \gamma F'(u) \frac{q}{h^2} \left(\frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} \right). \quad (169)$$

Решая совместно уравнения (168) и (169), можно установить зависимость для нахождения z как функции от s и t : $z = f(s, t)$. С этой целью найдем из уравнения (168) выражение для производной $\frac{\partial y}{\partial s}$, применяя замену $u = \frac{q}{h}$, где h — глубина потока, а q — единичный расход.

$$\frac{\partial y}{\partial s} = -\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{Q^2}{K^2} = \frac{uq}{gh^2} \left(\frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} \right) - \frac{D}{h^m}, \quad (170)$$

где $\frac{Q^2}{K^2} = \frac{D}{h^m} = \frac{n^2 q^2}{h^m}$, а n — коэффициент шероховатости.

$$\frac{\partial y}{\partial s} \left(1 - \frac{q^2}{gh^3} \right) = \frac{-q^2}{gh^3} \cdot \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{D}{h^m}. \quad (171)$$

Введем теперь выражение (171) в уравнение (169)

$$\begin{aligned} -\frac{\partial z}{\partial t} &= \frac{\gamma q}{\gamma'} \frac{F'(u)}{h^2} \left[\frac{\frac{q^2}{gh^3} \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{D}{h^m}}{1 - \frac{q^2}{gh^3}} + \frac{\partial z}{\partial s} \right] = \\ &= \frac{\gamma q}{\gamma' h^2} F'(u) \left[\frac{\frac{\partial z}{\partial s} + \frac{D}{h^m}}{1 - \frac{q^2}{gh^3}} \right], \end{aligned}$$

или

$$[h_{kp}^3 - (y-z)^3] \frac{\partial z}{\partial t} = aF'(u)(y-z) \left[\frac{\partial z}{\partial s} + \frac{D}{(y-z)^m} \right], \quad (172)$$

где $a = \frac{\gamma q}{\gamma'}$.

Так как скорость потока может быть заменена выражением $u = \frac{q}{y-z}$, то в уравнение (172) войдет вместо $F'(u)$ некоторая другая функция $F'(y-z)$, после чего мы придем к следующему окончательному уравнению деформации русла:

$$[h_{kp}^3 - (y-z)^3] \frac{\partial z}{\partial t} = aF'(y-z) \left[\frac{\partial z}{\partial s} + \frac{D}{(y-z)^m} \right] (y-z). \quad (173)$$

Это уравнение можно написать также следующим образом:

$$a \frac{\partial z}{\partial s} + F_1(y-z) \frac{\partial z}{\partial t} = -F_2(y-z). \quad (174)$$

Здесь

$$F_1(y-z) = \frac{(y-z)^3 - h_{kp}^3}{(y-z)F'(y-z)}; \quad (175)$$

$$F_2(y-z) = \frac{aD}{(y-z)^m}. \quad (176)$$

Следует иметь в виду, что для дальнейшего решения мы будем полагать величину y в течение заданного интервала времени неизменной; поэтому величина y оказывается функцией только от s . Это — единственное допущение, которое мы принимаем; в связи с этим интервалы времени Δt_i приходится выбирать с таким расчетом, чтобы изменения уровня свободной поверхности были действительно пренебрежимо малыми по сравнению с деформациями русла.

Величину y можно принимать либо по начальным условиям, либо по средним значениям в течение заданного интервала времени.

Обычно благодаря малым изменениям уровня это допущение не вносит сколько-нибудь заметных ошибок при вычислениях. При желании нетрудно в этом убедиться и уточнить расчеты, приняв в качестве расчетного значения y его среднее значение в течение заданного интервала времени Δt_i .

§ 23. Интегрирование уравнения деформации размываемого русла; основной метод расчета

Итак, мы получили уравнение деформации размываемого русла в виде

$$a \frac{\partial z}{\partial s} + F_1(y-z) \frac{\partial z}{\partial t} = -F_2(y-z),$$

где $y = f(s)$.

Как известно, решение этого уравнения может быть получено путем решения вспомогательной системы:

$$\frac{ds}{a} = \frac{dt}{F_1(y-z)} = -\frac{dz}{F_2(y-z)}, \quad (177)$$

откуда непосредственно следует, что

$$\int F_1(y-z) ds = at + C_1; \quad (178)$$

$$-\int \frac{F_1(y-z)}{F_2(y-z)} dz = t + C_2, \quad (179)$$

где C_1 и C_2 представляют собою некоторые произвольные функции независимых переменных s и t .

Теперь мы вправе написать общее решение

$$\int F_1(y-z) ds - at = \Psi \left[t + \int \frac{F_1(y-z)}{F_2(y-z)} dz \right]. \quad (180)$$

Для получения конкретного решения, т. е. для нахождения вида функции Ψ , необходимо установить связь между функциями C_1 и C_2 , исходя из начальных условий, которые должны быть известны. В самом деле, при $t=0$ мы знаем не только зависимость $y=f(s)$, но и $z_0=f(s)$. К сожалению, однако, все функции, с которыми нам придется оперировать, выражаются большей частью в неявном виде (чаще всего посредством рядов). В силу этого как интеграл $\int F_1(y-z) ds$, так и $\int \frac{F_1(y-z)}{F_2(y-z)} dz$ могут быть вычислены только приближенно, или в форме сложного ряда, содержащего наряду с алгебраическими и трансцендентные функции.

Основной прием расчета, который можно рекомендовать в случае русла с произвольным продольным профилем дна, является графоаналитическим. С целью выяснения сущности

этого приема обозначим выражение $\int F_1(y-z) ds$ через Φ_1 , а выражение $\int \frac{F_1(y-z)}{F_2(y-z)} dz$ через Φ_2 .

Совершенно ясно, что Φ_1 и Φ_2 вполне определяются при заданных s и z , так как y есть функция только от s .

Из формул (178) и (179) находим:

$$t = \frac{\Phi_1 - C_1}{a}; \quad (181)$$

$$t = -\Phi_2 - C_2. \quad (182)$$

Приравнивая правые части этих равенств, получим связь между C_1 и C_2 :

$$\Phi_1 - C_1 = -a(\Phi_2 + C_2)$$

или

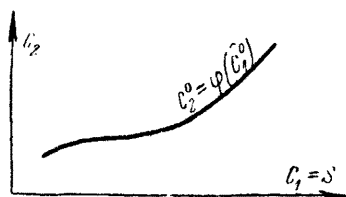
$$C_2 = -\Phi_2 - \frac{\Phi_1}{a} + \frac{C_1}{a} = \Phi + \frac{C_1}{a}, \quad (183)$$

где

$$\Phi = -\left(\Phi_2 + \frac{\Phi_1}{a}\right).$$

$$\text{При } t=0 \quad C_1^0 = \Phi_1; \quad C_2^0 = -\Phi_2. \quad (184)$$

Если интегралы Φ_1 и Φ_2 найдены, то не представляет затруднений установить графически связь между C_1^0 и C_2^0 для всего рассматриваемого нами участка водотока (рис. 81):



$$C_2^0 = \varphi(C_1^0). \quad (184a)$$

Значок 0 означает, что здесь идет речь о начальных условиях задачи.

При нахождении Φ_1 наибольшие затруднения возникают вследствие того, что величина y представляет собой весьма сложное

выражение от s , причем интеграл не берется в конечном виде. Для вычисления Φ_1 воспользуемся методом суммирования, причем здесь вполне уместно применение формулы трапеции, так как y представляет собой весьма пологую кривую от s .*

* При желании можно было бы применить формулу Симпсона или другие, однако надобности в этом не имеется.

В таком случае:

$$C_1^0 = \Phi_1 = \int F_1(y-z) ds = \\ = \frac{s}{2(n-1)} \sum_1^n [F_1(y_i - z) + F_1(y_{i+1} - z)] = sJ_0, \quad (185)$$

где

$$J_0 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_1^n [F_1(y_i - z) + F_1(y_{i+1} - z)].$$

(Величины s и z определяются интересующим нас живым сечением потока.) Раскрывая смысл этой суммы, мы можем написать, что

$$J_0 = \frac{1}{2(n-1)} \left\{ F_1(y_1 - z) + 2F_1(y_2 - z) + 2F_1(y_3 - z) + \dots + 2F_1(y_{n-1} - z) + F_1(y_n - z) \right\}. \quad (186)$$

Величина n определяется характером изменения функции F_1 на исследуемом участке водотока и потому может оказаться неодинаковой для различных сечений.

Как видно из изложенного, вычисление J_0 занимает много времени, и для облегчения расчетов необходимо иметь в своем распоряжении таблицы или графики в безразмерных единицах для быстрого нахождения функции $F_1(y-z)$; об этих таблицах речь будет далее.

Для определения времени, в течение которого протекает деформация русла, необходимо решить совместно уравнения (183) и (184). Но связь между C_2 и C_1 при $t_0 = 0$ мы выразили графически; если на том же графике построить по уравнению (183) зависимость $C_2 = \Phi + \frac{C_1}{a}$, которая представляет собою прямую линию, пересекающую ось ординат на высоте Φ под углом $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{a}$ к горизонтальной оси, то мы получим искомое значение C_2 и C_1 в точке пересечения кривой $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$ с прямой $C_2 = \Phi + \frac{C_1}{a}$ (рис. 82).

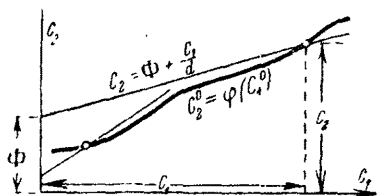


Рис. 82. График к расчету $C_2 = \varphi(C_1)$.

Найдя C_1 и C_2 , нетрудно определить время деформации по одной из формул (181) или (182).

Из вышеизложенного уясняется и последовательность расчета. Прежде всего, исходя из заданных начальных условий, устанавливается связь $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$ путем построения соответствующего графика. Затем для интересующего нас створа s назначаются те или иные деформации русла, иначе говоря, устанавли-

ваются отметки дна после размыва или заиления z_i ; вычисление значения функций в дальнейшем не представит никаких затруднений; тем самым вполне определится уравнение (183), после чего будут найдены значения C_1 и C_2 и время деформации t .

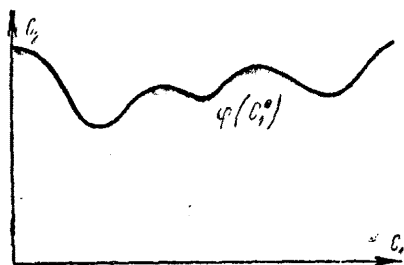


Рис. 83. $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$ для водотока, изображенного на рис. 80.

решение системы (178) и (179) несколько иначе. (Этот прием применим в тех случаях, когда координата свободной поверхности мало меняется по длине потока, например, при подпоре.)

Мы можем представить уравнение (181) в виде

$$t = \frac{\Phi_1 - J_0 C_1}{a} = \frac{J_0 (s - C_1)}{a}, \quad (187)$$

откуда

$$\frac{at}{J_0} + C_1 = s, \quad (188)$$

тогда при $t = 0$ функция C_1 будет равна s .

Уравнение (183) можно переписать в следующем виде:

$$sJ_0 - C_1J_0 = -a(\Phi_2 + C_2),$$

или

$$C_2 = -\left(\Phi_2 + \frac{sJ_0}{a}\right) + \frac{J_0}{a} C_1. \quad (189)$$

Так как при $t = 0$ $C_1^0 = s$, то связь между C_2^0 и C_1^0 определится весьма просто: каждому значению s соответствует определенное значение y и z_0 ; этим вполне определяется величина C_2^0 , равная $\Phi_2(y, z_0)$.

Характер изменения C_2^0 будет конформно отображать характер профиля дна водотока; поэтому в местах подъема дна C_2 будет уменьшаться, в местах заглубления — увеличиваться (рис. 83).

Для дальнейшего расчета используем формулу (189), согласно которой

$$C_2 = \Phi + kC_1. \quad (190)$$

где $k = \frac{J_0}{a}$; $\Phi = -\Phi_2 - \frac{sJ_0}{a}$.

Зависимость (190) может быть представлена в виде прямой, пересекающей ось ординат на высоте Φ под углом $\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_0}{a}$.

Строя эту прямую на графике $C_2 = \varphi(C_1)$ и находя точку пересечения ее с кривой $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$, мы получим искомые значения C_2 и C_1 , так как, согласно условию, искомая нами функция $z = f(s, t)$ должна при начальных условиях проходить в плоскости $z_0 = f(s, t_0)$ (рис. 82).

Далее нетрудно установить время заданной деформации, для чего воспользуемся формулой

$$t = \frac{\Phi_1 - C_1 J_0}{a} \text{ или } t = -(\Phi_2 + C_2).$$

Поступая таким путем, мы найдем для каждого интересующего нас створа s зависимость между отметкой дна и временем деформации и сможем после этого построить деформированный профиль водотока для различных интервалов времени.

Как видно из изложенного, все вычисления сводятся к определению функций $\Phi_1 = J_0 s$ и Φ_2 ; для облегчения вычислений должны быть составлены соответствующие таблицы в безразмерных координатах.

Все остальные вычислительные операции весьма просты и сводятся к построению графика $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$ и прямых $C_2 = \Phi + kC_1$.

Аналитический прием расчета

Второй расчетный прием заключается в отыскании аналитической зависимости для функции $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$.

В некоторых частных случаях (например, для заилиения русла) эта зависимость может быть найдена весьма просто причем чаще всего она выражается посредством степенной формулы

$$C_2 = \beta C_1^n, \quad (191)$$

где n — целое или дробное число.

Представляется возможным и во многих других случаях воспользоваться степенной зависимостью (191) между функциями C_2 и C_1 при $t=0$; к ним относится случай русла с прямым или обратным уклоном дна, причем уклон дна может быть переменным, постепенно уменьшающимся или увеличивающимся. Применение степенной зависимости позволяет довести расчет до конечного результата аналитически. Строя логарифмическую анаморфозу $\ln C_2 = \ln \beta + n \ln C_1$, мы можем убедиться, в какой мере приемлема зависимость (191) для рассматриваемого водотока, и в утвердительном случае определить константы β и n . Может оказаться, что степенная формула (191) приемлема не во всей области потока, а лишь в некотором диапазоне глубин, ограничивающем длину исследуемого участка. Это обстоятельство нельзя упускать из виду при использовании предлагаемого расчетного приема.

Для получения окончательной зависимости надо заменить C_1 и C_2 в формуле (191) посредством функций от s , t и z на основании уравнений (181) и (182):

$$-\Phi_2 - t = \beta (\Phi_1 - at)^n = \beta (J_0 s - at)^n. \quad (192)$$

Полученное уравнение вполне определяет величину z , как функцию s и t ; однако решение получается в неявном виде, что затрудняет вычислительные операции. Для упрощения последних определим из формулы (192) зависимость $s = \Psi(s, t)$

$$s = \frac{at + \left[-\frac{1}{\beta} (\Phi_2 + t) \right]^{\frac{1}{n}}}{J_0}. \quad (193)$$

Задаваясь временем деформации t и отметками дна z_t , мы определим функции J_0 и Φ_2 и найдем искомое значение s .

Таким путем нетрудно построить деформированный профиль водотока для любого интервала времени Δt . Здесь следует напомнить, что с течением времени уровень свободной поверхности, вследствие непрерывной деформации русла будет снижаться (или повышаться), необходимо проверять время от времени положение уровня свободной поверхности и, в случае необходимости, заменить функцию $y = f(s)$ новым значением $y = f(s)$ и т. д.

Таким образом, применяя метод последовательного приближения, мы не только установим ожидаемые деформации русла, но и определим снижение или повышение уровня свободной поверхности.

§ 24. Расчетные зависимости функций $\Phi_2(z, y)$ и $J_0(s, z)$

Для доведения задачи до реальных результатов и возможности рекомендовать те или иные расчетные зависимости необходимо условиться относительно вида функции $P(u)$, определяющей транспортирующую способность потока. Выше мы уже отмечали, что в настоящее время не существует строго обоснованных теорий движения донных и взвешенных наносов; процессы взвешивания являются следствием турбулентности потока и до тех пор, пока не будет разрешена в полной мере проблема турбулентного движения жидкости, вряд ли можно рассчитывать получить строго обоснованные решения проблемы наносов. Ставя перед собой задачу установить расчетные зависимости для транспортирующей способности потока, мы естественно должны обратиться к экспериментальным исследованиям и вытекающим из них формулам, выбирая те, которые при современном состоянии теории наносов и турбулентности могли бы быть рекомендованы с известной степенью приближения для изучения процессов размыва и заиления русла.

Обращаясь к вопросу о влечении наносов по дну потока, используем согласно § 15 следующую формулу для функции P :

$$P_{дон} = q_m = c \gamma d (u - u_0) \left(\frac{u}{u_0} \right)^3, \text{ где } c = 0,002 \left(\frac{h}{d} \right)^{0,65}.$$

Для определения расхода взвешенных наносов воспользуемся зависимостью

$$P_{взв} = q_m = A q u^4,$$

где коэффициент A определяется из формулы

$$A = \frac{c_1}{v^4} \left(\frac{d}{h} \right)^2.$$

Принимая отмеченные выше формулы в основу определения транспортирующей способности потока, найдем Φ_2 и J_0 .

1°. **Донное влечение наносов.** Возьмем производную от $P_{дон}$ по s ; из предыдущего ясно, что $\frac{\partial P_{дон}}{\partial s} = \gamma F'(u) \frac{\partial u}{\partial s}$, следовательно

$$\frac{\partial P_{дон}}{\partial s} = 3 \gamma c d \left(\frac{u}{u_0} \right)^2 \left(\frac{4}{3} \frac{u}{u_0} - 1 \right) \frac{\partial u}{\partial s} = 3 \gamma c d \left(\frac{h_0}{h} \right)^2 \frac{a_1 - h}{h} \frac{\partial u}{\partial s},$$

причем $a_1 = \frac{4}{3} h_0 = \frac{4}{3} \frac{q}{u_0}.$

Вводя в формулу (145) это выражение для $\frac{\partial P}{\partial s}$, получим

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -3 \frac{\gamma}{\gamma'} cdh_0^2 \left(\frac{a_1 - h}{h^3} \right) \frac{\partial u}{\partial s} = - \frac{A_0 \gamma}{\gamma' (y - z)^3} (a_1 - y + z) \frac{\partial u}{\partial s},$$

где $A_0 = 3cdh_0^2$.

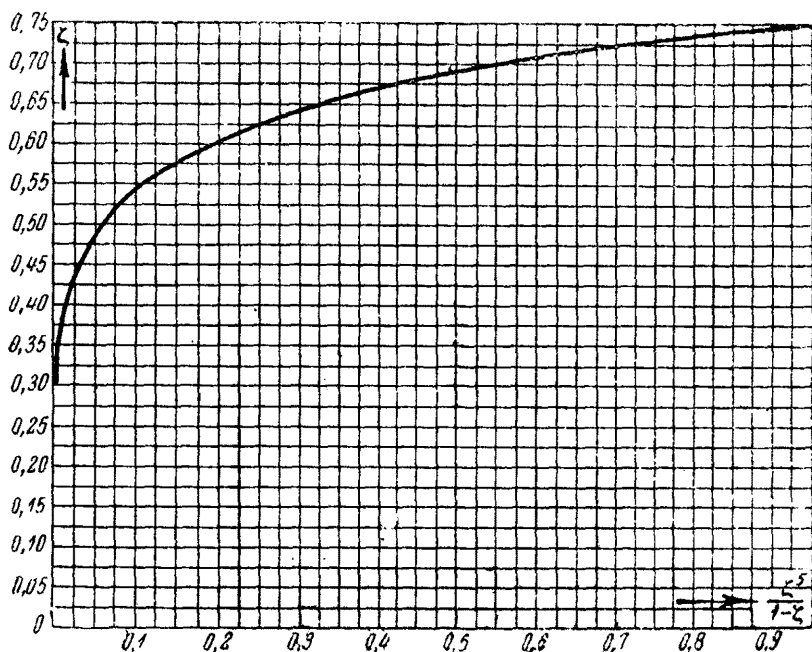


Рис. 84. График $\frac{\zeta^5}{1-\zeta} = f(\zeta)$.

Следовательно

$$F'(y - z) = \frac{A_0}{(y - z)^3} (a_1 - y + z), \quad (194)$$

тогда из (175) и (176) получаем

$$F_1(y - z) = \frac{(y - z)^3 - h_{кр}^3}{A_0(a_1 - y + z)} (y - z)^2;$$

$$\frac{F_1(y - z)}{F_2(y - z)} = \frac{[(y - z)^3 - h_{кр}^3] (y - z)^{m+2}}{A_0(a_1 - y + z) aD}.$$

Переходя к определению Φ_2 и J_0 , заметим, что

$$J_0 = s \frac{\sum F_1(y_i - z)}{2(n-1)} \quad \text{или} \quad J_0 = s F_{\text{ср}}(y - z).$$

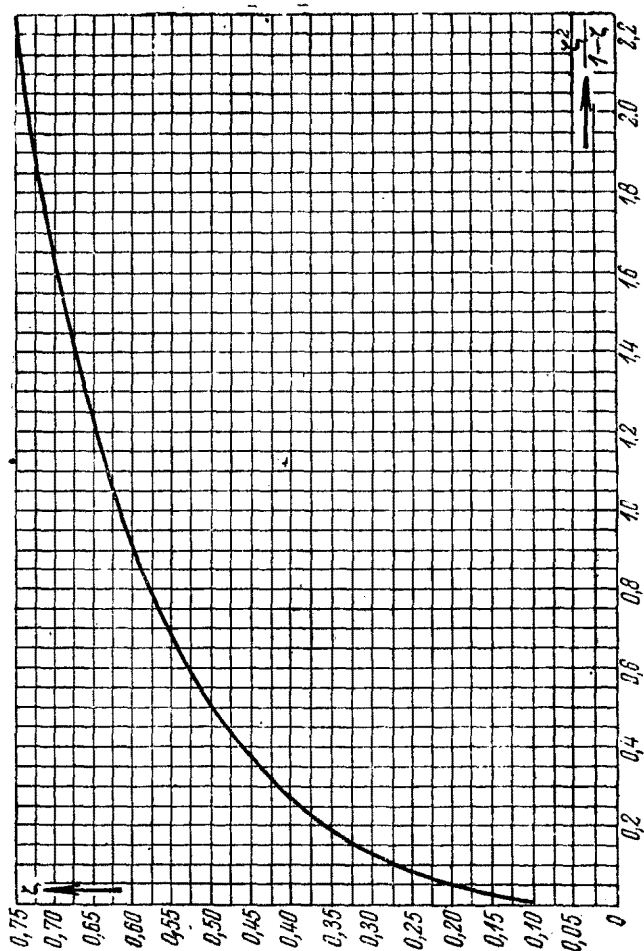


Рис. 85. График $\varphi(z) = \frac{z^2}{1-z}$.

Таким образом, для нахождения J_0 [нам] совершенно достаточно знать $F_1(y - z)$. Для удобства вычислений перейдем к безразмерным величинам; для этого будем искать не $F_1(y - z)$,

а выражение вида $F_1\left(\frac{y-z}{a_1}\right) = F_1(\zeta)$, где $\zeta = \frac{y-z}{a_1}$, $\zeta_{кр} = \frac{h_{кр}}{a_1}$.

$$F_1(\zeta) = \frac{a_1^5 (\zeta^5 - \zeta_{кр}^3 \zeta^2)}{a_1 A_0 (1 - \zeta)} = \frac{a_1^4}{A_0} \left(\frac{\zeta^5}{1 - \zeta} - \zeta_{кр}^3 \frac{\zeta^2}{1 - \zeta} \right) = \frac{a_1^4}{A_0} \Psi_1(\zeta). \quad (195)$$

Функции $\frac{\zeta^5}{1 - \zeta}$ и $\frac{\zeta^2}{1 - \zeta}$ нами вычислены и представлены на графиках (рис. 84) и (рис. 85).

Надо иметь в виду, что величина ζ всегда меньше 0,75, так как $a_1 = \frac{4}{3} h_0$, а при $h > h_0$ процессы размыва прекращаются, намыв же протекает совершенно иначе — в форме продвижения гряды наносов; для изучения этого вопроса требуется самостоятельный анализ.

Для нахождения $\Phi_2(\zeta)$ вычислим интеграл

$$J_2 = \int \frac{(y-z)^3 - h_{кр}^3}{a_1 - y + z} (y-z)^{m+2} dz,$$

$$J_2(\zeta) = -a_1^{m+5} \int \frac{(\zeta^3 - \zeta_{кр}^3) \zeta^{m+2}}{1 - \zeta} d\zeta =$$

$$= a_1^{m+5} [\varphi_1(\zeta) - \zeta_{кр}^3 \varphi_2(\zeta)] = a_1^{m+5} \Psi_2(\zeta). \quad (196)$$

$$\varphi_1(\zeta) = - \int \frac{\zeta^{m+5}}{1 - \zeta} d\zeta = \frac{\zeta^{m+5}}{m+5} + \frac{\zeta^{m+4}}{m+4} + \dots + \zeta + \ln(1 - \zeta). \quad (197)$$

$$\varphi_2(\zeta) = - \int \frac{\zeta^{m+2}}{1 - \zeta} d\zeta = \frac{\zeta^{m+2}}{m+2} + \frac{\zeta^{m+1}}{m+1} + \dots + \zeta + \ln(1 - \zeta). \quad (198)$$

Обе функции вычислены нами и представлены на графиках рис. 86 и рис. 87 * при $m = 4,0$.

Имея эти графики, нетрудно вычислить интересующую нас функцию $\Phi_2(\zeta)$; очевидно:

$$\Phi_2(\zeta) = \frac{a_1^{m+5}}{a A_0 D} \Psi_2(\zeta). \quad (199)$$

Введем теперь некоторые частные изменения в основные расчетные зависимости. Мы установили (§ 23), что $C_2 = \Phi + k C_1$, где $\Phi = -\Phi_2 - \frac{s J_0^*}{a}$; $C_2 + t = -\Phi_2$ [см. формулу (182)].

* Мы приводим лишь часть графиков при значениях $\zeta = 0,45 - 0,75$.

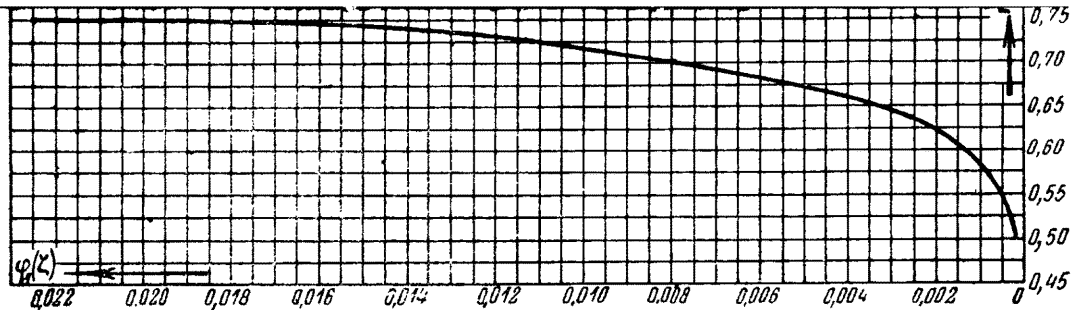


Рис. 86. $\psi_1(\zeta)$.

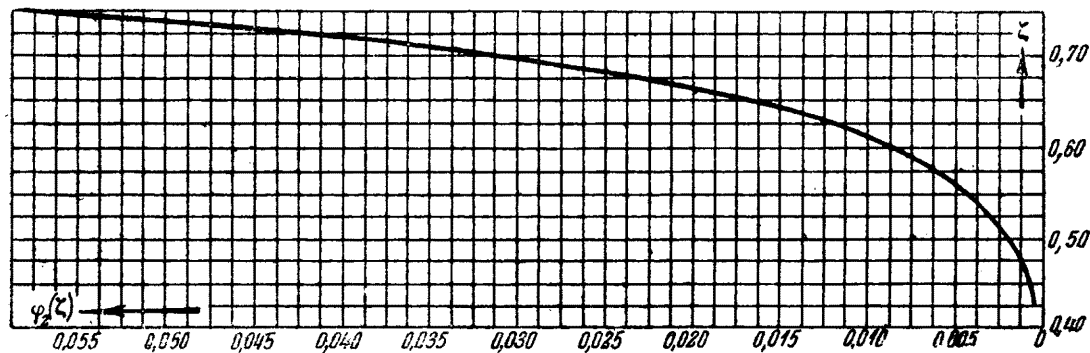


Рис. 87. $\psi_2(\zeta)$.

Обратим внимание, что в выражения для Φ_2 и J_0 входит постоянная величина $\frac{a_1^4}{A\partial a}$; в связи с этим можно переписать вышеуказанные зависимости следующим образом:

$$C_2 + \frac{A\partial a}{a_1^4} = -\frac{a_1^{m+1}}{D} \Psi_2(\zeta); \quad (200)$$

$$\frac{A\partial a}{a_1^4} = s \Psi_1(\zeta) - C_1, \quad (201)$$

или
$$\frac{A\partial a}{a_1^4} = (s - C_1) \Psi_1(\zeta). \quad (202)$$

Наконец, связь между C_2 и C_1 определится теперь в виде

$$C_2 = -\frac{a_1^{m+1}}{D} \Psi_2(\zeta) - s \Psi_1(\zeta) + C_1 = \Phi + C_1, \quad (203)$$

или, если исходить из формулы (202):

$$C_2 = -\frac{a_1^{m+1}}{D} \Psi_2(\zeta) - s \Psi_1(\zeta) + \Psi_1(\zeta) C_1, \quad (204)$$

причем

$$\Phi = -\frac{a_1^{m+1}}{D} \Psi_2(\zeta) - s \Psi_1(\zeta).$$

Величину t удобнее всего вычислять, пользуясь формулой

$$t = \frac{[\Psi_1(\zeta)s - C_1] a_1^4}{A\partial a} = \frac{1,05 \cdot \gamma' \cdot h_0^2}{\gamma \cdot c \cdot d \cdot q} [\Psi_1(\zeta)s - C_1], \quad (205)$$

или

$$t = \frac{1,05 \gamma' h_0^2}{\gamma \cdot c \cdot d \cdot q} (s - C_1) \Psi_1(\zeta).$$

2°. Транспортирование взвешенных наносов. В том случае, когда преобладающую массу наносов составляют взвешенные частицы, расчетные формулы для F_1 и Φ_2 существенно упрощаются.

Если

$$P_{эв} = Aqu^4 = F(u),$$

то
$$\frac{\partial P}{\partial s} = F'(u) \frac{\partial u}{\partial s} = 4Aqu^3 \frac{\partial u}{\partial s} = 4A \frac{q^4}{h^3} \frac{\partial u}{\partial s} = \frac{4Aq^4}{(y-z)^3} \cdot \frac{\partial u}{\partial s}.$$

Функция $F_1(y-z)$ будет определяться выражением

$$\frac{[(y-z)^3 - h_{кр}^3](y-z)^2}{4Aq^4}.$$

Переходя к новой переменной $\frac{y-z}{h_0} = \zeta$, получим:

$$F_1(\zeta) = \frac{h_0^5}{4Aq^4} (\zeta^3 - \zeta_{кр}^3) \zeta^2 = \frac{h_0^5}{4Aq^4} \Psi_1(\zeta). \quad (206)$$

Это выражение вычисляется без помощи каких-либо вспомогательных таблиц и графиков.

Выражение для $\Phi_2(\zeta) = \int \frac{F_1(y-z)}{F_2(y-z)} dz$ приобретает следующее значение:

$$\begin{aligned} \Phi_2(\zeta) &= \frac{h_0^5}{4Aaq^4D} \int (\zeta^3 - \zeta_{кр}^3) \zeta^2 (y-z)^m dz = \\ &= -\frac{\gamma' h_0^{m+6}}{4\gamma Aq^5D} \int (\zeta^3 - \zeta_{кр}^3) \zeta^{2+m} d\zeta = \\ &= -\frac{\gamma' h_0^{m+6}}{4\gamma Aq^5D} \left(\frac{\zeta^{m+6}}{m+6} - \zeta_{кр} \frac{\zeta^{m+3}}{m+3} \right) = -\frac{\gamma' h_0^{m+6}}{4\gamma Aq^5D} \Psi_2(\zeta) = \\ &= -\frac{\gamma' h_0^{m+1}}{4\gamma Au_0^5D} \Psi_2(\zeta). \end{aligned} \quad (207)$$

Таким образом, задача расчета деформаций русла в этом случае существенно упрощается.

При рассмотрении задачи о заилении подпертого бьефа, когда скорости потока весьма малы и вследствие этого можно пренебречь скоростным напором, выражения для $F_1(y-z)$ и $\Phi_2(y-z)$ можно упростить еще больше.

В самом деле в этом случае величина $\zeta_{кр}^3$ будет чрезвычайно мала; если ввести вместо $h_{кр}^3$ равную ей величину $\frac{q^2}{g}$, получим

$$\zeta_{кр}^3 = \frac{q^2}{gh_0^3} = 0,1 \frac{u_0^3}{q}, \quad (208)$$

при этом $\zeta = \frac{y-z}{h_0}$.

Но u_0 очень мало и во всяком случае менее единицы; следовательно, мы вправе пренебречь вторыми членами скобок

в формулах (206) и (207). Тогда $F_1(\zeta) = \frac{h_0^5}{4Aq^4} \zeta^5$;

$$\Phi_2(\zeta) = - \frac{\gamma' h_0^{m+6} \zeta^{m+6}}{4 \gamma q^5 A D (m+6)} \quad (209)$$

и, наконец,

$$\frac{\Phi_1(\zeta)}{a} = \frac{\gamma' h_0^5}{4A \gamma q^5} \zeta^5 s. \quad (210)$$

ГЛАВА VII

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО ПРОФИЛЯ ВОДОТОКА

§ 25. Заиление подпертого бьефа взвешенными наносами

Рассмотрим задачу о заилении подпертого бьефа взвешенными наносами. В изложенном выше решении [см. формулы (181), (209), (210)] основными расчетными величинами являются: 1) y — определяющая горизонт воды в бьефе, и 2) z — определяющая профиль дна.

Обе эти величины известны для начальных условий; построение уровня свободной поверхности производится по способу профессора Рахманова (§ 4), согласно которому величина Δy определяется непосредственно из натуральных наблюдений.

В расчет входят также некоторые другие величины, которые должны быть определены из данных натуральных наблюдений; к ним относятся: 1) $D = n^2 q^2$, где n — коэффициент шероховатости в формуле Павловского для коэффициента Шези $C = \frac{1}{n} R^y$, 2) m — гидравлический показатель русла.

Для определения этих величин воспользуемся данными непосредственных измерений, согласно которым нам известна величина

$$\frac{\Delta y}{Q^2} = \frac{\Delta l}{K^2} = \frac{n^2 \Delta l}{\omega^2 R^{1+2y}};$$

отсюда следует, что

$$n^2 = \frac{\Delta y}{\Delta l} \cdot \frac{\omega^2 R^{1+2y}}{Q^2}. \quad (211)$$

При вычислении n^2 величины ω и R берутся по средним значениям на данном участке водотока.

Для определения показателя m проще всего воспользоваться построением логарифмической анаморфозы функции:

$$\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^m, \text{ где } K_i^2 = \frac{1}{n^2} R_i^{1+2\gamma} \cdot \omega_i^2.$$

Совершенно ясно, что для каждого участка реки необходимо провести самостоятельный анализ, так как значения m изменяются от участка к участку.

Для определенности расчета примем величину $y = 0,25$, как советует большинство специалистов — Павловский, Рахманов, Форхгеймер, Кинг и др.

После определения всех названных величин можно перейти к непосредственному расчету процесса заиления, для чего необходимо прежде всего установить расчетный гидрограф паводка, который, как сказано выше, следует принять в виде ступенчатого графика, считая расходы воды Q_i в пределах некоторых интервалов времени Δt_i постоянными.

Порядок дальнейших вычислений лучше всего проследить непосредственно на примере. Примем следующие данные:

Удельный расход водотока $q = 3 \text{ м}^3/\text{сек}$, $\gamma' = 1,1$, $\gamma = 1,0$.

Коэффициент шероховатости n определен из данных наблюдений и равен $n = 0,035$, что соответствует руслу, сложенному из крупнозернистых материалов или находящемуся в плохих условиях в отношении формы дна и зарастания. Кривая свободной поверхности построена и определяется табл. 11.

Таблица 11

s	z	y	$h = y - z$	ζ
0	3,37	8,97	5,6	2,00
467	3,13	8,93	5,8	2,07
927	2,90	8,90	6,0	2,14
1381	2,67	8,87	6,2	2,21
1830	2,44	8,84	6,4	2,28
2274	2,22	8,82	6,6	2,36
2714	2,00	8,80	6,8	2,43

$$\zeta = \frac{h}{h_0}; \quad h_0 = \frac{q}{u_0}$$

Вычислим величину параметров, входящих в расчетные зависимости.

$$D = n^2 q^2 = 0,00125 \cdot 9 \approx 0,011;$$

$$a = \frac{q}{\gamma} = \frac{3,0}{1,1} = 2,73; \quad h_0 = \frac{q}{u_0} = \frac{3,0}{0,3} = 10; \quad A = 0,00050.$$

Принимая во внимание, что $h_{kp}^3 = \frac{q^2}{g} \approx 0,9$ и, очевидно, пренебрежимо мало по сравнению с $(y-z)^3$, мы можем вычислять $\Phi_1(z)$ и $\Phi_2(z)$ по формулам (209) и (210).

Вычислим величину $\frac{\gamma'}{4\gamma ADq^5} = \frac{1}{4 \cdot 2,73 \cdot 0,0005 \cdot 0,011 \cdot 3^4} \approx 200$.

$$\Phi_2(z) = -200 \frac{(y-z)^{m+6}}{m+6}, \text{ где } m=3,0.$$

Вычислим далее $C_2^0 = -\Phi_2(z_0) = \frac{200(y-z)^9}{9}$ для начальных условий; сведем вычисления в табл. 12.

Таблица 12

$C_1^0 = s$	z_0	$y - z_0$	C_2^0
0	3,37	5,6	$120 \cdot 10^6$
467	3,13	5,8	$166 \cdot 10^6$
927	2,9	6,0	$224 \cdot 10^6$
1381	2,67	6,2	$300 \cdot 10^6$
1830	2,44	6,4	$400 \cdot 10^6$
2274	2,22	6,6	$530 \cdot 10^6$
2714	2,00	6,8	$690 \cdot 10^6$

На основании этих вычислений построим график $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$ (рис. 88); масштабы на этом графике:

$$1) \lambda_{гор} = \frac{1}{250,0}; \quad 2) \lambda_{вер} = \frac{1}{500 \cdot 10^6};$$

таким образом, отношение $\frac{\lambda_{гор}}{\lambda_{вер}} = 2 \cdot 10^6$. Составим выражение для

$$\frac{\Phi_1(z)}{a} = \frac{(y-z)^5 \gamma'}{4\gamma A q^5} \cdot s = \frac{(y-z)^5 \cdot 1,1}{4 \cdot 0,0005 \cdot 3^5} \cdot s \approx 2,20 (y-z)^5 \cdot s.$$

Вычислим теперь деформации русла. С этой целью будем задаваться в том или ином створе отметками отложений и установим время заиления русла до заданных отметок.

Рассмотрим прежде всего створ, расположенный в расстоянии $s=467$ от начала участка; начальная отметка русла здесь равна 3,13 м, глубина 5,8 м. Допустим, что глубина

$y-z$ будет 5,75 м.

$$\Phi_2(z) = -1520 \cdot 10^5; \frac{\Phi_1(z)}{a} = 2,2 \cdot 5,75^5 \cdot s = 0,14 \cdot 10^5 \cdot s.$$

$$\begin{aligned} \Phi &= -\Phi_2(z) - \frac{\Phi_1(z)}{a} = \\ &= 1520 \cdot 10^5 - 0,14 \cdot 467 \cdot 10^5 = 1454 \cdot 10^5. \end{aligned}$$

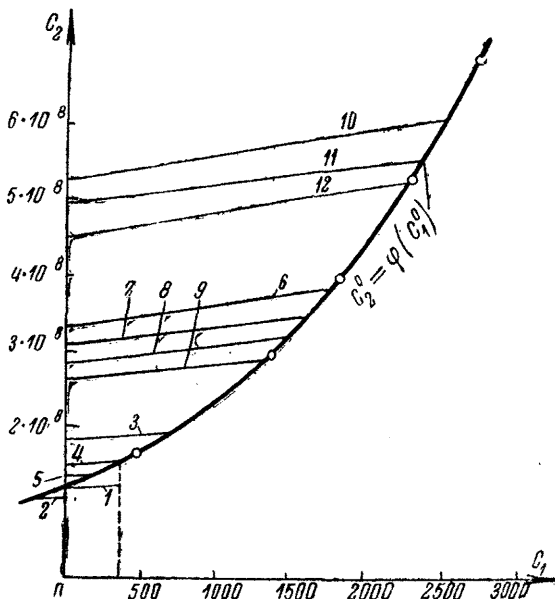


Рис. 88. График $C_2 = \varphi(C_1)$ к примеру расчета заиления дна водотока.

Отложим величину Φ на оси ординат графика рис. 88 (точка 1).

Уравнение для нахождения C_2 и C_1 из (204) представится в виде:

$$C_2 = 1454 \cdot 10^5 + 0,14 \cdot 10^5 C_1.$$

Так как горизонтальный масштаб λ в $2 \cdot 10^5$ раз больше вертикального, то на графике тангенс угла наклона прямой $C_2 = \Phi + \text{tg } \alpha \cdot C_1$ к оси абсцисс будет равен величине $0,14 \cdot 10^5$, деленной на $2 \cdot 10^5$, или $\text{tg } \alpha = \frac{0,14 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^5} = 0,07$.

Проведем прямую под этим углом к оси абсцисс от точки 1 до пересечения с кривой C_2^0 , которая определяет искомые значения C_1 и C_2 ; получаем $C_2 = 1500 \cdot 10^5$, $C_1 = 350$.

Время заиления русла до отметки $z = 3,18$ м определяется из формулы

$$t = (s - C_1) \cdot 0,14 \cdot 10^5 = (467 - 350) \cdot 0,14 \cdot 10^5 = 16,4 \cdot 10^5 \text{ сек.}$$

Таким же путем мы должны провести все дальнейшие вычисления, которые сведем в таблицу 13; номер точки этой

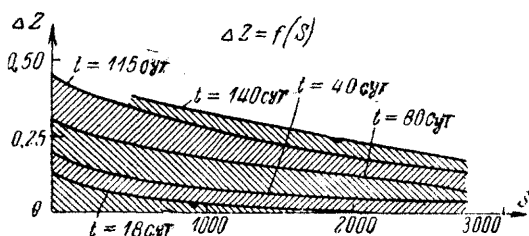


Рис. 89. График $\Delta z = f(s)$ к примеру расчета.

таблицы будет соответствовать номеру точки и прямой на графике рис. 88. Обратим внимание на то обстоятельство, что для вычисления деформаций русла в первом створе при вы-

Таблица 13

№ №	s	z	y-z	$\Phi_2(z)$	$\frac{\Phi_1(z)}{a}$	Φ	C_1	t, сек.
1	467	3,33	5,6	$-1200 \cdot 10^5$	$0,125 \cdot 10^5$	$1142 \cdot 10^5$	— 120	$66 \cdot 10^5$
2		3,43	5,5	$-1020 \cdot 10^5$	$0,115 \cdot 10^5$	$966 \cdot 10^5$	— 300	$86 \cdot 10^5$
3	927	3,0	5,9	$-1960 \cdot 10^5$	$0,15 \cdot 10^5$	$1820 \cdot 10^5$	675	$37 \cdot 10^5$
4		3,1	5,8	$-1660 \cdot 10^5$	$0,145 \cdot 10^5$	$1526 \cdot 10^5$	450	$68 \cdot 10^5$
5		3,2	5,7	$-1360 \cdot 10^5$	$0,135 \cdot 10^5$	$1235 \cdot 10^5$	150	$105 \cdot 10^5$
6	1830	2,49	6,35	$-3740 \cdot 10^5$	$0,246 \cdot 10^5$	$3300 \cdot 10^5$	1730	$24,6 \cdot 10^5$
7		2,54	6,30	$-3500 \cdot 10^5$	$0,24 \cdot 10^5$	$3060 \cdot 10^5$	1600	$55 \cdot 10^5$
8		2,59	6,25	$-3240 \cdot 10^5$	$0,235 \cdot 10^5$	$2820 \cdot 10^5$	1480	$81 \cdot 10^5$
9		2,64	6,20	$-3000 \cdot 10^5$	$0,226 \cdot 10^5$	$2580 \cdot 10^5$	1320	$113 \cdot 10^5$
10	2714	2,05	6,75	$-6050 \cdot 10^5$	$0,300 \cdot 10^5$	$5240 \cdot 10^5$	2500	$63 \cdot 10^5$
11		2,10	6,7	$-5700 \cdot 10^5$	$0,295 \cdot 10^5$	$4900 \cdot 10^5$	2400	$93 \cdot 10^5$
12		2,20	6,6	$-5300 \cdot 10^5$	$0,29 \cdot 10^5$	$4500 \cdot 10^5$	2270	$129 \cdot 10^5$

соком положении дна нам потребуется знать кривую свободной поверхности на вышележащем участке реки; мы будем считать ее заданной (см. рис. 88) до значения $C_1^0 = -500$ м.

Таблица 14

Подъем дна Δz				
t , суток	$s_1 = 467$ м	$s_2 = 927$ м	$s_3 = 1830$ м	$s_4 = 2714$ м
18	0,05 м	0,04 м	0,02 м	—
40	0,10 "	0,09 "	0,06 "	0,02 м
80	0,22 "	0,20 "	0,12 "	0,06 "
115	0,32 "	0,29 "	0,18 "	0,12 "
140	—	—	0,23 "	0,18 "

На основании произведенных вычислений можно построить деформированный профиль водотока по прошествии того или иного периода времени. Результаты вычислений даны в таблице 14, где приведена высота подъема дна в различных створах.

Из табл. 14 видно, что первоначально заиление происходит более интенсивно в начальной части участка, где по истечении $100 \cdot 10^5$ сек. отложения достигают 0,32 м, в то время как в конце участка отложения едва достигают 0,12 м.

Графическое изображение данных табл. 14 приведено на рис. 89 и 90, причем на рис. 90 дано изменение во времени подъема дна русла в разных створах потока.

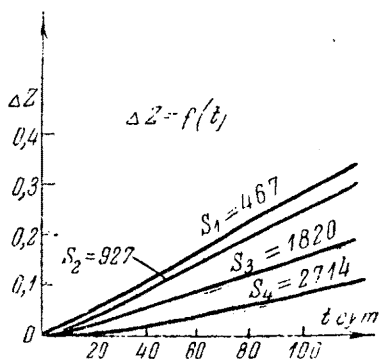


Рис. 90. График $\Delta z = f(t, s)$ к примеру расчета заиления дна водотока.

§ 26. Размыв дна нижнего бьефа

Размываемый участок водотока задан в виде участка с обратным уклоном, постепенно уполаживающимся; координаты свободной поверхности и отметки дна определяются данными табл. 15.

Расход воды на погонный метр $q = 9,00 \text{ м}^3/\text{сек}$; крупность зерен материала дна водотока $d = 0,0500 \text{ м}$; отметки свободной поверхности изменяются незначительно, движение наносов происходит путем влечения по дну; поэтому для расчета надо воспользоваться формулами (200) и (201).

Таблица 15

s	z_0	y
0	2,28	5,96
30	2,28	5,92
60	2,44	5,86
90	2,54	5,80
120	2,60	5,72
150	2,66	5,64

Размывающая скорость, определенная на основании экспериментов, равна $u_0 = 2,40 \text{ м/сек}$; следовательно

$$h_0 = \frac{9,0}{2,4} = 3,7 \text{ м.}$$

Определим параметры, входящие в расчетные формулы:

$$a_1 = \frac{4}{3} h_0 \approx 5,0,$$

величина n определена экспериментально, она равна $\bar{n} = 0,055$; $D = n^2 q^2 = (0,055 \cdot 9)^2 = 0,245$,

$$\frac{c_1^5}{D} = \frac{5^5}{0,245} \approx 13\,400;$$

$$\frac{h_{кр}^3}{a_1^3} = \frac{q^2}{g a_1^3} \approx 0,0625.$$

Для определения времени размыва мы будем пользоваться формулой

$$t = (s - C_1) \frac{a_1^4}{A_\partial \cdot a} \Psi_1(\zeta),$$

где

$$\frac{a_1^4}{A_\partial a} = \frac{1,05 \cdot \gamma' \cdot h_0^2}{\gamma \cdot c \cdot d \cdot q};$$

$$\gamma' = 1,2; \quad c = 0,002 \left(\frac{h}{d} \right)^{0,65} = 0,024 \quad (h \text{ принято около } 3 \text{ м});$$

$$\frac{a_1^4}{A_\partial a} = \frac{1,05 \cdot 1,2 \cdot 3,7^2}{1,0 \cdot 0,024 \cdot 0,05 \cdot 9} = 1560.$$

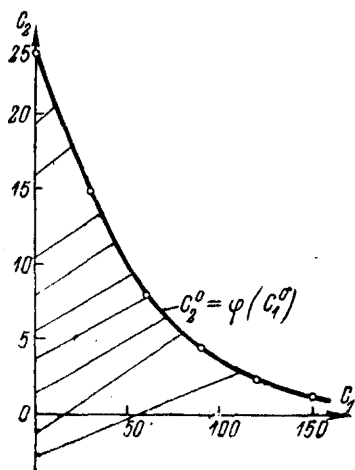


Рис. 91. График $C_2 \cdot 10^{-1} = \varphi(C_1)$ к примеру расчета размыва нижнего бьефа.

Построим прежде всего график $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$ (рис. 91).

Вычисления ведем, пользуясь графиками рис. 86, 87; представим их в виде таблицы (см. табл. 16).

Таблица 16

s	z_0	y	$y - z_0$	ζ	$\Psi_1(\zeta)$	$-0,0625\Psi_2(\zeta)$	$\Psi_2(\zeta)$	C_2^0
0	2,28	5,96	3,68	0,746	0,0214	0,0034	-0,0180	240
30,0	2,28	5,92	3,64	0,738	0,0155	0,0030	-0,0125	148
60,0	2,44	5,86	3,42	0,698	-0,0078	0,0019	-0,0059	79
90,0	2,54	5,80	3,26	0,661	-0,0047	0,0013	-0,0034	45,6
120,0	2,60	5,72	3,12	0,633	-0,0026	0,0008	-0,0018	24
150,0	2,66	5,64	2,98	0,604	-0,0016	0,0006	-0,0010	13,4

Найдем деформации русла.

В первом сечении деформации ничтожны, так как ζ близко к $\zeta = 0,75$; в сечении $s = 30$ примем $\zeta = 0,75$.

$$\Psi_2(\zeta) = -0,0226 + 0,0625 \cdot 0,0582 = -0,019;$$

$$\Psi_1(\zeta) = 0,95 - 0,0625 \cdot 2,25 = 0,81;$$

$$\Phi = 0,019 \cdot 13400 - 0,81 \cdot 30 = 254 - 24,3 = 229,7.$$

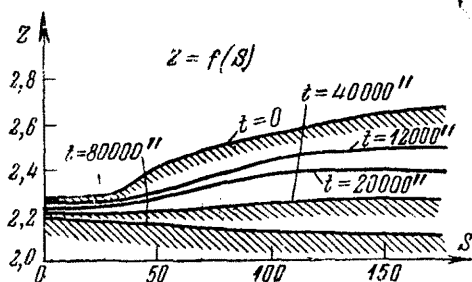


Рис. 92. График $z = f(s, t)$ к примеру расчета размыва нижнего бьефа.

Из графика путем построения линии $C_2 = \Phi + 0,81 C_1$ до пересечения с кривой $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$ находим:

$$C_1 = 5,10; \quad C_2 = 23,2;$$

$$t = 1560 \cdot 0,81 (s - C_1) = 1560 \cdot 0,81 \cdot (30 - 5,1) = 30840.$$

Поступая тем же методом, определим деформации русла в других сечениях; вычисления сведем в табл. 17.

Поступая аналогичным путем, мы можем вычислить деформации русла в остальных сечениях потока.

Координаты дна в результате размыва даны в табл. 18 и изображены на графике рис. 92.

Таблица 17

 $s = 60 \text{ м}$

ζ	0,710	0,725	0,750	0,740
$\varphi_1(\zeta)$	—0,0092	—0,0115	—0,0226	—0,0145
$0,0625 \varphi_2(\zeta)$	0,0032	0,0027	0,0038	0,0032
$\Psi_2(\zeta)$	—0,0070	—0,0083	—0,0188	—0,0113
$\zeta_{ср}$	0,722	0,736	0,762	0,750
$\varphi_{1ср}$	0,68	0,84	1,12	0,95
$—0,0625 \varphi_{2ср}$	—0,11	—0,13	—0,15	—0,14
$\Psi_1(\zeta_{ср})$	0,57	0,71	0,97	0,81
Φ	61,0	75,4	192,0	103,4
C_1	54	46	10	34
t	5049	15000	72800	31600

Функцию $\varphi_1(\zeta)$ будем вычислять по средним значениям $\zeta = \frac{y_{ср} - z}{a_1}$.

Таблица 18

t	s	z	t	z	t	z	t	z
12 000"	30	2,26	20 000"	2,24	40 000"	2,2	80 000"	2,2
—	60	2,32	—	2,28	—	2,22	—	2,16
—	90	2,4	—	2,36	—	2,24	—	2,14
—	120	2,48	—	2,4	—	2,27	—	2,13
—	150	2,48	—	2,4	—	2,28	—	2,12

Из них мы видим, как постепенно деформируется участок водотока с обратным уклоном; на конечном этапе размыва мы наблюдаем уже переход к водотоку с прямым уклоном дна.

§ 27. Расчет размыва дна в нижнем бьефе гидроузла

Рассматриваемый участок водотока задан нам в виде профиля, представленного на рис. 93; основные геометрические характеристики профиля даны в табл. 19.

Общее падение горизонта воды на участке водотока ст сечения $s_0 = 0$ до $s_k = 9000 \text{ м}$ составляет $0,90 \text{ м} = \Delta y$. По дан-

ным натурных наблюдений $\frac{\Delta y}{Q^2} = 580 \cdot 10^{-10}$ при отметках горизонта воды от 7,7 до 6,80 м.

Таблица 19

s	z	y	$y - z$
-3 000	-0,2	7,8	8,0
0	0,0	7,7	7,7
2 000	0,3	7,5	7,2
5 000	-0,2	7,2	7,4
7 000	-0,1	7,0	7,1
9 000	+0,05	6,80	6,75

Средняя ширина $B_{cp} = 400$ м.

Расход $Q = 4000$ м³/сек; $q = 10$ м³/сек;

$$u_0 = 0,67 \text{ м/сек}; h_0 = \frac{q}{u_0} = 15 \text{ м.}$$

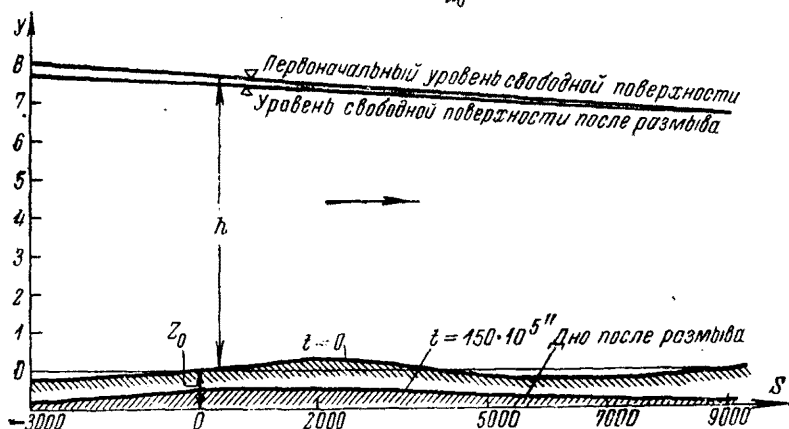


Рис. 93. Первоначальный профиль и профиль после размыва дна водотока (к примеру расчета).

Вычислим параметры, входящие в формулы (209) и (210) для Φ_1 и Φ_2 , которые представим в следующем виде:

$$\Phi_2(z) = -\frac{\gamma'(y-z)^{m+6}}{4\gamma q^5 A D (m+6)};$$

$$\Phi_1(z) = \frac{\gamma'(y-z)^5}{4\gamma q^5 A} \cdot s,$$

где A — коэффициент в формуле $q_m = Au^4 q$; $A = 0,0002$.

Примем $D = 0,02$; $\gamma' = 1,1$; $m = 3,0$. Вводя эти значения постоянных, получим

$$\Phi_2(\zeta) = -\frac{\gamma' h_0^9 \zeta^9}{4 \gamma q^5 A D \cdot 9} = -\frac{1,1 \cdot 15^9 \cdot 10^4 \cdot 10^2}{4 \cdot 1,0 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9} \zeta^9 \approx -3,0 \cdot 10^9 \zeta^9;$$

$$\Phi_1(\zeta) = \frac{\gamma' h_0^5}{4 \gamma q^5 A} \zeta^5 s = \frac{1,1 \cdot 15^5 \cdot 10^4}{4 \cdot 1,0 \cdot 10^5 \cdot 2} \zeta^5 s \approx 10^4 \zeta^5 s.$$

Произведем вычисления для каждого из интересующих нас створов и сведем их в таблицу. Предварительно вычислим

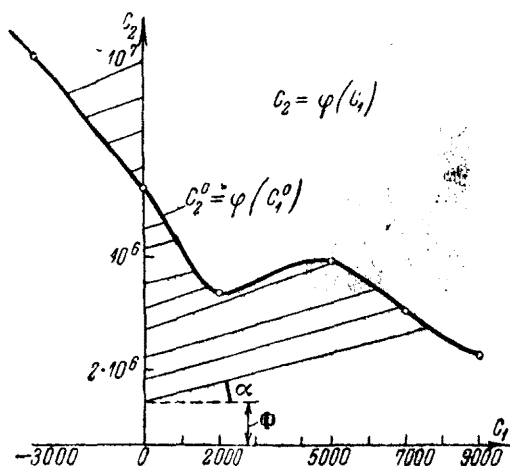


Рис. 94. График $C_2 = \varphi(C_1)$ к примеру расчета.

$C_2^0 = -\Phi_2(\zeta)$ для начальных условий (табл. 20); затем составим таблицу для вычисления деформаций русла (табл. 21).

Таблица 20

$C_1^0 = s$	z_0	y	$y - z_0$	$\frac{y - z_0}{h_0} = \zeta$	$-\Psi_2(\zeta)$	$C_2^0 \cdot 10^{-5}$
-3 000	-0,2	7,8	8,0	0,52	$34 \cdot 10^{-4}$	102
0	0,0	7,7	7,7	0,51	$23 \cdot 10^{-4}$	69
2 000	0,3	7,5	7,2	0,48	$13,5 \cdot 10^{-4}$	40,5
5 000	-0,2	7,2	7,4	0,49	$16 \cdot 10^{-4}$	48
7 000	-0,1	7,0	7,10	0,473	$12 \cdot 10^{-4}$	36
9 000	0	6,75	6,75	0,45	$8 \cdot 10^{-4}$	24

Результаты вычислений (табл. 20) представлены на рис. 94, где изображена кривая $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$; эта кривая имеет вид, обратный кривой изменения глубины на исследуемом участке: в точке $s = 5000$ м она имеет подъём, что соответствует существенному заглублению дна русла. Определение C_1 производилось описанным выше путем по графику построением линий $C_2 = \Phi + kC_1$, где, согласно зависимости (204), $k = \zeta^5 \cdot 10^4$ (табл. 21).

Результаты вычисления деформаций русла представлены на рис. 95.

Рассмотрим теперь вопрос об изменении уровня свободной поверхности после размыва. Для этого вычислим новое значе-

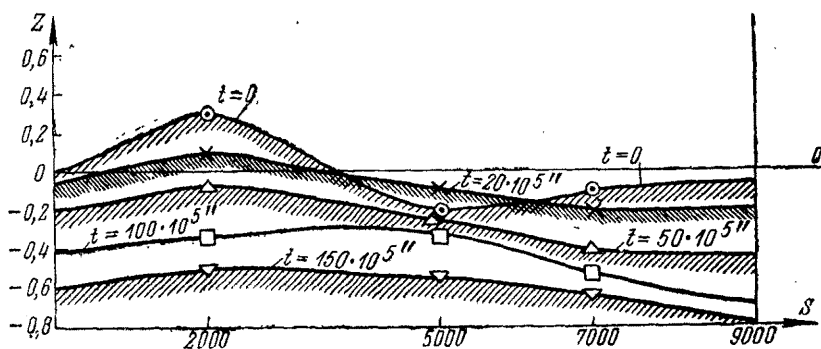


Рис. 95. График $z = f(t, s)$, характеризующий ход процесса размыва.

ние K^2 (очевидно, $K^2 = K_1^2 \left(\frac{h}{h_1}\right)^m$, где h — глубина после размыва):

$$K^2 = 15 \cdot 10^{10} \left(\frac{7,8}{7,2}\right)^3 = 18,75 \cdot 10^{10}.$$

(Значение K_1^2 определено при средней глубине $h_1 = 7,2$ м на основании данных натурных измерений.) Тогда

$$\Delta y = \frac{\Delta l}{K^2} Q^2 = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 4^3 \cdot 10^6}{18,75 \cdot 10^{10}} \approx 0,72 \text{ м}$$

вместо $\Delta y = 0,90$ м.

Таким образом, падение уровня свободной поверхности на всем исследованном участке уменьшается в результате деформации дна русла на $0,9 - 0,72 = 0,18$ м.

Таблица 21

s	z	$y-z$	ζ	$\Psi(\zeta) \cdot 10^4$	$\Phi_2(\zeta) \cdot 10^{-5}$	$\Phi_1(\zeta)$	$\Phi_1(\zeta) \cdot s \cdot 10^{-5}$	$\Phi \cdot 10^{-5}$	C_1	$t \cdot 10^{-5}$
0	-0,1	7,8	0,52	28	84	370	0	84	-1 000	37
	-0,2	7,9	0,525	31	93	390	0	93	-1 500	58
	-0,3	8,0	0,53	34	102	415	0	102	-2 100	83
2000	0,1	7,4	0,492	16	48	284	5,7	42,3	1 400	17
	0,0	7,5	0,5	19,5	58,5	313	6,3	52,8	800	37,5
	-0,1	7,6	0,507	22	66	335	6,7	59,3	400	54
5000	-0,2	7,7	0,514	25	75	350	7,2	67,8	0	70
	-0,3	7,5	0,5	19,5	58,5	313	15,6	42,9	1 300	116
	-0,5	7,7	0,514	25	75	315	17,5	57,5	500	158
7000	-0,6	7,8	0,52	28	84	370	18,5	65,5	120	178
	-0,7	7,9	0,525	31	93	390	19,5	73,5	-250	207
9000	-0,2	7,0	0,478	13,5	40,5	260	18,2	22,3	6 400	15,6
	-0,4	7,4	0,49	16	48	284	20	28	5 600	40
	-0,6	7,6	0,507	19,5	66	335	23,5	42,5	1 400	183
9000	-0,25	7,0	0,465	11,0	33	240	21,6	11,4	7 700	31,2
	-0,45	7,2	0,478	13,5	40,5	260	23,4	17,1	6 900	54,6
	-0,65	7,4	0,492	16,0	48	284	23,3	22,7	6 200	80
9000	-0,75	7,5	0,50	19,5	58,5	315	29,1	30,4	5 000	125
	-0,85	7,6	0,507	22	66	335	30,2	35,8	1 700	242

В начале участка это обстоятельство скажется на результатах расчета и должно привести к увеличению деформаций русла. Произведем соответствующий пересчет для створа $s = 0$, считая падение горизонта пропорциональным времени заилиenia (табл. 22).

Таблица 22

z	y	$y - z$	ζ	$\Psi(\zeta)$	$-\Phi_2(\zeta)$	$\Phi_1(\zeta)$	C_1	t
-0,1	7,7	7,8	0,52	$28 \cdot 10^{-3}$	$84 \cdot 10^5$	370	-1 000	$37 \cdot 10^5$
-0,2	7,67	7,87	0,524	$30 \cdot 10^{-3}$	$90 \cdot 10^5$	385	-1 300	$50 \cdot 10^5$
-0,3	7,64	7,94	0,527	$32 \cdot 10^{-3}$	$96 \cdot 10^5$	400	-1 600	$64 \cdot 10^5$
-0,4	7,6	8,0	0,53	$34 \cdot 10^{-3}$	$102 \cdot 10^5$	415	-2 000	$83 \cdot 10^5$
-0,5	7,53	8,03	0,532	$35 \cdot 10^{-3}$	$105 \cdot 10^5$	420	-2 200	$93 \cdot 10^5$
-0,6	7,52	8,12	0,538	$38 \cdot 10^{-3}$	$114 \cdot 10^5$	425	-3 000	$132 \cdot 10^5$

Как видно, размыв возрастает примерно настолько же, насколько снижается уровень свободной поверхности. Вычисления показывают, что поверхность дна уплачивается и в пределе стремится стать параллельной плоскости свободной поверхности, т. е. стремится к равномерному режиму.

Для дальнейших построений необходимо перестроить кривую $C_2^0 = \varphi(C_1^0)$; это необходимо производить всякий раз, когда меняется расход воды Q или уровень свободной поверхности.

Нетрудно убедиться, что вычисления в общем не-сложны, хотя и требуют затраты значительного времени, поскольку необходимо рассмотреть деформации русла за ряд лет с определенными, заранее заданными гидрографами паводка.

Все произведенные вычисления графически представлены на рис. 94, 95 и 96; на рис. 96 представлено изменение отметки дна русла в каждом створе во времени; на рис. 95 изображены в большом масштабе деформированные профили русла по истечении определенных промежутков времени: $t_1 = 20 \cdot 10^5$ сек, $t_2 = 50 \cdot 10^5$ сек, $t_3 = 100 \cdot 10^5$ сек.

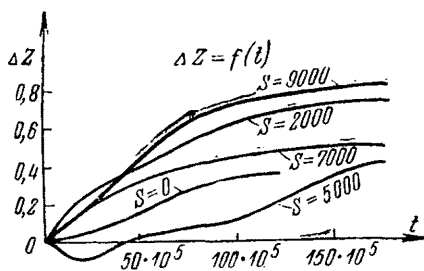


Рис. 96. График $\Delta z = f(t, s)$ к примеру расчета.

и $t_4 = 150 \cdot 10^5$ сек; наконец на рис. 93 представлен первоначальный и окончательный продольные профили дна и свободной поверхности водотока.

Три рассмотренных примера вполне поясняют порядок расчета деформаций русла в различных случаях практики при медленно-изменяющемся режиме движения.

§ 28. Занесение верхнего бьефа речного гидроузла наносами

Возведение гидротехнических сооружений на горных реках, транспортирующих большое количество взвешенных и донных наносов, неизбежно влечет за собой заиливание верхнего бьефа гидроузла взвешенными и занесение его донными наносами.

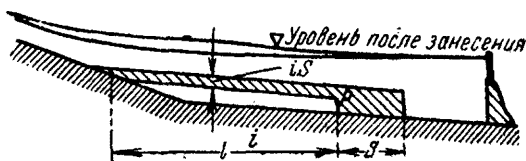


Рис. 97. Расчетная схема занесения подпертого бьефа донными наносами.

Это последнее наступает не сразу: первоначально происходит только заиливание бьефа взвешенными наносами, донные же наносы задерживаются в самом начале бьефа в месте выклинивания кривой подпора; перемещение их наблюдается в форме медленно движущейся гряды, все увеличивающейся в своих размерах по мере приближения к плотине. Процесс перемещения гряды донных наносов носит неустановившийся характер: продвигаясь по направлению течения к плотине, гряда создает на вышележащем участке дополнительный подпор вследствие разности в уклоне свободной поверхности незанесенного наносами участка верхнего бьефа и самой гряды; образование этого подпора приводит к задержке части наносов и дальнейшему подъему дна. Чем дальше продвигается гряда, тем больше образующийся за счет подпора объем отложений и тем медленнее продвижение гряды.

Это явление изображено схематически на рис. 97, где заштрихован объем наносов, задерживающихся в своем движении в течение некоторого интервала времени Δt .

Для изучения рассматриваемого явления в 1937 году во Всесоюзном научно-исследовательском институте гидротехники были поставлены специальные лабораторные эксперименты, позво-

лившие характеризовать этот процесс с качественной и количественной стороны достаточно отчетливо. На рис. 98 даны результаты одного из таких экспериментов; нетрудно убедиться в том, что скорость перемещения гряды

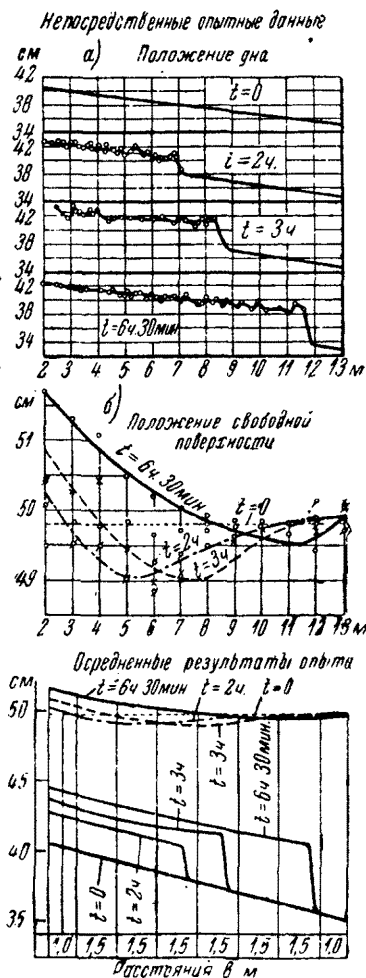


Рис. 98. Экспериментальное исследование занесения подпертого бьефа донными наносами.

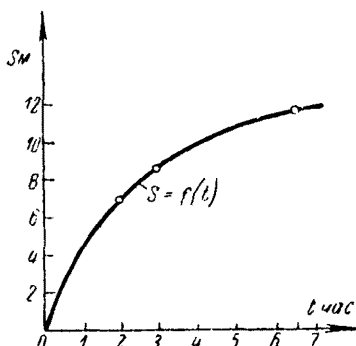


Рис. 99. График зависимости $s = f(t)$, характеризующий быстроту продвижения гряды.

является величиной, уменьшающейся во времени: за два часа гряда продвинулась на 7 м, за 3 часа — на 8,5 м, за 6 ч. 30 мин. — на 11,5 м. Для полноты описания явления приводим также кривую зависимости расстояния s , на которое перемещается гряда, от времени t (рис. 99).

Весьма характерны кривые свободной поверхности на участке продвижения гряды (рис. 98): в начальный момент уровень подпертого бьефа практически близок к горизонтальной линии; в дальнейшем он переходит в линии,

параллельные уклону дна гряды, которые перемещаются вверх параллельно себе. Так происходит процесс занесения русла в условиях плоской задачи и при постоянном притоке наносов извне. Так как однако расход наносов, поступающих с выше лежащих участков реки, равно как и расход воды в реке, сами по себе являются величинами переменными во времени, и в реальных условиях ширина бьефа меняется от сечения к сечению, то скорость занесения подпертого бьефа в значительной мере зависит также от гидрологических и топографических условий исследуемого участка речного бьефа.

Приведенный анализ позволяет установить общую схему явления и дать расчетную схему, достаточно приближающуюся к действительности. В связи с этим необходимо еще обратить внимание на вопрос о длине участка подпора.

Из вышеприведенных соображений явствует, что после занесения бьефа уклоны дна реки и свободной поверхности вновь оказываются равными или близкими к первоначальным, существовавшим до возведения подпорных сооружений. В таком случае участок, на который распространится подпор и в пределах которого будет наблюдаться подъем дна реки, определяется весьма просто: очевидно, он будет распространяться вверх от плотины до того места, где имеется увеличение уклона или резкий подъем дна, (например, пороги, суженное сечение или же перепад достаточной величины). Рассматриваемую длину, существенным образом влияющую на расчет, мы обозначим через l и будем называть участком подпора.

Рассмотрим прежде всего условия плоской задачи, что существенно упрощает анализ. Положим, что расход воды остается постоянным в течение всего исследуемого периода занесения бьефа. В таком случае мы можем представить себе следующую расчетную схему (рис. 97): в начальный момент гряда высотой p занимает положение первое, находясь в расстоянии l от начала участка подпора; перемещаясь вниз на длину l гряда переходит в новое положение, поднимаясь параллельно себе на высоту Δh , равную подъему уровня свободной поверхности, вызванному перемещением гряды. Объем занесенного участка бьефа будет равен

$$W = l \Delta h + (p + \Delta h) s. \quad (212)$$

Если допустить, что уровень свободной поверхности незанесенного участка бьефа горизонтален, что выполняется почти всегда с достаточной точностью, то величину Δh можно принять рав-

ной $\Delta = h \text{ is}$, следовательно,

$$W = [p + i(l + s)] s. \quad (213)$$

В общем случае

$$\Delta h = is - \delta(s).$$

Здесь $\delta(s)$ — перепад на участке подпора длиной s , определяемый из соотношения

$$is = h_2 - h_1 - (1 - j) h_n [B(\eta_2) - B(\eta_1)], \quad (214)$$

где h_n — нормальная глубина, $\eta_1 = \frac{h_1}{h_n}$ — относительная глубина в начале рассматриваемого участка до занесения русла, а η_2 — относительная глубина в расстоянии s от начального положения гряды (до занесения русла):

$$\eta_2 = \eta_1 + \frac{is - \delta(s)}{h_n} = \eta_1 + \frac{\Delta h}{h_n}. \quad (215)$$

Подставляя (215) в зависимость (214), найдем, что

$$is = \Delta h - (1 - j_0) \left[B\left(\eta_1 + \frac{\Delta h}{h_n}\right) - B(\eta_1) \right] h_n,$$

или

$$\Delta h = is + (1 - j_0) \left[B\left(\eta_1 + \frac{\Delta h}{h_n}\right) - B(\eta_1) \right] h_n. \quad (216)$$

Так как $B(\eta_2) < B(\eta_1)$, то $\Delta h < is$.

Вводя (216) в зависимость (213) и обозначая квадратную скобку через $\varphi(\eta)$, получим следующее выражение:

$$W = \{ps + (l + s)[is - \varphi(\eta)h_n(1 - j_0)]\}. \quad (217)$$

Найденная нами величина объема отложившихся в бьефе наносов равна количеству наносов, поступивших в бьеф с вышележащего участка $Q_m \Delta t$.

Следовательно, мы вправе написать окончательную зависимость для определения s в виде

$$\{ps + (l + s)[is - \varphi(\eta)h_n(1 - j_0)]\} = Q_m \Delta t, \quad (218)$$

где Q_m может быть определено по формуле:

$$Q_m = 0,002d \left(\frac{h}{d}\right)^{0,65} \left(\frac{u}{u_0}\right)^3 (u - u_0) \frac{\gamma}{\gamma'} \text{ м}^3/\text{сек}.$$

Здесь d — крупность перемещаемых по дну наносов (средний диаметр),

- u — скорость течения,
 u_0 — скорость трогания наносов,
 h — глубина потока,
 γ — удельный вес воды,
 γ' — объемный вес наносов.

Выражение, заключенное в фигурную скобку, мы будем обозначать в дальнейшем через $\Psi(s)$, таким образом

$$\Psi(s) = Q_m \Delta t. \quad (219)$$

Отсюда нетрудно найти $s = f(\Delta t)$.

При вычислениях лучше всего определять величину s графо-аналитически, строя график функции $\Psi(s)$ и приравнивая ее величине $Q_m \Delta t$.

Выше мы указали, что будем искать решение поставленной задачи в предположении, что расход воды остается постоянным. В действительности расход воды представляет собой величину переменную во времени. Необходимо выяснить, как отражается это обстоятельство на процессе занесения русла.

Рассмотрим случай увеличения расхода воды $Q_2 > Q_1$. На рис. 100 представлен промежуточный этап явления, из которого нетрудно усмотреть сущность наблюдаемой картины. Увеличение

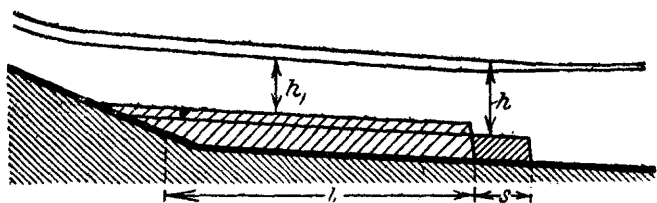


Рис. 100. Расчетная схема перемещения гряды при изменении расхода $Q > Q_1$.

расхода связано с увеличением глубины потока. Учитывая, что приток наносов извне остается неизменным, мы должны прийти к выводу, что деформация гряды может происходить только за счет более быстрого продвижения ее к плотине и изменения глубины потока h .

Так как последняя должна возрасти, то будет происходить размыв гряды на высоту, равную разности глубин, соответствующих расходам Q_2 и Q_1 . Равновесие наступит, когда глубина потока станет равной h_2 . В остальном процесс занесения русла остается неизменным, и составленные ранее соотношения

должны остаться в силе, если дополнить правую часть равенства (218) объемом отложений, выносимых потоком в незанесенный участок бьефа; величина эта равна $(h_2 - h_1)l$. В таком случае мы получим

$$sp + (l + s)[is - \varphi(\eta)h_n(1 - j_0)] = Q_m \Delta t + (h - h_1)l, \quad (220)$$

где p равно первоначальной высоте гряды p_1 минус $(h - h_1)$.

При уменьшении расхода будет наблюдаться обратная картина. Первоначально будет происходить занесение гряды вследствие уменьшения глубины потока на величину $h_1 - h$; затем,

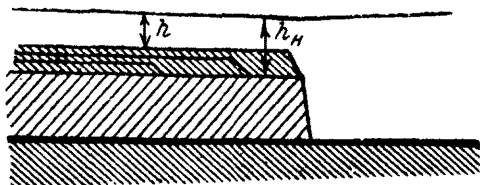


Рис. 101. Расчетная схема перемещения гряды при изменении расхода $Q < Q_1$.

после того как установится новая глубина h , процесс перемещения гряды возобновится (рис. 101).

Для анализа процесса перемещения гряды можно воспользоваться уравнением (220).

$$ps + (l + s)[is - \varphi(\eta)h_n(1 - j_0)] = Q_m \Delta t + (h - h_1)l, \quad (221)$$

где $p = p_1 + (h_1 - h)$.

Рассмотрение зависимостей (218), (220) и (221) позволяет установить нижеследующий графический прием расчета процесса занесения гряды наносов (рис. 102).

Представим себе, что мы имеем прямоугольную координатную систему. Построим в верхнем правом квадранте интегральную кривую притока наносов $\int Q_m dt = W$; в нижнем правом квадранте построим гидрограф реки, представив его в виде ступенчатого графика $Q = f(t)$. Так как каждому значению расхода соответствует вполне определенная глубина течения h , то мы без труда будем знать величину $h - h_1$, входящую в основные расчетные уравнения (220) и (221). Из этих последних непосредственно видно, что для графического построения надо иметь еще один график $\Psi(s)$, что и может быть осуществлено построением

соответствующего графика в верхнем левом квадранте, причем ввиду малости величины $\varphi(\eta)h_k(1-j_0)$ по сравнению с is функция $\Psi(s)$ будет с достаточной точностью определяться из соотношения

$$\Psi(s) = [p + (l + s)l]s.$$

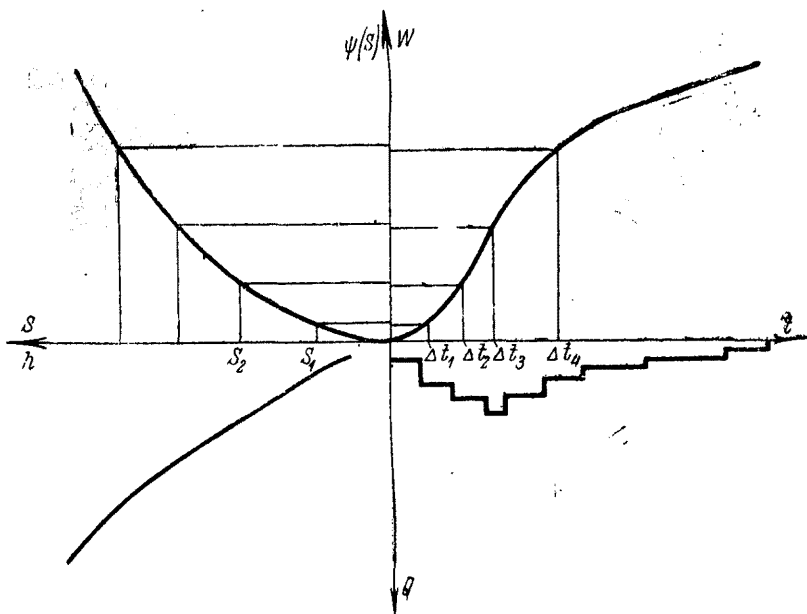


Рис. 102. Графический метод расчета продвижения гряды донных наносов при занесении подпертого бьефа.

Согласно равенствам (218) и (220) мы должны приравнять интегральную величину $\Psi(s) - (h - h_1)l$ выражению $\int Q_m dt$. Для

Таблица 23

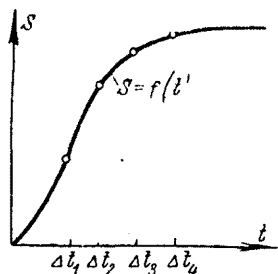
Δt	Q	Q_m	$Q_m \Delta t$	h	$h - h_1$	l	$\varphi(\eta)$	$\Psi(s)$	S
Δt_1	Q_1	Q_{m1}	W_1	h_1	—	l_1	—	$\Psi(s_1)$	s_1
Δt_2	Q_2	Q_{m2}	W_2	h_2	$h_2 - h_1$	l_2	—	$\Psi(s_2)$	s_2

этого достаточно задаться интервалом времени Δt , найти величину $Q_m \Delta t$ и вычесть из нее или прибавить $(h-h_1)l$. Приняв полученное значение за величину $\Psi(s)$, нетрудно установить искомое значение s по соответственному графику рис. 102.

Указанное построение выполняется без труда и позволяет весьма быстро определить зависимость продвижения гряды s от времени t (рис 103).

Что касается интервалов времени Δt , то они берутся непосредственно из графика $Q=f(t)$. Если бы мы пожелали произвести расчет более точно, мы должны были бы воспользоваться аналитическим путем расчета, причем все вычисления в этом случае удобно сводятся в табл. 23.

Вычисление s приходится производить путем подбора; величина $l_2 = l_1 + s_1$; $l_3 = l_2 + s_2$; и т. д.

Рис. 103. График $s = f(t)$.

§ 29. Расчет времени занесения подпертого бьефа в общем случае

В общем случае, как было указано ранее, реальные условия подпертого бьефа значительно уклоняются от условий плоской задачи. Прежде всего обратим внимание, что ширина бьефа изменяется по длине водотока; она увеличивается с подъемом отметок дна и уровня свободной поверхности, вследствие чего уклон последнего постепенно уменьшается. Необходимо отметить также, что поверхность дна водотока далеко не является плоскостью; чаще всего она представляет собой весьма сложную криволинейную поверхность, форма которой зависит от условий занесения бьефа взвешенными наносами. Мы вправе ожидать, что это последнее должно благоприятно сказаться на выравнивании поверхности дна, превращая последнюю в горизонтальную или слабо наклоненную к горизонту плоскость; однако мы должны считаться с тем обстоятельством, что в общем случае поверхность дна будет криволинейной, как показано на рис. 104.

В соответствии со сказанным должны измениться основные расчетные зависимости.

Объем наносов, задерживающихся в своем движении, как видно из рис. 104, будет равен

$$W = \Delta h \int_0^l B dl + \int_l^{s+l} B(p + \Delta h) ds. \quad (222)$$

Величина Δh попрежнему определяется из зависимости (216) или приближенно как is ; что касается интеграла $\int_0^l B dl$, то, как нетрудно убедиться, он равняется площади дна водохранилища на верхнем участке подпора, занесенном наносами; обозначим эту величину через Ω_e (рис. 104). Из сказанного выше становится очевидным, что $\Omega_e = f(\nabla)$, где ∇ — отметка поверхности отложений.

Интеграл $\int B(p + \Delta h) ds$ может быть определен графически как объем, заключенный между поверхностью отложений и дном реки на участке Δs , в пределах которого происходит продвижение гряды наносов; выразим подинтегральную величину в виде $\Delta \Omega_s(p + 2is)$, где $\Delta \Omega_s = B \Delta s$, причем ширина B , очевидно, является функцией от s .

В таком случае интеграл будет равен:

$$\begin{aligned} \int (p + 2is) d\Omega_s &= \int (p + 2is) B ds = p \int B ds + 2i \int B s ds = \\ &= p \Omega_s + i B_{cp} s^2 = p \Omega_s + i \Omega_s s, \end{aligned} \quad (223)$$

где

$$B_{cp} = \frac{\int B ds}{s}; \quad \Omega_s = B_{cp} s.$$

В итоге вычислений получим следующее окончательное уравнение

$$W = \Delta h \Omega_e + \Omega_s(p + is) = s(i \Omega_e + B_{cp} p + i B_{cp} s). \quad (224)$$

Это выражение надо приравнять притоку наносов с вышележащих участков реки, что дает нам следующую зависимость

$$\Psi(s) = s(i \Omega_e + B_{cp} p + i B_{cp} s) = \int_0^t B_0 q_m dt, \quad (225)$$

где B_0 — полоса дна, в пределах которой происходит перемещение наносов; $\Omega_e = \int_0^l B dl$; $l = f(\nabla)$.

Метод определения времени занесения вполне аналогичен изложенному в предыдущем, но осложняется тем обстоятельством, что как Ω_e , так и B_{cp} представляют собой некоторые функции от отметки дна или, что то же, от s .

Вычисление их приходится вести, задаваясь величиной s ; таким образом, зная топографию реки и ее продольный профиль, мы можем построить $\Psi(s)$, после чего нетрудно вычислить график $s=f(t)$. Совершенно ясно, что при расширении русла с увеличением высоты (отметки) отложений процесс занесения будет протекать более медленно, чем в прямоугольном русле постоянной ширины (рис. 105).

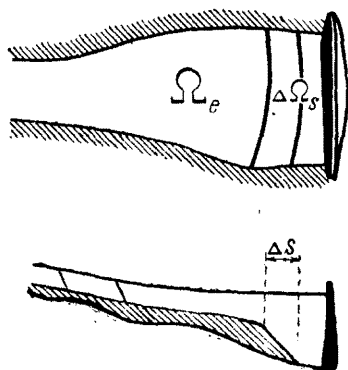


Рис. 104. Схема занесения бьефа при произвольной форме русла.

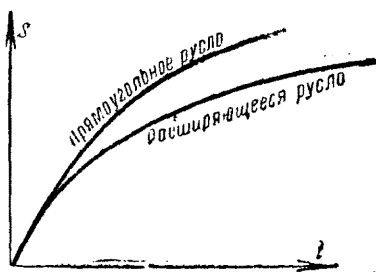


Рис. 105. Сравнение быстроты перемещения гряды в прямоугольном и расширяющемся русле.

В том случае, когда донные наносы будут надвигаться на заиленный участок русла, который можно будет считать горизонтальным, второй член уравнения (225) будет равен $B_{cp} \left(p + \frac{is}{2} \right) s$ (рис. 106) и в отличие от предыдущего W будет равняться

$$W = \Delta h \Omega_e + \Omega_s \left(p + \frac{is}{2} \right) = s \left(i \Omega_e + B_{cp} p \right) + \frac{i B_{cp} s^2}{2}. \quad (226)$$

Следовательно, занесение русла будет протекать быстрее, нежели в случае незаиленного русла.

Наконец рассмотрим случай уменьшения уклона дна русла вследствие его расширения.

Как видно из рис. 107, первый член уравнения (226) несколько изменится и будет выражаться формулой

$$\Delta h \Omega_e - \frac{(i_1 - i_2) l^2 B_{cp}}{2}.$$

В соответствии с этим мы получим следующее окончательное выражение для W :

$$W = s (i \Omega_0 + p B_{cp}) + \frac{i_1 B_{cp}}{2} (s^2 - l^2) + \frac{i_2 B_{cp} l^2}{2}, \quad (227)$$

где, как ясно из чертежа, $l = \varphi(s)$.

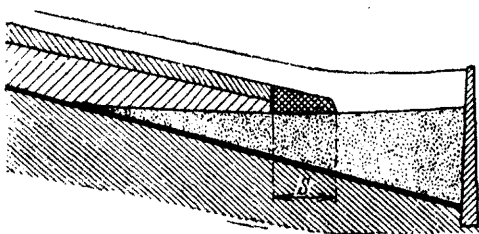


Рис. 106. Занесение подпертого бьефа донными наносами при заиленном дне водотока.

Задаваясь значением s , нетрудно построить график $W(s)$ по формуле (227); в остальном все вычисления остаются неизменными.

В целях выяснения порядка вычислений рассмотрим пример расчета.

Интегральная кривая притока наносов задана на графике $W = f(t)$, помещенном в правом верхнем квадранте (рис. 108). Для

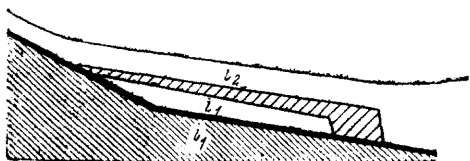


Рис. 107. Схема занесения дна подпертого бьефа при расширении русла в профиле и плане.

определения характера продвижения гряды донных наносов необходимо построить функцию $\Psi(s)$ по формуле (226). Примем следующие значения входящих в эту формулу величин: уклон

реки $i = 0,002$; $\Omega_e = \int_0^l B dl = 1,5 \cdot 10^5$; $B_{cp} = 200$ м; $p = 0,5$ м.

$$\begin{aligned}\Psi(s) &= s \left[i \Omega_e + p B_{cp} + \frac{i B_{cp}}{2} \cdot s \right] = \\ &= \left[2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^5 + 200 \cdot 0,5 + \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 200}{2} \cdot s \right] \cdot s = \\ &= (400 + 0,2s)s.\end{aligned}$$

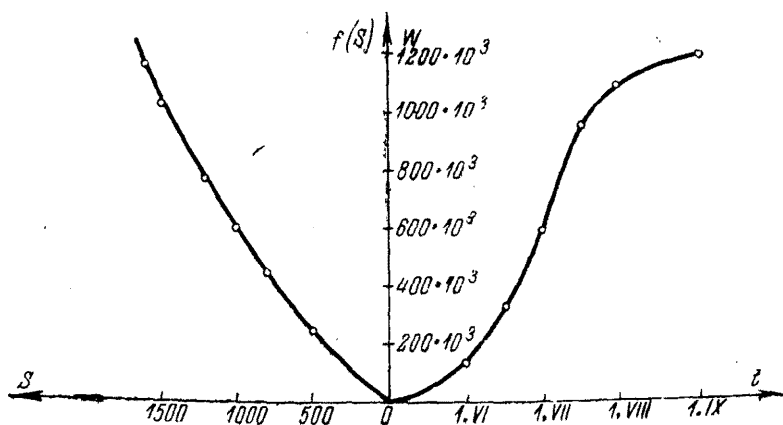


Рис. 108. График $W = f(t)$ и $f(s)$ для примера расчета.

Сведем все вычисления в табл. 24.

Построим график $\Psi(s)$ в левом верхнем квадранте, после чего, задавая время t , найдем длину s — продвижение гряды, приравнявая соответственные

значения $W = \int Q_m dt$ и $\Psi(s)$ (рис. 108).

На основании вычислений построим график $s = f(t)$. При заданных значениях p , Ω_e , i , B_{cp} гряда продвигается за 4 месяца паводка на 1600 м. Высота гряды в конце паводка оказывается равной $is = 0,002 \cdot 1600 = 3,2$ м (рис. 109).

Таблица 24

s	$0,2s$	$\Psi(s)$
500	100	$250 \cdot 10^3$
800	160	$450 \cdot 10^3$
1000	200	$600 \cdot 10^3$
1200	240	$770 \cdot 10^3$
1500	300	$1050 \cdot 10^3$
1600	320	$1150 \cdot 10^3$

Если бы ширина русла на участке продвижения гряды оказалась переменной, то формулу следовало бы записать в виде

$$\Psi(s) = s \left[i \left(\Omega_s + \frac{\Sigma \Delta s B}{2} \right) \right] + \Sigma \Delta s B \cdot p,$$

причем $\Sigma \Delta s B$ вычисляется по заданному плану водотока.

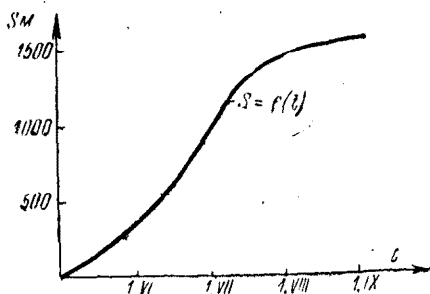


Рис. 109. График $s = f(t)$ для примера расчета.

§ 30. Изменение продольного профиля русла на участке деривации

При изъятии из реки воды в деривационную гидроэлектростанцию русло реки на участке деривации приобретает новый продольный уклон. Объяснение этому явлению мы находим в том, что вследствие уменьшения расхода воды увеличивается процент насыщения потока наносами, что влечет за собой увеличение скорости и уклона потока. Процесс деформации русла носит неустановившийся характер, вследствие чего его можно учесть только изложенным в предыдущем общем методом расчета медленно-изменяющегося движения жидкости в размываемом русле. Однако для суммарной оценки изменения продольного профиля дна реки можно исходить из рассмотрения установившегося движения жидкости в деформируемом русле при некотором постоянном расходе паводка Q , наиболее характерном для данного водотока.

Рассмотрим прежде всего те условия движения потока на исследуемом участке русла, которые существовали до постройки деривационной гидроэлектростанции. Пусть Q — расход паводка, Q_m и d — расход и крупность влекомых потоком наносов, C — коэффициент Шези, K — модуль расхода. Скорость движения потока, как

известно, определяется условиями транспортирования наносов согласно зависимости (187):

$$\mu = 0,002 \left(\frac{d}{h} \right)^{0,35} \left(\frac{u}{u_0} \right)^3 \left(1 - \frac{u_0}{u} \right) \text{ м/сек},$$

откуда нетрудно найти скорость как функцию μ и $\frac{d}{h}$.

Здесь $\mu = \frac{Q_m}{Q}$. При изъятии из реки воды на деривационную гидростанцию относительное содержание наносов в потоке возрастает соответственно величине расхода водоприемника гидростанции Q_s и будет равно $\mu_2 = \frac{Q_m}{Q - Q_s}$. Пользуясь формулой (87), можно вычислить скорость, которую приобретет поток в новых условиях; если принять во внимание, что $h = \frac{q}{u}$ и $u_0 = a\sqrt{gd} \ln \frac{q}{ud}$, мы получим следующую окончательную зависимость для вычисления u .

$$\begin{aligned} \mu_2 = \frac{Q_m}{Q - Q_s} = 0,002 \sqrt[3]{\frac{d}{q}} \times \\ \times \frac{u^{2,35}}{\left(a \sqrt{gd} \cdot \ln \frac{q}{ud} \right)^3} \left(u - a \sqrt{gd} \cdot \ln \frac{q}{ud} \right). \end{aligned} \quad (228)$$

Величина u находится из этой зависимости путем подбора как функция μ_2 и q .

Если принять во внимание, что логарифмический закон изменения скорости u_0 с глубиной может быть заменен показательным, то формула (228) может быть преобразована в виде

$$\begin{aligned} \mu_2 = 0,002 \sqrt[3]{\frac{d}{q}} \times \\ \times \frac{u^{2,35+3n}}{\left(a \sqrt{gd} \right)^3 \left[\frac{q}{d} \right]^{3n}} \left[u - a \sqrt{gd} \left(\frac{q}{ud} \right)^n \right], \end{aligned} \quad (229)$$

при $n = 0,200$ имеем

$$\mu_2 \approx Au^3 (u - u_0), \text{ где } A = 0,002 \left(\frac{d}{q} \right) \frac{1}{(a \sqrt{gd})^3}.$$

В том случае, когда u значительно больше u_0 , можно принять

$$\mu_2 = Au^4,$$

Уклон русла равен

$$J_2 = \frac{u^2}{C^2 h} = \frac{u^3}{C^2 q} = \left(\frac{\mu_2}{A} \right)^{3/4} \frac{1}{C^2 q}.$$

Сравнивая первоначальный уклон J_1 с последующим J_2 , можно установить следующее соотношение между ними:

$$\frac{J_2}{J_1} \approx \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)^{3/4}. \quad (230)$$

Из этой зависимости следует, что уклон русла будет возрастать пропорционально увеличению процента наносов, влекомых потоком в некоторой степени. В частности, если $\frac{Q_2}{Q} = \frac{1}{2}$, то $\frac{\mu_2}{\mu_1} = 2$ и $\frac{J_2}{J_1} \approx 1,7$, т. е. уклон будет возрастать более чем в полтора раза. Из этого примера видно, насколько существенные изменения могут произойти в продольном профиле русла на участке деривации; совершенно ясно, что такие изменения могут вызвать серьезные осложнения в работе гидроузла, в частности, будет происходить заметный подъем дна русла непосредственно за водобоем сооружения, что будет затруднять промыв наносов из верхнего бьефа в нижний. Это явление действительно наблюдается в реальных условиях, однако процесс подъема дна нижнего бьефа наступает лишь после того, как прекращается процесс занесения русла верхнего бьефа. Обратим внимание на то обстоятельство, что при выводе зависимости (230) мы приняли удельный расход водотока q одинаковым при уклоне J_1 и J_2 , между тем как общий расход водотока уменьшается; тем самым мы допускаем, что в новых условиях поток должен сосредоточиться в более узком русле, что в полной мере соответствует натурным наблюдениям.* Весьма вероятно, однако, что удельные расходы q_1 и q_2 в точности не будут совпадать, вследствие чего должны принять

$$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right)^m, \quad (231)$$

где значение m ближе к единице. В таком виде мы и можем принять соотношение $\frac{J_2}{J_1}$, зная которое можно установить общий подъем дна на участке деривации; при этом надо иметь

* При исчислении объема отложений необходимо учитывать, что наносы будут откладываться не только в основном русле потока, но и на пойменных участках.

в виду, что этот подъем дна никогда не может превысить отметки отложений в верхнем бьефе плотины. *

Время занесения русла нижнего бьефа может быть установлено, если известен режим паводков за ряд лет путем приравнивания объема отложений, вызванных подъемом дна нижнего бьефа, притоку наносов, для чего должна быть построена интегральная кривая притока наносов за многолетний период времени.

§ 31. Определение деформаций участка реки, стесненного перемычками

Задача о расчете деформаций русла на участке, стесненном перемычками, является двухразмерной; для решения ее необходимо иметь план течения потока и план скоростей, каковые могут быть получены методом Бернадского. Для определения деформаций русла рассмотрим элементарную струйку, вдоль которой изменяется ширина и отметки дна; допустим, что в процессе деформации русла ширина струй остается неизменной, иначе говоря $b = f(s)$, глубина же является функцией s и t . Для этого случая справедливо полученное нами ранее уравнение деформации русла (148), которое представим следующим образом: $b \frac{\partial z}{\partial t} = -b \frac{\partial F(u)}{\partial s} - F(u) \frac{\partial b}{\partial s}$. При этом можно принять $\frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{\partial h}{\partial t}$, что равнозначно пренебрежению величиной $\frac{\partial y}{\partial t}$, характеризующей изменение во времени уровня свободной поверхности. Такое допущение для рассматриваемых условий (короткий участок) вполне приемлемо; получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{\partial F(u)}{\partial s} = F'(u) \frac{\partial u}{\partial s} = \\ &= F'(u) \frac{Q}{hb} \left(\frac{1}{h} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial b}{\partial s} \right), \end{aligned} \quad (232)$$

где Q — расход струйки.

Рассмотрим случай, когда имеет место транспортирование взвешенных наносов и примем $F = Au^4 = \frac{AQ^4}{bh^4}$; $F'(u) = 4Au^3 = \frac{4AQ^3}{h^3b^3}$.

* При длинной деривации и незначительном подпоре такой результат может оказаться вполне возможным,

Уравнение преобразуется следующим образом:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{4AQ^4}{h^5b^4} \cdot \frac{\partial h}{\partial s} = -\frac{4AQ^4}{h^4b^5} \cdot \frac{\partial b}{\partial s}. \quad (233)$$

Решение этого уравнения приводится к решению системы

$$\frac{dt}{1} = \frac{h^5b^4ds}{4AQ^4} = -\frac{h^4b^5dh}{4AQ^4 \frac{\partial b}{\partial s}}, \quad (234)$$

которое дает

$$t + C_1(s, t) = \frac{h^5 \int b^4 ds}{4AQ^4}; \quad (235)$$

$$bh = C_2(s, t). \quad (236)$$

Начальные условия должны быть нам заранее известны; поэтому мы можем получить решение в общем виде с учетом начальных условий.

Пусть при $t=0$ $h=h_0$; что касается ширины b , то она задана нам в функции от s . Получим

$$C_1^0 = \frac{h_0^5 \int b^4 ds}{4AQ^4} \quad \text{и} \quad t = \pm (h^5 - h_0^5) \frac{\int b^4 ds}{4AQ^4},$$

откуда

$$h = \sqrt[5]{h_0^5 \pm \frac{4AQ^4 t}{\int b^4 ds}}; \quad (237)$$

при этом знак плюс берется в том случае, когда русло суживается, а знак минус, когда русло расширяется.

Пользуясь формулой (237) и зная начальные условия вдоль элементарной струйки, а также ее форму в плане $b_0=f(s)$, мы без труда вычислим деформации русла (размыв или намыв) в любой его точке:

$$\Delta z = \sqrt[5]{h_0^5 \pm \frac{4AQ^4 t}{\int b^4 ds}} - h_0. \quad (238)$$

Интеграл $\int b^4 ds$ может быть вычислен графоаналитически путем построения графика функции $b^4=f(s)$; все остальные величины известны.

Деформация русла будет тем больше, чем больше меняется $\int b^4 ds$, т. е. чем резче изменение формы русла. Опред

$\Delta z = \varphi(t, s)$ по всему участку русла путем рассмотрения отдельных струек, можно начертить план деформированного русла для любого интересующего нас момента времени. Так как расход меняется во времени, то выражение $Q^1 t$, стоящее под корнем, следует заменить выражением $\sum_1^n Q_i^1 \Delta t_i$, где интервалы времени Δt_i выбираются на основании изучения гидрографа. В конечном счете мы можем установить таким путем деформации русла за весь период паводка или годовой цикл по формуле

$$\Delta z = \sqrt[n]{h_0^5 + \frac{4A \sum Q_i^4 \Delta t_i}{\int b^4 ds}} - h_0. \quad (239)$$

Этими общими указаниями об определении деформаций русла при плановом стеснении потока мы и ограничимся.

ЧАСТЬ III

ЗИМНИЙ РЕЖИМ РЕК

ГЛАВА VIII

ЗИМНИЙ РЕЖИМ ЕСТЕСТВЕННЫХ ВОДОТОКОВ

§ 32. Общая характеристика видов льда и ледовых явлений

Зимний режим рек существенно отличается от режима их в течение остального периода года. Главная характерная особенность этого режима заключается в том, что движение воды происходит под ледяным покровом, который образуется на свободной поверхности рек зимой.

Покрытию рек льдом предшествует период, связанный с образованием льда и установлением ледостава; переход к весеннему периоду сопровождается вскрытием рек ото льда и ледоходом. Процесс замерзания и длительность ледостава, вскрытие рек ото льда, характер ледохода и прочие возникающие при этом явления также вносят существенные особенности в характер зимнего режима рек. В некоторых районах СССР, как, например, в Закавказье и Средней Азии, реки далеко не всегда покрываются льдом как в силу кратковременности периодов похолодания, так и значительной скорости течения воды. Однако в этих условиях зимний режим сопровождается особым явлением — образованием так называемого внутриводного льда или шуги; шугою называется лед, находящийся в массе воды или на ее поверхности во взвешенном состоянии и состоящий из отдельных мелких кристалликов, смешанных и спаянных друг с другом, которые обычно придают шуге губчатую структуру.

Шуга наблюдается и в северных широтах; появление ее составляет одну из главнейших неприятностей для эксплуатации гидротехнических сооружений и гидроэлектрических станций: двигаясь внутри потока, она забивает отверстие входных решеток водоприемников и гидростанций, затрудняя доступ в них воды и вызывая дополнительные потери напора. Скопляясь в больших массах под ледяным покровом, шуга образует за-

жоры, вызывающие значительный подпор воды. Для установления правильных мер борьбы с шугой необходимо уметь более или менее точно оценивать ее расход; эта задача и должна быть поставлена при изучении шуговых явлений. Однако для того, чтобы правильно ее разрешить, необходимо прежде всего установить условия и причины образования шуги и отличие ее от поверхностного льда.

Из сказанного ясно, что мы различаем две разновидности льда: 1) поверхностный лед, имеющий кристаллическое недеформируемое строение, и 2) внутриводный лед губчатого строения, который наблюдается в виде шуги или донного льда. Долгое время существовало убеждение, что шуга и донный лед представляют собой разнородные виды внутриводного льда. Это убеждение возникло в связи с различными представлениями о причинах их образования, недостаточно обоснованными с физической точки зрения.

Существующие теории образования донного льда и шуги можно разделить на четыре группы.

1. Согласно первой из них донный лед образуется главным образом вследствие охлаждения придонного слоя воды и поверхности грунта дна, причем выделяющееся при охлаждении воды и переходе ее в лед количество тепла отводится через грунт дна к берегам путем теплопроводности; что касается шуги, то под нею понимается всплывший лед или кристаллы льда, занесенные с поверхности; эта гипотеза была выдвинута Шукиным (1846 г., „Образование льда на дне р. Ангары“) и поддержана Быдиным Ф. И. (1932 г.).

2. Вторая гипотеза предполагает, что донный лед образуется вследствие охлаждения дна и прилегающего к нему слоя воды путем излучения тепла через воду в атмосферу. Автором этой гипотезы является Мак-Ковер. Позднее она была поддержана Барнесом, который обратил особое внимание на усиление процессов образования донного льда при безоблачном небе и луне и наличии открытой свободной поверхности. Однако Барнес полагал, что охлаждение дна путем излучения не является единственной причиной образования донного льда и что оно способствует образованию только первоначальных кристаллов льда в виде оболочки, образующейся на том или ином твердом теле; в дальнейшем лед нарастает на этой оболочке при переохлаждении воды, вызванном отдачей тепла открытой водной поверхностью воздуху. Под шугой Барнес понимает лед, образовавшийся в массе воды вследствие ее переохлаждения. Заслуга Барнеса заключается в том, что он был одним из первых, уста-

новивших факт переохлаждения воды в реках — этого весьма важного для понимания процессов образования донного льда и шуги явления.

3. Третья гипотеза устанавливает, что донный лед, а равно и шуга представляют собой образовавшиеся на поверхности и занесенные турбулентным течением в глубь потока мелкие кристаллы льда (Гей-Люссак, Лютер, Лохтин, Тимонов). При этом Гей-Люссак считал, что кристаллы могут скрепляться с дном или с различными погруженными в воду предметами и между собою вследствие переохлаждения этих кристаллов во время пребывания их на водной поверхности.

4. Наконец сторонники четвертой гипотезы опираются преимущественно на представление об образовании шуги вследствие процессов переохлаждения воды при наличии открытой водной поверхности и турбулентного перемешивания. Эта гипотеза была высказана впервые Хельсом и развита и поддержана Арраго, Альтбергом и Маккавеевым. Советский ученый Альтберг произвел специальные лабораторные исследования, прекрасно подтвердившие эту гипотезу, и, хотя Барнес критически отнесся к этим экспериментам, находя, что лабораторная обстановка не в состоянии осветить всю сложность природной обстановки явления и потому дает лишь одностороннее о нем представление, однако эта гипотеза находит сейчас наибольшее число последователей.

Нетрудно показать, что ни первая, ни вторая гипотезы не могут объяснить явления образования льда и шуги. Количество тепла, могущего быть отведенным через грунт дна к берегам, совершенно ничтожно и действие охлажденных ниже нуля берегов будет распространяться на весьма малое расстояние.* Равным образом должно быть ничтожно мало и количество тепла, излучаемого через воду в атмосферу. В самом деле опытные исследования показывают, что коэффициент поглощения α для дистиллированной воды составляет для лучей длиной волны от 2 до 18 μ около $1 \cdot 10^5$; в таком случае интенсивность лучей s , прошедших слой воды толщиной h , выразится зависимостью

$$s = s_0 e^{-\alpha h} = s_0 e^{-10^5 h},$$

где s_0 — интенсивность лучей на водной поверхности.

Даже при толщине слоя воды $h = 0,01$ м s будет практически равно нулю. Это свидетельствует о том, что тепло, из-

* Проф. Г. К. Лоттер, инж. Б. В. Проскуряков, „Проект технических условий и норм гидротехнических расчетов“, 1938 г.

лучаемое дном, будет задерживаться в тончайшем слое воды и немедленно возвратится путем обратного излучения и конвекции. Для охлаждения поверхности дна необходимо, чтобы и вода имела отрицательную температуру, т. е. чтобы вода была переохлаждена хотя бы до тысячных долей градуса. Такое переохлаждение наблюдается в реальных потоках при скоростях течения $u > 0,4 - 0,5$ м/сек при наличии открытой водной поверхности.

Способность воды принимать температуру ниже точки замерзания была обнаружена еще Фаренгейтом (1724 г.). Более поздние исследования вопросов переохлаждения воды были произведены Тамманом. Но наибольшее значение для исследуемого вопроса имеют исследования Барнеса, который с полной ясностью установил факт переохлаждения воды в период ее замерзания, пока отсутствует ледяной покров. При средних скоростях течения $u < 0,5 - 0,7$ м/сек переохлаждение не превышает $-0,005^\circ\text{C}$; при значительно больших скоростях оно возрастает до $-0,01, -0,02^\circ\text{C}$. Самая возможность переохлаждения воды доказана в настоящее время физическими исследованиями структуры молекул на основании рентгенографического анализа. При охлаждении жидкость сохраняет свое состояние ниже температуры плавления до тех пор, пока ее структура не приблизится к структуре молекул твердого тела; последнее достигается только в переохлажденном состоянии.

Четвертая гипотеза вовсе не находится в противоречии с третьей: она весьма хорошо ее дополняет, объясняя целый ряд обстоятельств, которые не вполне ясны из третьей гипотезы. Нет сомнения, что на поверхности воды образуются кристаллы льда и что они переносятся вследствие процессов турбулентного перемешивания в придонные слои; но в равной мере возможно образование кристаллов шуги вследствие переохлаждения всей массы воды. Каково соотношение между количеством кристаллов шуги, образующихся во всей массе воды путем ее переохлаждения, и на поверхности, — сказать трудно. В частности, Маккавеев считает, что основная масса донного льда образуется путем заноса ко дну кристаллов льда, образовавшихся на поверхности; однако можно высказать предположения, позволяющие утверждать обратное. Такие соображения изложены Б. В. Проскуряковым в проекте технических условий и норм тепловых расчетов водоемов, водотоков и гидросооружений.

Мы примем эти последние соображения в основу дальнейшего изложения и будем в силу этого считать, что основной причиной образования шуги и донного льда является возникно-

ные процессов переохлаждения воды, при наличии открытой водной поверхности и процессов турбулентного перемешивания. В отличие от этого поверхностный лед образуется без предварительного переохлаждения воды. Этим объясняется и различие в структуре льда и шуги: лед характеризуется наличием кристаллов однообразного строения с осями, перпендикулярными к поверхности замерзания, а шуга — наличием слабо скрепленных между собой кристаллов неправильной и разнообразной формы, вытянутых по линиям, отвечающим наибольшим значениям температурного градиента и скорости течения воды и наименьшим значениям давления. В соответствии с изложенным будем различать между собой два вида льда: 1) поверхностный и 2) внутриводный.

Для характеристики зимнего режима рек существенное значение имеет описание процессов ледостава и ледохода. В самом начале процесса ледообразования, когда поверхность воды еще свободна ото льда, наблюдаются местами или повсеместно переохлаждение воды и образование шуги и донного льда, которые всплывают на поверхность при относительно малых скоростях течения. Всплывший лед образует сравнительно небольшие отдельные массы льда губчатого вида, которые и плывут вниз по течению; вместе с тем образуются отдельные льдинки от смерзания поверхностных кристаллов льда, особенно при снегопаде; этот плывущий по реке лед носит название сала.

В дальнейшем происходит смерзание льдинок друг с другом и они переходят постепенно из губчатого строения в более плотное кристаллическое, в соответствии с чем мы говорим, что начинается ледоход; это так называемый осенний ледоход, который постепенно по мере понижения температуры воздуха усиливается. Для полного замерзания необходимо, чтобы произошла задержка льдин; тогда они весьма быстро смерзаются и наступает ледостав. Остановка чаще всего наблюдается на поворотах рек у берегов, на суживающихся участках, мелких перекатах, в местах образования водоворотов, перед сооружениями. Весьма важно отметить, что замерзание происходит, как правило, от берегов к середине реки. Раз образовавшийся тонкий лед постепенно растет и довольно быстро превращается в плотный кристаллического строения лед, достигающий к концу зимы значительной толщины.

В северных широтах толщина ледяного покрова достигает 0,6—0,8 м, но на некоторых реках она превосходит эту величину. Надо заметить, что значительную роль в процессе роста льда играет наличие или отсутствие снегового покрова, который

обладает меньшей теплопроводностью и потому ослабляет процессы ледообразования. На участках реки с небольшим слоем снега, в особенности там, где дуют сильные ветры, толщина льда оказывается значительно больше.

Следует, однако, иметь в виду, что нередко реки покрываются льдом не на всем своем протяжении. На участках, где скорости течения превышают $0,8—1$ м/сек, т. е. на порогах или „быстринах“, свободная поверхность остается непокрытой льдом; образуется так называемая полынья, которая служит источником постоянного переохлаждения воды и образования шуги и донного льда.

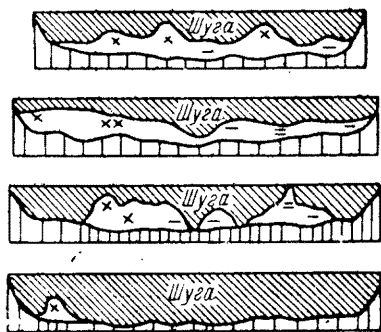
Образовавшаяся и плывущая в пределах полыньи шуга, достигнув кромки льда, в значительной части попадает под лед и движется затем под ним. Постепенно она прикрепляется к нижней поверхности льда и способствует росту ледяного покрова с нижней его стороны. В результате на некоторых участках реки могут образоваться зажорные явления

вследствие резкого уменьшения пропускной способности поперечного сечения русла (рис. 110, 111).

Для борьбы с описанным явлением, доставляющим большие хлопоты эксплуатационному штату, наилучшим средством является создание подпора, вследствие которого скорости течения резко уменьшаются и свободная поверхность полыньи быстро покрывается льдом.

Ярким примером благотворного влияния подпора на прекращение шугохода является опыт эксплуатации Волховской гидростанции, где первые годы благодаря недостаточному подпору наблюдались полыньи, служившие источником интенсивного шугохода, забивавшего решетки гидростанции. Впоследствии подпор зимой был увеличен посредством деревянных щитов, устанавливаемых на водосливной плотине; полыньи исчезли и шугоход прекратился.

Представляет интерес вопрос о том, при каких скоростях обеспечено ледообразование. Несмотря на известные разногласия



x Течение сильное xx Течение очень сильное
— Течение слабое = Течение реки

Рис. 110. Шуга в живом сечении р. Волхов (Огиевский).

по этому вопросу, можно утверждать, что ледообразование безусловно имеет место при скоростях $u < 0,4—0,5$ м/сек; неустойчивое состояние бывает при $0,5 < u < 0,7$ м/сек; при $u > 0,8$ м/сек образование льда практически невозможно и поэтому каналы со

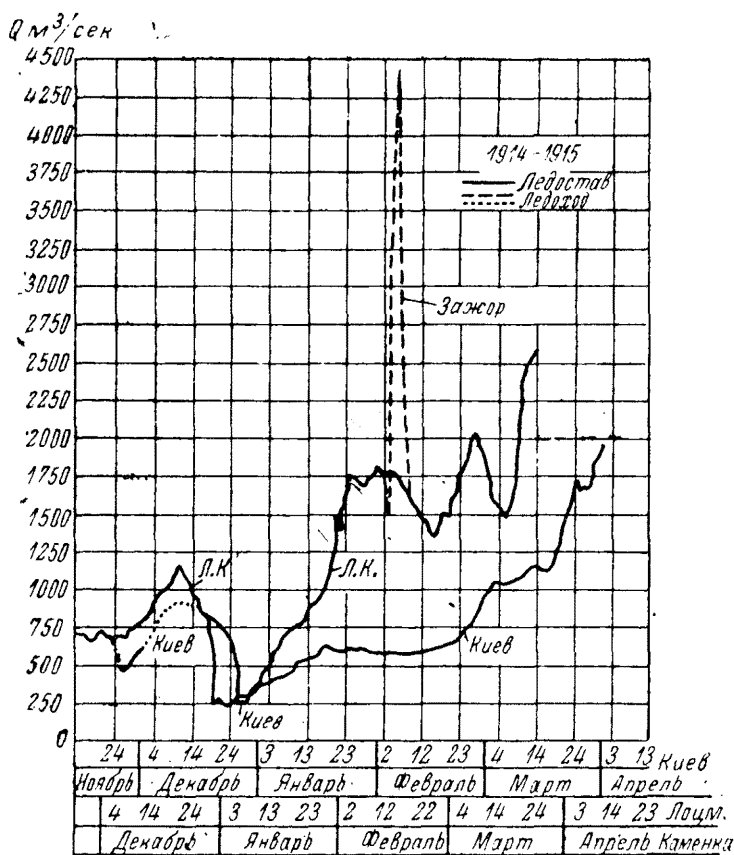


Рис. 111. График зажорного подъема уровней на р. Днепр у Лоцманской Каменки (Огиевский).

скоростью движения воды $u > 0,8$ м/сек будут свободно транспортировать шугу.

В начале зимы в момент ледостава наблюдается резкий подъем уровней. Для характеристики этого явления приводим график

хода зимних уровней р. Днепр (рис. 112) (Огиевский), из которого отчетливо виден резкий подъем уровня в период ледостава и постепенное понижение его в дальнейшем с уменьшением расходов реки. После вскрытия реки ото льда изменения уровней и расходов становятся совершенно конформными друг другу. Причина резкого подъема уровней лежит в появлении дополни-

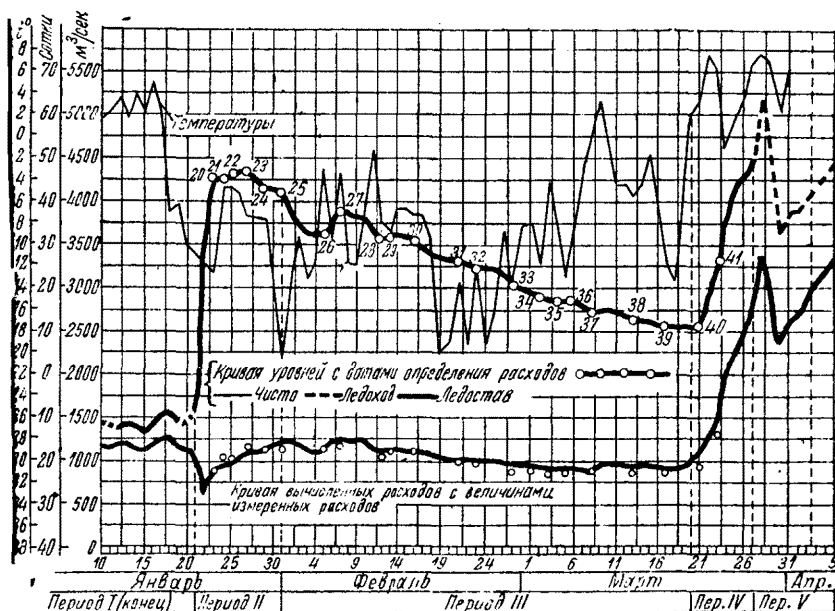


Рис. 112. Ход зимних уровней и расходов для р. Днепр (Огиевский).

тельных сопротивлений движению воды вследствие трения об образовавшуюся поверхность льда. В дальнейшем будут приведены расчетные зависимости, позволяющие учесть это обстоятельство и установить гидравлические условия движения потока под ледовым покровом.

Нам остается указать, что процессы вскрытия реки сопровождаются нередко образованием заторов вследствие скопления больших масс пльвущего льда. Такие явления чаще всего наблюдаются на сужениях, мелких перекатах, резких закруглениях, перед опорами мостов, в местах выклинивания подпора.

Создание подпора и образование водохранилища может способствовать полному прекращению ледохода: лед, движущийся весьма

медленно и подвергающийся действию солнца, быстро тает, и ледохода практически может не быть; таким образом, задержка льда в подпертом бьефе реки способствует всякому прекращению ледохода. Так в верхнем бьефе Нижнесвирской гидростанции за 8 лет ее эксплуатации ледоход ни разу не наблюдался. Совершенно очевидно, что такое явление может наблюдаться только на реках, вытекающих из озер и хорошо регулируемых ими. При отсутствии такого регулирования расходов, при резком возрастании их в паводок и притоке больших масс льда с выше лежащих неподпертых участков реки в местах выклинивания подпора могут образоваться большие заторы и подъемы уровня; такие же заторы наблюдаются и на порогах. В дальнейшем может произойти прорыв затора и образоваться весьма интенсивный ледоход. Подобное явление наблюдалось, например, на Кегумской гидростанции, расположенной на р. Западной Двине близ г. Риги, где скопившиеся ледяные глыбы достигли по своим размерам высоты порядка 3—4 м. В таких условиях задержка ледохода крайне опасна и надо стремиться к свободному пропуску ледохода через сооружение. В связи с изложенным большое значение для проектирования речных гидроузлов приобретает прогноз ледового режима водотоков и водоемов, к рассмотрению которого мы и обратимся.

ГЛАВА IX

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЛЕДОВОГО РЕЖИМА ВОДОТОКОВ И ВОДОЕМОВ

§ 33. Ледовый режим подпертых бьефов

Все дальнейшее изложение основано на использовании метода аналогов Н. А. Гирилловича, предложенного им для анализа сроков вскрытия и замерзания рек. Этот метод применим к большим подпертым бьефам, каковые в значительной мере приближаются по своему характеру к водоемам озерного типа.

В результате подпора выше гидротехнического сооружения образуется водохранилище, режим которого существенно отличается от режима речного потока; в частности изменяются и условия ледохода и ледостава. Как уже отмечено, благодаря уменьшению скоростей течения ледоход задерживается, лед, подверженный действию солнечных лучей, частью стаивает, вследствие чего интенсивность ледохода существенно уменьшается.

Ледостав, напротив, начинается ранее, так как при малых скоростях течения процессы замерзания существенно ускоряются. Сравнивая условия ледостава и ледохода на реке и расположенном поблизости к этой реке озеру или другом водоеме со стоячей водой, можно установить ожидаемые сроки ледохода в подпертом бьефе реки. В качестве аналога можно принимать также водоемы, расположенные в одинаковых со сравниваемым водотоком климатических условиях и сходные с ним по площади и средней глубине.

Предположим, что нам известны условия ледостава на реке и водоеме-аналоге; при этом известно, что в водоеме скорости течения практически равны нулю (стоячая вода).

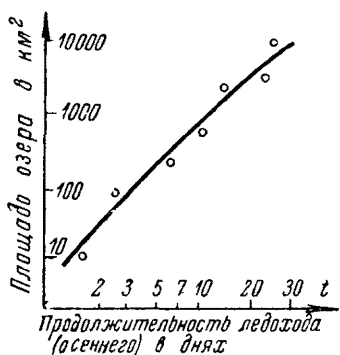


Рис. 114. График продолжительности ледохода в водоеме в зависимости от площади зеркала.

Точно так же надо установить время наступления ледостава в стоячем водоеме-аналоге, для чего нужно воспользоваться

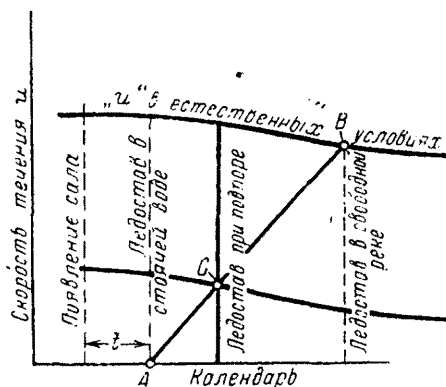


Рис. 113. График изменения скорости потока во времени при ледоставе (Гириллиович).

Если допустить, что время наступления ледостава пропорционально скорости течения водотока, то путем простой линейной интерполяции можно без труда установить начало ледостава в подпертом бьефе реки. С этой целью надо составить график зависимости средних скоростей течения реки при естественном режиме (верхняя кривая) и при подпоре (нижняя кривая) от времени в период ледостава (рис. 113). Далее на этом графике вертикальными пунктирными линиями наносятся время появления сала и время наступления ледостава в свободной реке.

данными о продолжительности осеннего ледохода на водоемах и озерах данного климатического района и составить график (рис. 114) зависимости продолжительности ледохода от площади озера (наблюдения дают основание считать, что длительность ледохода увеличивается с возрастанием площади озера). Зная площадь водохранилища в подпертом бьефе реки, нетрудно установить длительность t осеннего ледохода по графику рис. 114. Откладывая величину t на оси абсцисс (рис. 113), получим

начало ледостава в стоячем водоеме (точка А); после этого надо соединить прямой линией точки А и В и найти пересечение линии АВ с кривой скоростей в подпертом бьефе. Точка пересечения С и определит время наступления ледостава на реке в ее подпертом состоянии.

Изложенный метод, основанный на изучении данных натурных наблюдений, требует приведения всех наблюдений к некоторым средним величинам, в соответствии с чем и режим скоростей

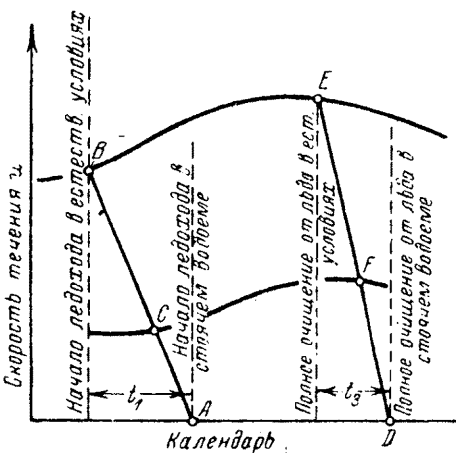


Рис. 115. График изменения скорости потока при ледоходе (Гирилович).

в естественных условиях при подпоре определяется, исходя из среднего многолетнего гидрографа.

Аналогичным путем устанавливается длительность весеннего ледохода в подпертом состоянии реки. С этой целью строится график изменения скоростей в период ледохода в естественных условиях и в подпертом бьефе (рис. 115) и на этом графике вертикальными пунктирными линиями наносятся начало ледохода (точка В) и время полного очищения реки ото льда (точка Е). Далее на оси абсцисс наносится начало ледохода в стоячем водоеме и время полного очищения последнего ото льда. Для установления этих величин необходим график, характеризующий среднее запоздание очищения ото льда озер данного района по отношению к рекам в зависимости от площади озера (рис. 116). Зная площадь подпертого бьефа при ледоходе, устанавливаем по этому графику время запоздания t_3 и откладываем эту величину

на рис. 115. Соединяя точки A и B , находим начало ледохода в подпертом состоянии (точка C); соединяя точки D и E , находим по пересечению прямой DE с кривой скоростей реки в подпертом состоянии точку F , определяющую конец ледохода.

Иногда приходится еще пользоваться графиком длительности ледохода в водоеме в зависимости от его площади, так как не всегда начало ледохода бывает заранее известно (рис. 117).

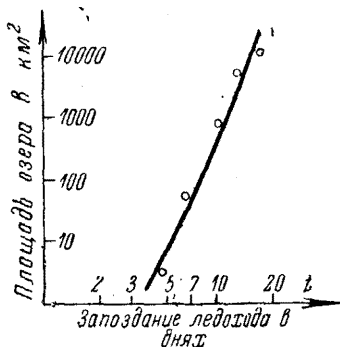


Рис. 116. Зависимость запоздания ледохода в днях от площади зеркала водоема.

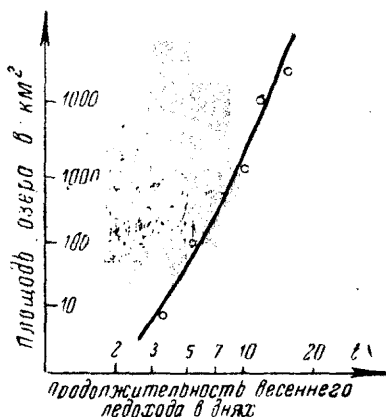


Рис. 117. Зависимость продолжительности весеннего ледохода в днях от площади зеркала водотока.

Способ Гирилловича весьма прост; однако его нельзя считать пригодным во всех случаях практики: этот способ достаточно хорошо отражает действительность лишь при создании в подпертом бьефе малых скоростей течения меньше $0,4 - 0,5 \text{ м/сек.}$ Необходимо отметить, что знание запоздания начала ледохода в подпертом состоянии по сравнению с естественным режимом реки позволяет установить размеры ледохода в подпертом ее бьефе. Для этой цели необходимо по сумме положительных температур за этот период подсчитать количество льда, которое растает в верхнем бьефе. Тогда представится возможность установить состояние ледяного покрова реки к моменту начала ледохода или показать, будет ли вообще иметь место ледоход.

§ 34. Ледовый режим в нижнем бьефе гидросооружений

Наблюдения показывают, что ледовый режим в нижнем бьефе речного узла сооружений также претерпевает некоторые изменения по сравнению с ледовым режимом в ее естественном

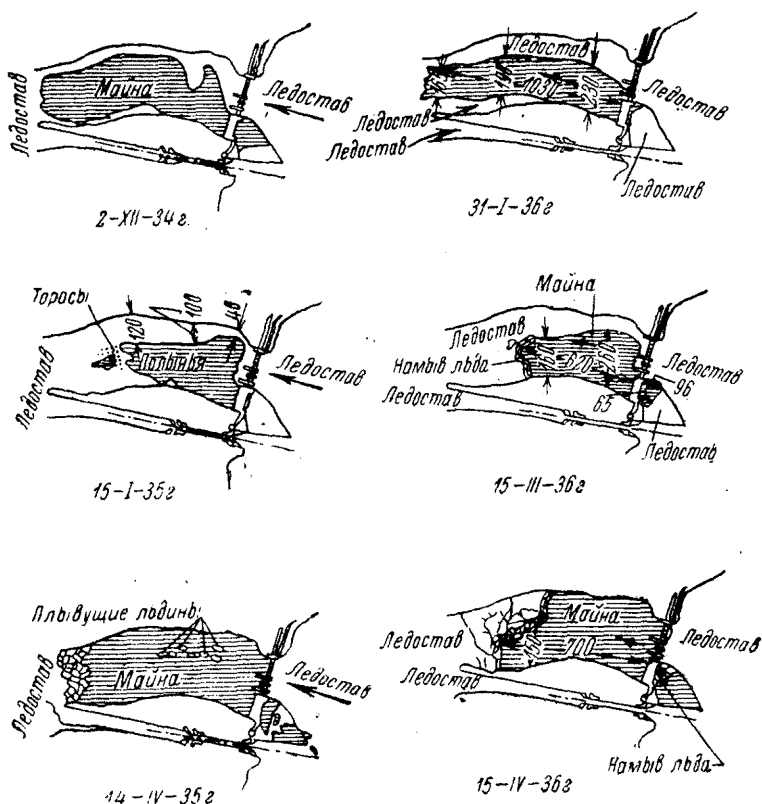


Рис. 118. Зарисовка полыньи в нижнем бьефе ГЭС.

состоянии. Эти изменения проявляются чаще всего в виде образования незамерзающей всю зиму полыньи, подобной полыньям, наблюдаемым в истоках рек из озер. Такие полыньи известны в истоках Невы, Свири, Волхова, Шексны, Ангары и т. д.; их происхождение, как полагает Гириллович [Л. 26], термическое. Причиной образования участка водотока с открытой свободной

поверхностью непосредственно в истоке реки является поступление из озера, поверхность которого покрыта слоем льда, теплой воды. Как известно, содержание тепла в воде озер постепенно увеличивается, сначала, главным образом, за счет тепла, аккумулированного дном, а затем и за счет проникновения солнечного тепла сквозь лед и снежный покров.

Поддержанию полыньи может способствовать также неспокойный характер течения потока, что особенно характерно

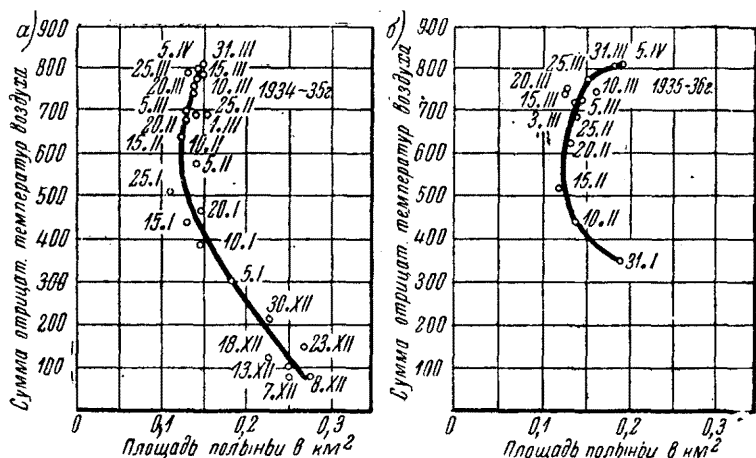


Рис. 119. Изменение площади полыньи ГЭС в зависимости от суммы отрицательных температур воздуха.

для нижних бьефов гидросооружений и гидростанций; в частности при суточном регулировании расходов наблюдается резкое изменение уровней и скоростей на участке нижнего бьефа, непосредственно примыкающем к сооружению; наблюдаются также нарушения ледяного покрова, взломы и разрушения. Все эти факторы обуславливают появление в нижнем бьефе сооружений полыньи, которая поддерживается в течение всей зимы, служа источником образования шуги и связанных с этим зажорных явлений в нижележащем участке реки. Для характеристики приводим картину состояния нижнего бьефа одной гидростанции в течение двух зим (рис. 118). Опыт эксплуатации этой гидростанции приводит Гирилловича к следующим выводам.

1. Полынья образуется при устойчивом состоянии отрицательных температур и сохраняется в течение всей зимы,

2. Площадь полыньи в период устойчивого ледостава довольно стабильна и равна 0,12—0,15 км² (рис. 119).

3. Изменения длины и площади полыньи зависят главным образом от хода отрицательных температур воздуха.

4. Расходы воды несколько влияют на размеры полыньи в период ее образования и в весенний период (при слабой прочности льда). В устойчивый ледоставный период расходы станции не оказывают заметного влияния на изменение площади и длины полыньи.

5. Колебания нижнего бьефа при суточном регулировании (до 2 м) отражаются на размерах полыньи лишь в небольшой степени.

Эти выводы согласно подтверждаются наблюдениями на нескольких гидростанциях.

Для проектирования существенно важно установить метод определения длины полыньи и влияния ее на зажорность нижнего бьефа. Для приближенного расчета длины полыньи можно рекомендовать зависимость, предложенную Ф. Н. Софроновым („К вопросу о предвычислении ледовых явлений на реках и каналах“. Труды IV гидрологической конференции Прибалтийских стран, 1933 г.), согласно которой расстояние от сооружений до профиля нулевых температур воды (иначе говоря, до кромки ледяного покрова):

$$L = \frac{hu\Theta^{\circ}}{S} = \frac{q\Theta^{\circ}}{S}, \quad (240)$$

где h — глубина потока, Θ° — средняя температура воды, выходящей из верхнего бьефа, u — скорость течения, S — теплопотеря с единицы водной поверхности.

Приведенная зависимость учитывает прямо или косвенно все факторы, определяющие процесс охлаждения потока на длине L до 0°C . Формула была проверена для условий р. Ангары и дала вполне удовлетворительный результат. Что касается величины Θ° , то она оказывается весьма небольшой, порядка 0,02—0,2 $^{\circ}\text{C}$. Для определенности расчета необходимо также знать величину S — теплопотери; по вычислениям для Ангары она колеблется от 0,2 до 1,5 кал/см²/мин; для условий некоторых гидростанций S оказалось равным 0,24—0,33 кал/см²/мин и 0,18 кал/см²/мин.

Таким образом, формула Софронова имеет проверенные на данных натурных измерений коэффициенты и для успешного применения ее при проектировании гидроузлов надо лишь уметь правильно оценивать температуру воды, вытекающей из водо-

хранилища (верхнего бьефа гидроузла); установление этой величины довольно затруднительно; основываясь на опыте, можно считать, что она не должна превышать $0,2^\circ \text{C}$.

Следует иметь в виду, что для соблюдения размерности необходимо вводить в формулу переходный коэффициент 600 для получения длины L в метрах.

$$L = 600 \frac{q\theta^\circ}{S} = 600 \frac{h u \theta^\circ}{S}, \quad (241)$$

где h и u берутся в метровых размерах, S —в $\text{кал/см}^2/\text{мин}$.

Второй вопрос может быть разрешен в том случае, если нам известен расход шуги, транспортируемой водотоком, эта величина может быть определена по формуле *

$$Q_{\text{ш}} = 0,0000038 \text{ SBL}, \quad (242)$$

где $Q_{\text{ш}}$ — расход шуги в $\text{м}^3/\text{сек}$;

S — средняя теплопотеря в $\text{ккал/м}^2/\text{час}$, за такое количество предшествующих дней, которое равно времени пробега воды от истоков реки или кромки льда до данного створа;

B — средняя ширина зеркала реки, не покрытого льдом, в метрах;

L — длина участка реки, не покрытой льдом — в километрах.

Определенный таким способом расход шуги не должен превышать $20\text{—}30\%$ от расхода водного потока.

Величина S устанавливается по существующим формулам. Потери тепла на испарение определяются по формуле Дальтона-Мейера.

$$S_1 = 0,5\rho (f_m - f)(1 + 0,22 \omega), \quad (243)$$

где f_m — предел насыщения воздуха парами воды при температуре испаряющей поверхности,

f — абсолютная влажность воздуха,

ω — скорость воздушных потоков в м/сек .

Теплообмен конвекцией S_2 определяется по формуле Ньютона

$$S_2 = \alpha (\theta_n^\circ - \theta^\circ), \quad (244)$$

где $\alpha = 2 + 10 \omega$.

* См. § 98,

Тепловые потери от лучеиспускания определяются по формуле Онгстрема-Девика

$$S_3 = (1 - 0,9N)[4,66 \cdot 10^{-8} \cdot T_0^4(0,25 + 0,322 \cdot 10^{-0,069f})] + \\ + 4,66 \cdot 10^{-8}(T_t^4 - T_0^4), \quad (245)$$

где $T_t = \Theta_n^\circ + 273$, $T_0 = \Theta^\circ + 273$;

Θ_n° — температура поверхности воды,

$f_m = 4,6 - 0,14 \Theta_n^\circ + 0,036 \Theta_n^{0,2}$,

N — балл облачности в системе 0—1.

При вычислениях S обычно ограничиваются этими тремя членами и получают результат в ккал/м²/час. Вводя вычисленное значение S в формулу, нетрудно вычислить расход шуги, после чего можно проанализировать условия движения ее в нижнем бьефе и возможность появления зажоров, исходя из плановой конфигурации потока и скорости течения.

§ 35. Определение толщины ледяного покрова

При изучении многих вопросов, связанных с зимним режимом водотоков, необходимо знать толщину ледяного покрова. Как известно, образование и рост ледяного покрова являются непосредственным следствием потери тепла с поверхности водоема (льда) в холодную атмосферу путем излучения и проводимости. Внутри водотоков главной причиной падения температуры является наличие турбулентного перемешивания, а в стоячих водоемах — конвекционных токов, которые приводят к достаточно равномерному распределению температуры во всей массе воды. Так как удаление тепла с поверхности протекает значительно быстрее, чем идет поддержание его изнутри водного потока, то с определенного момента времени на поверхности воды появляется тонкий ледяной покров, образование которого чаще всего начинается с берегов. Холодные токи воздуха, нагреваемые водой, поднимаются с середины водоема и заменяются холодным воздухом, поступающим с берегов; такое направление воздушных токов (рис. 120) способствует более быстрому охлаждению береговых частей водотока и более медленному охлаждению средней его части. Существенное влияние на направление воздушных течений оказывает также направление ветра, поэтому описанную картину надо рассматривать лишь как одну из возможных часто встречающихся схем, которая может быть легко нарушена наличием ветра. Во всяком случае ясно, что главной

причиной образования и роста льда является теплоотдача в атмосферу.

Наряду с этим известное влияние на толщину ледообразования оказывает также толщина снегового покрова, обладающего существенно меньшим коэффициентом теплопроводности, и наличие подо льдом течения воды, вызывающего выделение тепла за счет работы сил трения. Так как однако решающее значение на толщину ледообразования оказывает теплоотдача в холодную атмосферу, то мы и рассмотрим в первую очередь решение,

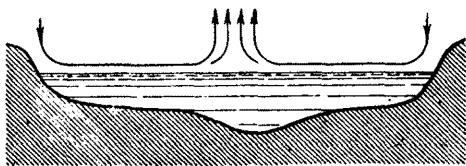


Рис. 120. Схема воздушных течений при замерзании реки.

предложенное С. Тетсу Тамура (1905 г.), учитывающее только теплоотдачу.

Пусть толщина льда δ , t — время, λ — коэффициент теплопроводности льда, Θ — температура воздуха, ρ_A — плотность льда, равная 0,917, Q_{nA} — скрытая теплота плавления. Допустим, что температура льда увеличивается сверху вниз от $-\Theta^\circ$ до 0° равномерно; тогда можно вычислить количество тепла dQ_1 , отдаваемое водотоком через имеющийся слой льда в атмосферу; очевидно,

$$dQ_1 = \lambda \frac{d\Theta}{d\delta} dt = \lambda \frac{\Theta}{\delta} dt;$$

это количество тепла идет на образование льда слоем $d\delta$. Но для образования льда необходимо выделение тепла в количестве

$$dQ_2 = \rho_A Q_{nA} d\delta.$$

Приравнявая $dQ_1 = dQ_2$, находим, что

$$\frac{\lambda \Theta}{\delta} dt = Q_{nA} \rho_A d\delta, \quad (246)$$

откуда ясно, что

$$\delta = \sqrt{\frac{2\lambda \Theta t}{\rho_A Q_{nA}}} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho_A Q_{nA}}} \cdot \sqrt{\Sigma \Theta} = c \sqrt{\Sigma \Theta}, \quad (247)$$

где $\sum \theta = \theta \cdot t$ означает сумму температур за интересующий нас промежуток времени t . Так как $C = \text{const}$, то формула Тамура оказывается весьма удобной в приложениях и может быть легко проверена в натурных условиях. С формулой Тамура совпадает формула Ф. Быдина.

При отсутствии снегового покрова величину ледообразования Быдин предлагает определять по формуле

$$\delta = 0,037 \sqrt{\sum \theta}, \quad (248)$$

где $\sum \theta$ сумма средних суточных температур за время ледостава. При наличии слоя снега толщиной $\delta_c = 0,1 - 0,2$ м Быдин рекомендует формулу

$$\delta = 0,02 \sqrt{\sum \theta}. \quad (249)$$

Достоинство формулы Быдина заключается в том, что на основании многочисленных натурных наблюдений получены значения опытного коэффициента.

В технических условиях и нормах проектирования ледового режима водотоков (ВНИИГ, 1938 г.) указывается, что эти формулы могут использоваться при толщине льда $\delta > 0,2$ м, температуре воды 0° и скорости течения воды $u < 0,5$ м/сек.

По существу тот же результат получен и Кингом (1910 г.) и Барнесом, которые вводят ещё поправку на величину так называемого эквивалентного слоя льда δ_0 , каковая имеет значение главным образом для начальных условий ледообразования. Формула Кинга, полностью совпадающая с формулой Барнеса, имеет следующий вид:

$$\frac{2\theta t \cdot \lambda}{\rho_A Q_{нл}} = \delta^2 + 2\delta \cdot \delta_0, \quad (250)$$

где по Барнесу $\delta_0 = 1,0$ см δ определяется в см. Совершенно ясно, что при $\delta > 10 - 20$ см влияние второго члена правой части формулы (250) становится пренебрежимо малым.

Формулами (247) и (250) не учитывается влияние скорости течения воды, вызывающей выделение тепла; если учесть это обстоятельство, то можно вычислить приведенную температуру [Л. 28] воды на нижней поверхности льда, пользуясь зависимостью

$$\theta_{np} = \frac{3,6 \cdot 10^6 \cdot h \cdot u \cdot i}{\alpha E} = \frac{8430 q \cdot i}{\alpha_1}, \quad (251)$$

где α_1 — коэффициент отдачи тепла конвекцией от воды ко льду в ккал/м²/час; $\alpha_1 = 300 + 1800\sqrt{u}$, где u берется в м/сек.

Принимая во внимание это обстоятельство, получаем формулу, вывод которой принадлежит Чуклину:

$$\alpha_1 t = - \frac{3000 p}{\Theta_{np}} \left[\delta - \frac{\lambda_s \Theta}{\alpha_1 \Theta_{np}} \ln \left(1 - \frac{\delta}{\delta_{\max}} \right) \right], \quad (252)$$

$\delta_{\max}$ — максимальная возможная толщина льда, выражаемая зависимостью

$$\delta_{\max} = -\lambda \left[\frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\Theta}{\alpha_1 \Theta_n} \right], \quad (253)$$

$= 5\sqrt{\omega + 0,3}$ для льда и $\alpha_2 = 20\sqrt{\omega + 0,3} + \alpha_s$ для снега, средняя скорость ветра в м/сек; $\alpha_s = 3$ ккал/м²/час; λ_c — толщина и коэффициент теплопроводности снега.

При $\Theta_{np} = 0$ пользуются зависимостью

$$-\Theta t = 3000 p \delta_s \left(\frac{\delta_s}{2\lambda_s} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2} \right). \quad (254)$$

Последняя формула отличается от формулы Тамуры и Быдина наличием двух добавочных членов в правой части уравнения, учитывающих влияние снегового покрова и теплоотдачу веткой.

Этой формулой, равно как и формулой Быдина, можно пользоваться при условии, что скорость течения водотока выше 0,5 м/сек; в противном случае надо учитывать влияние скорости течения [формула (252)].

ГЛАВА X

ГИДРАВЛИКА ПОТОКА ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ

§ 36. Гидравлический расчет водотоков при наличии ледяного покрова

Задача о гидравлическом расчете водотоков при наличии льда и снежного покрова может быть решена путем учета дополнительных сопротивлений, возникающих на нижней кромке льда при течении жидкости. Решение этой задачи было получено акад. Н. Павловским и инж. П. Н. Белоконь независимо друг от друга. При этом оба решения содержат известные допущения, несмотря на различие, в конечном счете приводят к одному и тому же результату.

Мы изложим здесь вывод акад. Павловского, сущность которого сводится к установлению гидравлических сопротивле-

ний потока при неоднородной шероховатости стенок, исходя из принципа наибольшей пропускной способности русла. Наличие сопротивлений на нижней кромке ледяного покрова изменяет эпюру распределения скоростей таким образом, как показано на рис. 121, при этом точка наибольшей скорости делит эпюру на две части. Павловский предлагает рассматривать части независимо друг от друга и дает следующее выражение для расхода водотока q (на 1 пог. м.)

$$q = q_1 + q_2 = u_1 h_1 + u_2 h_2 = h_1 C_1 \sqrt{h_1 i} + h_2 C_2 \sqrt{h_2 i} = \\ = \sqrt{i} \left[\frac{1}{n_1} h_1^{1,75} + \frac{1}{n_2} h_2^{1,75} \right]; \quad (2)$$

так как $h_2 = h - h_1$, то

$$q = \sqrt{i} \left[\frac{1}{n_1} h_1^{1,75} + \frac{1}{n_2} (h - h_1)^{1,75} \right]. \quad (2)$$

Принцип наибольшей пропускной способности соответствует условию

$$\frac{dq}{dh_1} = 0 = 1,75 \sqrt{i} \left[\frac{h_1^{0,75}}{n_1} - \frac{(h - h_1)^{0,75}}{n_2} \right],$$

откуда находим

$$h_1 = h_2 \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{1,33} = (h - h_1) \varepsilon^{1,33},$$

$$\text{или } h_1 = h \frac{\varepsilon^{1,33}}{1 + \varepsilon^{1,33}}; \quad h_2 = h \frac{1}{1 + \varepsilon^{1,33}}, \quad (2)$$

где $\varepsilon = \frac{n_1}{n_2}$.

Далее можно найти приведенный коэффициент шероховатости, исходя из зависимости

$$q = C_{np} h^{1,5} \sqrt{i} = q_1 + q_2 = \sqrt{i} \frac{h^{1,75}}{n_1} \frac{\varepsilon}{(1 + \varepsilon^{1,33})^{0,75}} = \\ = \frac{1}{n_{np}} \cdot \sqrt{i} h^{1,75},$$

$$\text{откуда } n_{np} = n_1 \frac{(1 + \varepsilon^{1,33})^{0,75}}{\varepsilon} = n_2 (1 + \varepsilon^{1,33})^{0,75}. \quad (2)$$

Если принять $q = C_{np} \sqrt{i} \frac{h^{1,5}}{\sqrt{2}}$, считая $R = \frac{h}{2}$, то

$$n_{np} = n_2 \left(\frac{1 + \varepsilon^{1,33}}{2} \right)^{0,75}. \quad (2)$$

Таким образом, задача легко доводится до конца, хотя и содержит в себе ряд допущений.

Используя зависимость (258), можно получить и расчетную зависимость для коэффициента Шези:

$$C = \frac{1}{n} R^{0,25} = \frac{1}{n_2} (1 + \epsilon^{1,33})^{0,75} R^{0,25} = \\ = C_2 \left[1 + \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{1,33} \right]^{0,75}. \quad (260)$$

Инж. Белокозь получил тот же результат, исходя из представления о распределении скоростей по параболе. К сожалению, это допущение существенно расходится с натурными наблюдениями. Ввиду этого мы рассмотрим задачу, исходя из логарифмического закона распределения скоростей. Этот путь анализа имеет то преимущество, что позволяет установить связь между h_1 и h_2 , исходя из заданной геометрической характеристики поверхностей ложа реки и ледяного покрова (нижней его поверхности).

Как известно из теории турбулентного движения, закон сопротивления выражается в виде

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \rho k^2 y^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2,$$

где $l = ky$.

Учитывая различие пограничных условий на дне потока и на нижней поверхности ледяного покрова и выражая их через бугорков шероховатости δ_1 и δ_2 , получим:

для нижней зоны потока, где $y < h_2$,

$$u_2 = \frac{\sqrt{ghl}}{k \sqrt{2}} \ln \frac{y}{\delta_2};$$

для верхней, где $y_1 = h - y$,

$$u_1 = \frac{\sqrt{ghl}}{k \sqrt{2}} \ln \frac{y_1}{\delta_1}.$$

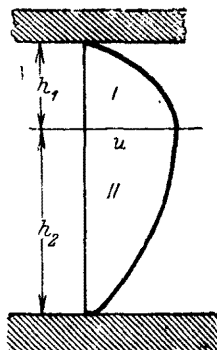


Рис. 121. Схема распределения скоростей под ледяным покровом к расчету Павловского.

среднюю высоту

В точке наибольшей скорости $u_1 = u_2$; следовательно,

$$\frac{\sqrt{ghl}}{k\sqrt{2}} \ln \frac{h_2}{\delta_2} = \frac{\sqrt{ghl}}{k\sqrt{2}} \ln \frac{h_1}{\delta_1},$$

откуда ясно, что

$$h_2 \delta_1 = h_1 \delta_2, \text{ или } h_1 = h \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_2} \text{ и } h_2 = h \frac{\delta_2}{\delta_1 + \delta_2}. \quad (261)$$

Эту зависимость можно было получить из простых соображений о подобии, так как геометрическое подобие является основным положением подобия водных потоков.

Обозначим $\frac{\delta_1}{h} = \eta_1$ и $\frac{\delta_2}{h} = \eta_2$ и найдем далее выражение для расхода водотока q . С этой целью установим значение средних скоростей u_{cp1} и u_{cp2} .

$$u_{cp1} = \int \frac{u dy}{h_1} = \frac{\sqrt{ghl}}{kh_1\sqrt{2}} \int_0^{h_1} \ln \frac{y}{\delta_1} dy = \frac{\sqrt{ghl}}{k\sqrt{2}} \left[\ln \frac{h_1}{\delta_1} - 1 \right];$$

$$u_{cp2} = \frac{\sqrt{ghl}}{k\sqrt{2}} \left[\ln \frac{h_2}{\delta_2} - 1 \right]. \quad (262)$$

Следовательно

$$q = q_1 + q_2 = \frac{\sqrt{ghl}}{k\sqrt{2}} h \left[\frac{\delta_1 \ln \frac{1}{\eta_1} + \delta_2 \ln \frac{1}{\eta_2}}{\delta_1 + \delta_2} - 1 \right]. \quad (263)$$

Найдем теперь выражение для коэффициента Шези:

$$q = u_{cp} h = C_{np} \frac{h^{1.5}}{\sqrt{2}} \sqrt{i} = \sqrt{\frac{ghl}{2}} \cdot \frac{h}{k} \left[\ln \frac{h}{2\delta_{np}} - 1 \right],$$

Откуда

$$C_{np} = \frac{\sqrt{g}}{k} \left[\ln \frac{h}{2\delta_{np}} - 1 \right]. \quad (264)$$

С другой стороны, приравнявая $C_{np} \frac{h^{1.5}}{\sqrt{2}} \sqrt{i}$ значению q , получаемому из зависимости (263), находим:

$$C_{np} \frac{h^{1.5}}{\sqrt{2}} \sqrt{i} = \frac{\sqrt{g}}{k\sqrt{2}} h^{1.5} \left[\frac{\delta_1 \ln \frac{1}{\eta_1} + \delta_2 \ln \frac{1}{\eta_2}}{\delta_1 + \delta_2} - 1 \right],$$

откуда получаем

$$C_{np} = \frac{\sqrt{g}}{k} \left[\frac{\delta_1 \ln \frac{\delta_1}{h_1} + \delta_2 \ln \frac{\delta_2}{h_2}}{\delta_1 + \delta_2} - 1 \right] = \frac{\sqrt{g}}{k} \left(\ln \frac{h}{2\delta_{np}} - 1 \right), \quad (265)$$

или

$$\frac{\delta_1 \ln \frac{h_1}{\delta_1} + \delta_2 \ln \frac{h_2}{\delta_2}}{\delta_1 + \delta_2} = \ln \frac{h}{2\delta_{np}}; \quad \delta_{np} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}. \quad (266)$$

Таким образом, приведенная высота бугорков шероховатости может приниматься равной средней высоте их на обеих поверхностях. Простота полученного решения, соответствие его принципу геометрического подобия и возможность получить требуемый результат без дополнительных допущений, как это имеет место в способе Павловского и Белокопя, дает нам в руки более надежное средство для расчета потоков при неоднородной шероховатости русла. Принятие закона распределения скоростей логарифмическим близко соответствует действительности; об этом ясно свидетельствуют измерения, приведенные в работе Белокопя.

Установим теперь связь между δ и коэффициентом шероховатости n .

$$C_{np} = \frac{\sqrt{g}}{k} \left[\ln \frac{h}{2\delta_{np}} - 1 \right] = \frac{1}{n_{np}} \left(\frac{h}{2} \right)^{0,25},$$

или

$$n_{np} = \frac{k \left(\frac{h}{2} \right)^{0,25}}{\sqrt{g} \left(\ln \frac{h}{\delta_1 + \delta_2} - 1 \right)}; \quad (267)$$

и обратно

$$\ln \frac{h}{\delta_1 + \delta_2} = \frac{k}{n_{np} \sqrt{g}} \left(\frac{h}{2} \right)^{0,25} + 1,$$

или

$$\delta_{np} = \frac{h}{2} e^{-\left[\frac{k}{n_{np} \sqrt{g}} \left(\frac{h}{2} \right)^{0,25} + 1 \right]}; \quad (268)$$

при $k = 0,4$

$$\delta_{np} = \frac{h}{2} e^{-\left[1 + \frac{0,13}{n_{np}} \left(\frac{h}{2} \right)^{0,25} \right]}.$$

Зная n_1 и n_2 , мы можем легко определить δ_1 и δ_2 и получить значение C_{np} .

Пусть $n_1 = 0,025$; $n_2 = 0,030$; $h = 4,0$ м;

$$\delta_1 = 2e^{-(1 + 5,21\sqrt{2})} = 2e^{-7,2} \approx 0,002 \text{ м};$$

$$\delta_2 = 2e^{-(1 + 4,31\sqrt{2})} = 2e^{-6,2} \approx 0,005 \text{ м};$$

$$C_{np} = \frac{\sqrt{V}}{k} \left(\ln \frac{h}{\delta_1 + \delta_2} - 1 \right) = \frac{\sqrt{9,81}}{0,4} \left(\ln \frac{4000}{7} - 1 \right) \approx 42.$$

Это соответствует значению $n_{np} = \frac{1,18}{42} = 0,028$, т. е. значению, лежащему в промежутке между n_1 и n_2 , что и должно иметь место. Как видно из вышеприведенного, примера, расчет действительно оказывается весьма простым и не требующим никаких особых вычислений. Поэтому мы считаем более целесообразным рекомендовать его к использованию вместо формул Павловского и Белокося, имеющих довольно сложную структуру.

По методу Павловского мы получили бы

$$n_{np} = 0,03 \left[\frac{1 + \left(\frac{25}{30} \right)^{1,33}}{2} \right]^{0,75} \approx 0,0285.$$

Полученные зависимости могут быть проверены на результатах измерения распределения скоростей при зимнем режиме на одной из крупных рек нашего Союза, приведенных в работе Н. П. Белокося [Л. 27] (рис. 122). Дано $h_2 = 7,2$ м, $h_1 = 2,1$ м, $u_{cp} = 0,51$ м/сек, $u_{max} = 0,58$ м/сек, $h = 9,3$ м. Согласно зависимости (261), $h_2 \delta_1 = h_1 \delta_2$; следовательно

$$\delta_1 = \delta_2 \cdot \frac{2,1}{7,2} \approx 0,3 \delta_2, \text{ иначе говоря, шерохова-}$$

тость ледяного покрова в 3,30 раза менее естественной шероховатости русла реки. Примем (что весьма близко к действительности)

$n_2 = 0,025$; в таком случае можно вычислить величину $\ln \frac{h_2}{\delta_2}$, которая будет равна

$$\ln \frac{h_2}{\delta_2} = \frac{k}{\sqrt{g}} \frac{h_2^{0,25}}{n_2} = \frac{0,13 h_2^{0,25}}{0,025} = 8,52,$$

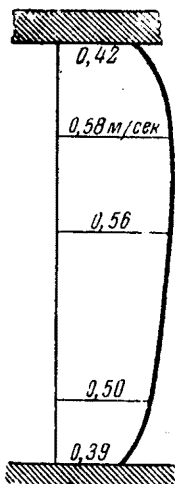


Рис. 122. Распределение скоростей под ледяным покровом одной реки по данным наблюдений.

откуда находим

$$\delta_2 = \frac{h_2}{e^{-8,52}} = 0,0017 \text{ м}, \quad \delta_1 = 0,00050 \text{ м}.$$

Таким образом, ледяной покров обладал в рассматриваемом случае весьма гладкой поверхностью. Найдем теперь отношение средней скорости к максимальной. По формуле (262)

$$\frac{u_{cp}}{u_{max}} = 1 - \frac{1}{\ln \frac{h}{\delta}} = 1 - \frac{1}{8,52} = 0,883;$$

по данным измерений, приведенных инж. Белоконь (рис. 122), это отношение равно 0,875; получающееся совпадение свидетельствует об удовлетворительности предложенных зависимостей. Наконец определяем параметры кривой распределения скоростей и вычислим ее

$$u_{max} = \frac{\sqrt{ghi}}{k} \ln \frac{h_2}{\delta_2} = 0,58 \text{ м/сек}; \quad \frac{\sqrt{ghi}}{k} = \frac{0,58}{8,52} = 0,069. \quad ($$

Эпюра распределения скоростей, вычисленная по формулам:

1) $u_2 = 0,069 \ln \frac{y}{\delta_2}$ для нижней зоны и 2) $u_1 = 0,069 \ln \frac{y}{\delta_1}$ для верхней зоны, приведена в нижеследующей табл. 25. В таблице указаны также наблюдаемые значения скоростей.

Таблица 25

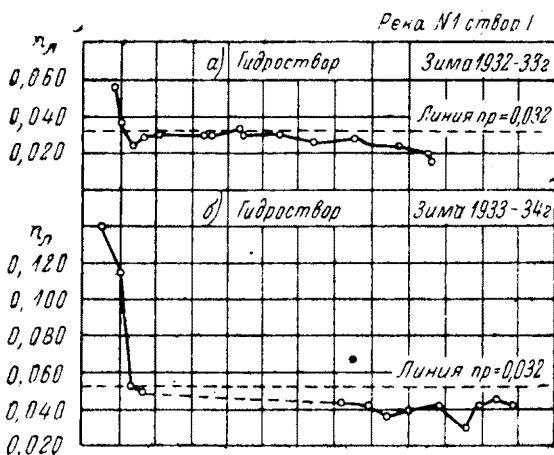
y_1	u_1	$u_{нат}$	y_2	u_2	$u_{нат}$
0,1	0,355	0,38	0,1	0,29	0,32
1,0	0,525	0,53	2,1	0,50	0,50
2,1	0,580	0,58	5,0	0,55	0,56
—	—	—	7,2	0,58	0,58

Совпадение результатов вычислений с данными натурных измерений оказывается достаточно хорошим, что дает нам полное основание рекомендовать полученные зависимости для использования при гидравлических расчетах ледового режима водотока.

§ 37. Шероховатость ледяного покрова

Вопрос о шероховатости ледяного покрова наиболее подробно освещен в упомянутой уже ранее работе инж. П. Н. Бе-

локоня и работе проф. Г. К. Лоттера „Влияние условий ледообразования и толщины льда деривационных каналов“ (Известия ВНИИГ, т. VII). Используя данные непосредственных гидрометрических измерений расходов воды на рр. Волхове, Свири и ряда других водотоков в зимний период, П. Н. Белоконь составил таблицу коэффициентов шероховатости ледяного покрова n_L , исходя из формулы (258). При этом обнаружилось, что коэффициенты шероховатости ледяного покрова имеют явную

Рис. 123. График $n_L = f(t)$.

тенденцию к уменьшению с увеличением числа дней после ледостава; так, в течение первых десяти дней ледостава n_L колеблется в пределах от 0,05 до 0,120, а затем уменьшается до 0,020–0,015. На шугоносных участках рек величина n_L оказывается значительно выше и даже по истечении 50 дней после ледостава не снижается ниже 0,040.

Отмеченное выше разнообразие значений коэффициента шероховатости ледяного покрова и общая тенденция к уменьшению величины n_L с увеличением числа дней после наступления ледостава находят себе полное объяснение в природе явления. Нижняя поверхность ледяного покрова, от состояния которой преимущественно и зависит величина n_L , в процессе ледообразования претерпевает существенные изменения; в первые дни после ледостава, в особенности на тех участках, где осенний ледоход проходил бурно с нагромождением льдин друг на друга, нижняя поверх-

ность льда будет представлять собой довольно грубую, как говорят, торосистую поверхность; вследствие этого коэффициент шероховатости ее будет достаточно большим. Наиболее грубой будет поверхность льда ниже незамерзающих порожистых участков рек, где вследствие постоянного образования шуги и прикрепления ее ко льду шероховатость нижней поверхности льда будет весьма большой. С течением времени эта первоначальная

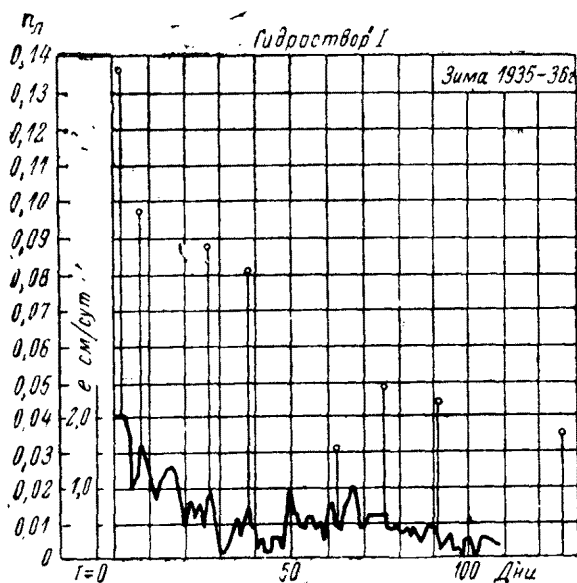


Рис. 124. График $n_{\text{л}}$ и скорости нарастания льда в функции времени.

грубая поверхность льда будет постепенно сглаживаться вследствие как рассасывания шуги, так и постепенного и притом более равномерного роста ледяного покрова. На рис. 123 приведены кривые изменения коэффициента шероховатости льда в зависимости от числа дней ледостава для одной реки, из которых с полной ясностью устанавливается эта закономерность. Изменчивость величины $n_{\text{л}}$ в течение остального периода объясняется неравномерностью наступления дней с низкими температурами; в периоды резкого похолодания происходит более быстрый рост льда и вследствие этого поверхность его может стать более грубой; в течение остального времени, напротив,

обнаруживается тенденция к сглаживанию поверхности льда и уменьшению ее шероховатости.

На рис. 124 приведены данные, характеризующие изменчивость n_{λ} в течение зимы и соответственные изменения интенсивности роста льда в см в сутки: увеличение последней величины влечет за собой некоторое возрастание величины n_{λ} .

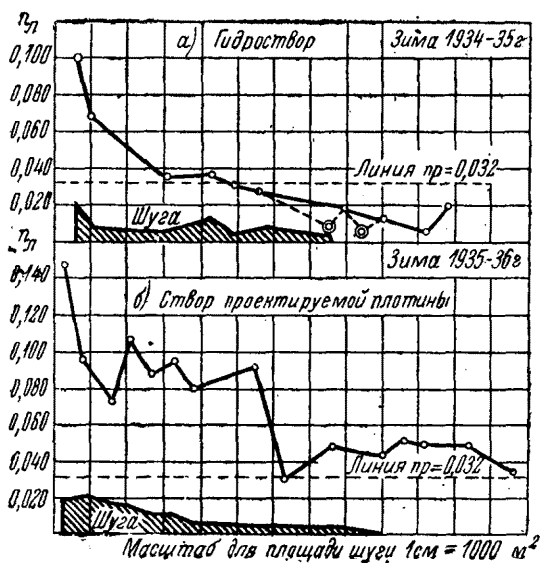


Рис. 125. График $n_{\lambda} = f(t)$ для шугоносного участка реки.

То обстоятельство, что на шугоносных участках рек коэффициент шероховатости ледяного покрова оказывается значительно больше, находит себе объяснение в нижеследующем. Как известно, шуга, представляющая собой губчатую массу, прикрепляется к нижней поверхности льда; толщина ее обычно неизвестна, но данные измерений свидетельствуют, что она может быть довольно значительной; сквозь эту губчатую массу происходит лишь медленное просачивание воды, между тем как мы не учитываем ее толщины при определении пропускной способности русла подо льдом. Вследствие этого действительные скорости течения оказываются больше расчетных, а отнесенный к последним коэффициент шероховатости n_{λ} получается весьма большим. На рис. 125 показано изменение коэффициента n_{λ} в

зависимости от числа дней ледостава при наличии шуги. Нетрудно убедиться, что с того момента, как прекращается поступление шуги, коэффициент шероховатости n_A приобретает наименьшее значение.

Для получения расчетных значений величины n_A П. Н. Белоконь составил график $n_A = f(t)$, где t — число дней ледостава,

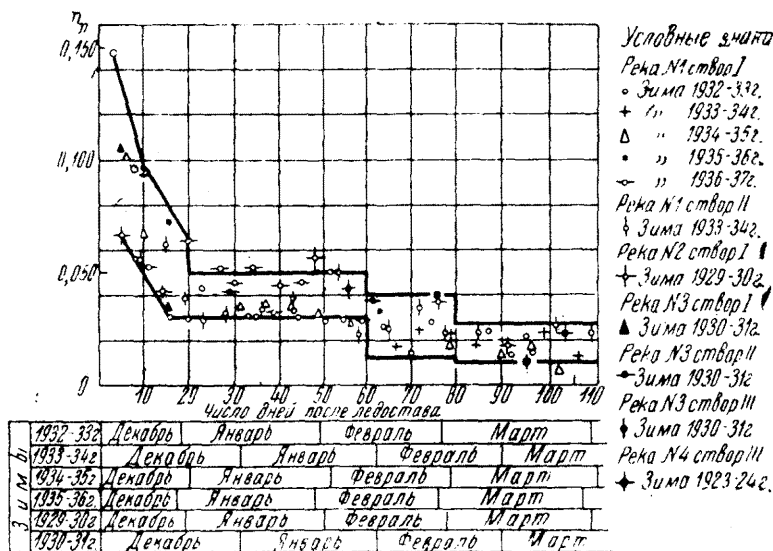


Рис. 126. Расчетный график $n_A = f(t)$.

использовав данные по целому ряду рек северных районов нашего Союза. На этом графике верхняя кривая относится к шугоносным участкам, а нижняя — к участкам рек с гладким льдом (рис. 126). В результате вышеприведенного анализа можно рекомендовать следующую таблицу расчетных значений коэффициента шероховатости ледяного покрова для рек в естественном состоянии (табл. 26).

Для условий подпертых бьефов значения n_A должны получаться еще меньшими, так как, с одной стороны, при этом увеличиваются глубины, а с другой — создаются более благоприятные условия для спокойного и равномерного роста ледяного покрова. П. Н. Белоконь считает возможным рекомендовать уменьшать n_A в этих условиях на 15 — 25%.

Таблица 26

Период ледостава	n_A для шуго- носного уча- стка	n_A для уча- стка с глад- ким льдом
Первые 10 дней ледостава	0,150	0,05
10 — 20 дней после ледостава	0,100	0,04
20 — 60 дней после ледостава	0,050	0,03
60 — 80 дней после ледостава	0,040	0,025
80 — 100 дней после ледостава	0,030	0,015

§ 38. Построение кривых свободной поверхности при наличии ледяного покрова

Построение кривых свободной поверхности при наличии ледяного покрова принципиально ничем не отличается от изложенного ранее общего метода построения кривых свободной поверхности в естественных водотоках. Особенностью зимнего режима является только иной вид зависимости для модуля пропускной способности водотока K ; вместо выражения $K_A' = C_A^2 R_A \omega^2$, мы должны принять для зимних условий $K_3^2 = C_3^2 R_3 \omega^2$, где

$$C_3 = \frac{V\bar{g}}{k} \left(\ln \frac{h}{\delta_1 + \delta_2} - 1 \right); \quad C_A = \frac{V\bar{g}}{k} \left(\ln \frac{h}{\delta_2} - 1 \right); \quad R_3 = \frac{\omega}{\chi + B};$$

$$R_A = \frac{\omega}{\chi};$$

здесь B — ширина потока поверху.

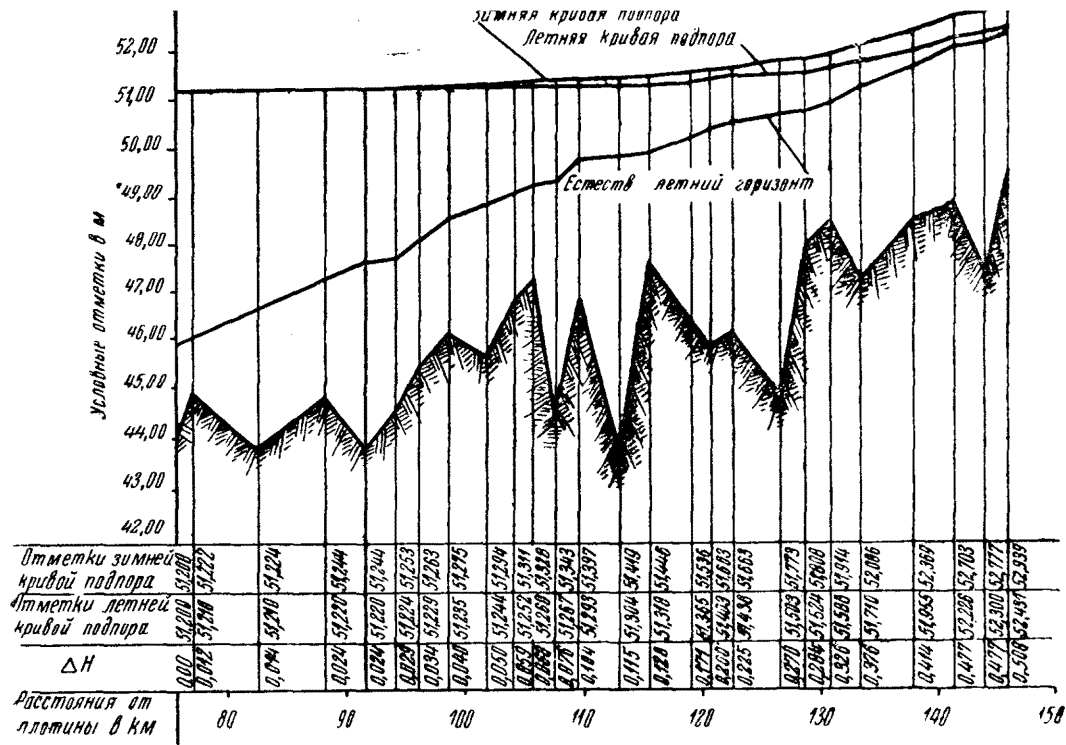
Сравнивая C_3 и C_A , получим

$$C_3 = C_A \frac{\ln \frac{h}{\delta_1 + \delta_2} - 1}{\ln \frac{h}{\delta_2} - 1}; \quad (269)$$

$$K_3^2 = K_A^2 \left(\frac{\ln \frac{h}{\delta_1 + \delta_2} - 1}{\ln \frac{h}{\delta_2} - 1} \right)^2 \left(\frac{\chi}{\chi + B} \right)^{1,5}. \quad (270)$$

Если принять выражение для $C = \frac{1}{n} R^{0,25}$,

то
$$K_3^2 = K_A^2 \left(\frac{n_2}{n_{np}} \right)^2 \left(\frac{\chi}{\chi + B} \right)^{1,5}, \text{ или } K_3^2 = K_A^2 \alpha^2. \quad (271)$$

Рис. 127. Летняя и зимняя кривые подпора для одной реки при $Q = 680 \text{ м}^3/\text{сек.}$

В соответствии с этим изменится и основная формула для построения кривых свободной поверхности, согласно которой $\Delta y = \frac{Q^2}{K^3} l$:

$$\Delta y_3 = \frac{\Delta y_A}{\alpha^2} = \frac{Q^2}{\alpha^2} \cdot f(y), \quad (272)$$

где $f(y) = \frac{l}{K_A^2}$.

$$\alpha^2 = \left(\frac{\ln \frac{h}{\delta_1 + \delta_2} - 1}{\ln \frac{h}{\delta_3} - 1} \right)^2 \left(\frac{\chi}{\chi + B} \right)^{1,5} \text{ или } \alpha^2 = \left(\frac{n_2}{n_{np}} \right)^2 \left(\frac{\chi}{\chi + B} \right)^{1,5}. \quad (273)$$

Если теперь вместо $\frac{Q^2}{\alpha^2}$ ввести некоторый фиктивный расход Q_ϕ^2 , то все предыдущие рекомендации к построению кривых свободной поверхности водотока могут быть оставлены без изменения и $f(y)$ может приниматься по данным летних наблюдений. Изложенный прием расчета был с успехом применен Г. К. Лоттером при расчете кривых свободной поверхности р. Свири для зимнего режима и рекомендован в проекте технических условий и норм проектирования гидротехнических сооружений (ВНИИГ, 1938 г.). Вместо изложенного приема можно было бы воспользоваться зависимостью $\Delta y_3 = Q^2 f_3(y)$, где $f_3(y)$ должна соответствовать зимним условиям на основе натурных измерений. Так как однако чаще всего зависимость $f_3(y)$ неизвестна, то приходится строить ее, пользуясь зависимостью

$$f_3(y) = f_A(y) \frac{1}{\alpha^2}.$$

Очевидно, что $\alpha^2 = \varphi(y)$, поскольку отношение $\frac{\chi}{\chi + B}$ изменяется с глубиной водотока; поэтому расчет приходится вести методом последовательного приближения.

Изложенными соображениями исчерпываются особенности расчета кривых свободной поверхности водотока при зимнем режиме. Для иллюстрации приводим рис. 127, на котором дано сопоставление кривых подпора от одной из гидростанций для летних и зимних условий.

§ 39. Определение расхода шуги

Задача о распределении шуги по глубине потока может рассматриваться точно так же, как и задача о распределении

в потоке взвешенных наносов. В самом деле, шугу или внутриводный лед мы можем рассматривать как мельчайшие ледяные кристаллы, переносимые в процессе турбулентного перемешивания из верхних слоев в нижние; обладая удельным весом менее единицы, частицы будут стремиться всплыть на поверхность со скоростью v ; таким образом, распределение по глубине кристаллов шуги определяется как турбулентным переносом, так и подъемом частиц вследствие всплывания. В соответствии с этим достаточно подставить в формулу (105) вместо v величину $-v$ и учесть, что насыщение шугой μ имеет наибольшее значение на поверхности μ_0 , и мы получим зависимость для распределения шуги в потоке.

$$\mu = \mu_0 e^{\frac{y}{1-n} \frac{v}{\epsilon_1 \lambda u_{cp}}} \left[1 - \left(\frac{y}{h-\delta} \right)^{n-1} \right], \quad (274)$$

где $n = 0,14 - 0,16$; y исчисляется от дна к поверхности.

Профессор Маккавеев, которому принадлежит одна из первых выводов зависимости, аналогичной вышеприведенной, считает возможным определять μ_0 , исходя из той же зависимости, что и для мутности в придонном слое потока; при этом он предполагает наличие некоторого слоя льда с шероховатостью нижней поверхности n_λ и определяет расчетную формулу для μ_0 .

Примем μ_0 в виде

$$\mu_0 = c \left(\frac{u}{v} \right)^4 \left(\frac{h}{\delta} \right)^2. \quad (275)$$

В случае открытой свободной поверхности эта зависимость не может считаться пригодной, так как условия на поверхности воды будут существенно отличаться от условий в придонном слое, где имеется твердая стенка, служащая источником турбулентности. Так как однако нас интересует случай, когда шуга движется под ледяным покровом, то представляет интерес установить значение коэффициента c , входящего в зависимость (275), который по вполне понятным причинам должен отличаться от коэффициента, относящегося к взвешенным наносам. К сожалению, в настоящее время мы не располагаем возможностью установить значение c за отсутствием надлежащих опытных данных; мы можем отметить только, что максимальное значение μ_0 не может превысить $40-50\%$, а общее насыщение потока шугой 30% . К вопросу о количестве шуги, образующемуся в потоке, мы можем подойти иначе, определяя его как результат производительности полыньи.

Количество тепла, теряемое потоком путем излучения в атмосферу, может быть определено следующим образом: $\Phi = S \Omega$, где S — средняя интенсивность теплообмена между водой и воздухом (в $\text{ккал}/\text{м}^2/\text{час}$). Расход шуги $Q_{ш}$ определится как отношение Φ к скрытой теплоте ледообразования $Q_{пл}$, равной 80 кал, и к удельному весу $\gamma_A = 0,9$.

Таким образом

$$Q_{ш} = \frac{\Phi}{\gamma_A Q_{пл}} = \frac{S \Omega}{\gamma_A \cdot Q_{пл} \cdot 3600} = 0,000038 S \Omega, \quad (276)$$

где S определено в $\text{ккал}/\text{м}^2/\text{час}$; по данным проф. Родевича эта величина для р. Волхова колеблется в пределах от 8 до 18 ккал с 1 м^2 в час.

Насыщенность потока ниже полыньи шугою будет равна

$$\mu^0/0 = 100 \frac{Q_{ш}}{Q} = \frac{0,00038 SL}{u \cdot h}. \quad (277)$$

При длине полыньи $L = 12000 \text{ м}$, скорости $u = 0,50 \text{ м/сек}$, $h = 4,0 \text{ м}$ и $S = 15 \text{ ккал}/\text{м}^2$, получим

$$\mu^0/0 = \frac{0,00038 \cdot 15 \cdot 12000}{0,5 \cdot 4} = 34,2^0/0.$$

т. е. значение, превышающее предельное; вследствие этого часть шуги будет всплывать и прикрепляться ко льду.

Найденная зависимость, как указывает Проскураков (Проект технических условий и норм проектирования гидротехнических сооружений, 1938 г.), может применяться и для расчета шугопропускной способности водотоков с открытой свободной поверхностью при скорости течения $u > 1,5 \text{ м/сек}$, в предположении, что шуга при движении почти полностью перемешивается с водой и не задерживается в русле реки.

Напомним, что для транспортирования шуги необходимо, чтобы скорость речного потока превышала по крайней мере $0,7 - 0,8 \text{ м/сек}$, величина предельного насыщения зависит, как отмечено, от скорости, увеличиваясь с последней [формула (275)]. Так как на реках единственным источником образования шуги являются участки с открытой водной поверхностью, то следует определять μ по формуле (277).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Часть I

1. М. А. Великанов. Гидрология суши, 1932.
2. Н. М. Бернадский. Речная гидравлика, 1933.
3. А. Н. Рахманов. О построении кривых свободной поверхности для естественных водотоков, 1930.
4. А. Н. Рахманов. О неустановившемся движении в нижних и верхних бьефах речных гидроузлов. Известия ВНИИГ, т. XXX, 1941.
5. М. Д. Чертоусов. Специальный курс гидравлики, 1937.
6. Н. Н. Павловский. Гидравлический справочник, 1937.
7. С. А. Христианович. Неустановившееся движение в реках и каналах, Акад. Наук СССР, 1938.
8. Н. П. Мелещенко и М. С. Якубов. Составление рекомендаций расчета неустановившегося движения, 1940.
9. В. А. Новоторцев и Прокофьева. Основы теоретического метода построения транзитных потоков. Известия ВНИИГ, т. XVII, 1936.

Часть II

10. В. М. Маккавеев. Теория процессов перемешивания при турбулентном режиме. Известия ГГИ, 1931.
11. М. А. Великанов. Общее уравнение деформации размываемого русла потока. Известия ВНИИГ, т. VI, 1932.
12. П. А. Войнович и М. А. Дементьев. Об уравнении размыва. Известия ВНИИГ, т. VI, 1932.
13. М. А. Дементьев. Об интерференции двух твердых тел в потоке жидкости. Известия ВНИИГ, т. XV, 1935.
14. И. И. Леви. К вопросу о расчете промывных сооружений. Известия ВНИИГ, т. XV, 1935.
15. И. И. Леви. Отстойники и промывные устройства, 1938.
16. И. И. Леви. Проект технических условий расчета деформации русел. ВНИИГ, 1939.
17. И. И. Леви. Медленно-изменяющееся движение жидкости в размываемых руслах с произвольным продольным профилем дна. Известия ВНИИГ, т. XXX, 1941.
18. В. Н. Гончаров. Движение наносов, 1938.
19. Огиевский. Гидрология суши, 1936.
20. В. С. Кнороз. Движение гидросмесей в напорных трубопроводах и метод их расчета. Известия ВНИИГ, т. XXX, 1941.
21. М. А. Великанов. Динамика русловых потоков, 1946.

Часть III

22. Х. Барнес. Ледотехника (перевод с английского), 1934.
23. Ф. И. Быдин. Зимний режим и методы его изучения, 1933.
24. В. Я. Альтберг. Донный лед, 1931.
25. Н. А. Гириллович. Проектирование ледового режима низконапорных русловых установок. Известия ВНИИГ, т. XXII, 1938.
26. Н. А. Гириллович. О ледовом режиме нижних бьефов гидростанций. Известия ВНИИГ, т. XXVI, 1939.
27. П. Н. Белоконов. Инженерная гидравлика потока под ледяным покровом, 1940.
28. Б. В. Проскуряков и Г. К. Лоттер. Проект технических условий гидротермических расчетов. ВНИИГ, 1939.

Редактор В. С. Кнороз

Сдано в набор 5/V.1-47 г.	Подписано к печати 1/VII-48 г.
Бумага 84×108.	14,5 уч.-авт. л. Тираж 3 000.
М 00943.	Заказ 3630.

4-я типография им. Евг. Соколовой треста «Полиграфкнига» ОГИЗ
при Совете Министров СССР. Ленинград, Измайловский пр., 29.