

Н. А. Лабзовский

557.46
112

НЕПЕРИОДИЧЕСКИЕ
КОЛЕБАНИЯ
УРОВНЯ
МОРЯ

246077

БИБЛИОТЕКА
Ленинградского
Гидрометеорологического
Института



ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД • 1971

Монография представляет собой сводку по непериодическим колебаниям уровня моря. Впервые различные виды этих колебаний, по большей части относимые к различным разделам океанографии, объединены общей идеей и рассматриваются совместно с единых теоретических позиций.

В книгу включены сведения о цунами, сейшах, тягуне.

Рассмотрены исследования длинных волн на моделях (в частности, ленинградских наводнений и камчатских цунами).

Рассчитана на специалистов океанологов и студентов гидрометеорологических вузов.

The monograph is concerned with constituents of the sea level fluctuations and with studies and calculations of them.

The methods of such calculations are based upon the up-to-date numerical solutions to the hydrodynamic equations.

The information of tsunamis, seiches and surf beats is given. Simulation of long waves (Leningrad floods and tsunami in Kamchatka, particularly) is discussed.

The publication is designed for oceanologists and students of hydrometeorological institutions.

Ответственный редактор *Н. Е. Вольцингер*

ВВЕДЕНИЕ

Непериодическими колебаниями уровня моря в океанологии называют широкий круг разнообразных явлений, имеющих только один общий признак — отсутствие периодичности в причине, вызывающей изменения уровня.

Барические системы, перемещаясь над водной поверхностью, вызывают перераспределение атмосферного давления над морем и порождают свободные и вынужденные волны длинных периодов. Воздушные потоки, протекая над морем, формируют дрейфовые течения. Наложение изменений уровня под действием указанных причин на приливо-отливные колебания определяет положение уровенной поверхности в любом районе моря. При этом существенное значение имеет рельеф дна, в значительной мере определяющий характер и амплитуду колебаний уровня.

Динамические процессы в атмосфере являются основной, но не единственной причиной непериодических изменений уровня моря. Весьма серьезным фактором, вызывающим иногда значительные и резкие колебания уровня, являются сейсмические причины: землетрясения и подводные извержения. Колебания уровня, создаваемые ими, могут достигать громадных размеров и приводят в прибрежных районах, подверженных действию сейсмических волн, к разрушениям населенных пунктов и гидротехнических сооружений, сопровождаемым гибелью многих тысяч людей.

Наводнения, вызываемые штормами и землетрясениями, являются причиной множества катастроф, в результате которых гибнет много людей и наносится большой материальный ущерб. Число человеческих жертв во время особо сильных морских наводнений исчисляется сотнями тысяч. Так, в Бенгальском заливе во время наводнений в 1864 и 1876 гг. погибло 250 тыс. человек. Подъем уровня, вызвавший затопление в 1870 г. островов Санта-Лючия и Мартиника, привел к гибели 15 тыс. человек. В 1900 г. наводнение в Галвестоне (штат Техас) погубило 6 тыс. человек. В Европе также известно несколько больших морских наводнений. В 1953 г. в Северном море на побережье Голландии погибло 2 тыс. человек и 600 тыс. остались без крова.

В сентябре 1956 г. наводнение, вызванное тайфуном «Вера» в Японии, погубило около 5 тыс. человек, а 1 млн. 600 тыс. лишило

жилья. Цунами, возникшее в 1868 г. в Японии, достигало высоты 100 футов и унесло 27 тыс. человек. Еще более страшным было цунами, возникшее в результате извержения Кракатау, унесшее 36 тыс. человек.

Известны также случаи больших наводнений на озерах. В 1928 г. на озере Окичоби вследствие нагона погибло около 2 тыс. человек.

Здесь приведены только самые значительные катастрофы, вызванные морскими наводнениями. В действительности число их значительнее и распространение шире. Неудивительно поэтому, что исследования неперiodических колебаний уровня не снимаются с повестки дня. Особенно интенсивно эти исследования развиваются в последние годы. Причиной тому является все возрастающий ущерб от морских наводнений ввиду бурного роста приморских городов и связанного с этим увеличения материальных вложений в них.

В последнее десятилетие для моделирования гидродинамических задач стали применяться вычислительные машины, что позволило представить задачу о морских наводнениях в виде математических моделей и решать ее при заданных начальных и граничных условиях на вычислительной машине с достаточной для практики точностью, не прибегая к упрощениям уравнений, не вызываемым физическими условиями задачи, что часто имело место ранее в поисках возможности осуществления аналитического решения задачи.

Гидродинамическое описание соответствующих движений является относительно простым и принадлежит классической гидродинамике. Это — теория длинных волн, возникающая при основном допущении о пренебрежимости вертикальными ускорениями частиц жидкости. Лишь другой формулировкой данного положения является принятие гидростатического распределения давления p внутри жидкости

$$p = \rho g (\xi - z) + p_a, \quad (0.1)$$

где z — вертикальная координата, направленная вниз, ρ — плотность воды, ξ — превышение уровня над равновесным положением, p_a — атмосферное давление. В простейшем случае для несжимаемого течения в двумерной — по горизонтальным координатам x , y — области с глубиной $H = h(x, y) + \xi(x, y, t)$ мы имеем уравнение Эйлера в форме

$$d\mathbf{V} + gH \nabla \xi = \mathbf{f}, \quad (0.2)$$

$\mathbf{V}$ — вектор скорости, $\mathbf{f}$ — вектор внешних сил (например, Ламб, 1947), которые совместно с уравнением неразрывности

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{V} = 0 \quad (0.3)$$

позволяют определить форму свободной поверхности и скорости в любой точке пространственно-временной области, если известны

определенным образом задаваемые начальное и граничное распределения искомых функций.

Таким образом, определение длинноволновых колебаний в бассейне заданной геометрической формы приводит к решению краевой задачи для гиперболической системы уравнений (0.2), (0.3).

Возможности аналитического решения этой задачи связаны с дальнейшим упрощением уравнения (0.2), его линеаризацией $H \approx h$, $dV/dt \approx \partial V/\partial t$, а также видом функций h и f . Широкий круг практически важных задач теории приливов возникает в предположении о гармоническом во времени характере колебаний. В этом случае определение амплитуд приливо-отливных колебаний приводит к решению краевых задач для эллиптических уравнений.

Аналитические методы классической теории приливов в дальнейшем были развиты в ряде работ и позволили получить качественные представления о закономерностях колебания жидкости в бассейнах достаточно простых очертаний (например, Goldsborough, 1914, 1927, 1933; Goldstein, 1928, 1929; Praudman and Dodson, 1927; Линейкин, 1937; Сретенский, 1937, 1945, 1947; Полубаринова-Кочина, 1937; Войт, 1958, 1961; Секерж-Зенькевич, 1957, 1959).

Обобщением гидродинамического описания длинноволновых движений (0.2), (0.3) является подход, заключающийся в нахождении асимптотического решения системы уравнений потенциального течения несжимаемой жидкости при задании динамического — в форме интеграла Коши—Лагранжа — условия и кинематического условия на свободной поверхности вместе с граничными условиями на контуре (Friedrichs, 1947). При этом потенциал скоростей ищется в виде ряда по степеням отношения

$$\epsilon = H/L, \quad (0.4)$$

где L — характерный горизонтальный масштаб явления, и для решения с точностью до ϵ^2 имеют место уравнения (0.2), (0.3). В случае малости параметра ϵ это дает возможность говорить о движении на «мелкой» воде.

Легко представить себе, что существует обширный круг задач, основывающихся на допущении (0.1), гидродинамическое описание которых значительно сложнее приведенного выше. Это в первую очередь теория течений мелководных морей, система уравнений которой включает уравнение диффузии поля плотности, а в уравнениях движения учитывается горизонтальный и вертикальный турбулентный обмен (Фельзенбаум, 1968а, б; Саркисян, 1966). Можно говорить, что теория морских течений (как и теория внутренних волн) является принципиально бароклиной теорией, в отличие от баротропной теории, описывающей колебания уровня моря. Большой интерес представляет оценка эффекта плотностной неоднородности [и ряда других эффектов, желательность учета которых расширяет границы описания (0.2), (0.3)] при расчете уровня колебаний и наиболее полным исследованием, относящимся

к приливному движению, является в этом отношении работа Б. А. Кагана (1968). Вообще говоря, осуществленные к настоящему времени попытки оценки влияния плотностной стратификации на колебания уровня моря с достаточной для практических целей точностью свидетельствуют в пользу баротропных моделей. Что же касается учета горизонтальной турбулентности, то на первый взгляд несколько неожиданным является тот факт, что включение дополнительного физического механизма упрощает основное описание. Это связано с тем, что способ учета горизонтальной турбулентности приводит к задачам параболического типа, для которых в ряде случаев облегчается постановка краевых задач.

Исходя из сказанного мы не будем стремиться к тому, чтобы решаемые задачи относились к определенному математическому типу, но ограничимся баротропными моделями.

Интегрирование уравнений мелкой воды для расчета непериодических колебаний уровня в задачах, обусловленных прогнозом опасных явлений в гидрологическом режиме водоемов и при гидротехническом проектировании, получило широкое развитие за последние полтора-два десятилетия. Появление вычислительной техники и соответствующих методов численного анализа позволило отказаться от ограничений в постановке задач, связанных в первую очередь с нелинейностью и сложной конфигурацией пространственной области, и обеспечило получение численных решений с требуемой для многих инженерных задач подробностью и точностью. Вместе с тем совершенствование численных методов прогноза погоды заложило основу для создания комплексной методики прогноза штормовых колебаний уровня в отдельных пунктах морского побережья.

Развитие нового направления, связанного с численным решением океанологических задач теории мелкой воды, разумеется, не исключает попыток аналитического исследования проблемы при ее подходящей идеализации; на этом пути можно, по-видимому, еще многого достичь. Убедительным примером является серия работ Амстердамского математического центра по проблеме колебаний Северного моря. Однако несомненно, что численные методы представляют в этом отношении более гибкий и мощный инструмент; решения, получаемые на их основе, разнообразнее и полнее, и, что весьма важно, само численное исследование удобнее и доступнее.

Первые результаты применения численного метода для расчета гармонического приливного колебания принадлежат, по-видимому, Р. Штернеку и А. Дефанту (Праудмэн, 1957). Только приблизительно через сорок лет Г. Кивисилд попытался вручную рассчитать метеорологические штормовые колебания уровня для модели озера Окичоби; непосредственно вслед за этим работы В. Ганзена (Hansen, 1956), Р. Рейда (Peid, 1957) и Г. Платцмена (Platzman, 1958) утвердили новый подход. Появившиеся за последнее десятилетие работы имеют целью уже не только получить количественные ре-

шения, сравнимые с колебаниями реальных объектов (например, в пунктах Северного моря, Финского и Ботнического заливов Северного моря, океанского побережья и Великих озер в США, побережья Японии и др.), но и исследовать тем или иным способом особенности применяемого метода. Здесь мы назовем работы А. Свенссона, Г. Фишера, С. Ууситало, М. Миязаки, Т. Уэно, С. Уноки, вошедшие в сборник «Численные методы расчета штормовых нагонов» (1964); Г. Ловерье и Б. Дамстэ (Lauverier, Damste, 1962); Н. Вольцингера и Л. Симуни (1963); Н. Вольцингера, Н. Лабзовского и Р. Пяковского (1964); Л. Гарриса и Ч. Железнянского (Harris, Jelesnianski, 1964); Ч. Железнянского (Jelesnianski, 1965); М. Миязаки (Mijazaki, 1965); Дж. Росситера и Г. Леннона (Rossiter and Lennon, 1965); Фишера (Fischer, 1965); Н. Хипса (Hears, 1969); Г. Марчука, Б. Кагана, Р. Тамсалу (1969). Следует особо отметить большое методическое значение ряда специальных исследований по гидрометеорологической проблематике, касающихся свойств конечно-разностных аппроксимаций и корректной постановки баротропных задач (Schuman, 1962; Phillips, 1962; Charney, 1962; Fischer, 1965b; Kasahara, 1965; Lilly, 1965; Оганесян, Акимова, 1966). Обзор состояния этих вопросов содержит монография Н. Е. Вольцингера и Р. В. Пяковского (1968).

Использование теории мелкой воды при расчетах сейсмических колебаний уровня только начинается.

Существующие теории цунами основаны главным образом на решении уравнения Лапласа (Газарян, 1955; Ichye, 1950 и др.).

Полученные решения обычно столь сложны, что не позволяют надеяться на возможность практического их использования, что обычно отмечают и сами авторы этих теорий. Кроме того, входные данные, характеризующие форму и размеры деформаций дна, обычно не могут быть получены заранее. Таким образом, пользуясь этими построениями, нельзя получить сколько-нибудь достоверного расчета, пригодного для практических целей.

Теория мелкой воды более применима к такого рода задачам, так как позволяет, зная начальные параметры волны, рассматривать вопросы о распространении волн и их трансформации. Это тем более перспективно, что в настоящее время по интенсивности землетрясения и положению его эпицентра делаются попытки определить высоту волн в эпицентре (Kawasumi, 1951; Vatanabe, 1956; Iida, 1958).

Расчеты волн на основе теории волн мелкой воды позволяют также оценить трансформацию цунами у берегов сложного очертания.

Исследованию сейш — свободных колебаний воды в озерах, морях и заливах — посвящены многие, вообще говоря, хорошо выполненные аналитические решения одномерной задачи или задач, приведенных к одномерной (Chrystal, 1905; Defant, 1953; Праудмэн, 1957; Арсеньева, Давыдов и др., 1963). Большинство рекомендуемых методов дает согласные с натурой результаты, но только для

относительно простых по форме водоемов без резких изломов дна. Эти методы не позволяют оценить затухание сейш во времени под влиянием трения и учитывать сложную морфометрию водоема. Теория мелкой воды имеет в этом отношении существенные преимущества, так как позволяет относительно простыми средствами решать и эти задачи.

Резонансные колебания воды в гаванях, вызываемые проходящими извне волнами, приводят иногда к явлению, называемому тягуном. Ритмические движения воды в гавани при этом создают условия беспокойной стоянки судов, вплоть до того, что последние срываются со швартовых, сталкиваются друг с другом и со стеной. Явление тягуна близко к сейшам по характеру колебаний и, следовательно, может быть рассчитано на основе той же теории.

Буквально неисчерпаемы возможности применения теории мелкой воды для инженерных задач. Вместо трудных и дорогих работ по созданию гидравлических моделей для гидротехнических сооружений различного типа во многих случаях целесообразно использование математического моделирования на основе упомянутой теории.

Наиболее сложный вид уравнений мелкой воды используется для расчета штормовых нагонов — случай, когда все члены правой части, включая атмосферное давление, трение ветра на поверхности и трение о дно, сохраняются.

При исследованиях распространения цунами распределением атмосферного давления и трением на свободной поверхности можно пренебречь. Еще большими упрощениями уравнений можно воспользоваться при расчетах собственных колебаний бассейна, где обычно не учитывают и трение о дно и нелинейные эффекты.

В то же время при необходимости эти уравнения позволяют учесть затухание процесса и возмущения поверхности водоема, возникающие в любой момент. Последнее делает теорию мелкой воды более привлекательной по сравнению с эллиптическими задачами расчета колебаний уровня моря.

В литературе, посвященной непериодическим колебаниям уровня, встречается ряд терминов и определений, имеющих неоднозначное толкование. Представляется целесообразным условиться об используемой в дальнейшем терминологии.

Весь класс явлений, обозначаемый термином *непериодические колебания уровня*, в связи с увеличением знаний в этой области нуждается в дальнейшем подразделении. Из методических соображений представляется целесообразным разделить его на две группы: *анемобарические колебания уровня*, возникающие под действием метеорологических факторов, ветра и атмосферного давления, и *сейсмические колебания уровня* — *цунами*, происходящие за счет землетрясений и подводных извержений, к которым целесообразно присоединить и *инерционные колебания уровня (сейши)*. Такое подразделение обусловлено наличием вынуждающей силы

ветра при анемобарических колебаниях и отсутствием ее при цунами и сейшах.

Следует иметь в виду, что такое разделение является в значительной мере условным. На любой из видов упомянутых колебаний накладываются другие, и, таким образом, предлагаемое подразделение уровня на группы можно устанавливать только по преобладающему характеру колебания.

В настоящее время технические возможности человечества позволяют производить такого рода воздействия на окружающую природу, при которых результаты делаются сопоставимыми с действием стихийных сил, вызывающих катастрофические изменения уровня моря. Характер этих искусственных воздействий и масштабы явления не выходят за рамки воздействий сейсмических сил, в связи с чем искусственные воздействия на уровень пока можно условно включать в группу сейсмических колебаний.

В группу анемобарических колебаний уровня входит несколько различных видов, отличающихся друг от друга механизмом формирования и характером протекания явления во времени и в пространстве.

Укоренилось и широко используется понятие «сгонно-нагонные колебания уровня», под которым понимались изменения уровня, происходящие под действием ветра. Впоследствии этим термином стали называть подъемы и спады уровня, вызываемые действием метеорологических факторов вообще, вне зависимости от того, какую роль играет ветер, сгоняющий или нагоняющий воды моря относительно береговой черты.

В дальнейшем под термином *сгонно-нагонные колебания уровня*, следуя традиции, будем подразумевать изменения уровня исключительно ветрового происхождения.

Изменения уровня за счет статического эффекта атмосферного давления называются *барометрическими*.

Колебания уровня, возникающие в результате перемещения барических систем над поверхностью моря, что порождает длинные волны, движущиеся в поле ветра, будем называть, следуя зарубежной практике, *штормовыми нагонами*. Последний термин не вполне удачен: он не отображает главного существа явления — движущейся над морем барической системы и связанной с этим волновой природы явления, но в литературе он прочно укоренился и замена его, по-видимому, нецелесообразна.

Сейши — инерционные колебания водных масс бассейна, возникающие как реакция на прекращение или ослабление сил, нарушивших равновесие масс воды в водоеме. Большей частью сейши возникают в связи с метеорологическими явлениями, хотя в равной степени их причинами могут быть любые силы, нарушающие равновесие водной массы бассейна.

Сейсмические колебания уровня, возникающие у берегов в связи с подходом к ним волн землетрясения — *цунами*, в свою очередь могут быть разделены на три отдельных вида: цунами

сформированные резким понижением или повышением дна во время землетрясения; цунами, возникшие в результате сброса в воду больших масс грунта или льда; цунами, порожденные взрывами в результате подводных извержений вулканов или искусственных взрывов большой мощности.

Приведенная попытка в общих чертах классифицировать непериодические колебания уровня вызвана развитием исследований в этом направлении. В статьях различных авторов время от времени возникают названия, даваемые исследуемым явлениям без учета их места и значения в группе сложных колебаний.

Так, например, можно указать на попытку ввести термин «цунами метеорологического происхождения» для обозначения морских наводнений, получивших другое менее неудачное название «штормовой нагон».

Или другой столь же, если не более, неудачный термин — «ондуляции», что означает вторичные волны, возникающие на теле длинных волн. Этот термин, заимствованный у французских гидравликов, так и остался не переведенным на русский язык.

Таких примеров можно найти достаточно много, в связи с чем нам казалось целесообразным положить начало их ликвидации.

В настоящее время при расчетах колебаний уровня находит применение аппарат теории случайных процессов. При обработке данных по уровням и вызывающим колебания уровня атмосферным процессам у нас и особенно за рубежом широко используются спектральные методы (Алексеев, 1969; Привальский, 1968; Ямпольский, 1965, 1966; Mysak, 1967; Mank, Bullard, 1963; Groves, Mijata, 1967 и др.).

В данной работе этому вопросу уделено относительно немного внимания. Упомянуты основные работы в области исследования уровня с помощью спектрального метода и описан едва ли не единственный в настоящее время метод прогноза непериодических колебаний уровня для арктических морей, разработанный Г. В. Алексеевым.

Применение теории случайных функций к задачам такого рода, несомненно, прогрессивное явление, имеющее значительное будущее. В то же время использование этих методов в океанографии носит пока поисковый характер. Должно пройти еще некоторое время, прежде чем накопится опыт по анализу гидрометеорологических элементов с помощью спектрального метода и в достаточной степени разовьются методы расчета и прогноза уровня на основе упомянутой теории.

Основой настоящей монографии послужил курс лекций, читанный автором в течение ряда лет студентам океанографической специальности географического факультета Ленинградского государственного университета.

Отсутствие пособий и монографий, посвященных краткосрочным непериодическим колебаниям уровня, побудило автора собрать и обобщить разбросанные по журналам и отдельным источникам све-

дения по указанному вопросу, дополнив их и собственными исследованиями.

Автор считает необходимым заметить, что не ставил перед собой задачу создания исчерпывающей монографии по краткосрочным колебаниям уровня. Такая попытка резко увеличила бы объем книги и в настоящее время бурного развития и совершенствования методов исследования была бы преждевременной. Имелась в виду более скромная цель — ознакомить интересующихся с современным состоянием вопроса о краткосрочных колебаниях уровня, объединив разбросанные в различных источниках сведения по вопросам, имеющим единую физическую основу. Сказанное позволило представить этот раздел океанографии с единых теоретических позиций на основе теории мелкой воды и осветить возможности дальнейшего совершенствования расчетов по нему.

Автор надеется, что монография будет полезной для студентов, на которых она и рассчитана главным образом, а также для инженерно-технических работников, связанных с расчетами уровня при проектировании гидротехнических сооружений и поселений на берегах океана и морей, подверженных действию морских наводнений.

Структура книги обусловлена высказанными выше соображениями. Глава I содержит основные сведения о теории мелкой воды, решение уравнений разностным методом и описание некоторых наиболее эффективных разностных схем. Из многих способов получения основных уравнений мы предпочли методику вывода их из уравнений Навье—Стокса, отчетливо демонстрирующую систему принципиальных допущений.

Глава II посвящена анемобарическим колебаниям уровня. Рассмотрены эмпирические методы расчета и предсказания уровня, в том числе расчет уровня по местному ветру, по градиентам атмосферного давления, штормовые колебания уровня, представляющие сочетание длинной волны и ветрового нагона. Приведено решение задач о штормовых нагонах на основе теории мелкой воды. Обсуждаются наиболее рациональные разностные схемы, решения практических задач, обработка входных данных, точность получаемых результатов и влияние на них погрешностей во входных данных.

Глава III посвящена цунами. В курсах и учебниках по океанографии цунами почти не уделялось внимания, в то время как количество работ в этой области непрерывно увеличивалось. Приведенные в этой главе сведения отчасти восполняют этот пробел. С нашей точки зрения, это тем более важно, что искусственные взрывы, которые сейчас могут быть осуществлены, по своей энергии близки к энергии волн, вызываемых землетрясениями, и задачей океанолога может оказаться необходимость предварительного учета последствий взрывов такого рода. В тексте приведены опубликованные эмпирические данные о тектонических землетрясениях, об извержении вулканов и наблюдения над ядерным взрывом на

Бикини. Рассмотрены также механизм формирования цунами и методы его расчета в зависимости от силы землетрясений. В конце главы приводятся соображения об использовании уравнений мелкой воды при расчете волн цунами, если известна их начальная амплитуда в эпицентре и период. Приведены примеры таких расчетов.

В главе IV рассматриваются свободные колебания воды в бассейнах — сейши.

Сейшам посвящена значительная литература, и об этом разделе нельзя сказать, что ему не было уделено внимания в монографиях по динамическим проблемам океанографии. Однако это внимание преимущественно объясняется относительной простотой математической интерпретации сейш, позволявшей решать краевую задачу при отсутствии вынуждающих сил и трения.

Современное состояние вопроса уже позволяет получать решения более общего характера, например рассматривать затухающие колебания и, при желании, учитывать атмосферное давление и ветер.

Помимо сказанного, глава IV содержит сведения о колебаниях, которые первый исследователь сейш Форель называл вибрациями. Эти колебания, имеющие высоту в доли сантиметра и длину в несколько километров, отчетливо заметны на мареограммах в виде зубцов с периодом от 20 сек. до 1—2 мин., являясь промежуточным звеном между ветровой зыбью и сейшами.

В этой же главе рассмотрены колебания воды в гаванях, называемые в нашей литературе тягуном. Этот вопрос в океанографических учебниках и учебных пособиях до настоящего времени не рассматривался, и сводка работ по тягуну публикуется в отечественной океанографической монографии впервые.

Как и предыдущие разделы, глава IV заканчивается примерами расчетов сейш на основе уравнений мелкой воды.

Глава V имеет задачей ввести в курс современных возможностей исследования длинных волн на гидравлических моделях. Большое количество материалов, опубликованных по этому вопросу, различного размера бассейны и разнообразное оборудование, применявшееся более чем за столетний срок существования и развития этой отрасли научных исследований, не дают возможности полно изложить этот вопрос в рамках данной книги. Для этой цели понадобилось бы специальное исследование, посвященное задачам изучения длинных волн на гидравлических моделях.

В рамках настоящей монографии для общего ознакомления читателя с гидравлическими моделями нами приводится описание некоторых современных образцов с пояснением задач, которые могут быть таким образом решены.

Перед тем как быть переданной в издательство, рукопись была прочитана рядом специалистов — математиков, физиков и океанографов, в первую очередь моими товарищами по работе над про-

блемой морских наводнений в Ленинграде Н. Е. Вольцингером и Р. В. Пясковским, результаты исследований которых широко представлены в данной монографии, сделавшими важные замечания и рекомендации.

По отдельным разделам рукописи я имел возможность учесть замечания Н. Г. Мустафина, М. И. Кривошей, Т. И. Малининой, Т. И. Татариновой, В. Г. Носкова.

Для иллюстрации численных расчетов штормовых нагонов мне были любезно предоставлены материалы А. В. Некрасовым и К. С. Померанцем. Материалы эти были использованы в книге и, как мне представляется, позволили убедительно продемонстрировать практические возможности теории мелкой воды.

Всем этим лицам, принимавшим участие в создании книги, я приношу сердечную благодарность.

Н. Лабзовский

Глава I

ТЕОРИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ

Первоначальные попытки расчета уровня имели целью главным образом учет ветровых воздействий на уровень моря путем непосредственного сопоставления изменений ветра и уровня. Впоследствии сюда добавился еще учет изменений атмосферного давления и предшествующего положения уровня в данном пункте. Часто вместо ветра в расчет вводился градиент атмосферного давления, что существа дела не меняло, так как при этом подразумевалась известная связь между атмосферным давлением и ветром и возможность замены последнего градиентами атмосферного давления над морем.

Несколько лучше обстояло дело с расчетом свободных колебаний уровня, для которых был разработан математический аппарат и предложены различные методы расчета. С помощью этих методов можно было достаточно уверенно определить период колебания, но невозможно было получить реальные сведения о затухании явления, которое всегда происходит под действием сил трения.

Расчетов цунами не существовало. Первые попытки использования эмпирических зависимостей между силой землетрясения и высотой цунами, появившиеся недавно, имеют весьма ориентировочный характер.

Числовые характеристики связей анемобарических колебаний уровня с причинами, вызывающими возмущения, находились путем корреляции. Ввиду этого они каждый раз отражали сугубо локальный характер полученных зависимостей и невозможность их использования для других районов моря или других морей, не говоря уже о том, что с уровнем связывались только некоторые из факторов, влияющих на него.

Естественно, что такого рода состояние расчетов неперiodических колебаний уровня не могло быть признано удовлетворительным, и поиск общих теоретических решений продолжался непрерывно, тем более что наиболее опасная часть неперiodических колебаний — штормовые нагоны — таким образом не могла быть рассчитана вследствие невозможности расчета эффекта длинной волны, подходящей к берегу из открытых районов моря, через

местный ветер, измеренный на берегу и не являющийся причиной ее возникновения.

Теория, наиболее подходящая к длинноволновым непериодическим колебаниям уровня, восходит к Лагранжу. Ранее она носила название «теория длинных волн». Более принятое в настоящее время ее название — теория мелкой воды. Попытки использования ее для практических целей до появления быстродействующих вычислительных машин не могли дать значимого эффекта. И только теперь, в связи с практически неограниченными возможностями приближенного решения гидродинамических уравнений с помощью вычислительной техники, результаты классической теории используются во все увеличивающемся объеме. Исследования, проводимые в настоящее время широким фронтом в ряде стран, продемонстрировали высокие потенциальные возможности теории мелкой воды применительно к решению вопроса о непериодических колебаниях уровня воды в реальных водоемах и вскрыли внутреннюю проблематику такого подхода. Таким образом, в современной океанологии возникло и оформилось новое, перспективное направление в решении важной практической задачи.

За рубежом и в Советском Союзе появилось много работ, посвященных использованию теории мелкой воды для решения океанографических задач. При изложении относящихся сюда методических вопросов мы будем следовать работе Вольцингера и Пяковского (1968).

§ 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Интегрирование полных уравнений, описывающих динамику моря, численными методами связано с известными трудностями. Вместе с тем общий подход не является целесообразным при решении специфических задач. Широкие допущения, принимаемые при выводе уравнений мелкой воды, выглядят следующим образом. Вода предполагается несжимаемой и однородной, влияние горизонтальной компоненты угловой скорости вращения Земли не учитывается, так же как и сферичность Земли. Следующее допустимое упрощение состоит в пренебрежении членами трения, за исключением тех, которые зависят от вертикального сдвига. В глубоком море все фрикционные эффекты для небольших промежутков времени, которыми измеряются процессы штормового нагона, малы. В мелком море напряжения вертикального сдвига намного превышают все остальные виды трения.

Сделав эти предположения, напомним систему гидродинамических уравнений, включающую уравнения движения и неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - f v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z}, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z}, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (1.4)$$

Для многих океанологических задач третье уравнение движения заменяют уравнением гидростатики

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g. \quad (1.3a)$$

Здесь x, y — прямоугольные горизонтальные координаты, z — вертикальная координата, направленная вверх, u, v, w — компоненты скорости по осям координат, p — давление, ρ — плотность воды, τ_x и τ_y — горизонтальные компоненты силы трения, равные соответственно $\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial z}$; $\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v}{\partial z}$ (μ — турбулентная вязкость), f — удвоенная величина вертикальной компоненты угловой скорости вращения Земли.

Кроме того, дополнительные уравнения должны выражать связь трения с полями скорости.

Если $z=0$ — невозмущенная поверхность моря, $z=-h(x, y)$ — дно, $\xi=z(x, y, t)$ — свободная поверхность, а τ'_x, τ'_y означают компоненты напряжения ветра, p_a — давление на свободной поверхности, граничные условия будут:

$$u=v=w=0 \quad \text{при } z=-h, \quad (1.5)$$

$$\tau_x = \tau'_x, \quad \tau_y = \tau'_y \quad \text{при } z=\xi, \quad (1.6)$$

$$p = p_a \quad \text{при } z=\xi, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} = w \quad \text{при } z=\xi. \quad (1.8)$$

Положим теперь, что горизонтальные масштабы явления нагона значительно больше глубины, что всегда имеет место в реальных условиях. При одном и том же масштабе времени, которым измеряется процесс штормового нагона (несколько часов), это предположение приводит к выводу, что вертикальные скорости и вертикальные ускорения частиц жидкости также малы по сравнению с горизонтальными.

Равносильным утверждением (Стокер, 1959) является распределение давления внутри жидкости по гидростатическому закону (1.3a), откуда следует:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial p_a}{\partial x} + g\rho \frac{\partial \xi}{\partial x}, \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial p_a}{\partial y} + g\rho \frac{\partial \xi}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Сказанное позволяет предположить, что горизонтальные скорости относительно мало изменяются по вертикали в пределах от

$z = \xi$ до $z = -h$. Последнее позволяет сделать вывод о возможности замены скорости в каждой точке вертикали средним значением скорости или интегральными значениями скорости взамен мгновенных.

Для этой цели необходимо проинтегрировать уравнения (1.1) — (1.3) по z в интервале от $z = \xi$ до $z = -h$, используя граничные условия на поверхности и на дне. Этим самым трехмерная задача переводится в плоскость XOY .

Проинтегрируем уравнения (1.1) — (1.4) почленно и воспользуемся правилом дифференцирования интегралов с переменным пределом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{a(t)}^{b(t)} F(x, t) dx &= \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial F(x, t)}{\partial t} dx + F(b, t) \frac{\partial b}{\partial t} - \\ &- F(a, t) \frac{\partial a}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Отсюда получим

$$\int_{-h}^{\xi} \frac{\partial u}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\xi} u dz - \left[u \frac{\partial \xi}{\partial t} \right]_{z=\xi}, \quad (1.11)$$

так как h не зависит от t и является функцией x .

Аналогично

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\xi} u \frac{\partial u}{\partial x} dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz - \left[u^2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \right]_{z=\xi} - \left[u^2 \frac{\partial h}{\partial x} \right]_{z=-h} - \\ &- \int_{-h}^{\xi} u \frac{\partial u}{\partial x} dz \end{aligned} \quad (1.12)$$

и

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\xi} v \frac{\partial u}{\partial y} dz &= \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz - \int_{-h}^{\xi} u \frac{\partial v}{\partial y} dz - \left[uv \frac{\partial \xi}{\partial y} \right]_{z=\xi} - \\ &- \left[uv \frac{\partial h}{\partial y} \right]_{z=-h}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Подставляя почленно в проинтегрированное уравнение (1.1) выражения (1.11), (1.12), (1.13) и группируя подобные члены, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\xi} u dz - \left[u \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right]_{z=\xi} - \int_{-h}^{\xi} u \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz + \\ + \int_{-h}^{\xi} w \frac{\partial u}{\partial z} dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz = \\ = f \int_{-h}^{\xi} v dz - \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\xi} \frac{\partial p}{\partial x} dz - \tau_x \Big|_{-h}^{\xi}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Многочлен в круглых скобках при втором члене равен нулю в силу (1.8), что для второго члена дает величину $-u\omega|_{\xi}$. Выражение в скобках при третьем члене равно $-\frac{\partial \omega}{\partial z}$, что следует из уравнения неразрывности. Тогда четвертый и третий члены в сумме дают $+u\omega$. Таким образом, алгебраическая сумма второго, третьего и четвертого членов в (1.14) равна нулю. Введем для интегральных скоростей обозначения:

$$\begin{aligned} \int_{-h}^{\xi} u(x, y, z, t) dz = U(x, y, t); \\ \int_{-h}^{\xi} v(x, y, z, t) dz = V(x, y, t). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Интегрируя (1.9), имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \int_{-h}^{\xi} \frac{\partial p}{\partial x} dz = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} z \Big|_{-h}^{\xi} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} z \Big|_{-h}^{\xi} = \\ = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} (\xi + h) + g \frac{\partial \xi}{\partial x} (\xi + h). \end{aligned} \quad (1.16)$$

Переходя к интегральным скоростям, подставив (1.16) в (1.14) и положив $\rho = 1$, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz = fV - (h + \xi) \frac{\partial p}{\partial x} - \\ - g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \tau_x^{(1)} - \tau_x^{(2)}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Аналогично уравнение (1.2) может быть преобразовано к виду

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} v^2 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} vu dz = -fU - (h + \xi) \frac{\partial p}{\partial y} - g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial y} + \tau_y^{(1)} - \tau_y^{(2)}. \quad (1.18)$$

Пользуясь теми же соотношениями, проинтегрируем почленно уравнение неразрывности (1.4). Имеем:

$$\int_{-h}^{\xi} \frac{\partial u}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} U - u \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{z=\xi} - u \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{z=-h}, \quad (1.19)$$

$$\int_{-h}^{\xi} \frac{\partial v}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} V - v \frac{\partial \xi}{\partial y} \Big|_{z=\xi} - v \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{z=-h}. \quad (1.20)$$

Таким образом, интеграл от плоской дивергенции равен

$$\frac{\partial U}{\partial x} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{z=\xi} - u \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{z=-h} + \frac{\partial V}{\partial y} - v \frac{\partial \xi}{\partial y} \Big|_{z=\xi} - v \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{z=-h}. \quad (1.21)$$

По условию (1.5)

$$u \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{z=-h} = v \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{z=-h} = 0; \quad (1.22)$$

с другой стороны, согласно (1.8), на поверхности моря

$$u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{\partial \xi}{\partial t} + w \quad (1.23)$$

и уравнение (1.4) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (1.24)$$

Оценим теперь величину каждого члена полученных уравнений.

Из сделанного нами при выводе допущения, что горизонтальный масштаб возмущения значительно больше глубины водоема $h \ll L$, и вытекающего отсюда следствия $w \ll u$ можно написать:

$$\frac{w}{u} = \frac{H}{L} = \epsilon, \quad (1.25)$$

где ϵ — величина малая, H — характерная глубина, L — характерный горизонтальный масштаб возмущения.

Из этого же допущения следует (хотя это и не столь очевидно) также, что скорость распространения возмущения в воде много больше скорости частиц воды. Связь характерного горизонтального

масштаба с характерным периодом возмущения дается соотношением

$$L = T \sqrt{gH}. \quad (1.26)$$

Здесь T — характерный период возмущения, $\sqrt{gH}$ — скорость свободной длинной волны.

Воспользуемся правилом

$$O\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right) = \frac{1}{L_s} O(f). \quad (1.27)$$

Здесь символ « O » означает характерное значение функции, стоящей в скобках, L_s — масштаб движения по координате s .

Тогда

$$O\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) = \frac{uH}{T} = u \frac{H}{L} \sqrt{gH} = u \sqrt{gH} \varepsilon, \quad (1.28)$$

второй и третий члены уравнения (1.17) имеют порядок

$$O\left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz\right) = O\left(\frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\xi} uv dz\right) = \frac{u^2 H}{L} = u^2 \varepsilon. \quad (1.29)$$

Отношение второго и третьего членов к первому будет $u/\sqrt{gH}$, что является малой величиной в соответствии со сказанным выше. Для относительно мелководной акватории с глубинами в пределах от 10 до 100 м порядок этой величины 10^{-2} — 10^{-3} . Сказанное позволяет пренебречь вторым и третьим членами уравнений (1.17) и соответственно (1.18) во многих задачах.

В некоторых случаях, особенно в прибрежной зоне при весьма большой протяженности отмели, пренебрежение нелинейными эффектами, описываемыми членами вида

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} u^2 dz, \text{ нежелательно.}$$

В этом случае иногда аппроксимируют эти члены по аналогии с квадратичными членами инерции в уравнениях движения идеальной жидкости. Член

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\xi} \tilde{u}^2(x, y, z, t) dz, \text{ например, аппроксимируется выражением}$$

$\frac{U}{H} \frac{\partial U}{\partial x}$, имеющим тот же порядок $O(u^2 H/L)$. Если уравнение (1.17) модифицировать относительно средних скоростей потока $\bar{u}$, $\bar{v}$ [см. (1.47)], то это выражение совпадает с соответствующим квадратичным членом инерции в уравнении Эйлера: $\bar{u} \partial \bar{u} / \partial x$.

Сила Кориолиса в соответствии с принятым нами способом оценки может быть представлена следующим образом:

$$O(fV) = 10^{-4} uH. \quad (1.30)$$

Отношение сил инерции (первого члена уравнения) к силе Кориолиса будет

$$N = \frac{10^4 \sqrt{gH}}{L}. \quad (1.31)$$

Для установления соотношения сил в реальных условиях нужно задаться характерными масштабами данного объекта, например за вертикальный масштаб возмущения, характерную глубину H принять среднюю глубину $\bar{h} + \xi$, за характерное время — фактический период явления или основной период собственных колебаний бассейна, и установить L из уравнения

$$L = T \sqrt{gH}. \quad (1.32)$$

Порядок сил инерции и сил Кориолиса будет одинаков при значениях L и H в пределах

$$L = O(10^5 \div 10^6); \quad H = O(10 \div 10^3).$$

Порядок члена $g(h + \xi) \partial \xi / \partial x$, представляющего собой силу, возникающую при наличии горизонтальных наклонов свободной поверхности, может быть оценен исходя из уравнения неразрывности в форме

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0. \quad (1.33)$$

Порядок ξ из этого уравнения определится следующим образом:

$$\delta \xi \approx \frac{\partial U}{\partial x} \delta t, \quad (1.34)$$

$$O(\xi) = \frac{uH}{L} \frac{L}{\sqrt{gH}} = \frac{uH}{\sqrt{gH}}. \quad (1.35)$$

Теперь

$$O\left(gH \frac{\partial \xi}{\partial x}\right) = \frac{gH}{\sqrt{gH}} \frac{uH}{L} = \frac{uH \sqrt{gH}}{L} = u \sqrt{gH} \varepsilon. \quad (1.36)$$

Порядок этого члена оказался тем же, что и для первого члена. Порядок предшествующего ему члена будет

$$O\left(\frac{\partial p_a}{\partial x} (H + \xi)\right) \approx \frac{H}{L} = \varepsilon. \quad (1.37)$$

Оценку двух последних членов уравнения целесообразно провести на основании их аналитического представления.

Положим, как обычно (Праудмэн, 1957),

$$\tau_x^{(1)} = k_1 \rho_a w_x(w), \quad \tau_x^{(2)} = k_2 \rho_w \bar{u} |\bar{u}|; \quad (1.38)$$

здесь w — скорость ветра, $\bar{u} = \frac{1}{h+\xi} \int_{-h}^{\xi} u(x, y, z, t) dz$, $k_1 = 3,2 \cdot 10^{-6}$,

$k_2 = 2,6 \cdot 10^{-3}$, если w и $\bar{u}$ измерять в м/сек., ρ_a и ρ_w — соответственно плотность воздуха и воды; тогда касательное напряжение — заданная функция — имеет порядок $O(10^{-3})$.

Последний член уравнения характеризует силу трения на дне

$$O(\tau_x^{(2)}) = O(10^{-3} \bar{u}^2). \quad (1.39)$$

Точно такие же соотношения справедливы и для уравнения (1.21). Отбрасывая члены малых по сравнению с другими порядков на основании проведенного анализа и полагая $\rho_w = 1$, получим систему уравнений:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g(h+\xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} + (h+\xi) \frac{\partial p_a}{\partial x} - fV = \tau_x^{(1)} - \tau_x^{(2)}, \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g(h+\xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} + (h+\xi) \frac{\partial p_a}{\partial x} + fU = \tau_y^{(1)} - \tau_y^{(2)}, \quad (1.41)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (1.42)$$

Уравнения (1.40) — (1.42) являются исходными для изучения целого ряда неустановившихся движений жидкости, в основе которых лежат длинноволновые возмущения.

Для выделения определенного решения из совокупности решений, удовлетворяющих уравнениям (1.40) — (1.42), к ним надо присоединить некоторые начальные и краевые условия.

Начальные условия характеризуют все движение в какой-то момент времени t_0 , принимаемый за начальный. Они необходимы в случае, когда изучается неустановившееся движение, и представляют наперед заданные значения искомых функций U , V и ξ при $t = t_0$ в рассматриваемой плоской области:

$$U(x, y, t_0) = U_0(x, y), \quad (1.43)$$

$$V(x, y, t_0) = V_0(x, y), \quad (1.44)$$

$$\xi(x, y, t_0) = \xi_0(x, y). \quad (1.45)$$

Можно также задать значения комбинаций этих функций и их производных при $t = t_0$ таким образом, чтобы с помощью условий на границе и уравнения неразрывности оказалось возможным определение неизвестных в тот же момент.

Перейдем к вопросу о задании краевых условий при постановке задачи о колебаниях уровня. На твердой стенке, например, прини-

мается $x=0$ — равенство нулю нормальной к ней интегральной скорости:

$$U \cos \varphi + V \sin \varphi = 0, \quad (1.46)$$

где φ — угол между нормалью к стенке и направлением оси y .

На жидкой стенке обычно задают одну из функций — уровень или компоненту скорости — как функцию времени. Если в системе уравнений (1.40)–(1.42) удерживаются нелинейные члены в форме квадратичных членов инерции, то для корректной постановки граничной задачи требуется на жидком контуре задавать два условия, если волна входит в область решения, и одно, если выходит (Курант, 1964).

§ 2. МОДИФИКАЦИИ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Рассмотрим теперь основные модификации системы (1.40)–(1.42). Если за неизвестные принять средние по вертикали скорости $\bar{u}$ и $\bar{v}$, уравнения получат следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = f \bar{v} + \frac{1}{h + \xi} (k_2 \bar{u} |\mathbf{u}| + \varphi_x), \quad (1.47)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial y} = -f \bar{u} + \frac{1}{h + \xi} (k_2 \bar{v} |\mathbf{v}| + \varphi_y), \quad (1.48)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{u}]}{\partial x} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{v}]}{\partial y} = 0, \quad (1.49)$$

где

$$\varphi_s = \tau_s^{(1)} - \frac{\partial p_a}{\partial s}; \quad \bar{u} = \frac{U}{h + \xi}; \quad \bar{v} = \frac{V}{h + \xi}; \quad |\mathbf{u}| = \sqrt{u^2 + v^2}. \quad (1.50)$$

В случае одного пространственного измерения в направлении оси Ox имеем систему:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = \varphi_x - \frac{k_2}{h + \xi} \bar{u} |\mathbf{u}|, \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{u}]}{\partial x} = 0. \quad (1.52)$$

Если положить $\xi \ll h$, исключив ξ из системы (1.51)–(1.52), можно получить волновое уравнение для u . Продифференцируем уравнения движения по t :

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} + g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right) = \frac{\partial \varphi_x}{\partial t} - \frac{k_2}{h} \frac{\partial}{\partial t} \bar{u} |\mathbf{u}|; \quad (1.53)$$

из уравнения неразрывности (1.52) определим (например, при $h = \text{const}$)

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}; \quad (1.54)$$

подставляя в (1.53), имеем

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} = \frac{\partial \tau_x}{\partial t} - \frac{k_2}{h} \frac{\partial}{\partial t} \bar{u} |\mathbf{u}|. \quad (1.55)$$

Из системы (1.51)–(1.52), дополнительно пренебрегая силой трения о дно и сохраняя предположение $\xi \ll h$, можно получить также волновое уравнение для ξ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) - \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (h, \xi). \quad (1.56)$$

Для плоского случая при тех же допущениях имеем

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(gh \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(gh \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) - \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \Phi, \quad (1.57)$$

где

$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \tau_x^{(1)} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_y^{(1)} - \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial p_a}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial p_a}{\partial y} \right). \quad (1.58)$$

Уравнения (1.55)–(1.57) аналогичны дифференциальным уравнениям, описывающим, например, вынужденные колебания струны, стержня и электрические колебания.

В ряде задач о длинноволновых колебаниях уровня (Каган, 1968) представляет интерес исследование диссипации энергии за счет горизонтального турбулентного трения. Такого рода эффекты могут быть значительными в областях специальной геометрии и при пространственной неоднородности поля течений. Для учета их необходимо правые части исходных уравнений (1.1) и (1.2) дополнить соответственно членами $A \nabla^2 \bar{u}(x, y, z; t)$, $A \nabla^2 \bar{v}(x, y, z; t)$, где A — коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости, ∇^2 — плоский лапласиан. В результате почленного интегрирования исходных уравнений с этими членами получим систему:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} - f \bar{v} = \tau_x^{(1)} - \frac{\partial p_a}{\partial x} - \tau_x^{(2)} + A \nabla^2 \bar{u}, \quad (1.59)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial y} + f \bar{u} = \tau_y^{(1)} - \frac{\partial p_a}{\partial y} - \tau_y^{(2)} + A \nabla^2 \bar{v}, \quad (1.60)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial (h + \xi) \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial (h + \xi) \bar{v}}{\partial y} = 0. \quad (1.61)$$

Легко убедиться, что переход от скоростей $u(x, y, z; t)$ к $\bar{u}(x, y; t)$ осуществляется за счет пренебрежения весьма малой величиной порядка $O\left(\frac{u^2}{H\sqrt{gH}}\varepsilon^2\right)$.

В отличие от системы (1.47) — (1.49), относящейся к гиперболическому типу, система уравнений (1.59) — (1.61) — параболическая. Для ее решения задаются некоторые начальные условия и обе компоненты скорости u, v на контуре бассейна.

§ 3. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Уравнения (1.40) — (1.42) решаются различными методами. До последнего времени обычно использовались аналитические методы, требующие значительных упрощений в математической постановке задачи. С другой стороны, эти решения позволяли изучить общие свойства и выделить качественные стороны процесса, что является немаловажным их преимуществом.

Решающий прогресс в области вычислительной техники вызвал к жизни другие методы, основанные на численном интегрировании термогидродинамических уравнений с помощью электронных вычислительных машин. Эти методы позволили отказаться от существенных упрощений при решении уравнений математической физики, но, естественно, наложили свои ограничения, связанные с экономической и технической целесообразностью получаемых решений.

Естественно, что в настоящее время интенсивного развития численных методов не все вопросы в этом направлении поставлены, не говоря уже об их решении. Тем не менее нам кажется полезным изложить некоторые основные положения, относящиеся к теории конечно-разностных аппроксимаций.

Основным современным методом решения задачи о колебаниях уровня является конечно-разностный метод интегрирования уравнений гидродинамики с помощью вычислительных машин. Для этой цели дифференциальные уравнения нужно представить в конечно-разностном виде.

Рассмотрим сначала некоторые способы замены дифференциальных уравнений разностными и возникающие отсюда погрешности. В дальнейшем мы остановимся также на аппроксимации начальных и граничных условий.

Замену дифференциальных уравнений разностными в узлах сетки $x_n = n\Delta x$; $y_m = m\Delta y$; $t_k = k\Delta t$, где $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ — размеры ячеек сеточной области по соответствующим координатным осям, можно осуществить, выражая производные дифференциального оператора через функции в узлах сеточной области по формулам численного дифференцирования. Для этого обычно строят полином, значения которого совпадают со значениями функций в выбранном числе узлов, и, отбрасывая остаточный член интерполяционной

формулы, приближенно полагают производные функции равными производным от полинома.

Точность такой формулы зависит от количества и расположения узлов, которые обычно берутся равноотстоящими. Наиболее простой вид имеют формулы численного дифференцирования при минимальном (два, три) числе узлов; они к тому же и наиболее употребительны. Точность их легко оценить, раскладывая линейную комбинацию функций, заданных в узлах сетки, в ряд Тейлора, предполагая существование производных достаточно высоких порядков.

Для дальнейшего удобно ввести следующие обозначения. Пусть $u_{n,m}^k$ — значение функции $u(x, y, t)$ в узле $(n\Delta x, m\Delta y, k\Delta t)$. Обозначим:

$$u_x = u_{n+1,m}^k - u_{n,m}^k, \quad (1.62)$$

$$u_y = u_{n,m+1}^k - u_{n,m}^k, \quad (1.63)$$

$$u_t = u_{n,m}^{k+1} - u_{n,m}^k. \quad (1.64)$$

Здесь u — сеточная функция с индексом, указывающим координатное направление разности, называемой в данном случае разностью вперед, в узлах сетки. Отношения $\frac{1}{\Delta x} u_x$, $\frac{1}{\Delta y} u_y$, $\frac{1}{\Delta t} u_t$, называемые разностными отношениями вперед, аппроксимируют соответствующие производные с первым порядком точности относительно шага сетки, например:

$$u_{n+1,m}^k = u_{n,m}^k + \Delta x \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{n,m}^k + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{n,m}^k + O(\Delta x^3), \quad (1.65)$$

и, следовательно,

$$\frac{1}{\Delta x} u_x = \frac{u_{n+1,m}^k - u_{n,m}^k}{\Delta x} = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{n,m}^k + \frac{1}{2} \Delta x \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{n,m}^k + O(\Delta x^2). \quad (1.66)$$

Разность

$$u_x^- = u_{n,m}^k - u_{n-1,m}^k \quad (1.67)$$

называется разностью назад. Соответствующее разностное отношение $\frac{1}{x} u_x^-$ аппроксимирует производную по x в точке $(n\Delta x, m\Delta y, k\Delta t)$ также с первым порядком точности относительно шага Δx . Аналогично определяется u_y^- , u_t^- .

Введем еще так называемые центральные разности сеточных функций

$$\hat{u}_x = u_{n+1,m}^k - u_{n-1,m}^k, \quad (1.68)$$

соответственно для u_y , u_t . Центральное разностное отношение аппроксимирует производную с точностью квадрата шага сетки

$$\frac{1}{2\Delta x} u_x = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{n,m}^k + \frac{\Delta x^2}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \Big|_{n,m}^k + O(\Delta x^4). \quad (1.69)$$

С помощью (1.62), (1.68) комбинируется вторая разность, которую будем обозначать u_{xx} :

$$u_{xx} = (u_{n+1,m}^k - u_{n,m}^k)_x = u_{n+1,m}^k - 2u_{n,m}^k + u_{n-1,m}^k. \quad (1.70)$$

Соответствующая производная аппроксимируется с точностью Δx^2 :

$$\frac{u_{xx}}{\Delta x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{n,m}^k + \frac{\Delta x^2}{12} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \Big|_{n,m}^k + O(\Delta x^4). \quad (1.71)$$

Многие разностные методы характеризуются заменой дифференциальных операций в уравнениях мелкой воды простыми соотношениями типа (1.62), (1.67), (1.68), (1.71).

Совокупность алгебраических соотношений, связывающих неизвестные функции в узлах сетки с заданными в этих же узлах значениями функций, представляющих правую часть уравнений и граничные условия, называется разностной схемой задачи. Хорошо известно, что далеко не всякая разностная схема, аппроксимирующая дифференциальное уравнение, годится для его численного интегрирования.

Если u — решение дифференциального уравнения с некоторыми граничными условиями, а u_Δ — решение соответствующей разностной задачи, то мы хотим, чтобы в некотором смысле выполнялось условие

$$u_\Delta \xrightarrow{\Delta \rightarrow 0} u, \quad (1.72)$$

Δ — шаг сетки. Не уточняя здесь смысла, в котором понимается стремление к нулю разности $u - u_\Delta$ при измельчении сетки, отметим только, что разностные аппроксимации, обладающие свойством (1.72), называются сходящимися. Естественно, что только схемы, гарантирующие сходимости, могут использоваться для численной реализации дифференциальной задачи.

Перейдем к описанию некоторых из таких схем, апробированных за последние годы при решении рассматриваемого круга задач.

Обширный круг разностных методов использует замену производных по времени и по пространству в уравнениях мелкой воды центрально-разностными отношениями. При такой замене, согласно (1.69), мы имеем разностные схемы точности $O(\Delta t^2 + \Delta x^2)$.

Возможны различные способы конструирования центрально-разностных схем. На рис. 1.1 а и 1.2 представлена, например, такая организация вычислений, когда все три неизвестные функции u , v , ξ вычисляются в разных узлах слоя по времени, располагаясь

на нем в шахматном порядке со сдвигом относительно нижележащего слоя, как показано на рисунке. Подобная сетка, использовавшаяся в баротропных моделях атмосферы (Phillips, 1962), назы-

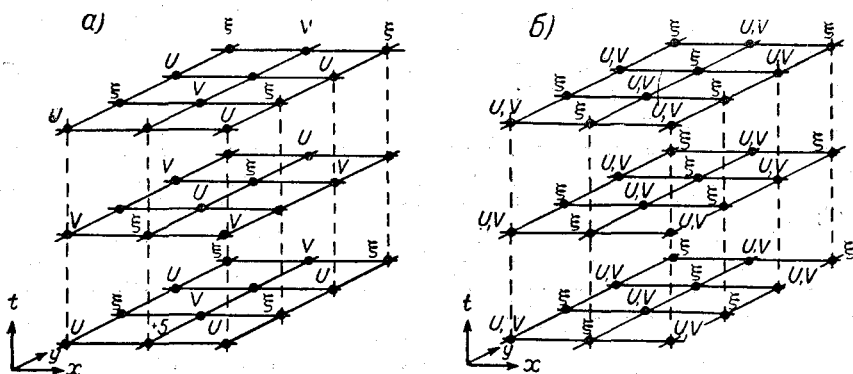


Рис. 1.1. Расположение функций в узлах расчетной сетки.

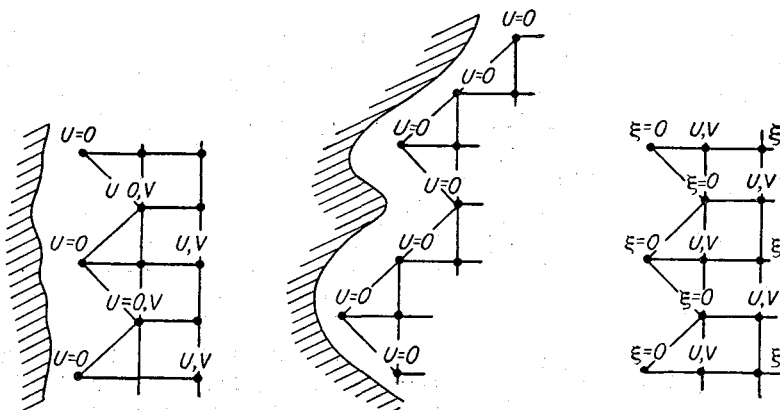


Рис. 1.2. Сеточная аппроксимация границы области.

вается сеткой Элиассена. Принимая расстояние между узлами равным полушагу сетки, имеем в данном случае схему:

$$u_{n,m}^{k+1} = u_{n,m}^{k-1} - \frac{1}{2} \mu_x g H_{n,m}^k (\xi_{n+1,m-1/2}^k + \xi_{n+1,m+1/2}^k - \xi_{n-1,m-1/2}^k - \xi_{n-1,m+1/2}^k) + 2\Delta t [f v_{n,m} - F^{(1)}]^k, \quad (1.73)$$

$$v_{n+1/2,m+1/2}^{k+1} = v_{n+1/2,m+1/2}^{k-1} - \frac{1}{2} \mu_y g H_{n,m}^k (\xi_{n,m+3/2}^k + \xi_{n+1,m+3/2}^k - \xi_{n,m-1/2}^k - \xi_{n+1,m-1/2}^k) + 2\Delta t [-f u_{n,m} + F^{(2)}_{n,m}]^k, \quad (1.74)$$

$$\begin{aligned} \xi_{n+1/2, m}^{k+1} = & \xi_{n+1/2, m}^{k-1} - \frac{1}{2} \mu_x (u_{n+3/2, m-1/2}^k + u_{n+3/2, m+1/2}^k - \\ & - u_{n-1/2, m-1/2}^k - u_{n-1/2, m+1/2}^k) - \frac{1}{2} \mu_y (v_{n, m+1}^k + v_{n+1, m+1}^k - \\ & - v_{n, m-1}^k - v_{n+1, m-1}^k). \end{aligned} \quad (1.75)$$

Здесь $\mu_x = \Delta t / \Delta x$, $\mu_y = \Delta t / \Delta y$, $H = h + \xi$, $F^{(1)}$, $F^{(2)}$ — вынуждающие функции и трение в уравнениях движения соответственно по осям OX и OY . Для представления производных используется осреднение функций по окружающим точкам.

Более просто организуются вычисления, когда в каждом узле сетки вычисляются все три неизвестные функции (см., например, Charney, 1955). Используя введенные выше обозначения, такую схему можно записать в виде:

$$u_{\hat{t}} + \mu_x g H_{n, m}^k \xi_{\hat{x}} = 2 \Delta t [f v_{n, m} + F_{n, m}^{(1)}]^k, \quad (1.76)$$

$$v_{\hat{t}} + \mu_y g H_{n, m}^k \xi_{\hat{y}} = 2 \Delta t [-f u_{n, m} + F_{n, m}^{(2)}]^k, \quad (1.77)$$

$$\xi_{\hat{t}} + \mu_x u_{\hat{x}} + \mu_y v_{\hat{y}} = 0. \quad (1.78)$$

Можно также воспользоваться сеткой, представленной на рис. 1.1 б, осредняя значения скоростей в точках, где вычисляется функция ξ , для представления сил трения и Кориолиса (см., например, Miyazaki, 1965).

Непосредственно видно, что численная реализация выписанных схем осуществляется просто: значения искомых функций в узлах временного слоя $k+1$ находятся через ранее найденные или заданные вначале значения на слоях k , $k-1$. Подобные схемы называются явными. Характеристикой схемы является также число слоев, входящих в нее. Центральноразностные схемы (1.73) — (1.75) и (1.76) — (1.78), например, являются трехслойными.

Если для нахождения искомой функции в узле слоя $k+1$ требуется решить систему уравнений, связывающих значения функций во всех узлах слоя $k+1$ с известными значениями функций в граничных узлах и на нижележащих слоях, то соответствующую этому процессу схему называют неявной. В этом случае на каждом слое приходится решать систему алгебраических уравнений с большим числом неизвестных.

Измельчение сетки, связанное со сходимостью (1.72), может приводить к неприемлемому накоплению погрешностей на каждом шаге вычислений или даже к росту их от шага к шагу. Поэтому сходимость, если она имеет место, связана с некоторыми свойствами разностной схемы, определяющими в процессе вычислений достаточную малость погрешности. Это свойство схемы называют устойчивостью, а соответствующий ей вычислительный процесс — устойчивым.

Фундаментальным положением теории разностных методов является теорема Лакса (Рихтмайер, 1960), устанавливающая эквивалентность сходимости и устойчивости при наличии аппроксимации дифференциальной задачи разностной задачей.

Установление достаточных условий устойчивости приобретает, таким образом, первостепенное значение для реализации на практике избранного конечно-разностного приближения.

Существует ряд методов доказательства устойчивости схемы, но они обычно носят частный характер и опираются на специфические особенности исследуемой схемы.

Методы, применяемые для более общих классов схем, ограничиваются линейными задачами с постоянными коэффициентами и существенными ограничениями на краевые условия. Получаемые при этом достаточные условия переносятся на другие задачи, часто без теоретического обоснования, опираясь только на практическую проверку.

В более общих случаях, при уравнениях с переменными коэффициентами, особенно для нелинейных задач, применяемые схемы часто не допускают строгого исследования. В этих условиях путем математического эксперимента в процессе практической реализации схемы определяют приемлемые шаги интегрирования и допустимый характер коэффициентов уравнений.

Устойчивость разностной аппроксимации во многих случаях легко устанавливается на практике. Для явных схем интегрирования гиперболической системы уравнений мелкой воды необходимым, а во многих случаях и достаточным критерием устойчивости является так называемое условие Куранта (Courant, Friedrichs, Lewi, 1928). Для схемы (1.73) — (1.75) при некоторых допущениях можно показать, например, что критерий Куранта имеет вид

$$\frac{\Delta t}{\Delta} \leq \frac{1}{\sqrt{gH}}, \quad (1.79)$$

$$\Delta = \Delta x = \Delta y.$$

Практическое применение центрально-разностных схем выявило с течением времени их основные недостатки. Один из них связан с тем, что каждое из дифференциальных уравнений первого порядка аппроксимируется в связи с трехслойностью схемы разностным уравнением второго порядка. Это приводит к избыточным решениям, т. е. решениям, отсутствующим у исходной дифференциальной системы. Филлипсом предложена схема, исключающая такие избыточные решения (Phillips, 1962). Для этого используется сетка Элиассена и временные интервалы нумеруются с включением полуцелых индексов, причем на интервале $(k, k+1)$ применяется обычный метод (1.73) — (1.75), а на $(k - 1/2, k + 1/2)$ имеет место сочетание некоторой интерполяционной процедуры, исключающей значения функций на слое $k - 1/2$, с полушаговым прогнозом от $k\Delta t$ к $(k + 1/2)\Delta t$.

Другая еще более серьезная трудность использования центрально-разностных аппроксимаций возникает при вычислениях сеточных функций на границе. Решаемая система уравнений принадлежит к гиперболическому типу, и на границе области задается одно условие, а вычисляться должны все три неизвестные функции. Центральные разности не позволяют сделать этого без специальных и, вообще говоря, нежелательных приемов, например введения фиктивных граничных линий, а использование на границах направленных разностей вперед и назад, выбираемых в соответствии с характеристическим направлением (Courant, Isaacson, Rees, 1952), даже в относительно простых случаях ведет к вычислительной неустойчивости (Charney, 1962). Такая же ситуация имеет место и при использовании других схем, конструируемых совсем на иных принципах, но включающих пространственные разности порядка выше первого, например схемы Лакса—Вендрофа, обладающей рядом преимуществ по сравнению с центрально-разностными аппроксимациями (Lax, Wendroff, 1962). Удобный для ее реализации вариант, называемый двухшаговой схемой Лакса—Вендрофа (Richtmayer, Morton, 1967), в применении к системе (1.40)—(1.42) выглядит следующим образом. На полушаге $(k, k+1/2)$ вычисляются промежуточные значения неизвестных функций:

$$u_{n,m}^{k+1/2} = \bar{u}^k - \frac{1}{4} \mu_x g H_{n,m}^k \xi_{\hat{x}}^k + \frac{\Delta t}{2} [f v_{n,m} + F_{n,m}^{(1)}]^k, \quad (1.80)$$

$$v_{n,m}^{k+1/2} = \bar{v}^k + \frac{1}{4} \mu_y g H_{n,m}^k \xi_{\hat{y}}^k - \frac{\Delta t}{2} [f u_{n,m} + F_{n,m}^{(2)}]^k, \quad (1.81)$$

$$\xi_{n,m}^{k+1} = \bar{\xi}^k - \frac{1}{4} \mu_x u_{\hat{x}}^k - \frac{1}{4} \mu_y v_{\hat{y}}^k, \quad (1.82)$$

где черта над функцией означает осреднение по четырем соседним точкам, например:

$$\bar{u}^k = \frac{1}{4} (u_{n+1,m}^k + u_{n-1,m}^k + u_{n,m+1}^k + u_{n,m-1}^k). \quad (1.83)$$

Далее по вычисленным $u^{k+1/2}$, $u^{k+1/2}$, $\xi^{k+1/2}$ находятся значения этих функций на слое $k+1$:

$$u_{n,m}^{k+1} = u_{n,m}^k - \frac{1}{2} \mu_x g H_{n,m}^{k+1/2} \xi_{\hat{x}}^{k+1/2} + \Delta t [f v_{n,m} + F_{n,m}^{(1)}]^k, \quad (1.84)$$

$$v_{n,m}^{k+1} = v_{n,m}^k - \frac{1}{2} \mu_y g H_{n,m}^{k+1/2} \xi_{\hat{y}}^{k+1/2} + \Delta t [-f u_{n,m} + F_{n,m}^{(2)}]^k, \quad (1.85)$$

$$\xi_{n,m}^{k+1} = \xi_{n,m}^k - \frac{1}{2} \mu_x u_{\hat{x}}^{k+1/2} - \frac{1}{2} \mu_y v_{\hat{y}}^{k+1/2}. \quad (1.86)$$

Таким образом, здесь при переходе от слоя к слою во времени делается два полушага; первый называется предиктором, второй — корректором. Одномерный вариант предиктора представляет собой схему Лакса, к которой мы вернемся в следующей главе; корректор является обычной разновидностью центрально-разностной схемы.

Схема (1.80) — (1.86) сходится при выполнении критерия (1.79).

Следует еще раз подчеркнуть, что вопрос вычисления функций на границе здесь также остается открытым и в литературе встречаются несколько противоречивые рекомендации по соответствующим процедурам (ср. Houghton, Kasahara, Washington, 1966; Gourlay, Morris, 1969).

Вместе с тем в океанологии имеется некоторый положительный опыт интегрирования уравнений мелкой воды по схемам с центральными пространственными разностями, когда удается производить вычисления в граничных узлах, размещая специальным образом функции на сетке с поворотом координатных осей на 45° и соответствующей интерполяцией. Успешные расчеты по такой методике демонстрировали Г. Фишером (Fischer, 1965).

Необходимо, однако, отметить, что интегрируемая в этой работе система уравнений имела вид (1.59) — (1.61), т. е. была параболической. Наличие в уравнениях движения членов горизонтальной турбулентной вязкости принципиально облегчает корректную численную реализацию задачи. Упомянем еще о попытке учета горизонтальной вязкости (как средства сглаживания коротковолновых компонент движения) в работе Уэно (Ueno, 1967). Для этого к системе уравнений присоединялось уравнение диффузии, интегрировавшееся через регулярное число временных шагов. В этом случае такой прием заменяет, по-видимому, оператор сглаживания в исходной системе.

Одним из важнейших результатов в вопросе обоснования конечно-разностного алгоритма решения уравнений мелкой воды является схема, предложенная Л. А. Оганесяном (Оганесян, Акимова, 1966). Схема принадлежит к явному типу и может применяться для весьма широкого класса граничных задач в прямоугольной области. Уравнения, для интегрирования которых она предназначена, преобразуются сперва подстановкой $gH = \varepsilon^2/4$ к симметричному виду (это важно для корректной постановки задачи с открытыми границами), а затем производится определенное преобразование уравнений с тем, чтобы воспользоваться направленными пространственными разностями. Введем обозначения:

$$u_+ = \begin{cases} u & \text{при } u > 0, \\ 0 & \text{при } u \leq 0, \end{cases} \quad u_- = \begin{cases} u & \text{при } u < 0, \\ 0 & \text{при } u \geq 0. \end{cases} \quad (1.87)$$

Пусть далее $\rho = c + u$, $\lambda = c - u$, $v = \nu\sqrt{2}$, $\alpha_{\pm} = \frac{v_{\pm}}{2\sqrt{2}}$, $\beta_{\pm} =$

$= \frac{1}{2} \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \pm \frac{c}{2} \right)$. Тогда в новых переменных ρ , v , μ с использованием обозначений для направленных разностей типа (1.62), (1.67) схема Оганесяна имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho_t + \left(\frac{c}{2} + u_+ \right) \rho_x - u_- \rho_x + \left(\alpha_t - \frac{1}{2} \beta_- \right) \rho_y + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_t v_y + \\ + \left(-\alpha_t + \frac{1}{2} \beta_t \right) \lambda_y - \left(\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_- \right) \rho_y - \\ - \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- v_y - \left(-\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_- \right) \lambda_y = \Psi^{(1)}, \end{aligned} \quad (1.88)$$

$$\begin{aligned} v_t + u_t v_x - u_- v_x + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_t \rho_y + \beta_+ v_y + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta + \lambda_y + \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- \rho_y - \beta_- v_y + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- \lambda_y = \Psi^{(2)}, \end{aligned} \quad (1.89)$$

$$\begin{aligned} \lambda_t + u_t \lambda_x + \left(\frac{c}{2} + u_- \right) \lambda_x + \left(-\alpha_t + \frac{1}{2} \beta_+ \right) \rho_y + \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_t v_y + \\ + \left(\alpha_+ + \frac{1}{2} \beta_+ \right) \lambda_y - \left(-\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_- \right) \rho_y - \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_- v_y - \\ - \left(\alpha_- + \frac{1}{2} \beta_- \right) \lambda_y = \Psi^{(3)}, \end{aligned} \quad (1.90)$$

где $\Psi^{(i)}$ ($i=1, 2, 3$) — некоторые линейные комбинации правых частей $F^{(1)}$, $F^{(2)}$ исходных уравнений.

Постановка задачи допускает открытую границу, параллельную ОУ. Для волны, выходящей из области интегрирования, уравнения на границе удовлетворяются. Для входящей волны на границе ставятся два условия (см. § 2) и соответствующее одно из вышенаписанных уравнений. Схема устойчива при выполнении критерия Куранта и имеет первый порядок точности по Δt , Δs .

Наконец, в заключение как пример неявной схемы приведем метод интегрирования исходных уравнений с членами горизонтальной турбулентной вязкости, исследовавшийся в работе Г. И. Марчука, Б. А. Кагана, Р. Э. Тамсалу (1969). Существенной особенностью примененного метода было предварительное расщепление двумерной задачи на ряд одномерных — прием, разработанный с целью эффективной реализации многомерных задач математической физики (Марчук, 1967; Яненко, 1967). В данном случае

расщепление уравнений движения производится следующим образом:

$$\frac{u^{k+1/2} - u^k}{\Delta t/2} = -gH^k \frac{\partial \xi^k}{\partial x} + f v^k + A \left(\frac{\partial^2 u^k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{k+1/2}}{\partial y^2} \right) + F^{(1)k}, \quad (1.91)$$

$$\frac{v^{k+1/2} - v^k}{\Delta t/2} = -gH^k \frac{\partial \xi^k}{\partial y} - f u^{k+1/2} + A \left(\frac{\partial^2 v^{k+1/2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^k}{\partial y^2} \right) + F^{(2)k}, \quad (1.92)$$

$$\begin{aligned} \frac{u^{k+1} - u^{k+1/2}}{\Delta t/2} &= -gH^{k+1/2} \frac{\partial \xi^{k+1}}{\partial x} + f v^{k+1} + \\ &+ A \left(\frac{\partial^2 u^{k+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^{k+1/2}}{\partial y^2} \right) + F^{(1)k+1/2}, \end{aligned} \quad (1.93)$$

$$\begin{aligned} \frac{v^{k+1} - v^{k+1/2}}{\Delta t/2} &= -gH^{k+1/2} \frac{\partial \xi^{k+1}}{\partial y} - f u^{k+1/2} + \\ &+ A \left(\frac{\partial^2 v^{k+1/2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^{k+1}}{\partial y^2} \right) + F^{(2)k+1/2}, \end{aligned} \quad (1.94)$$

где

$$F^{(1)k} = \left[\tau_x^{(1)} - H \frac{\partial p_a}{\partial x} - k_2 u \sqrt{u^2 + v^2} \right]^k, \quad (1.95)$$

$$F^{(2)k} = \left[\tau_y^{(2)} - H \frac{\partial p_a}{\partial y} - k_2 v \sqrt{u^2 + v^2} \right]^k, \quad (1.96)$$

$$F^{(1)k+1/2} = \left[\tau_x^{(1)} - H \frac{\partial p_a}{\partial x} \right]^{k+1/2} - k_2 u^{k+1} [\sqrt{u^2 + v^2}]^{k+1/2}, \quad (1.97)$$

$$F^{(2)k+1/2} = \left[\tau_y^{(2)} - H \frac{\partial p_a}{\partial y} \right]^{k+1/2} - k_2 v^{k+1} [\sqrt{u^2 + v^2}]^{k+1/2}. \quad (1.98)$$

Для определения градиентов уровня в момент $k+1$ в уравнениях (1.93), (1.94) проводится следующее. Уравнение неразрывности (1.42) дифференцируется соответственно по x , y и производные по времени от горизонтальных градиентов уровня аппроксимируются центральными разностями относительно момента $k+1/2$, а члены $\partial^2 u / \partial x^2$, $\partial^2 v / \partial y^2$ в момент $k+1/2$ заменяются их средним на слоях k и $k+1$. Тогда имеем:

$$\frac{\partial \xi^{k+1}}{\partial x} = \frac{\partial \xi^k}{\partial x} - \Delta t \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 u^{k+1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^k}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2 v^{k+1/2}}{\partial x \partial y} \right], \quad (1.99)$$

$$\frac{\partial \xi^{k+1}}{\partial y} = \frac{\partial \xi^k}{\partial y} - \Delta t \left[\frac{\partial^2 u^{k+1/2}}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v^{k+1}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v^k}{\partial y^2} \right) \right]. \quad (1.100)$$

Подставляя эти значения в (1.93), (1.94) и аппроксимируя производные соотношениями типа (1.68), (1.70), получаем схему, реа-

лизуемую на каждом слое по времени, например, трехточечными прогонками в координатных направлениях. Схема имеет второй порядок точности по времени и пространственным переменным. Отметим еще, что, несмотря на неявную структуру, она требует некоторого ограничения на шаги типа условия Куранта.

На этом мы закончим обзор наиболее интересных схем. Следовало бы назвать его даже не обзором, а отдельными примерами приложения теории конечно-разностных аппроксимаций к решению рассматриваемого круга задач, поскольку относящаяся сюда проблематика и исследования, посвященные свойствам, обоснованию и численной реализации применяемых разностных методов, требуют для своей трактовки иного подхода и выходят за рамки данной монографии. Мы надеемся, однако, что приведенные здесь примеры, элементы теории и литература облегчат ориентировку специалистов, интересующихся современными методами расчета неперiodических длинноволновых колебаний.

Глава II

АНЕМОБАРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ

§ 1. ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЯ

Одним из наиболее грозных и опасных явлений природы являются наводнения. Недаром в древних сказаниях многих народов упоминается о «потопах». Древние люди вполне оценили и силу, и масштабы явления. Достаточно сказать, что в описании «всемирного потопа» указано на почти поголовное истребление всего живого на земле.

Особо опасные ситуации в прибрежных районах возникают, когда идущий с моря циклон порождает длинную волну, накатывающуюся на берег. Положение осложняется тем, что дрейфовые течения подгоняют к берегу значительные массы воды, а огромные штормовые волны короткого периода, непрерывно обрушиваясь на берег, создают общий, стремящийся к берегу поток воды, не успевающий полностью оттекать обратно и поэтому непрерывно увеличивающий высоту уровня у берега. В сочетании с длинной волной, а иногда и с приливом нагон формирует уровень, достигающий опасной высоты. Такое явление в последнее время получило название «штормовой нагон».

Приведем описание нескольких наводнений из книги Баскома (1966): «Пожалуй, из всех нагонов наиболее знаменито Галвестонское наводнение в Техасе в 1900 г. Тогда ураганный ветер, скорость которого доходила до 120 миль в час (60 м/сек.), вызвал повышение уровня воды у берегов Мексиканского залива на 15 футов выше обычного уровня прилива в 12 футов от уровня спокойной воды. На город двинулись штормовые волны до 25 футов высотой. Город был стерт с лица земли. Погибло около 5000 человек...

...В феврале 1953 г. сильный шторм вызвал нагон воды в Северном море у берегов Голландии. Уровень поднялся на 10 футов выше самого высокого прилива; волны перекатывались через оградительные дамбы. На внутренней, на укрепленной стороне дамб образовались глубокие промоины; в 67 местах дамбы прорвались. Вскоре промоины превратились в настоящие каналы до 100 футов глубиной и до 150 футов шириной. Берегозащитные сооружения рухнули. Море хлынуло на сушу, и по низкому берегу прокатилась огромная крутая волна. В результате было затоплено 800 000 акров земли, утонуло 1783 человека, а общие размеры убытков исчислялись в 250 миллионов долларов. Наводнение в Голландии 1953 г. получило в стране название «шторма четырех столетий». Это значит, что возможность фатального совпадения всех неблагоприятных обстоятельств (сильные ветры, дующие очень долго в определенном направлении, и др.) так мала, что теоретически она может реализоваться один раз в 400 лет».

В Советском Союзе районом, особо подверженным действию штормовых нагонов, является устье р. Невы, где расположен второй по величине город страны — Ленинград.

В «Летописи наводнений» Каратыгина (1889) почти для каждого года с 1703 по 1879 приведено описание наводнений. В некоторые годы наводнений было несколько. Последующие наблюдения вплоть до самых последних лет подтвердили это. Ленинград затопляется ежегодно, часто по несколько раз в год, только высота подъема воды и, следовательно, площадь затопления бывает различной. Отсюда и ущерб, наносимый городу затоплениями, бывает различным.

Приведем описание нескольких наводнений, обрушившихся на город за время его существования.

Первым катастрофическим наводнением за время существования Петербурга — Ленинграда было наводнение 10/IX 1777 г. Вот что рассказывает очевидец об этом страшном по своим размерам и опустошениям наводнении: «Перед наводнением, бывшим 10/IX 1777 г., продолжалась буря уже два дня сряду, при западном и юго-западном ветре возвышение воды продолжалось до 9 час. утра. От сего наводнения освобождены были только Литейная и Выборгская части города. В частях же, понятых водою, оно и в маловременном своем продолжении причинило весьма великий вред... По всем почти улицам, даже и по Невской першпективе ездили на маленьких лодках... Повалено повсеместно множество оград, заборов, палисадников. На Смоленском кладбище повреждена церковь, размыты окружавшие его валы, многие могилы. Лавки в Андреевском рынке, на Петербургской стороне и повсеместно, кроме Гостиного двора (каменные), были уничтожены с товарами. В обеих Коломнах, на Мещанской более ста домов со всеми строениями и людьми разнесло; на взморье смыло острог с находившимися в нем арестантами в числе 300 человек. Разлив захватил окрестности столицы на одиннадцать верст, и, когда сбыла вода, трупы людей и животных валялись по полям и дорогам...».

Высота подъема уровня на Неве 10/IX 1777 г. оценивается в 310 см над ординаром.

Самое крупное за время существования города наводнение произошло 7/XI 1824 г.; первым его летописцем был Ф. Булгарин. Вот его записи об этом страшном для города дне: «...Невозможно описать того ужасного явления, которому свидетелями были люди, бывшие в сие время на берегу Финского залива и чудесно спасшиеся от гибели. Необозримое пространство вод казалось кипящей пучиной, над которой распростерт был туман от брызг волн, гонимых противу течения и разбиваемых ревущими вихрями. Белая пена клубилась над водяными громадами, которые беспрестанно увеличивались, наконец, яростно устремлялись на берег. Множество деревянных строений, подверженных первым ударам и сильному напору огромной массы воды, не могли противу стоять, поколебались в своем основании и с треском обрушились. Люди спасались, как могли, в уцелевшие дома, на бревнах, плавающих кровлях, воротах; некоторые лишились жизни при сем случае. Весь домашний скот и пожитки погибли. Вода беспрепятственно прибывала, ветер усиливался и, наконец, возвышение воды в Финском заливе простерло бедствие на целый город. Нева встретила препятствие в своем течении и, не могли излиться в море, возросла в берегах своих, наполнила каналы и через подземные трубы хлынула в виде фонтанов на улицы. В одно мгновение вода полилась через края набережных из реки и всех каналов и наводнила улицы. Трудно представить себе смятение и ужас жителей при сем внезапном явлении... В первом часу пополудни весь город (кроме Литейной, Каретной и Рождественской частей) залит был водой в рост человека, а в некоторых низких местах (как, например, на перекрестке Большой Мещанской и Вознесенской улицы у Каменного моста) более нежели на 1,5 сажени.

Вид с бельведера дома Катенина был ужасный и величественный. Разъяренные волны свирепствовали на Дворцовой площади, которая с Невою составляла одно огромное озеро, излившееся Невским проспектом как широкою рекою до самого Аничковского моста. Мойка скрылась от взоров и соединилась, подобно всем каналам, с водами, покрывавшими улицы, по которым неслись леса, бревна, дрова, мебель. Вскоре мертвое молчание воцарилось на улицах...». Высота уровня во время этого наводнения достигала 389 см над ординаром.

А вот рассказы очевидцев о наводнении 1924 г., цитируемые по книге «Ленинград в борьбе с наводнениями» (1925 г.): «В 1 час 20 мин. с верхов Петропавловской крепости раздались первые тревожные выстрелы пушек, предупреждающие население о подъеме воды в р. Неве, а также в ее рукавах и каналах. В 4 часа дня вода в реке Неве достигла 1 сажени выше ординара, причем некоторые части города, как-то: часть Екатерингофского квартала, набережная Обводного канала, западная часть Васильевского острова, Галерная гавань, Смоленское кладбище, частично территория торгового порта, острова Вольный, Канонерский, Гутуевский, Голодай, Петровский, Крестовский, Елагин, Каменный, набережная Малой Невки, реки Карповки, береговая полоса Старой и Новой Деревни, а также Черной Речки покрываются выступающей из берегов водою, местами имея толщину в 3—4 дюйма и местами выше одного фута. Футшток Петропавловской крепости показал, что вода поднялась на 9 футов выше ординара. Загудели гудки на фабриках и заводах, непрерывно гремели пушки с верхов Петропавловской крепости и с военных судов, стоявших на рейде р. Невы, предупреждая население о неотвратимом и близком бедствии, местами прекратилась телефонная связь и погас свет... Острова погружались в воду все глубже и глубже. Вода размывала свежие могилы Смоленского кладбища, разбрасывая гробы и трупы. Слышался треск деревянных построек. Мосты поддались разрушению. Среди общего шума, производимого водою и ветром, вдруг страшно и непрерывно раздался пронзительный свисток небольшого мелко сидящего в воде букасира, пронесшегося по Третьей линии и деловито скрывшегося за углом Среднего проспекта...

К 5½ часам дня под водою оказались и некоторые улицы Центрального и Выборгского районов. Морская волна поднималась все выше и выше, заставляя Мойку, канал Грибоедова и реку Фонтанку отбросить на мостовую подходивший сверху, с реки Невы, ладожский поток. В низких местах, огражденных от непосредственного затопления из рек и каналов, вода выбивалась фонтанами, пройдя по подземным трубам через водосточные колодцы. Хлынувшая через садик Дворца искусств (Зимний дворец) вода затопила площадь Урицкого (Дворцовую) и прилегающий к ней сад Трудящихся».

Высота подъема уровня во время наводнения 1924 г. оказалась равной 369 см над ординаром.

Подобные наводнения случаются во многих районах земного шара. Низменные побережья Северного моря, берега Японии и Соединенных Штатов, устья некоторых рек (например, Темзы) — далеко не полный перечень объектов, где длинные морские волны, вызванные быстро движущимися циклонами, разрушают прибрежные поселения и вызывают гибель людей.

Здесь было приведено описание наиболее грозных явлений, относящихся к анемобарическим колебаниям уровня, — наводнений. Другие виды колебаний уровня, вызываемые действием ветра и атмосферного давления, происходят в любом пункте побережья незаметно, но непрерывно. Они играют важную роль в жизни моря и побережья и принимаются во внимание при осуществлении практических мероприятий или научных исследований.

§ 2. МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ АНЕМОБАРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ

Метеорологические изменения уровня моря вызываются главным образом действием атмосферного давления и ветра. Доля колебаний уровня, вызываемых осадками, испарением, а также нагреванием и охлаждением морской воды, ввиду относительной ма-

лости этих колебаний по сравнению с названными обычно не учитывается.

Изменения положения уровня за счет статического эффекта атмосферного давления на первый взгляд кажутся простыми, описываемыми законом «обратного барометра» (изменение уровня на 13 мм при изменении давления на 1 мм). Именно так и трактовался эффект барометрического давления на уровень в конце прошлого столетия. В «Ежегоднике приливов у берегов Франции» была приведена таблица, дававшая понижение уровня воды на 13 мм при повышении давления на 1 мм. Там же было указано, что эта поправка имеет силу для всех гаваней, и всем мореплавателям рекомендовалось ее применять. При давлении воздуха, меньшем 760 мм, поправка не вводилась.

Английский исследователь Джоли (Дарвин, 1923) указывает: «Интересно заметить, что при учете влияния ветра барометрическая константа весьма близка к своему теоретическому значению». Дудсон (Doodson, 1924), исследуя этот вопрос при определении коэффициентов в уравнении регрессии для расчета уровня, приводит следующие значения коэффициента k при члене уравнения, учитывающем атмосферное давление, полученные из 9 серий 10-дневных наблюдений в Ньюлине:

Январь	Февраль	Март
—0,89	—0,52	—1,30
—0,97	—0,70	—1,40
—1,06	—0,77	—1,09
—0,97	—0,66	—1,26

Как следует из таблицы, средние значения k за отдельные месяцы весьма различны. Так, например, в феврале k почти в два раза меньше, чем в марте. Таким образом, замечание Джоли о близости барометрической константы к ее теоретическому значению верно только как средний вывод из большого числа наблюдений. Для решения задач по расчету уровня в течение коротких промежутков времени невозможно основываться на средних значениях барометрической константы, так как если средние месячные значения отличаются на 100%, то ежедневные ее колебания должны быть значительно большими.

Данные, приведенные в статье Терада и Ямагути (Terada, Yamaguti, 1928), также указывают на совпадение барометрического эффекта, наблюдаемого в натурных условиях, с теоретическим его значением. Приведенные в статье величины получены за счет осреднения данных наблюдений над уровнем на островных станциях за значительные промежутки времени. Поэтому, как уже указывалось, короткопериодные колебания уровня не могут и не должны всегда соответствовать изменениям барометрического давления в данном пункте. Об этом в той же статье говорят сами авторы. «Аномальные» (отличающиеся от теоретических) значения

барометрического фактора, по их мнению, получаются в тех случаях, когда действие давления совмещается с действием ветра. В случае, когда оба фактора действуют в одну сторону, будут получаться аномально высокие значения барометрического фактора. Когда результаты действия давления и ветра противоположны, барометрический фактор будет иметь низкое значение. Выводы, сделанные этими авторами, не вполне согласуются с приведенными данными и сделанными выше заключениями. Основной вывод, сформулированный авторами статьи, заключается в следующем: «Можно принять при исследованиях собственного действия ветра на уровень моря теоретические величины для барометрического фактора и искать зависимости уровня моря от ветра, внося поправку за счет этого барометрического действия». Относительно распределения давления на большом протяжении в океане авторы приходят к такому же выводу: «Очевидно, что уровень в каком-либо пункте бассейна зависит от распределения давления в целой области. Зависимость уровня моря от этого фактора можно считать статической».

В реальных условиях при исследовании изменений уровня в заданном пункте неоправданным будет сопоставление его с давлением в том же пункте. Правильным является вывод авторов о зависимости уровня в данном пункте от распределения давления в целой области. Но и приведенные соображения верны только до тех пор, пока мы имеем дело с неподвижным или медленно перемещающимся возмущением (циклоном). При движении барических систем с значительной скоростью, что часто имеет место в реальных условиях, изменения уровня перестают соответствовать их статическому значению и в известных условиях при возникновении резонанса могут достигать весьма больших величин.

В последнее десятилетие широкое распространение получили спектральные методы анализа метеорологических и гидрологических данных. Появились работы, рассматривающие действие атмосферного давления и ветра на уровень путем сопоставления их спектральных характеристик.

Исследования Манка и Булларда (Munk, Bullard, 1963), посвященные анализу спектральной плотности атмосферного давления, ветра и уровня, привели их к выводу о связи реакции уровня с частотой колебания давления и к определению частоты, выше которой реакция уровня случайна, а ниже — следует закону обратного барометра.

Спектральные исследования ветра, атмосферного давления и уровня рассматривались в работах Гровза и Мията (Groves, Mijata, 1967) и Привальского (1968).

Привальский, исследовавший колебания уровня Южной Балтики, установил, что зависимость уровня от атмосферного давления и ветра на различных частотах неодинакова. Колебания уровня в зависимости от атмосферного давления по величине близки к статическим, однако наблюдается опережение максимумов атмо-

сферного давления относительно максимумов уровня в пределах от 12 до 18 час., что, по мнению Привальского, может быть объяснено проявлением влияния мелководья.

Функции спектральной плотности атмосферного давления и меридиональной составляющей ветра, приведенные в работе Привальского, показывают максимум для всех трех элементов на частоте $1/94$ цикла/час и максимумы меридиональной составляющей ветра и уровня на частоте $1/73$ цикла/час. Отсюда следует, что максимум уровня на частоте $1/94$ цикла/час определяется в равной степени атмосферным давлением и ветром, в то время как пик на частоте $1/73$ цикла/час зависит только от ветровой составляющей.

Приведенные и многие другие работы, посвященные исследованию влияния на уровень ветра и атмосферного давления, значительно расширили сферу наших знаний в этой области. Вместе с тем они несколько усложнили наши представления о действии атмосферного давления на уровень. Закон обратного барометра несколько поколебался, что, в частности, следует из работы Привальского (1968), однако полной уверенности в его недействительности или избирательности действия пока нет. Следует ожидать, что когда будет исследоваться не ход атмосферного давления в отдельных пунктах, а распределение атмосферного давления на значительных площадях морских акваторий, окажется, что изменения уровня происходят в соответствии с законом обратного барометра.

Выше, при исследовании влияния давления на уровень, нами была допущена существенная идеализация явления. Исследовался только непосредственный эффект атмосферного давления на уровень, да и то в стационарной барической системе.

В реальных условиях при любом распределении атмосферного давления формируется и ветровое поле, действующее одновременно с полем атмосферного давления, причем последнее имеет выраженный нестационарный характер.

Рассмотрим теперь действие ветра на поверхность моря, не учитывая одновременного воздействия атмосферного давления, с целью упрощения исследования вопроса.

Если атмосферное давление можно рассматривать как силу, действующую вертикально относительно водной поверхности, то ветер, проносясь над поверхностью воды, вследствие трения между водой и воздухом вызывает горизонтальные усилия — тангенциальные напряжения. Ввиду возможного направления воздушного потока под углом к поверхности воды, помимо горизонтальных сил, возникают также и нормально направленные силы, действующие кратковременно и нерегулярно, наподобие удара. Эти силы принимают участие в формировании колебательных движений жидкости короткого периода — ветровых волн — и непосредственного отношения к образованию колебаний уровня не имеют.

Тангенциальное напряжение, возникающее в результате действия ветра на водную поверхность, вызывает дрейфовые течения,

направленные вследствие действия сил Кориолиса под углом относительно направления ветра. По исследованиям Экмана, угол отклонения течения от направления вызвавшего его ветра в глубоководном море составляет 45° на поверхности, непрерывно увеличиваясь с глубиной. Полный поток (наибольший расход) направлен перпендикулярно действующему ветру. Полный поток в направлении ветра в глубоководном море равен нулю.

В мелководных морях угол отклонения течения от ветра, его вызвавшего, может быть различным и зависит от отношения $\frac{H}{D}$

(глубины моря к глубине трения). Для совсем мелководных районов с относительной глубиной $H/D < 0,1$ угол отклонения течения от ветра следует принимать равным нулю. Отсюда следует, что нагон будет наибольшим для глубокого моря при ветрах, параллельных береговой черте, а для мелководных морей — при ветрах, перпендикулярных берегу.

Уровень моря зависит не только от ветровых потоков в районе побережья. Воды из глубоководных районов моря также подходят к берегу, в результате чего уровень поднимается. Для тех районов моря, где большие глубины не очень удалены от побережья, будет, таким образом, два эффективных направления ветра — параллельное относительно берега и нормальное.

Сопоставление хода уровня в различных пунктах морских побережий часто показывает, что в ходе уровня имеется известное сходство. Характерные пики уровня наблюдаются в пунктах побережья, удаленных на многие сотни километров один от другого. Следует предположить, что сходные кривые изменений уровня в различных пунктах вызываются действием одной и той же силы, а несовпадение уровня по времени вызывается несовпадением времени действия этой силы в различных пунктах. Силой этой являются барические системы, идущие над морем, и, следовательно, изменения уровня являются следствием изменения синоптической обстановки над морем.

Циклоны, перемещающиеся над поверхностью моря, формируют такие колебания уровня, которые не могут быть представлены только как сумма воздействия ветра и статического эффекта атмосферного давления. Помимо упомянутого эффекта, они возбуждают систему длинных волн, влияние которых на уровень может значительно превосходить суммарное воздействие ветра и атмосферного давления. Суммарное воздействие ветра и атмосферного давления в циклонической системе над морем часто представляют как согласно действующие факторы, поднимающие уровень в центре циклона.

Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее. Примем в качестве исходной схемы неподвижный циклон, возникший мгновенно над глубоким морем. В центре циклона, где давление наименьшее, вода должна подняться по закону обратного барометра на 13 мм на каждый миллиметр падения давления. Поскольку от центра

циклона к периферии давление везде будет выше, градиенты давления будут направлены радиально. Ветровые потоки, обусловленные градиентом атмосферного давления, в северном полушарии направлены под углом приблизительно 70° относительно направления градиента в приземном слое, или, что то же самое, 20° к изобаре. Если положить при этом, что в северном полушарии для глубокого моря отклонение морских течений, вызванных ветром, на поверхности составляет 45° вправо от направления ветра, то получится, что ветер не будет нагонять воду по направлению к центру циклона, а наоборот, будет «выкачивать» ее, так как вызванные циклоном ветровые течения будут направлены от его центра. К такому же выводу можно прийти, учитывая полные потоки, вызываемые дрейфовыми течениями в глубоком море.

Полный поток в направлении действия ветра по всей толще равен нулю. Результирующий перенос воды осуществляется в направлении, перпендикулярном направлению ветра. Таким образом, полные потоки относительно градиента давления будут направлены под углом $70^\circ + 90^\circ = 160^\circ$, т. е. от центра циклона к его периферии. На рис. 2.1 приведены направления поверхностных течений и полных потоков в циклоне.

При перемещении циклона соответствие положения уровня воды распределению атмосферного давления установиться не может, так как это распределение непрерывно изменяется. Ветер также не успевает сформировать уровень, соответствующий его направлению и силе, особенно если циклон перемещается над глубоким морем, так как в этих условиях становление течений требует значительного времени. Тем не менее наиболее опасными в смысле формирования высоких уровней являются именно движущиеся циклоны. Проходя над поверхностью глубокого моря, такие циклоны порождают длинные волны, причем высота этих волн зависит в сильной степени и от скорости движения циклона. Ниже об этом будет сказано подробнее.

При рассмотрении взаимодействия циклонической системы и моря мы предполагали величину акватории соизмеримой с размерами циклона, т. е. достаточно большой, измеряемой сотнями километров в длину и ширину. Следует заметить, что для образования волны на акватории не обязательно прохождение над нею центра

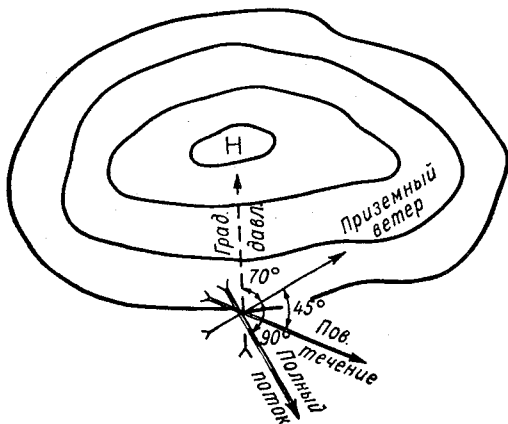


Рис. 2.1. Направление течения и полные потоки при циклоне над водной поверхностью.

циклона. Глубокие ложбины, а также атмосферные фронты способны формировать длинные волны, вызывающие наводнения.

В зависимости от того, какой из действующих факторов — ветер или атмосферное давление — преобладает, устанавливается и соответствующий тип нагона. Сгонно-нагонные колебания формируются при преобладающем действии ветра и малом влиянии длинноволновых возмущений. В водоеме у берегов устанавливается вертикальная циркуляция, вызываемая совместным действием дрейфового течения и градиентного течения, возникающего вслед-

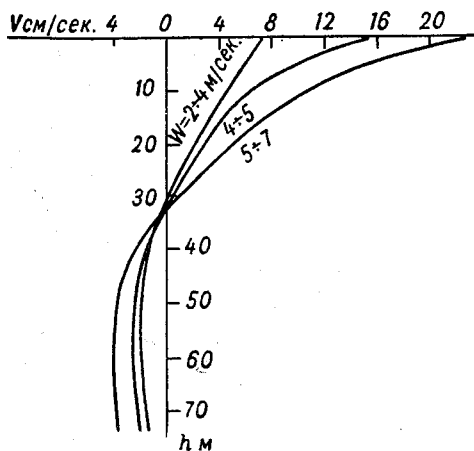


Рис. 2.2. Эпюры течений в Якимварском заливе во время подъема и спада уровня.

ствие скопления у берега воды, принесенной дрейфовым течением. Развитие такого процесса обычно носит следующий характер: трение между водой и воздухом при движении ветра над поверхностью воды создает поток, движущийся в направлении действия ветра в мелководных районах или под углом 90° относительно направления ветра в глубоководных частях моря. Если путь этому потоку преграждает берег, принесенные ветром массы воды скапливаются у него, повышая уровень. Повышение уровня у берега создает градиент давления, вызывающий в свою очередь отток воды. В начале процесса преобладает дрейфовый поток и вода накапливается у берега, увеличивая градиент давления, затем увеличивается отток воды и в конечном счете компенсирует ее приток. Наступает явление установившегося нагона, которое будет существовать до тех пор, пока сила, вызвавшая нагон, не изменится или действие ее не прекратится. При изменении силы ветра через некоторое время вновь возникнет установившийся нагон, но уже при новом положении уровня, соответствующем изменившейся силе ветра. При прекращении ветра градиентное течение выравнивает уровни водоема. На рис. 2.2 приведены эпюры течений во время ветрового нагона в Якимварском заливе Ладожского озера, являющиеся хорошей иллюстрацией к сказанному выше.

Если подъем уровня вызывается преимущественно действием длинной волны, а ветер только усиливает или ослабляет ее действие, явление имеет другой характер и называется штормовым нагоном. Обычно уровень вначале несколько опускается, что отвечает подходу подошвы длинной волны, затем быстро растет, дости-

На рис. 2.3 приведены эпюры скорости течений в Финском заливе во время подъема и последовавшего за ним спада уровня. Отчетливо видно, что характер распределения скорости по вертикали сохраняется от поверхности до дна, не меняя своего знака, во время фазы подъема и аналогично во время спада. При перемене направления хода уровня от спада к подъему эпюра скорости течения имеет противоположное направление у поверхности и у дна.

Для некоторых районов побережья моря было замечено, что в непосредственной связи с давлением и величина промежуточного хода уровня от начала причины. Большинство уровня отстает во времени, каждого исследуемого пункта вполне конкретной, всегда уровня и построены почти прогноза уровня.

45

уровня строятся не всегда на «инерции». Выше нами устанавливалось, что колебания уровня в зависимости от преобладающей причины осуществляются в виде: 1) нагона или сгона воды, приносимой течениями, вызванными ветром в прилегающих районах моря; 2) прихода волны, вызванной где-то резким изменением давления, ветра или другими причинами, способными вызвать колебательные движения масс воды водоема; 3) подъема или падения давления, изменяющего уровень жидкости в различных частях моря.

Первый случай относится к сгонно-нагонным колебаниям, порождаемым ветром. Ветер, воздействуя на воду, вызывает течения, которые, перемещая воду в направлении берега или от него, создают через некоторое время работы ветра сгон или нагон. Естественно, что в этом случае ход ветра будет опережать ход уровня.

Во втором случае, когда колебания уровня являются результатом прихода волны, ветер не имеет прямого отношения к изменению уровня. Однако и в этих случаях ход изменения ветровой составляющей может иногда совпадать с изменениями уровня, будучи не первопричиной, непосредственно влияющей на уровень, а сопутствующим явлением. В этом случае уровень может опережать ветер в данном пункте или совпадать с ним, или отставать от него.

Наконец, когда основной причиной изменения уровня является атмосферное давление, непосредственной связи ветра с уровнем нет, хотя ветер может оказаться сопутствующим фактором, так как он в свою очередь также зависит от давления. В этом случае ход ветра и ход уровня могут совпадать или не совпадать.

Факты, когда изменение уровня опережало появление вызывающей его причины в каком-либо пункте, давно замечались жителями приморских стран. Дарвин (1923) приводит сведения, когда ньюфаундлендские рыбаки точно предсказывали шторм по усилению течения у Ньюфаундлендских банок, причем ими отмечено, что «если течение стремится неуклонно к ветру», то шторм будет весьма силен. Совершенно очевидно, что в данном районе моря произошли изменения в уровнях, вследствие этого произошло изменение течений. Ссылаясь на Фореля, Дарвин свидетельствует, что такие же явления происходят в порту Бостон, где изменения уровня моря происходят до соответствующего изменения давления.

Из изложенного видно, что совпадение или несовпадение хода уровня с факторами, вызывающими его изменения, не носит закономерного характера и не может быть отнесено только за счет «инерции».

В периоды, когда уровень формируется ветром, наблюдается наибольший сдвиг фаз; величина его колеблется в широких пределах, в максимуме достигая 12 час. и более. Такая неравномерность запаздывания уровня зависит в конечном счете от дрейфового течения, формирующего приток или отток воды в прибрежных районах моря. Запаздывание изменения уровня относительно начала действия ветра здесь проявляется с полной очевидностью.

Время запаздывания будет равно расстоянию между пунктом наблюдения и областью, где действует ветер, деленному на скорость дрейфового течения.

В реальных условиях вопрос усугубляется еще и тем, что изменения уровня часто носят весьма сложный характер и формируются наложением ветрового нагона на длинную волну при одно-временном изменении атмосферного давления, и искать в этих условиях какую-то постоянную величину запаздывания уровня относительно действующих на водную поверхность сил неоправданно.

Влияние скорости движения циклона на величину подъема уровня

Выше, при исследовании влияния на уровень атмосферного давления, нами везде рассматривалось стационарное барическое поле. В действительности ход уровня определяется движущимися барическими формациями, и, как показывают наблюдения, скорость их перемещения оказывается весьма важным фактором, влияющим на высоту подъема уровня. Движущиеся барические системы при движении над морем формируют длинную волну, высота которой, в частности, и предопределяет положение уровня у берегов.

Пользуясь уравнениями мелкой воды, рассмотрим задачу о влиянии скорости перемещения циклона на уровень (Прудман, 1957). Для простоты исследования ограничимся рассмотрением канала бесконечной длины. В соответствии с (1.51), (1.52) уравнения для одномерной задачи будут:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = - \frac{\partial p_0}{\partial x} + \frac{1}{h + \xi} \tau_x^{(1)} - \frac{1}{h + \xi} \tau_x^{(2)}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{u}]}{\partial x} = 0. \quad (2.2)$$

Положим, что ветровое поле незначительно, трение о дно мало и глубина моря $h \gg \xi$; $h = \text{const}$. Тогда уравнения (2.1), (2.2) примут вид:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = - \frac{\partial p_0}{\partial x}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0. \quad (2.4)$$

Статическое изменение уровня и атмосферное давление связаны следующей зависимостью:

$$\Delta \bar{\xi} = - \frac{1}{\rho g} \Delta p_a; \quad (2.5)$$

подставляя значения из (2.5) в (2.3), имеем при $\rho=1$ систему:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial}{\partial x} (\xi - \bar{\xi}) = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0. \quad (2.7)$$

Перемещающееся возмущение атмосферного давления задаем в виде

$$\bar{\xi} = F(x - ct). \quad (2.8)$$

Здесь c — постоянная скорость, а F — функция, которая может быть взята в любом физически возможном виде.

Решение уравнений (2.6), (2.7) отыскивается с таким расчетом, чтобы ξ отличалось от $\bar{\xi}$ постоянным коэффициентом M :

$$\xi = MF(x - ct); \quad (2.9)$$

подставив (2.9) в уравнение неразрывности (2.7), имеем

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = -\frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial t} [MF(x - ct)] = \frac{Mc}{h} F'(x - ct), \quad (2.10)$$

откуда после интегрирования по x получим

$$\bar{u} = \frac{Mc}{h} F(x - ct). \quad (2.11)$$

Произвольную постоянную полагаем равной нулю, так как при $\xi = 0$ $\bar{u} = 0$.

Подставляя в (2.7) значения ξ , $\bar{\xi}$ и $\bar{u}$ в соответствии с (2.8), (2.9) и (2.11), получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{c^2}{h} MF'(x - ct); \\ \frac{\partial}{\partial x} (\xi - \bar{\xi}) &= \frac{\partial}{\partial x} [MF(x - ct) - F(x - ct)] = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (M - 1) F(x - ct) = (M - 1) F'(x - ct), \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

отсюда следует

$$M = \frac{1}{1 - \frac{c^2}{gh}}, \quad (2.13)$$

после чего получим

$$\xi = \frac{\bar{\xi}}{1 - \frac{c^2}{gh}}. \quad (2.14)$$

Таким образом, получено, что повышение уровня в движущемся циклоне представляет собой равновесное возмущение (статический подъем), умноженное на коэффициент, зависящий от

скорости циклона. При $c = 0$, т. е. в случае, когда возмущение не перемещается, подъем уровня будет соответствовать статическому эффекту атмосферного давления. В данном случае будет соблюдаться закон обратного барометра, о котором говорилось выше.

При $c \leq \sqrt{gh}$, т. е. если скорость перемещения барической системы меньше скорости распространения свободной длинной волны, подъем уровня имеет тот же знак, что и соответствующая равновесная форма, но большую величину; так, при $c = \sqrt{gh}$ подъем уровня стремится к бесконечности, т. е. возникает явление резонанса. При $c > \sqrt{gh}$ вместо подъема будет наблюдаться понижение уровня. При больших величинах отношения $c/\sqrt{gh}$ отклонение уровня от статического его значения будет все равно малым.

Выше нами был рассмотрен ход уровня в канале, неограниченно простирающемся в обоих направлениях. Пользуясь тем же методом, можно рассмотреть задачу о распространении волны под действием атмосферного возмущения в канале, ограниченном с одной стороны стенкой, как это, например, сделано Праудмэн (1957), или учесть влияние стенок с двух сторон канала. В данном случае мы не приводим этих решений, так как все исследования этого типа не учитывают одновременного действия на поверхность воды ветрового потока и поэтому не могут быть использованы в практических целях. Что касается вопроса, который нам казался важным, — о влиянии скорости перемещения барической формации на величину подъема уровня, — то это влияние достаточно выяснено из приведенных выше рассуждений.

§ 3. ЭМПИРИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ПРОГНОЗА УРОВНЯ

Причиной, вызывающей анемобарические колебания уровня, являются условия погоды. Если известны наперед с достаточной степенью подробности направление и скорость ветра, распределение атмосферного давления и характер изменения этих элементов на ближайшее время, можно предвычислять колебания уровня.

В тех же случаях, когда прогноз погоды не может быть дан с достаточной заблаговременностью и точностью, разработка методов прогноза уровня может быть осуществлена только в том случае, если какой-либо метеорологический фактор, влияющий прямо или косвенно, опережает на определенное время ход уровня. Тогда, зная связь между этим фактором и уровнем, можно предсказывать последний с заблаговременностью, на которую изменения данного фактора опережают изменения уровня.

Необходимо иметь в виду, что в последнем случае система прогноза оправдывается лишь тогда, когда уровень в значительной степени определяется изменчивостью данного фактора, т. е. носит относительно простой характер. Если же ход уровня зависит от нескольких причин, причем их роль в его формировании не

остаётся постоянной, к примеру в одном случае уровень будет формироваться преимущественно ветром, в другом — подходом длинной волны и т. п., тогда такая система не будет эффективной и прогнозы уровня по ней будут часто неправильными.

Эмпирические методы обычно рассматривают простые колебания уровня, где избранные для прогноза факторы имеют предварение в своем ходе и не меняют своего влияния на уровень от случая к случаю.

1. Определение величины сгонно-нагонных колебаний уровня по местному ветру

Первыми работами, посвященными определению сгонно-нагонных колебаний уровня, были попытки голландского инженера Орта в конце прошлого века (Марютин, 1941) установить связь между ветром и уровнем в одном пункте.

Орт изучал связь уровня и моментов наступления полных и малых вод с местным ветром и давлением воздуха в Эймдене и Хук-ван-Холланде на голландском побережье по материалам наблюдений за 1895 и 1896 гг.

Наблюдениями было установлено, что действие ветра на уровень сказывается в среднем через 6 час., величина сгона или нагона пропорциональна давлению ветра, т. е. квадрату его скорости, предварение или запаздывание полных и малых вод пропорционально скорости ветра.

Бруно Шульц (Марютин, 1941) исследовал влияние местного ветра на уровень в Остенде и Зеебрюге по материалам наблюдений за 1915—1918 гг. Он получил три уравнения, связывающих средний мгновенный (очищенный от приливных колебаний) уровень с силой и направлением ветра. Уравнения были составлены: 1) для ветра, имеющего синхронный ход с ходом уровня, 2) для ветра, имеющего сдвиг на три часа назад относительно уровня, 3) без учета влияния давления. Тип уравнений применительно ко всем трем случаям получился один:

$$H = H_0 + \frac{W^2}{28} \sin(\alpha - \alpha_0), \quad (2.15)$$

где H — средний мгновенный уровень в см; W — скорость ветра в м/сек.; α — азимут направления ветра, считаемый через восток; H_0 — средний многолетний уровень; α_0 — азимут нейтрального направления ветра, не вызывающего сгонно-нагонных колебаний уровня.

Последующие попытки применения изложенного метода к другим районам к успеху не привели. И все же, несмотря на малую применимость этого метода, только в исключительных условиях дающего удовлетворительные результаты, идеи, заложенные в нем, используются и в настоящее время.

Любопытно заметить, что для Хук-ван-Холланда, пункта, где в конце прошлого столетия зародились первые прогнозы уровня,

Шалквийк в 1947 г. предложил метод расчета уровня по местному ветру в зависимости от его скорости и направления.

Имеются и другие примеры использования этого простейшего метода для предсказания нагонов на побережье Северного моря (Численные методы расчета штормовых нагонов, 1964).

В преобладающем большинстве случаев оказывается, что ветер в данном пункте не имеет связи с изменениями уровня в этом пункте. Объяснением указанного является предположение, что «местный» ветер — это не тот ветер, который, действуя над морем, создает там, вдали от берега сложную систему дрейфовых течений, вызывающую у берега сгонно-нагонные колебания.

Для оценки влияния местных ветров на ход уровня производится выделение сгонных, нагонных и нейтральных ветров.

Первоначально производится разбивка всей амплитуды колебаний уровня на интервалы. Затем для каждого интервала производится выборки в таблицы. Таких таблиц составляется столько, сколько принято интервалов скорости ветра. В большинстве случаев таблицы для верхнего интервала (больших скоростей ветра) построить не удастся, так как таких данных оказывается немного.

После того как для всех интервалов построены таблицы, по данным каждой таблицы строят розы нагонов и сгонов.

2. Метод «градиентов атмосферного давления»

Ветер имеет большую изменчивость во времени и в пространстве, что вызывает существенные затруднения при выборе его расчетных значений.

С целью улучшения методики исследования связи между уровнем и причинами, вызывающими его изменение, в расчеты были введены разности атмосферного давления в избранных пунктах, часто называемые «градиентами атмосферного давления».

Такой градиент давления характеризовал какие-то осредненные условия (в смысле ветрового воздействия в данном районе) и, кроме того, разность атмосферного давления в избранных пунктах, что также необходимо учитывать при исследовании и расчете сгонно-нагонных колебаний уровня.

Дудсон (Doodson, 1924), исследуя связь метеорологических колебаний уровня в Ньюлине и Ливерпуле с давлением воздуха и градиентами атмосферного давления, получил путем корреляции уравнение, связывающее высоту уровня, формируемого метеорологическими факторами в заданном пункте, с атмосферным давлением в той же точке и разностью давления в точках, удаленных от заданного пункта на 500 км в направлении на север, юг, запад и восток за избранный период времени, предшествующий расчету.

Дудсон установил, что уровень в пунктах побережья Англии мало зависит от местного ветра. В расчетах он связывал давление и его градиенты, взятые по 7-часовому сроку наблюдений, со

средним мгновенным уровнем за 12 час. Он принимал запаздывание уровня относительно действующих сил в 5 час. Средний мгновенный уровень (так была названа непериодическая часть колебаний) вычислялся как разность между суммарным уровнем и величиной прилива. Положение центра осей определялось путем корреляции градиентов с уровнем для многих вариантов положения центра. Вариант с большими коэффициентами принимался за расчетный. Лучшие результаты оказались при расположении центра осей в Ливерпуле.

Представляет интерес также работа Дудсона (1929), посвященная наводнениям в р. Темзе у Лондона. В ночь с 6 на 7/1 1928 г. произошло катастрофическое наводнение в Лондоне. Правительство Англии поручило Ливерпульскому институту приливов и отделу прогнозов Метеорологической службы, а также некоторым другим научным учреждениям Англии исследовать природу лондонских наводнений.

В результате исследований Дудсон пришел к выводу, что нагон в Темзе вызывают две волны — одна, образующаяся в Северной Атлантике (к северо-западу от Шотландии), доходящая до Темзы с севера, вдоль восточного побережья Англии, и вторая местная, т. е. зарождающаяся в Северном море. Обе волны при подходе к Темзе по высоте практически одинаковы (5—7 футов). Волны эти не связаны друг с другом, и наибольший подъем штормового уровня происходит, когда они совпадают. Любопытно заметить, что волна Северного моря (местная), преимущественно совпадает с малой водой или наблюдается спустя 1—2 часа. Для подъемов во время полной воды, наиболее опасных, она значения не имеет. Наибольшую опасность представляет атлантическая волна, которая в случае совпадения с полной водой вызывает катастрофу.

Дудсон не дал уравнений для прогноза уровня воды в Темзе во время наводнений. Он и не мог этого сделать, потому что механизм формирования длинных волн движущимся циклоном не был выяснен с достаточной степенью подробности, а отсутствие в то время возможностей решения гидродинамических уравнений (не было электронно-вычислительных машин) не позволяло использовать теорию. Однако выполненная им работа подвела научно обоснованный базис для последующих работ в этой области.

Градиенты давления, определенные по концам двух тысячекилометровых осей, расположенных перпендикулярно одна другой, были шагом вперед по сравнению с расчетами по ветру: охватывался значительный морской район, учитывалось осредненное значение анемобарических условий во всем районе и т. п. Однако, с другой стороны, метод таил в себе возможность существенных погрешностей. Концы осей не опирались на станции, где измерялось давление, что могло привести к значительным ошибкам, так как наведенные на карте изобары над морской акваторией не обоснованы в достаточной степени наблюдениями ввиду отсутствия там станций.

Следующий шаг в развитии градиентных методов прогноза уровня был осуществлен Э. Шульце (Марютин, 1941), который вместо перпендикулярных осей Дудсона при расчете уровня в Гамбурге избрал треугольник, углы которого опираются на станции, и вследствие этого градиент давления может быть вычислен с большой точностью. Углами треугольника по исследованию Э. Шульце являются Ярмут, Тайнмаус и Блаавансхук. В число факторов, влияющих на уровень, Шульце включил движение приливных масс воды в устье Эльбы в виде предшествующих высот полной и малой воды, а также влияние стока р. Эльбы. Время запаздывания колебаний уровня по отношению к действующим силам он определил в 5—11 час. (в среднем 8) для полной воды и 10—16 час. (в среднем 13) для малой. Средняя квадратическая ошибка прогноза 17 см.

Существенный вклад в развитие градиентного метода в последующем был сделан Т. П. Марютиным (1941) и его последователями.

Идея Марютина заключалась в отказе от выбора градиентов из множества случайно избранных вариантов по наибольшей величине коэффициента корреляции. Он считал, что уровень в данном пункте определяется двумя видами условий — местными и условиями, господствующими в открытом море, в значительном удалении от данного пункта. Градиенты эти он назвал эффективными. Так, для Двинского залива Белого моря для оценки влияния процессов, происходящих в глубоком Баренцевом море, путем последовательной корреляции различных градиентов и уровня им был найден градиент Канин Нос — Цып-Наволоч. Местные беломорские условия учитывались градиентом Соловки — Зимнегорск. Эффективные градиенты, понятно, также избираются путем выбора лучшей комбинации методом корреляции. Но в этом случае направление поиска определяется ясно выраженной идеей.

Как правило, большинство зависимостей, связывающих уровень с градиентом давления, представляет собой уравнение прямой вида

$$H_{\text{расч}} = AH_{\text{пред}} + BG_1 + CG_2, \quad (2.16)$$

где $H_{\text{расч}}$ — рассчитываемый уровень; $H_{\text{пред}}$ — наблюдаемый уровень, предшествующий расчету; A , B и C — постоянные коэффициенты; G_1 и G_2 — градиенты давления.

Такого рода связи оказываются эффективными далеко не всегда. Недостатки их особенно сказываются во время перехода уровня через максимум или минимум, поэтому для целей прогноза уровня часто применяются зависимости иного вида:

$$\Delta H = AH_{\text{пред}} + B\Delta G_1 + C\Delta G_2, \quad (2.17)$$

где ΔH — приращение уровня; ΔG_1 и ΔG_2 — приращения градиентов. Все остальные обозначения прежние.

Уравнения такого вида использованы С. И. Кан (1948) и А. И. Каракаш (1939) при составлении методики прогноза уровня для южных и дальневосточных морей.

Применяются также другие модификации уровней, использующие для прогнозов уровня градиенты атмосферного давления. Так, например, для предсказания сильных нагонов в Кильской бухте используется уравнение

$$\Delta H = kG^2; \quad (2.18)$$

здесь G — градиент давления — входит в уравнение прогноза в квадрате.

Эмпирические методы прогноза уровня, основанные на учете градиентов давления, а также синоптического и уровня режима арктических морей, были разработаны Н. В. Мустафиным. Он установил, что в навигационный период 80% барических систем, вызывающих наиболее значительные колебания уровня, перемещаются в генеральном направлении с запада на восток. Поэтому сгонно-нагонная волна идет вдоль побережья в том же направлении. Это обстоятельство дает необходимую заблаговременность при прогнозах уровня в восточных пунктах по изменениям градиентов атмосферного давления, ветру и ходу уровня в пунктах, лежащих западнее исследуемых.

Тщательный анализ синоптической обстановки позволил также выявить ряд особенностей влияния барических систем и скорости ветра на уровень моря. Так, например, при прохождении холодного фронта через пункт наблюдений при генеральном направлении барической системы с запада на восток наблюдается максимум подъема уровня. Наступлению максимальной величины подъема обычно предшествует с некоторой заблаговременностью наибольшее значение скорости ветра. Таким образом, рассчитанные по градиентам давления и ветру величины неперiodических колебаний уровня могут быть откорректированы путем использования синоптического прогноза (в случае достаточной надежности последнего).

Мустафиным составлены формулы различной заблаговременности для разных типов синоптических условий, что позволяет приближенно учесть траекторию и интенсивность развития барических систем. При этом в зависимости от характера исходной информации в каждом конкретном году можно предвычислять уровень по разным формулам как на основе только фактических данных, так и с полным или частичным учетом синоптического прогноза. Таким образом, отличительной особенностью его формул является учет особенностей режима моря и реальная возможность получения необходимой исходной информации. Им предложен довольно простой способ корректировки предвычисленных значений уровня по фактическому уровню на момент составления прогноза. Этот способ позволяет учесть долгопериодные составляющие уровня.

По мнению Мустафина, для катастрофических нагонов эмпирические уравнения типа (2.16), (2.17), связывающие уровень и градиенты давления, непригодны.

Для катастрофических нагонов в море Лаптевых Н. В. Мустафин (1961) предложил прогностическое уравнение в следующей форме:

$$\Delta H = 1,2 \sum G - 1,3; \quad (2.19)$$

здесь $\sum G$ — сумма трех градиентов.

Из приведенного выше обзора градиентных методов прогноза следует, что все они требуют предварительного решения следующих задач:

1) выделение непериодической части колебаний уровня из суммарных его колебаний;

2) нахождение области моря, где анемобарические воздействия определяют колебания уровня в данном пункте;

3) определение времени запаздывания хода уровня относительно факторов, вызывающих эти колебания;

4) выяснение типичных анемобарических условий, соответствующих нагонам и сонам.

Главными причинами короткопериодных колебаний уровня моря являются астрономические и анемобарические колебания. Таким образом, если требуется определить величину анемобарических колебаний уровня, достаточно вычесть из суммарного уровня приливные колебания. Приливный уровень может быть рассчитан достаточно точно, если имеются материалы наблюдений. Таким образом, никаких принципиальных затруднений для определения непериодической части колебаний нет. Несколько иначе обстоит дело при практической реализации. Предвычисленные приливные уровни имеются для немногих пунктов, и поэтому далеко не часто при составлении прогноза для заданного пункта оказывается, что для него имеются предвычисленные уровни. Предвычисление прилива — не простая задача и требует соответствующих наблюдений, времени, технического персонала и средств. Это заставило отыскивать упрощенные пути выделения непериодической части колебаний уровня из суммарных колебаний.

Дудсоном (Doodson, 1924) был предложен метод выделения непериодической составляющей уровня для правильного полусуточного прилива. Эта методика в наиболее простом виде заключается в исключении периодического колебания из суммарного, тогда остаток должен дать непериодическую составляющую.

При правильном полусуточном приливе уровни, взятые через половину фазы, имеют одинаковую величину, но противоположные знаки:

$$H_t = \frac{H_{t+3} + H_{t-3}}{2}; \quad (2.20)$$

здесь H_t — уровень в данный момент; H_{t+3} — уровень спустя три часа после данного момента; H_{t-3} — уровень, на три часа предшествующий данному.

Другой метод вычисления непериодической составляющей заключается в следующем. Если взять средний ежечасный уровень в течение водных суток симметрично заданному часу, то он не будет содержать приливных колебаний. Это записывается следующим образом:

$$H = \frac{1}{24} (H_0 + H_1 + \dots + H_{23}); \quad (2.21)$$

здесь H — искомый уровень; $H_0, H_1, H_2, \dots, H_{23}$ — уровни в часы водных суток, симметричные заданному часу.

Приведенные здесь приемы «очистки» уровня от приливных колебаний являются простейшими, но очень грубыми.

В настоящее время имеется много способов фильтрации и сглаживания временных рядов. Развилась теория фильтрации и сглаживания, где эти вопросы рассматриваются как частный случай экстраполяции и интерполяции случайного стационарного процесса.

Для сглаживания уровенных рядов часто применяется прямое осреднение значений ряда уровней по одинаковым его отрезкам. Весьма эффективным является фильтр Дудсона, состоящий из 39 весовых множителей; используется фильтр Тьюки, экспоненциальный фильтр и др.

Фильтры подбираются в соответствии с характером имеющегося ряда и поставленной задачей. Интересующихся этим вопросом отсылаем к работам Холвейя (Hollway, 1958) и Матушевского и Привальского (1968).

Существенные трудности представляет выбор расчетных градиентов давления, фактически отвечающий на вопрос, где расположена и как велика та часть моря, воды которой формируют нагон в заданном пункте. Общих правил для определения этой площади, ее положения относительно заданного пункта и величины пока нет, да их, по-видимому, и не может быть, так как область эта должна быть связанной с характером распределения атмосферного давления и изменений его во времени и пространстве. Тем не менее какие-то наиболее распространенные и типичные положения барического поля и его изменчивости в связи с колебаниями уровня в данном пункте существуют. Выбор таких точек, где разность атмосферного давления имеет большую связь с уровнем, чем в других, соседних пунктах, чаще всего осуществляется подбором. Так, например, Дудсон перемещал свои ориентированные относительно стран света оси в различные районы моря, привязывая центр этих осей к различным пунктам, и коррелировал разность давления на концах осей с уровнем в заданном пункте. Давление при этом снималось с синоптической карты. Вариант расположения координатных осей, имеющих наибольший коэффициент корреляции и наименьшую среднеквадратическую ошибку, и определяет область моря, «управляющую» ходом уровня в заданном пункте.

В таком же плане, также подбором, определял эту площадь и Э. Шульце (Марютин, 1941), используя вместо дудсоновского квадрата треугольник давления. В данном случае исследовались различные комбинации метеорологических станций, образующие треугольник.

При корреляции производились расчеты со сдвигом уровня во времени относительно градиентов давления, что позволяло одновременно устанавливать сдвиг по фазе между уровнем и градиентами давления, т. е. «инерцию уровня».

После того как определены наилучшие положения градиентов давления и инерции уровня, в уравнение вводится величина уровня за предшествующий срок, а иногда и атмосферное давление в данном пункте. Полученное таким образом уравнение является основным расчетным уравнением.

Обобщая изложенное, можно сформулировать принципы прогноза уровня по градиентам давления: методика прогноза метеорологических колебаний уровня основана на расчете уровня по его связи с градиентами атмосферного давления в избранных пунктах. Выбор пунктов для определения градиентов производится методом последовательной корреляции многих градиентов; из них выбираются имеющие наивысшие коэффициенты корреляции. Статистическим путем находятся также прогностические уравнения. Обычно уравнения учитывают влияние двух-трех градиентов и иногда атмосферного давления в данном пункте. Кроме того, с целью учета предшествующей обстановки в уравнение вводится уровень, наблюдаемый в момент составления прогноза. Необходима заблаговременность прогноза основана на так называемой инерции уровня, под которой понимается запаздывание реакции водной массы относительно действующих на нее сил, которыми в данном случае являются ветер и атмосферное давление.

Достоинствами градиентного метода прогноза являются: простота, объективность, возможность строить прогноз уровня по фактически наблюдаемым данным, избегая прогноза погоды, доступность материалов для прогноза уровня и т. п.

Вместе с тем эта методика имеет и не менее существенные недостатки. Градиенты выбираются в виде разности давления между двумя точками, с расчетом на то, что, какое бы синоптическое положение ни возникло, величина градиента в избранных пунктах будет всегда соответствовать положению уровня. Это оправдывается не всегда, так как разность давления в двух постоянных точках может быть величиной случайной, не соответствующей градиенту барического поля.

Кроме того, сильные фронтальные ветры, весьма заметно действующие на уровень, не будут описываться такого рода градиентами.

Градиентная методика прогноза уровня учитывает только колебания, происходящие вследствие нагона воды ветром. Волновые колебания не учитываются. Длинные волны, пробегающие значительные

расстояния, часто приходят в исследуемый пункт раньше, чем до него доходят циклоны, породившие эти волны.

Из изложенного следует, что по градиентному методу могут быть рассчитаны только сгонно-нагонные колебания уровня, имеющие чисто ветровое происхождение.

Следует отметить также, что коррелирование всех без исключения уровней с градиентами давления неправильно, так как в этом случае не учитывается происхождение этих уровней. Коррелировать можно только явления, вызываемые одноименными причинами, поэтому для составления связей нужно разделять уровни по причинам, их вызвавшим, что чаще всего не принималось во внимание.

Метод прогноза уровня по градиентам давления и предыдущему уровню рассчитан на пункты с малой изменчивостью уровня. Это подтверждается тем, что в уравнениях регрессии, обычно содержащих два-три градиента давления и предшествующее значение уровня, коэффициент корреляции последнего намного превышает по величине коэффициенты корреляции других членов уравнения.

Профессор Марютин, пользуясь этим свойством, выдвинул даже особый метод прогноза, названный им прогнозом уровня по «тенденции». Суть его состоит в том, что к наблюдаемому значению уровня прибавляют (или вычитают) некоторую среднюю величину приращения уровня (в зависимости от того, падает уровень или повышается). При небольших изменениях уровня наблюдаемые и вычисленные значения получаются близкими. В других случаях оказывается, что предыдущий уровень имеет очень малую связь с последующим даже тогда, когда сопоставляемые уровни берутся через короткий период времени один после другого.

Таким образом, свойство тенденции оказывается присущим районам с малоизменяющимся ходом уровня. Для тех районов, где уровень изменяется быстро, тенденцию обычно обнаружить не удастся. Результаты прогноза по тенденции тем лучше, чем медленнее изменяется уровень, а это как раз тот случай, который представляет для нас наименьший интерес.

Наибольшее значение для практики представляют районы с быстрыми и значительными колебаниями уровня. Метод тенденций для указанных районов неприменим, так же как мало применим и метод прогноза по градиентам давления. Примером этого могут служить районы, подвергающиеся наводнениям метеорологического происхождения (Ленинград, Лондон и др.), где применение градиентного метода не дает удовлетворительных результатов.

Для создания физически обоснованной методики прогноза уровня необходимо знать: происходящие и ожидаемые процессы в атмосфере, механизм, с помощью которого осуществляется передача влияния этих процессов воде, и явления, возникающие

в море в результате воздействия этих процессов. Кроме указанного, должны учитываться местные особенности, влияющие на ход уровня.

Характеристику процессов, возникающих в атмосфере, и развитие их во времени и пространстве дают синоптические карты, позволяющие учесть следующие моменты, влияющие на уровень:

- 1) положение барической формации относительно берега;
- 2) интенсивность процессов, происходящих в атмосфере;
- 3) скорость перемещения и направление движения барических формаций;
- 4) предшествующие и ожидаемые синоптические условия.

Исходные данные для краткосрочного прогноза уровня могут быть представлены в виде барического рельефа в приземном слое и поля температур.

Выше было показано, что потоки воды в поверхностном слое направлены от центра циклона к периферии под небольшим углом к изобарам. Для весьма приближенных оценок, допустимых при выборе эффективных градиентов, при прохождении циклона над морем потоки воды можно считать направленными по изобарам. В этом случае наибольшие колебания уровня в мелководных районах моря будут, когда изобары направлены нормально к берегу и густота их наибольшая. Потоки воды, параллельные берегу, в мелководных районах не проявляют себя, так как влияние силы Кориолиса нейтрализуется трением. Если же глубины близко подходят к берегу, то можно ожидать изменений уровня и при изобарах, направленных параллельно берегу. Отсюда следует весьма простое правило выбора расчетных градиентов, характеризующих напряженность барического поля с точки зрения колебаний уровня: в мелководных районах, где колебания уровня наиболее значительны, направление градиента должно избираться параллельным генеральному направлению берега. Устанавливая расстояние между пунктами, где измеряется давление для вычисления градиента, следует руководствоваться морфометрическими признаками, характеризующими прилегающий к данному пункту район. Для учета влияния стонов и нагонов в глубоководных районах моря следует брать еще один градиент, расположенный нормально к берегу. В большинстве случаев градиенты, нормальные к берегу, имеют очень низкие коэффициенты корреляции с уровнем и их можно не принимать в расчет. Однако в некоторых глубоководных районах наличие параллельных берегу потоков воды может оказывать некоторое влияние на формирование уровня.

Избранные таким образом градиенты коррелируются с уровнем в заданном пункте, что позволяет установить тесноту связи между барическим полем и ходом уровня. Срок, на который может быть дан прогноз, определяется отстоянием взятого градиента от берега. Такие расчеты, не представляющие ничего принципиально нового, требуют надежного эмпирического материала.

Идея такого расчета представляется следующей.

L — расстояние от берега линии градиента, по которому ведется расчет, будет

$$L = v_{др} t, \quad (2.22)$$

где $v_{др}$ — скорость дрейфового течения, t — время, в течение которого вода переместится на расстояние L .

Если известна скорость дрейфового течения, то, задаваясь сроком прогноза (t), можно определить расстояние.

Скорость дрейфового течения — величина переменная, зависящая от скорости ветра, и может меняться в широких пределах. Отсюда следует, что один градиент не может обеспечить успешного решения задачи о прогнозе. Очевидно, нужно наметить несколько параллельных градиентов, расстояние которых от берега будет определяться густотой изобар (или, что то же самое, скоростью ветра или дрейфового течения).

Для того чтобы срок прогноза оставался одним и тем же при разных скоростях ветра, необходимо вводить в расчет различно удаленные от берега градиенты. Если принимать единственный градиент, то при малых скоростях ветра заблаговременность прогноза будет большей, а при больших скоростях — меньшей.

Важным шагом вперед в исследовании неперiodических колебаний уровня и выявлении его связей с метеорологическими факторами является использование статистических методов анализа линейных систем.

В этом случае море рассматривается как динамическая система, характеристики ветрового поля — как вынуждающая случайная функция $X(t)$, а колебания уровня — как реакция системы на выходе $Y(t)$, связанная с $X(t)$ функцией влияния. Задавая ветровое поле как функцию времени и зная функцию влияния $W(t)$, можно определить колебания уровня.

Специальные методы анализа обычно требуют применения современной вычислительной техники и входных данных значительно более высокой точности, чем обычные стандартные измерения гидрометеорологических элементов.

Сейчас еще нельзя провести обобщение опыта работ по использованию спектрального метода для анализа гидрологических данных. Работы эти весьма разнохарактерны. Исследованиям речного стока посвящена работа Кучмента (1967). Привальский (1968) исследовал вынужденные колебания уровня в Южной Балтике. Связь между спектрами дрейфового течения и касательным напряжением ветра рассматривалась Ямпольским (1966). Мизак (Mysak, 1967) исследовал вопрос о частоте колебаний уровня на материковой отмели. Мозерс, Смит (Mosers, Smit, 1968) посвятили свою работу волнам на материковой отмели океана. Работа Овчинниковой (1965) была попыткой использования теории случайных процессов для прогноза неперiodических течений. Недавно такого же направления работа появилась и в области прогноза неперiodических колебаний уровня (Алексеев, 1969).

Пока эти работы прогностического направления имеют главным образом методологическое значение и, как всякое новое дело, нуждаются в совершенствовании метода, разработке методики получения входных данных, анализе получаемых результатов, оценке точности и т. д. Все это дело будущего, но уже сейчас очевидно, что столь мощный и совершенный аппарат, каким является теория случайных процессов, обеспечивает широкую перспективу развития методов прогноза неперiodических колебаний уровня на этой основе.

Работа Г. В. Алексеева «Физико-статистические исследования неперiodических колебаний уровня моря» доведена до опытного осуществления прогноза уровня в некоторых пунктах арктических морей (Алексеев, 1969).

Рассматривая море как динамическую систему, Алексеев записывает поставленную задачу в виде

$$y(t) = \int_0^{\infty} W(\tau) x(t - \tau) d\tau; \quad (2.23)$$

здесь $x(t)$ соответствует процессу на входе в систему, $y(t)$ — на выходе из системы, $W(\tau)$ — функция влияния.

Функция влияния и другие важные характеристики системы (амплитуды, фазы, когерентность и т. д.) определяются из интегрального уравнения для корреляционных функций

$$R(x, y(\tau)) = \int_0^{\infty} W(\tau_1) R_x(\tau - \tau_1) d\tau. \quad (2.24)$$

Решение этого уравнения осуществляется путем преобразования Фурье. Искомые характеристики выражаются довольно несложно через спектральные плотности.

В качестве процесса, задаваемого на входе, принимаются изменения ветрового поля над морем в виде интегральных характеристик градиентов атмосферного давления, среднего ветра над морем и др. На выходе из системы рассматриваются колебания уровня в определенном пункте, с учетом того, что эти колебания — результат исключительно воздействия ветровых полей.

Из анализа полученных результатов определены основные характеристики пространственной, временной и частотной структуры колебаний уровня и характеристики ветровых полей.

Установлено, что на западе рассматриваемого района преобладают крупномасштабные изменения уровня (период более 6 суток). В центральной части (море Лаптевых) значительное место занимают возмущения уровня в пределах естественного синоптического периода (1—6 суток), что имеет место и на востоке, только в меньшей степени.

Различия в структуре колебаний уровня различных морей, по мнению Алексеева, объясняются особенностями орографии и

различием характерных масштабов ветровых полей над ними. Соотношение этих двух моментов определяет возможность возникновения резонанса при вынужденных колебаниях воды.

На основании данных о структуре колебаний уровня было проведено сравнение условий предсказания уровня в различных морях и оценена возможность применения стационарных моделей.

Спектральный анализ показал масштабы энергетически наиболее значительных колебаний уровня, выделение которых может улучшить прогноз.

В работе исследуется также распространение неперiodических колебаний вдоль побережья. Расчеты взаимных корреляционных функций указывают на существование связи вдоль побережья Арктики между колебаниями уровня в различных пунктах, вызываемыми движущимися с запада на восток циклонами. Связь эта прослеживается на значительных расстояниях, причем наиболее тесная связь распространяется на область синоптических масштабов.

Сдвиг максимумов взаимных корреляционных функций во времени и разность фаз составляющих колебаний уровня в двух пунктах всегда распространяются с запада на восток со скоростью распространения свободной длинной волны.

Конечным этапом статистического анализа явилось определение весовой функции. Для этой цели колебания уровня для одного из пунктов побережья были представлены в виде

$$H_k = \sum_n W_n P_{k-n}; \quad (2.25)$$

здесь H_k — отклонения уровня, W_n — дискретный аналог весовой функции, P — сумма градиентов.

Весовая функция определена с помощью спектрального анализа. По данным корреляционного анализа получен ряд прогнозистических формул вида

$$h_{i, k+\tau} = \sum_n a_n P_{n, k-g(n)} + \sum_j b_j h_{j, k-g(s)}; \quad (2.26)$$

здесь h_i, h_j — отклонения уровня от среднего в заданных пунктах. Проверка этих уравнений в навигацию 1967 и 1968 гг. показала достаточную их эффективность.

Штормовые нагоны исследованы Г. В. Алексеевым особо, на основании длительных наблюдений над уровнем по одному из пунктов арктического побережья.

Спектральный анализ серий сгонов и нагонов, вызванных следующими друг за другом циклонами, показывает совпадение спектров ветровых полей и уровня, а также абсолютное преобладание спектральных плотностей на тех же частотах, на которых обнаружены максимумы в спектрах неперiodических колебаний уровня в течение всего исследуемого периода.

Дальнейшие исследования штормовых нагонов, выделенных из общего процесса изменений уровня, проводились на основании анализа коротких реализаций, осреднение по которым недостаточно для самостоятельных оценок структур.

Уровенная поверхность реального моря под действием ветра является сложным полем денивелиации.

3. Эмпирические методы расчета штормовых нагонов в устье р. Невы

Как уже указывалось, наиболее опасные наводнения анемобарического происхождения возникают при совмещении подъема уровня, вызванного подходом к берегу длинной волны, сформированной циклоном на глубокой воде, и нагонным воздействием штормового ветра, вызванного циклоном.

Попытки предварительного расчета такого рода явлений предпринимались в нашей стране еще в прошлом столетии в процессе изучения невских наводнений, затопивавших г. Петербург с момента его основания. Невские наводнения являются классическим примером морских штормовых наводнений.

За 2,5 века существования города взгляды на причины наводнений претерпели значительные изменения, и лишь недавно был вскрыт основной механизм их формирования.

В обширной литературе, посвященной великому городу, отмечены и открытия, и заблуждения при объяснении причин наводнений.

Многие заблуждения, возникшие в процессе исследования, несмотря на то что они выяснены с исчерпывающей полнотой, оказались столь живучими, что повторяются и теперь и даже пропагандируются в разного рода описаниях.

Все это делает необходимым подробнее остановиться на причинах морских наводнений в устье р. Невы и гипотезах, несостоятельность которых выяснена в процессе многолетнего их изучения.

В XVIII веке академиком Берхом и Шубертом поддерживалось мнение о формировании наводнений стоком р. Невы, которая при сильных западных ветрах не может преодолеть напора морских вод и излить свои воды в Финский залив.

Наличие обратного уклона р. Невы категорически опровергает это предположение.

Первым, кто пытался объяснить наводнения вхождением в залив волны высокой воды, образовавшейся в Аландском море, был М. А. Рыкачев (1898). Вслед за ним эта же причина наводнений выдвигалась С. А. Советовым (1933), В. Ю. Визе (1925) и В. А. Бергом (1926, 1928, 1932, 1935). Последним были даже проделаны опыты на модели, удовлетворительно подтверждающие деформацию волны при прохождении ее по Финскому заливу (1926).

В. П. Дубов (1937) предположил, что причиной подъемов воды в устье р. Невы являются стоячие колебания воды в Финском заливе и Балтийском море — сейши. Доказательство этой мысли он находил в том, что периоды наводнений группируются около периодов различных видов сейш, этим якобы подтверждается их сейшевая природа. Дубов получил на модели пять видов сейш, начиная от двух-, одноузловых с периодами 30 и 48 час., в которых участвуют Балтика и Финский залив, и кончая четырехузловой с периодом 8 час. 11 мин. С помощью комбинации этих сейш В. П. Дубов и вслед за ним Г. С. Иванов (1946) пытались объяснить происхождение многих значительных подъемов, рассматривая их как стоячие колебания.

Наиболее близко к правильному объяснению наводнений, по нашему мнению, подошел М. А. Рыкачев, часто упоминаемый как автор «волновой» гипотезы наводнений.

Спустя более 30 лет С. А. Советовым (1933) была высказана гипотеза формирования наводнений в Ленинграде, в которой все идеи, высказываемые в свое время М. А. Рыкачевым, были повторены. При этом некоторые замеченные Рыкачевым факты относительно реальных наводнений были сформулированы в виде общего закона. Так, например, было обобщено наличие выводящего циклона и «частного» вихря, что иногда имеет место, но вовсе не является законом, общим для всех наводнений.

Гипотеза Советова, появившаяся позднее, когда многие забыли о существовании первоисточника, оказалась весьма распространенной среди ученых и инженеров, тем более что интерес к наводнениям после катастрофы 1924 г. был весьма велик.

Основные посылы этой гипотезы, несмотря на выясненную их ошибочность и противоречивость, все еще повторяются в некоторых трудах и особенно в научно-популярных изданиях (Нежиховский, 1955; Голант, 1966).

Причины наводнений выяснены трудами многих ученых у нас и за рубежом с достаточной полнотой (Groen, Groves, 1962). В части невских наводнений общий их механизм исследован также в достаточном для практических задач объеме (Лабзовский, 1966).

Выявлены также и необъяснимые ранее детали: формирование второго пика (Грушевский, 1953), отражение длинной волны (Носков, 1964), распределение течений во время наводнений (Михайлов, 1962). Построена математическая модель процесса наводнений и произведены расчеты ряда случаев (Вольцингер, Лабзовский, Пясковский, 1964). На основе этих работ ЛО ГОИНа создан метод прогноза наводнений в Ленинграде.

В любом месте побережья любого водоема общий механизм неперiodических колебаний уровня один и тот же, хотя абсолютная величина колебания уровня может изменяться в значительных пределах. Эти различия связаны с конфигурацией берега в данном районе и характером глубин дна данного бассейна.

Все же остальное полностью объясняется воздействием барического поля на водную поверхность бассейна.

Невские наводнения, как и многие другие наводнения на бережьях морей (например, лондонские), представляют собой непериодические колебания уровня, связанные с изменением во времени и пространстве барического поля над Балтийским морем и Финским заливом. Характер изменения барического поля предопределяет в полной мере и характер изменений уровня в Финском заливе и Ленинграде. В зависимости от того, какие процессы в водной толще формируются изменяющимся полем атмосферного давления, определяется и характер колебаний уровня в устье р. Невы.

Движение циклонов, ложбин и атмосферных фронтов над Балтийским морем и Финским заливом порождает длинные волны. Скорость движения этих барических формаций в значительной мере определяет высоту длинной волны. Совпадение скорости перемещения циклона со скоростью свободной длинной волны вызывает явление резонанса, что приводит к особо сильному увеличению высоты длинной волны и связанному с ней подъему уровня. Особенно опасны эти подъемы, если в тылу проходящей депрессии дуют сильные западные или юго-западные ветры, создающие значительный ветровой нагон, совмещающийся с длинной волной. Некоторое (небольшое) влияние на подъем уровня в Ленинграде могут иметь сейши, возбужденные циклоном, прошедшим по Балтийскому морю и Финскому заливу.

При медленных перемещениях барических формаций воздействие их на водные массы принимает другой характер. Здесь волновые колебания не будут достигать значительной величины. Сильные и устойчивые западные и юго-западные ветры могут создать довольно высокий подъем уровня без участия длинной волны.

Приведенная выше общая схема формирования подъемов уровня достаточно просто объясняет механизм любых подъемов уровня в Ленинграде, в том числе катастрофических. Так, при прохождении циклона над северной частью Балтийского моря с запада или юго-запада в море образуется длинная волна. Эта волна, точнее, часть ее, входит в Финский залив и продвигается к его вершине, непрерывно увеличиваясь в высоте вследствие уменьшения живых сечений русла. Непременным условием для катастрофических подъемов является скорость движения циклонов, которая в особо опасных случаях должна достигать 75—90 км/час над Балтийским морем, и тогда вследствие близости этой скорости к резонансной образуется более высокая волна, которая входит в залив и перемещается по нему также со скоростью, близкой к резонансной. Это наиболее важное условие больших наводнений. В Финском заливе ввиду заметного изменения глубины явления резонанса могут иметь место только на отдельных его участках. В этом случае скорость движения циклона должна находиться в пределах 55—75 км/час.

Другим необходимым условием для осуществления катастрофических наводнений являются сильные западные ветры над Финским заливом, дующие во время прохождения по нему длинной волны.

Если траектория центра циклона проходит по северной стороне Финского залива, скорость движения циклона соответствует упомянутой выше и градиенты давления в нем велики, налицо опасная ситуация, так как при движении волны может возникнуть явление резонанса, а сильные западные и юго-западные ветры увеличат и без того высокое положение уровня в вершине Финского залива, доведя его до катастрофических размеров.

Так было в 1824, 1924 гг. и так было бы в 1955 г., если бы циклон, выйдя на залив, не уменьшил скорость своего движения, ослабив тем самым эффект резонанса.

В предлагаемой схеме все элементы ее соответствуют наблюдаемым фактам: бесспорно влияние глубины циклона (ложбины, энергии фронта), неоднократно отмечалось влияние скорости движения депрессии. Известны наиболее опасные траектории циклонов. Вместе с тем предложенная схема, основанная на теоретических представлениях, позволяет установить количественные связи подъема уровня с единственной причиной, вызывающей его изменения, — барическим полем и, таким образом, открывает дорогу физически обоснованному методу расчета подъемов уровня в устье Невы, позволяющему предвычислять любые случаи. Для этого должны быть известны: изменение барического поля над Балтийским морем и Финским заливом на заданный срок, положение уровня на начальный момент времени и морфометрические характеристики бассейна.

В первом варианте прогноза невыходов наводнений, разработанного М. А. Рыкачевым, предполагалось учитывать только трансформацию длинной волны, порожденной циклоном, при прохождении ее по Финскому заливу от моря до Петербурга (Ленинграда) (Рыкачев, 1898).

Зная высоту волны на более мористых участках залива и характер изменения волны вдоль залива, можно было установить время наступления максимального уровня в Петербурге (Ленинграде) и его высоту.

Но уровень в Ленинграде формируется совокупным воздействием ветра и вошедшей с моря или образованной в заливе длинной волны. Поэтому регулярное использование такого метода прогноза возникло только на столетия позднее, когда в 1955 г. Н. И. Бельским (1954) был предложен метод, учитывающий одновременно и высоту волны, и скорость дующего над заливом ветра. Идея такого расчета может быть представлена следующей формулой (Фрейдзон, Бельский, Попков, 1960):

$$H_{\text{Л}} = 2,5H_{\text{Т}} + \Delta H. \quad (2.27)$$

Здесь $H_{\text{Л}}$ — высота подъема уровня в Ленинграде, $H_{\text{Т}}$ — высота

волны в Таллине, ΔH — дополнительное увеличение высоты волны на пути ее перемещения от Таллина до Ленинграда за счет действия ветра.

Коэффициент 2,5 учитывает трансформацию волны на участке Таллин — Ленинград.

Бельским был разработан способ вычисления ΔH в зависимости от направления и силы ветра над Финским заливом при прохождении фронта. Рассчитывалась скорость ветра при прохождении фронта через Таллин и Усть-Нарву. Для этой цели приходилось давать прогноз ветра на три часа по известной скорости ветра при прохождении фронта через Таллин.

Поправка в высоте волны в Ленинграде за счет действия ветра определялась по графику в зависимости от усиления западной составляющей ветра над Финским заливом.

Этот метод расчета дает заблаговременность прогноза на 5—7 час. — время продвижения длинной волны от Таллина до Ленинграда.

По такому же принципу наложения ветрового нагона на уровень, сформированный подходом к берегу длинной волны, Н. А. Лабзовским была разработана методика расчета уровня в Кронштадте (Лабзовский, 1963).

Кронштадт здесь взят вместо Ленинграда в связи с тем, что расчет трансформации волны при входе в мелководное сужение залива перед Ленинградом (Маркизову лужу) не может быть осуществлен. Слишком сильно и резко меняются живые сечения залива. Казалось более целесообразным рассчитывать уровни в Кронштадте, а к Ленинграду переходить, пользуясь статистической связью между уровнями в Кронштадте и Ленинграде.

При разработке этого метода определялись: абсолютная величина ветровой составляющей уровня и время наступления ее максимума для района Кронштадта; абсолютная величина волновой составляющей уровня и время ее максимума для того же района; величина ветровой и волновой составляющих, слагающих максимальный «совмещенный» подъем; величина наибольшего совмещенного подъема и время его наступления в районе Кронштадта; начальный уровень, относительно которого происходил подъем.

Исходными данными для расчета подъема уровня воды под действием ветра являются средние величины западной составляющей скорости ветра по северной части Балтийского моря и Финскому заливу. Расчет ведется по участкам, разбитым в зависимости от морфометрических характеристик залива. При этом подъем уровня в конце каждого участка определяется относительно подъема в его начале. Изложение метода приведено в работе Н. А. Лабзовского (1962).

Принимая во внимание неодновременность подхода ветрового и волнового максимумов, величину волновой составляющей можно рассчитать, исходя из скорости движения свободной длинной волны, приняв высоту ее изменяющейся от гребня до подошвы

по линейному закону. Ввиду большой длины волны и относительно очень малой ее высоты последнее, по-видимому, не противоречит реальным соотношениям.

Ввиду быстротечности процесса наложение волновых и ветровых возмущений уровня должно производиться с учетом фазы каждого из них.

Наибольший возможный подъем уровня наблюдается при одновременном подходе максимумов уровня, сформированных ветром и свободной длинной волной.

Изложенное позволяет рассчитать геометрическим путем высоту волнового подъема в Кронштадте для любого момента времени.

Таким образом, суммарный подъем уровня в Кронштадте за счет волны и ветрового нагона можно представить в виде

$$H = H_{\text{ветр}} + k_0 H_{\text{волн. нач}}, \quad (2.28)$$

где $H_{\text{ветр}}$ — ветровая компонента, $H_{\text{волн. нач}}$ — высота входящей в залив волны, k_0 — коэффициент, зависящий от разности моментов наступления максимумов ветрового и волнового подъема уровня в Кронштадте.

Уравнение (2.28) по своей структуре аналогично зависимости, предложенной Бельским (2.27), что не является случайным.

К такому же виду приводится и решение линейного неоднородного уравнения с заданными начальными условиями, что выражает движение собственно длинной волны, и решение неоднородного уравнения при нулевых начальных условиях, выражающего действие вынуждающей силы (в данном случае ветра).

В общем виде решение можно записать так:

$$H_{\text{л}} = f(\xi) + \psi(W). \quad (2.29)$$

Здесь $f(\xi)$ — высота трансформированной волны, $\psi(W)$ — поправка за счет ветра. Уравнение совпадает по форме с эмпирическими уравнениями (2.27) и (2.28).

Определим теперь величину входящих в него слагаемых: $f(\xi)$ является не чем иным, как трансформированной волной, сформировавшейся в канале. Если принять те же условия, что и в (2.27), т. е. за начальную высоту считать высоту уровня в Таллине, тогда

$$f(\xi) = k H_{\text{Т}}, \quad (2.30)$$

где k — коэффициент, определяющий трансформацию волны на участке Ленинград — Таллин, $H_{\text{Т}}$ — высота волны в Таллине.

Коэффициент k , вычисленный по формуле Грина для модели с одной морфометрической характеристикой, средней глубиной, равен $k \cong 2,5$, что совпадает с формулой (2.27). Что касается величины ветрового слагаемого, то, считая процесс стационарным

и пренебрегая трением о дно и действием атмосферного давления, в условиях одномерной задачи получим

$$g \frac{\partial \xi}{\partial x} = 3,2 \cdot 10^{-6} \frac{W |W|}{h}. \quad (2.31)$$

Принимая расстояние между Ленинградом и Таллином равным 300 км, а среднюю глубину h на этом участке 30 м, получим для разных скоростей величину ветровой составляющей, вполне согласующуюся с ветровой поправкой, определенной по графику поправок в уровень за счет действия ветра.

Таким образом, анализ эмпирического метода показывает, что общий характер зависимости и значения каждого слагаемого соответствуют схеме решения уравнений мелкой воды при весьма грубых допущениях. Естественно предположить, что использование точного гидродинамического решения приведет к лучшим результатам.

4. Расчеты максимумов сгонно-нагонных уровней при решении инженерных задач

При проектировании гидротехнических сооружений, строительстве городов и портов особо важное значение имеет отметка незатопляемой территории.

Для этой цели выясняется максимально высокое стояние воды в данном районе, вызванное совокупностью всех причин, действующих на уровень водоема.

При определении этой отметки необходимы и расчеты сгонно-нагонных уровней, что часто требует специальных натурных исследований, сопряженных с большой затратой средств и труда.

Преувеличение высоты незатопляемой отметки приводит к бесцельному удорожанию строительства, а занижение ее — к катастрофе. В силу сказанного такие расчеты требуют большой определенности, которую часто бывает трудно обеспечить ввиду недостаточной точности используемых для расчетов данных (главным образом метеорологических).

Ниже будут изложены методы расчета, применяемые в настоящее время в отечественной практике. Следует иметь в виду, однако, что результаты расчетов будут зависеть почти исключительно от исходных данных, к получению которых нужно относиться с особым вниманием и тщательностью.

При выборе метода расчета прежде всего следует представить себе схему формирования подъема уровня. Если это нагон, сформированный приходом длинной волны (наводнения в Ленинграде, Лондоне и др.), тогда из уравнений (1.44) — (1.46) может быть получено решение, учитывающее волновое возвышение уровня, на которое накладывается ветровой нагон.

Чисто ветровые колебания уровня можно получить из того же уравнения движения (1.44) для одномерной задачи, полагая напряжения на дне малыми, силы Кориолиса отсутствующими,

нагон стационарным, а подъем уровня малым по сравнению с глубиной. Сделанные предположения приводят к следующему:

$$gh \frac{\partial \xi}{\partial x} = \tau_x^1; \quad d\xi = \frac{1}{gh} kW^2 dx. \quad (2.32)$$

Это уравнение в разностной форме позволяет приближенно рассчитать нагон в водоеме различной формы, хотя само уравнение описывает явление в канале (одномерная задача):

$$\Delta \xi = \frac{1}{gh} kW^2 \Delta x. \quad (2.33)$$

Разобьем водоем на участки (d_i) различной протяженности, сообразуясь с глубиной дна, которая должна либо плавно изменяться на участке, либо быть примерно одинаковой.

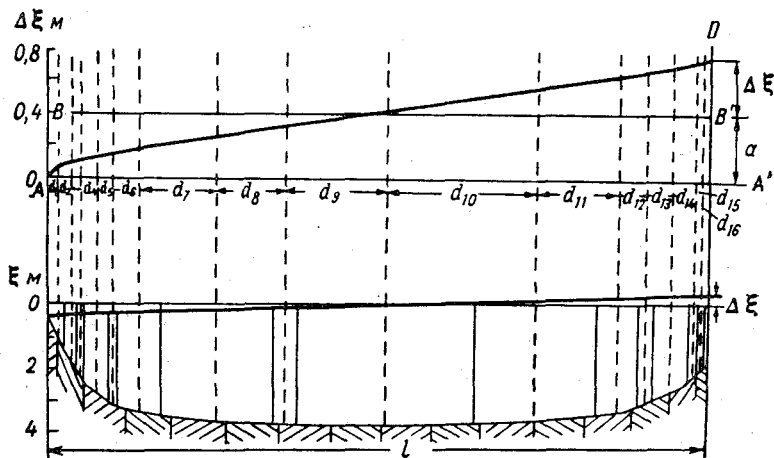


Рис. 2.4. Сгонно-нагонные колебания уровня в озеровидном водоеме. Схема расчета.

На рис. 2.4 приведена схема разбивки водоема на участки.

Далее, считая от подветренного берега, определяем превышения уровня на каждой наветренной границе участка относительно его подветренной границы.

Так, подъем уровня в точке 1 относительно берега будет

$$\Delta \xi_1 = \frac{1}{gh_{0-1}} kW^2 d_{0-1}.$$

В точке 2

$$\Delta \xi_2 = \frac{1}{gh_{1-2}} kW^2 d_{1-2}$$

и т. д.

После определения превышений уровня в конце каждого участка над уровнем в начале его и получения путем суммирования всех превышений разности отметок у противоположных берегов (рис. 2.4), избранных в направлении ветра, нетрудно определить величину нагона у одного берега и сгона у другого. Достигается это нахождением точки с нулевой величиной подъема на ломаной линии AD . Для этой цели площадь фигуры ADA' делится на протяженность водоема в направлении действующего ветра $\sum d_i$. Полученный результат $a = F / \sum d_i$ определяет отметку невозмущенного уровня относительно положения его у подветренного берега (рис. 2.4). При таком построении, основанном на сохранении постоянства объема воды в водоеме, количество воды над уровнем покоя равно таковому ниже его (рис. 2.4).

Для открытых морских районов, где второй берег находится за пределами действия ветра и нагон или сгон определяется в заданном пункте в зависимости от направления ветра, величина $\sum \Delta x$ делается неопределенной, так как в открытом море, где влияние берега не ощущается, изменений уровня происходить не должно. Определение действующего разгона $\sum \Delta x$ — расстояния от берега в направлении действующего ветра, откуда следует начинать отсчет, — следует производить по морфологическим признакам, считая от начала береговой отмели. Если это почему-либо затруднительно, определяются длины ветровых волн и начало расчета ведется с глубины, равной длине максимальной ветровой волны.

Формула (2.33) рекомендуется Техническими условиями расчета волновых воздействий на гидротехнические сооружения СН 92-60 без всяких оговорок.

Следует заметить, однако, что применение такого типа формулы для расчета нагона в условиях мелководья незаконно. Дело в том, что она получена в предположении малости ξ по сравнению с h . Для прибрежной зоны это предположение не имеет места, величина нагона здесь вполне сопоставима с глубиной, не говоря уже о том, что при ветровом нагоне часто наблюдается четко выраженная вертикальная циркуляция, а теория мелкой воды предполагает течения направленными в одну сторону, в направлении движения волны.

Для решения задачи о ветровом нагоне для потока с изменяющимся по вертикали распределением горизонтальной скорости применительно к одномерной задаче в условиях стационарного процесса В. М. Маккавеевым (1952) было выведено следующее уравнение:

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \gamma I = 0, \quad (2.34)$$

где γ — удельный вес воды, u — скорость течения воды в заданной точке вертикали, I — уклон свободной поверхности в данной точке, A — коэффициент турбулентного перемешивания.

Получая из уравнения уклоны свободной поверхности в характерных точках профиля водоема, составленного вдоль

направления расчетного ветра, не представляет затруднений определить превышения уровня в каждой последующей точке относительно предыдущей и в результате установить разности отметок уровня у подветренного и наветренного берегов водоема. Автором (Лабзовский, 1956) было предложено следующее решение данной задачи.

Под действием ветра на поверхности воды возникает волнение. Давление ветра на наветренный склон волны создает движение по незамкнутым орбитам, что вызывает перенос жидкости в направлении движения волн. Как было отмечено Маккавеевым, а также Никифоровым (1955), воздушный поток, протекающий над поверхностью воды, не только воздействует на эту поверхность, но и сам подвергается воздействию с ее стороны. Влияние подстилающей поверхности сказывается путем изменения ее шероховатости, регулирующей приток энергии от ветра к воде.

Фактом, подтверждающим обоснованность подобной схемы формирования сгонно-нагонных течений, в известной степени могло бы служить наличие связи между орбитальной скоростью и скоростью дрейфовых течений. Маккавеев указывает на возможность подобной связи, которая для условий глубокой воды запишется следующим образом:

$$v_{др} = k v_{орб}. \quad (2.35)$$

Формула, связывающая поверхностную скорость дрейфовых течений с орбитальной скоростью, имеет вид

$$v_{др} = k_1 \pi^2 \varepsilon^2 \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi}} = k_1 \pi^2 \varepsilon^2 c. \quad (2.36)$$

Здесь $v_{др}$ и $v_{орб}$ — скорость дрейфового течения и орбитальная скорость, ε — характеристика крутизны волн $\frac{\tilde{h}}{\lambda}$, $\tilde{h}$ и λ — высота и длина волн, c — скорость распространения волны, k_1 — численный коэффициент.

Схема движения частиц жидкости в этом случае представляется в следующем виде. На поверхности жидкости под действием ветра возникают волны, что обуславливает орбитальное движение частиц жидкости. Орбиты частиц жидкости при наличии результирующего давления ветра становятся незамкнутыми, что должно вызвать перенос воды в направлении ветра.

Перенос жидкости в направлении ветра — дрейфовое течение — приводит к образованию наклона водной поверхности, что в свою очередь вызывает градиентное течение, охватывающее весь слой жидкости от поверхности до дна и направленное противоположно вызвавшему его дрейфовому течению.

В одномерной постановке задачи результирующая скорость движения жидкости под действием ветра в любой точке вертикали может быть представлена в виде алгебраической суммы двух величин:

скорости дрейфового течения v и скорости градиентного потока u , направленных в разные стороны.

Если положить ось y направленной вниз от поверхности жидкости, а ось x расположить на поверхности спокойной жидкости, направив ее в сторону, противоположную действию ветра и, следовательно, направлению распространения волн, можно написать:

$$U = -v + u. \quad (2.37)$$

Здесь U — суммарная скорость течения, вызываемого ветром, v — скорость дрейфового течения, u — скорость градиентного течения.

Интегрируя уравнение (2.34) для установившихся ветровых течений при условии направляющего действия русла для относительно мелководных акваторий, с учетом (2.37) получим

$$u - v = u_0 - v_0 + (u'_0 - v'_0)y - \gamma \frac{Iy^2}{2A}. \quad (2.38)$$

Расход через 1 м сечения при глубине водоема h в условиях установившегося движения и отсутствия транзитного расхода будет

$$Q = u_0 - v_0 + \frac{(u'_0 - v'_0)h}{2} - \gamma \frac{Ih^2}{6A}. \quad (2.39)$$

Для стационарного процесса скорость дрейфового течения (волновой перенос) может быть определена в соответствии с теорией волн конечной амплитуды по формуле Стокса

$$v = \frac{2\pi a^2}{\lambda^2} c \frac{\operatorname{ch}^4 \frac{\pi}{\lambda} (y - h)}{\operatorname{sh}^2 \frac{2\pi}{\lambda} h}. \quad (2.40)$$

Скорость градиентного течения u по всему сечению полагаем постоянной. Здесь мы допускаем некоторую ошибку, не учитывая влияния дна, уменьшающего скорость течения в слое воды, прилегающем ко дну.

Скорость течения u при упомянутых предположениях о характере эпюры будет

$$u = \frac{1}{h} \int_0^h v dy = \frac{\pi a^2}{h\lambda} c \operatorname{cth} 2\pi \frac{h}{\lambda}. \quad (2.41)$$

После подстановки значений скорости в уравнение (2.39) будем иметь, решив его относительно I ,

$$I = \frac{6A\pi^2\varepsilon^2}{h^2} c \left(\frac{2\pi h}{\lambda} \operatorname{cth} 2\pi \frac{h}{\lambda} + \frac{\lambda}{4\pi h} \operatorname{cth} 2\pi \frac{h}{\lambda} - \frac{\operatorname{ch} 4\pi \frac{h}{\lambda}}{2 \operatorname{sh}^2 2\pi \frac{h}{\lambda}} \right). \quad (2.42)$$

Здесь ε — характеристика крутизны волн:

$$\varepsilon = \frac{\tilde{h}}{\lambda} = \frac{2a}{\lambda}.$$

Уравнение (2.42) позволяет вычислить поверхностный уклон I и, следовательно, построить кривую свободной поверхности водоема, находящегося под действием ветра. Рассмотренная схема соответствует случаю, когда транзитное течение отсутствует. В работе автора (Лабзовский, 1956) рассмотрен также случай водоема, имеющего транзитное течение.

В уравнение (2.42) входят величины элементов волн: высота, длина, скорость распространения и, кроме того, глубина водоема h и коэффициент турбулентного перемешивания A .

Элементы волн могут быть определены в зависимости от скорости ветра, разгона и глубины. Глубину в первом приближении при расчете волн можно принять соответствующей спокойной воде. Что касается h и A , то этот вопрос требует дополнительного рассмотрения. В. М. Маккавеев для определения коэффициента турбулентного перемешивания A рекомендует следующую формулу:

$$A = \frac{q^*}{2mC_{\text{Ш}}}. \quad (2.43)$$

Здесь q^* — сумма абсолютных величин расходов поверхностного и придонного течений, m — постоянная, $C_{\text{Ш}}$ — коэффициент Шези.

При установившемся режиме и отсутствии транзитного течения величины поверхностного и придонного расходов в любом сечении потока равны. Разделение потоков на поверхностный и придонный происходит в точке y_0 , где суммарная скорость равна нулю. Теперь, если проинтегрировать выражение скорости дрейфового течения (2.40) по y в пределах от 0 до y_0 и удвоить полученную величину, получим значение q^* :

$$q^* = \frac{\pi \varepsilon^2 \lambda c}{2} \left[\frac{y_0}{\lambda} \frac{\lambda}{h} \operatorname{cth} 2\pi \frac{h}{\lambda} - \frac{\operatorname{sh} 4\pi \frac{h}{\lambda} - \operatorname{sh} 4\pi \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{y_0}{\lambda} \right)}{2 \operatorname{sh}^2 2\pi \frac{h}{\lambda}} \right], \quad (2.44)$$

после чего нетрудно вычислить величину A . Следует иметь в виду, что формула (2.43) выведена Маккавеевым для речного потока. В водоемах морского или озерного типа при значительном волнении непрерывно происходит полное или частичное разрушение волн. Энергия, сбрасываемая волнами при их разрушении, должна в значительной мере увеличивать турбулентность в поверхностном слое воды.

В силу сказанного коэффициент турбулентного перемешивания A в условиях водоемов озерного и морского типа не будет, по-видимому, соответствовать расчетному значению A , полученному по формуле (2.43).

В уравнениях (2.42) и (2.44) члены, стоящие в скобках, зависят только от отношения h/λ . Если обозначить эти члены через F_0 , уравнение (2.42) после преобразований и упрощений примет вид

$$I = \frac{3k\pi^3 \varepsilon^4 c^2}{2mC_{\text{Ш}} \lambda} F_0. \quad (2.45)$$

Величина F_0 , зависящая только от относительной глубины h/λ , может быть представлена в виде графика $F_0 = f(h/\lambda)$ (Лабзовский, 1956).

После подстановки значения C_{III} по формуле Маннинга и вычисления постоянных коэффициентов окончательный вид формулы будет

$$I = \frac{0,3\varepsilon^4}{\sqrt[6]{h_{0,i}}} F_0. \quad (2.46)$$

Уравнение (2.46) позволяет определить уклон в любой заданной точке.

Решение этого уравнения возможно осуществить методом последовательных приближений, имея в виду, что глубина водоема под действием ветра не остается неизменной. Приняв в первом приближении глубину известной, равной ее значению в условиях спокойного состояния, нетрудно определить по формуле (2.46) уклоны в ряде точек по оси водоема и по этим данным построить кривую свободной поверхности. Снимая новые глубины, повторяем расчет до тех пор, пока изменения глубины в расчетных точках не станут пренебрежимо малыми. По большей части оказывается достаточно двух приближений.

Уравнение (2.46) позволяет определять уклоны поверхности водоема, находящегося под действием ветра, при отсутствии транзитного расхода. В этом случае поверхность зеркала водоема в невозмущенном состоянии представляет собой горизонтальную плоскость.

Для водохранилищ эти условия являются нереальными ввиду наличия транзитного расхода. Поверхность водохранилища до начала действия ветра представляет собой кривую подпора, приближающуюся к кривой свободной поверхности потока вне зоны подпора.

Решение задачи о сгонно-нагонных колебаниях уровня в водохранилищах можно разделить на три отдельных этапа:

- 1) определение сгонно-нагонных колебаний в озерной части водохранилища;
- 2) определение сгонно-нагонных колебаний в речной части водохранилища;
- 3) сопряжение поверхности уровня озерной части водохранилища с поверхностью уровня в речной его части.

Выше мы рассмотрели методику определения сгонно-нагонных колебаний в озерной части водохранилища. Остановимся теперь на двух следующих задачах.

Действие ветра на свободный поток сказывается в изменении скорости его течения. При ветре, совпадающем с направлением течения, средняя скорость потока будет возрастать. Ветер, имеющий обратное направление относительно направления скорости течения потока, будет ее уменьшать.

Полагая известной зависимость, позволяющую определить среднюю скорость дрейфового течения по скорости ветра, действующего над поверхностью потока, нетрудно определить положение уровня последнего.

Пусть на реке проходит расход Q м³/сек. при площади ее живого сечения ω .

Средняя по сечению скорость течения в этом случае будет

$$v_{cp} = \frac{Q}{\omega}. \quad (2.47)$$

Под действием ветра средняя скорость течения реки будет изменяться в зависимости от средней по живому сечению величины дрейфового течения. Последняя может быть определена по формуле (2.47), из которой следует

$$u_{cp} = \pi \varepsilon^2 c \frac{\lambda}{4h} \operatorname{cth} 2\pi \frac{h}{\lambda}. \quad (2.48)$$

Суммарная средняя скорость потока, находящегося под действием ветра, будет

$$V_0 = v_{cp} + u_{cp}. \quad (2.49)$$

Полагая расход $Q = \text{const}$, нетрудно получить площадь живого сечения, которую будет занимать поток в связи с изменившейся скоростью:

$$\omega = \frac{Q}{v_{cp} \pm u_{cp}} \text{ м}^2. \quad (2.50)$$

Пользуясь кривой связи между площадью живого сечения и отметкой горизонта z , легко определить последнюю по найденной площади.

Приведенные формулы позволяют определить изменения уровня реки под действием ветра, дующего над ее поверхностью, в любом месте свободного потока. Отметка z в месте сопряжения уровня подпертой части водохранилища и свободной части речного потока отделяет эти части одну от другой.

Для упрощения расчетов (Лабзовский, 1956) имеются графики зависимости крутизны средних волн от скорости ветра и график зависимости коэффициента, учитывающего изменения крутизны волн на мелководье, в виде функции $\gamma = f(h/\lambda)$. Перемножение крутизны глубоководных волн на соответствующий коэффициент γ дает крутизну мелководной волны.

Для практического осуществления расчета строят продольный профиль водоема в направлении действующего ветра, разбивают его на участки с однородными уклонами дна. Для середины каждого участка определяют глубину, а также высоту и длину ветровой волны. Далее, по формуле (2.46) рассчитывают уклоны. Положение уровня у берега определяется путем построения кривой поверхности уровня водоема, как это показано на рис. 2.4. Более

подробно о расчетах сказано в статье автора (Лабзовский, 1956). А. В. Караушев (1960), используя полученные Маккавеевым в результате интегрирования (2.34) выражения для скорости течения воды в потоках, находящихся под действием ветра, разработал метод построения кривой свободной поверхности водохранилища, находящегося под действием ветра. Формулы, полученные им, предусматривают характер эпюры течения: однородная эпюра с одним направлением течения по вертикали от поверхности до дна и смешанная эпюра, когда скорости по вертикали меняют знак.

Для приближенного определения перекоса уровня на концах водоема, имеющего малые скорости течений, можно использовать формулу

$$\Delta z_{\text{в}} = (3 + 10\tilde{h}) \cdot 10^{-8} \frac{L}{h_{\text{ср}}} W^2 \cos \alpha; \quad (2.51)$$

здесь $\tilde{h}$ — средняя высота волны, W — скорость ветра на высоте флюгера, α — угол между осью и направлением ветра, L — протяженность водоема в направлении ветра.

Бретшнейдером (Bretschneider, 1967) была опубликована работа, посвященная этому же вопросу. Рассматривался уровень, формирующийся в пределах береговой отмели, при косо направленном относительно берега ветре. Бретшнейдер учитывает две составляющие: нагон, возникший за счет нормальной составляющей ветра, и нагон, образуемый силами Кориолиса за счет параллельной берегу составляющей ветра. Идея, заложенная им в расчет, представляется нам рациональной.

Следует иметь в виду, что приведенные в данном разделе относительно простые методы расчета максимального уровня при стационарном нагоне могут быть использованы только для предварительных ориентировочных расчетов при проектировании сооружений. Расчеты устойчивости и прочности ответственных конструкций следует производить по более полным уравнениям с применением современной вычислительной техники.

§ 4. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ШТОРМОВЫХ НАГОНОВ

1. Построение математической модели

Приведенные в главе I уравнения (1.40) — (1.42) и схемы аппроксимации их в виде конечно-разностных схем, рассмотренных нами там же, при наличии ЭВМ дают возможность рассчитывать положение уровня в водоеме при действии на его поверхность ветра и одновременном прохождении по нему длинной волны. Таким образом, основное требование, предъявляемое к расчету штормового нагона — явления, представляющего собой сочетание длинной волны и ветрового нагона, — полностью удовлетворяется.

При выборе модели каждый раз приходится руководствоваться рядом практических соображений, которые не дают возможности

выработки каких-либо априорных рекомендаций на эту тему. Так, решение двумерной задачи являлось бы предпочтительным по отношению к одномерной в смысле большей точности и общности решения, не говоря уже о том, что одномерная схема иногда может не иметь смысла, но двумерная задача требует значительно большего числа входных данных, значительно большего времени на подготовку и проведение счета, значительно большей «памяти» ЭВМ и т. п. Имеет ли смысл, является ли оправданным применение более сложной схемы? Будут ли соответствовать результаты усложненного расчета излишней затрате времени и средств? Эти вопросы приходится решать, считаясь с практическими соображениями, применительно к каждому случаю.

При построении одномерной модели также необходимо вначале оценить, в какой мере данные натурные условия соответствуют возможностям модели, возможно ли вообще применение одномерной задачи в данных условиях, целесообразно ли использование модели, учитывающей ширину водоема, в этих условиях и т. п.

Для штормовых нагонов частым случаем является использование моделей с одним краевым условием, соответствующих положению, когда волна идет со стороны моря, другой берег которого удален на значительное расстояние (побережье океана), или когда второе граничное условие невозможно задать по тем или иным причинам. Примером расчета уровня в треугольной области $0 \leq x \leq c(t - \tau_0)$ может служить модель, построенная для решения некоторых задач по невиским наводнениям (Вольцингер, Симуни, 1963; Вольцингер, Лабзовский, Пясковский, 1964).

Решается система:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} &= \frac{\tau_x^{(1)}}{h} - \frac{\tau_x^{(2)}}{h}, \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Здесь $u = \frac{1}{h} \int_h^{\xi} \tilde{u}(x, z, t) dz$; $\tau_x^{(1)} = k_1 W |W|$; $\tau_x^{(2)} = k_2 u |u|$; W — скорость ветра; k_1 и k_2 — постоянные коэффициенты; $\tau_{x,t}^{(1)}$ и h_x — заданные функции, $0 \leq x \leq L$.

Граничное условие:

$$u(L, t) = 0; \quad 0 \leq t \leq T^* \leq T.$$

Начальные условия:

$$\begin{aligned} \xi(x, 0) &= \xi_0(x), \\ u(x, 0) &= u_0(x), \quad 0 \leq x \leq L. \end{aligned}$$

Максимальный отрезок времени, на который может быть рассчитан уровень (или дан его прогноз), будет

$$T \leq \int_0^L \frac{dx}{u_{\max} + \sqrt{gh}}. \quad (2.53)$$

Это соображение выводится из общих положений относительно области определенности системы при заданных граничных условиях (например, Стокер, 1959).

Решение осуществляется конечно-разностным методом по схеме Лакса первого порядка точности, в которой пространственная переменная заменяется центральной разностью, а производная по времени — разностью вперед с осредненным значением на нижнем слое:

$$\left. \begin{aligned} u_i^{k+1} &= \frac{u_{i-1}^k + u_{i+1}^k}{2} + g \frac{\xi_{i-1}^k - \xi_{i+1}^k}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{\tau^{(1)} - \tau^{(2)}}{h} \Big|_i^k \Delta t, \\ \xi_i^{k+1} &+ \frac{\xi_{i-1}^k + \xi_{i+1}^k}{2} + \frac{(hu)_{i-1}^k - (hu)_{i+1}^k}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x}. \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

Здесь $i=1, 2, 3, \dots, n=(L/\Delta x)$; $k=0, 1, \dots, (T/\Delta t)$.

Для удовлетворения граничного условия при $x=L$ вводим на каждом слое фиктивную точку x_{n+1} , где полагаем:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{n+1}^k &= \xi_{n-1}^k; \quad u_{n+1}^k = -u_{n-1}^k; \\ h_{n+1} &= h_{n-1}; \quad \varphi_n^k = 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.55)$$

где φ_n — значение правой части динамического уравнения. Условия (2.55) обеспечивают выполнение граничного условия.

Более общей моделью, обеспечивающей возможность использования второго граничного условия, а также влияния изменения атмосферного давления и ширины водоема, является модель, построенная для расчета наводнений в устье р. Невы.

Решается система:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \left(\frac{u^2}{2} \right)}{\partial x} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial p_a}{\partial x} &= E(u, W, F, l, \xi), \\ l \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(F + l\xi)u] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

Здесь F — площадь живого сечения канала в невозмущенном состоянии; l — его ширина; $u(x, t) = \frac{1}{F + l\xi} \int_{(F)} \tilde{u}(x, y, z, t) dF$. Модель

позволяет получить решение в треугольной области $0 < x \leq ct$ с удлиненной осью, начало которой может лежать в любой точке бассейна; в прямоугольной области s : $0 < x \leq l$, $0 \leq l \leq T$, с краевым

условием $\partial \xi / \partial t = 0$ или $\xi = \xi^*(t)$ на открытом конце канала либо, наконец, в прямоугольной области с одинаковыми краевыми условиями $u = u(t)$ (в частности, $u = 0$) на концах оси.

Начальные условия аналогичны предыдущему.

Разностная схема имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u_i^{k+1} &= \frac{u_{i-1}^k - u_{i+1}^k}{2} - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} \left\{ g(\xi_{i+1}^k - \xi_{i-1}^k) + (\bar{p}_{i+1}^k - \bar{p}_{i-1}^k) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} [(u_{i+1}^k)^2 - (u_{i-1}^k)^2] \right\} + E_i^k \Delta t, \\ \xi_{i+1}^{k+1} &= \frac{\xi_{i-1}^k + \xi_{i+1}^k}{2} - \frac{1}{l_i} \frac{\Delta t}{2 \Delta x} \{ [(F + l\xi)u]_{i+1}^k - [(F + l\xi)u]_{i-1}^k \}, \\ E_i^k &= l_i \frac{k_1 W |W| - k_2 u |u|}{F + l\xi} \Big|_i^k, \\ \bar{p} &= \frac{1}{l} \int_0^l p_a dl. \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

Приведенная схема реализуется присоединением к ней условий (2.55). Схема позволяет перейти к предыдущей постановке, для чего следует опустить нелинейный член уравнения движения, член, характеризующий атмосферное давление, и принять ширину водоема равной единице. В этом случае $F = h$.

В двухмерном случае система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial p_a}{\partial x} - fV &= \tau_x^{(1)} - \tau_x^{(2)}, \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial p_a}{\partial y} + fU &= \tau_y^{(1)} - \tau_y^{(2)}, \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.58)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} U &= \int_{-h}^{\xi} \tilde{u}(x, y, z, t) dz, \\ V &= \int_{-h}^{\xi} \tilde{v}(x, y, z, t) dz, \\ \tau_x^{(1)} &= k_1 W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}, \\ \tau_x^{(2)} &= k_2 U \sqrt{U^2 + V^2}, \\ \tau_y^{(1)} &= k_1 W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}, \\ \tau_y^{(2)} &= k_2 V \sqrt{U^2 + V^2}, \end{aligned} \right\} \quad (2.59)$$

f — параметр Кориолиса.

Начальные условия:

$$\left. \begin{aligned} U(x, y, 0) &= U_0(x, y), \\ V(x, y, 0) &= V_0(x, y), \\ \xi(x, y, 0) &= \xi_0(x, y). \end{aligned} \right\} \quad (2.60)$$

Граничные условия ставятся в соответствии с § 2 главы I.

Разностная схема для интегрирования этих уравнений может быть выбрана в соответствии с рекомендациями § 3 главы I.

На рис. 2.5 приведены результаты расчетов подъемов уровня в Ленинграде и Кронштадте и сопоставление этих расчетов с фактическими колебаниями.

В дальнейшем мы подробнее остановимся на процедуре подготовки данных для расчета и оценке точности метода.

2. Подготовка данных для расчета

В рассмотренных ранее методах расчета анемобарических колебаний уровня исходными данными являлись: ветер, градиенты атмосферного давления, атмосферное давление, характеристики синоптической обстановки (траектория циклона и скорость его движения). Кроме того, почти всегда использовались гидрологические данные — уровень в одном или нескольких пунктах. В некоторых методах, преимущественно теоретических, необходима морфометрическая характеристика водоема.

Все перечисленные данные являются исходными величинами для расчета или прогноза уровня и поэтому должны быть заданными. Составитель прогноза или лицо, производящее расчет, должны заботиться о получении необходимых данных в том виде, как требуется для расчета.

Источником получения этих данных являются учреждения Гидрометслужбы, сеть которой ведет наблюдения над всеми необходимыми элементами. Многие из перечисленных данных сосредоточены на синоптической карте, дающей возможность оценивать метеорологическую обстановку в целом.

Следует заметить, что точность различных метеорологических элементов не равноценна. Атмосферное давление измеряется с большой точностью, и для целей расчета метеорологических колебаний уровня никаких коррективов не требуется. То же самое можно сказать и о градиентах атмосферного давления.

Что касается ветра, являющегося главным элементом при расчете уровня, то здесь дело обстоит менее благополучно. Ветер измеряется преимущественно над сушей. Каждая станция отражает характерные особенности рельефа, присущие данному месту. Для расчетов уровня нужны данные о ветре, дующем над открытой водной поверхностью: от того, с какой силой дует ветер над открытой морской поверхностью, зависит высота подъема уровня у берегов. В то же время скорость ветра над открытыми частями морей

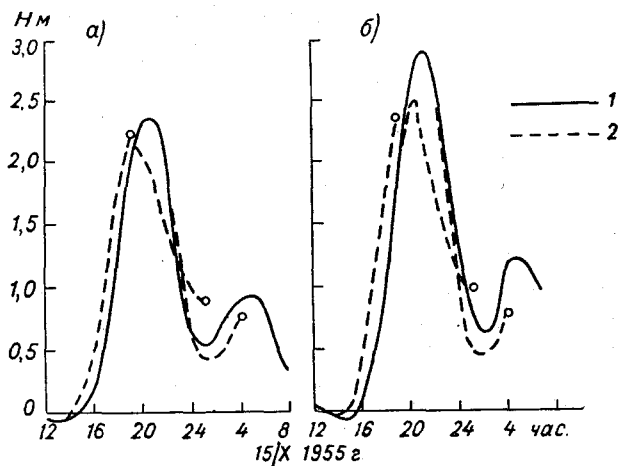
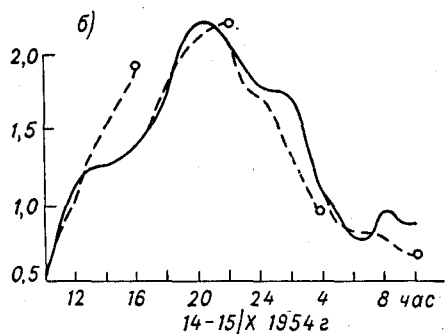
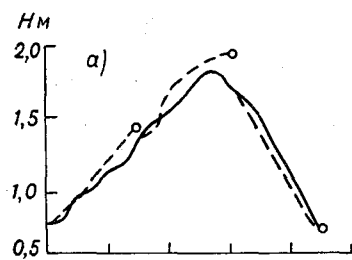
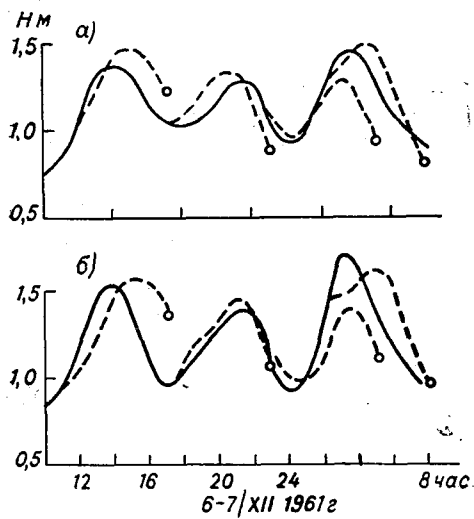
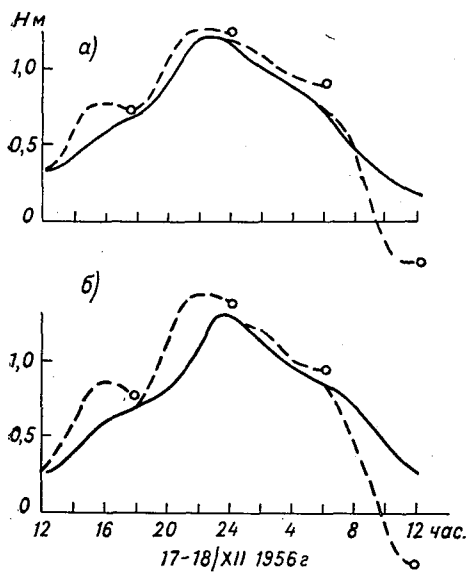


Рис. 2.5. Результаты расчетов уровня в Кронштадте (а) и
1 — наблюдаемый,



Ленинграде (б) на основе теории волн мелкой воды.
2 — расчетный уровень.

сколько-нибудь систематически не измеряется. Даже рассчитанная по градиентам атмосферного давления скорость ветра над открытыми районами моря не является достаточно надежной, так как измеренных величин давления над морем имеется совсем мало.

Таким образом, рекомендовать какой-либо метод расчета ветра, достаточно надежный во всех условиях, не представляется возможным. Следует указать только, что при выборе расчетных данных по ветру нужно тщательно отбирать станции, где наблюдается ветер, и использовать такие методы расчета, которые в данных условиях дают наибольшее совпадение с наблюдаемым ветром над водной поверхностью.

Численные методы интегрирования дифференциальных уравнений, часто применяемые теперь для расчета уровней в отдельных районах моря или даже по всей акватории моря в целом, требуют более частых и обстоятельных метеорологических данных.

Метеорологическую информацию при решении гидродинамических уравнений для расчета штормовых нагонов численным методом составляют дискретные функции, описывающие поле атмосферного давления $p_a(x, y, t)$ и поле вектора касательного напряжения на поверхности моря $\tau(x, y, t)$. Давление p измеряется непосредственно на станции регулярно и с достаточной точностью. В отношении поля давления задача сводится к интерполяции измеренных непосредственно значений, если речь не идет о прогнозе. В последнем случае необходимые данные берутся из прогноза барического поля, даваемого учреждениями Гидрометслужбы при прогнозе погоды, хотя пока еще точность прогноза поля давления для расчета штормового нагона, в общем, недостаточна.

Касательные напряжения на поверхности воды и на дне не измеряются непосредственно, а методы вычисления их для решения данной задачи еще недостаточно точны. Это и является в настоящее время основной трудностью при расчете штормовых нагонов. Вопрос о расчете тангенциального напряжения на поверхности воды представляет сейчас самостоятельную проблему, привлекающую внимание многих авторов (Монин, Яглом, 1965).

Для практического решения задачи о штормовом нагоне для касательного напряжения сейчас обычно применяют следующую формулу:

$$\tau = c \rho_0 W |W|, \quad (2.61)$$

где c — безразмерный коэффициент, ρ_0 — плотность воздуха, W — скорость ветра на некоторой фиксированной высоте.

Коэффициент c сам зависит от безразмерных параметров — чисел Рейнольдса, Фруда и Ричардсона. Для подстилающей поверхности суши эти параметры определяются скоростью ветра W , высотой, на которой она измеряется, свойствами подстилающей поверхности и устойчивостью нижнего слоя воздуха. Море представляет собой подстилающую поверхность, имеющую совершенно другие

свойства. Элементы этой поверхности движутся со скоростью того же порядка, что и частицы воздуха. Изменяются со временем и геометрические характеристики этой поверхности. Воздушный поток передает водной поверхности свою энергию, чего не происходит на суше. В этих условиях делаются неприемлемыми многие положения полуэмпирических теорий турбулентности. В конечном счете этим объясняется разнообразие в результатах исследований коэффициентов c и самой формы зависимости τ от W . Сложность решения задачи усугубляется еще и тем, что наблюдений ветра над открытым морем проводится недостаточно. Как уже было указано ранее, в практике расчетов штормовых нагонов сейчас применяют формулу (2.61) с коэффициентом $c = 2,6 \cdot 10^{-3}$ при измерении ветра на высоте 10 м над уровнем воды.

Для сильных ветров (более 10 м/сек.) среднее квадратичное отклонение различных определений этой величины составляет $\pm 0,51 \cdot 10^4$; считается, что для этих ветров обычно имеют место равновесные условия, и поэтому c — постоянная величина.

Касательные напряжения на дне при осуществлении расчетов уровня определяются обычно по зависимости типа (2.61), где вместо скорости ветра подставляются интегральные скорости течения, полученные расчетом, и используются иные значения постоянного коэффициента и плотности. Вопрос о связи поверхностных и донных касательных напряжений рассмотрен в работе Гроена и Гровза (Groen, Groves, 1962). Ниже мы приводим основные результаты этого исследования. Поверхностное трение должно выражаться через относительную скорость ветра $W - u_0$ вместо W . Однако такого рода детали авторы считают несущественными и рекомендуют вместо относительной скорости ветра использовать скорость W , измеренную на определенной высоте над водой.

Трение о дно выражается через интегральную скорость ветра, которая в свою очередь определяется через поверхностное напряжение. Таким образом, в конечном счете напряжения на дне определяются напряжениями на поверхности. Данные, приводимые Гроем и Гровзом, показывают, что напряжения на дне при отсутствии переноса ($U = 0$) составляют половину поверхностного напряжения. В действительности в турбулентном потоке они значительно меньше и не достигают 0,1 величины поверхностного напряжения (Schalkwijk, 1947; Hunt, 1956; Weenink, 1956).

Наиболее общий вид зависимости, связывающей напряжения на дне и на поверхности:

$$\tau^{(2)} = -m\tau^{(1)} + \frac{spu|U|}{(h + \xi)^2}, \quad (2.62)$$

где коэффициент s может зависеть только от глубины.

В преобладающем большинстве работ касательные напряжения от ветра на поверхности воды и напряжения трения на дне

в соответствии с (2.61) принимаются в виде:

$$\tau^{(1)} = k_1 \mathbf{W} |\mathbf{W}|,$$

$$\tau^{(2)} = k_2 \mathbf{U} |\mathbf{U}|;$$

$$k_1 = c_1 \rho_a \approx 3,1 \cdot 10^{-6},$$

$$k_2 = c_2 \rho_b \approx 2,6 \cdot 10^{-3}.$$

Исследования влияния коэффициентов k_1 и k_2 на величину рассчитываемого подъема уровня приведены в работе Миязаки (Miyazaki, 1965). Им произведены расчеты штормового нагона для двух

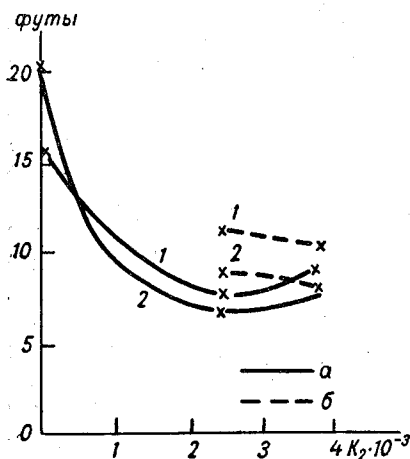


Рис. 2.6. Влияние трения на поверхности воды и на дне на результаты расчета.

1 — Галвестон, 2 — Лас-Калва; а) $k_1 = 3,1 \cdot 10^{-6}$, б) $k_1 = 4,0 \cdot 10^{-6}$.

пунктов побережья в Мексиканском заливе: Галвестона и Лас-Калва. Расчеты выполнены для двух значений k_1 : $3,1 \cdot 10^{-6}$ и $4,0 \cdot 10^{-6}$. Величина k_2 в расчетах принималась последовательно: $k_2 = 0$; 1,0; 2,6; $3,9 \cdot 10^{-3}$. На рис. 2.6 приведены результаты расчетов в виде кривых. Сплошные кривые показывают изменение высоты рассчитанного подъема уровня в зависимости от изменения донного трения в довольно широких пределах ($0—4 \cdot 10^{-3}$). Следует заметить, что величина подъема уровня изменяется не так уж сильно, если донное трение находится в пределах $1—4 \cdot 10^{-3}$. Что же касается величины скорости течения, Миязаки указывает на существенные их изменения. Максимум подсчитанных им скоростей со-

ставлял 6,7; 4,2 и 3,2 узла при k_2 , равном соответственно 1,0; 2,6 и $3,9 \cdot 10^{-3}$.

Пунктирные кривые показывают влияние коэффициента k_1 в формуле поверхностного трения. Из чертежа следует, что влияние коэффициента k_1 в формуле для расчета поверхностного напряжения существенно.

Из сказанного можно сделать вывод, что определение тангенциальных напряжений сводится к задаче по расчету поля ветра, которой посвящено большое количество исследований и которая все еще остается не решенной с той точностью, как это требуют океанографические исследования. Все сказанное нами ранее относительно выбора расчетных величин ветра остается в силе и при выборе их при численных расчетах уровня.

Ветер и атмосферное давление являются единственными метеорологическими элементами, непосредственно используемыми при расчетах колебаний уровня. Другие метеорологические характери-

стики непосредственно в расчеты не вводятся и используются при выборе расчетных значений ветра.

Из гидрологических данных при расчетах уровня используются данные по уровням же. При отборе этих данных за предшествующее время выбираются пункты, где ход уровня достаточно подробно и без искажений описывает ход уровня в водоеме. Водпосты, где проявляются какие-либо местные особенности в ходе уровня, не характерные для всего водоема в целом, из анализа исключаются.

Для одномерных задач, где уровень определяется по оси водоема, проходящей по линии тальвега, следует убедиться во влиянии на уровень силы Кориолиса, так как на различных берегах водоема, принимаемого за канал, уровень может быть различным за счет действия упомянутой силы. Примером может служить Финский залив, где при прохождении волны по заливу с запада на восток уровень на южном берегу залива заметно выше, чем на его северном берегу.

При определении уровня в узлах сетки используются данные по опорным станциям, разности уровня между которыми интерполируются и во времени, и в пространстве, подобно тому как это делается для метеорологических данных.

Определение морфометрических характеристик водоема должно производиться сообразно решаемой задаче. При одномерной задаче на карте возможно более крупного масштаба с нанесенными на ней глубинами проводится линия тальвега водоема, перпендикулярно которой разбиваются поперечники соответственно изменению глубины или ширины водоема. По каждому поперечнику, снимая с карты глубину, составляют профили, позволяющие определить площадь живого сечения и ширину. Средняя глубина по профилю определится как частное от деления площади живого сечения на ширину. Получив ряд средних глубин на продольной оси водоема, строят продольный профиль канала, на котором нанесены значения глубин в опорных точках. По этим опорным точкам и производится интерполяция глубин в узлах расчетной сетки при ее разбивке. Определение глубин в узлах сетки при двухмерной задаче производится следующим образом. На карте достаточно крупного масштаба с нанесенными на ней глубинами (измеренными) разбивается сетка с заданным шагом. В углу каждой клетки по карте определяют глубину. Пользуясь полученными глубинами по продольному и поперечному направлениям, строят профили, по которым производят сглаживание глубин графическим способом, затем с профиля для каждого узла сетки снимают значения глубины в данном узле по продольному и поперечному направлениям. Полученные два значения глубины согласовываются, и окончательно принимается одно значение глубины для данного узла сетки.

Как показывает практика расчетов, сглаживание является необходимой операцией при численном интегрировании гидродинамических уравнений. Резкие уклоны дна, получающиеся зачастую при механическом снимании с карты глубин, могут не позволить произвести расчет.

Начальные условия при решении краевых задач определяются по данным непосредственных наблюдений. Для расчета штормового нагона нужно знать распределение уровня и скорости течения (среднего по глубине) по всей акватории. Систематические измерения уровня воды и скорости течений в открытом море, как правило, отсутствуют, тем более что такого рода сведения об уровнях и течениях должны быть синхронными по всей акватории, для которой производится расчет, с тем чтобы была возможность охарактеризовать динамическое ее состояние (в смысле уровня и течений на данный момент времени).

В большинстве случаев ввиду трудности получения такого рода материалов водная масса в начальный момент времени принимается находящейся в состоянии покоя:

$$\xi(x, y, t) \equiv 0, \quad \bar{v}(x, y, t) \equiv 0. \quad (2.63)$$

Если начальный момент, избираемый нами, отстоит достаточно далеко от интересующего нас момента, условие (2.63) не дает значительной погрешности в решении, так как начальное состояние успеет сгладиться под действием сил диссипации и поле величин $\xi(x, y, t)$ и $\bar{v}(x, y, t)$ будет определяться только изменением правой части динамического уравнения, содержащего метеорологическую информацию. Во многих случаях этими соображениями воспользоваться не удастся, так как приходится решать задачу на сравнительно коротком интервале времени. Таковы, например, требования, налагаемые краткосрочным прогнозом уровня. В этом случае невозможно наложить какие-либо ограничения на характер начальных условий. Возникает необходимость вычисления начальных данных по имеющимся рядам гидрологических наблюдений. Такими наблюдениями, имеющими регулярный характер и повсеместное распространение, являются наблюдения над уровнем на береговых станциях. Пользуясь этими данными, с помощью интерполирования оказывается возможным построить карту топографии свободной поверхности водоема на определенные моменты времени. Такие карты дают возможность определять уровни в узлах сетки при двухмерной задаче и по оси водоема при одномерной.

Вопрос о распределении скорости течения по акватории при этом остается нерешенным. Для определения поля скорости течений приходится использовать уравнение неразрывности, что особенно целесообразно в одномерной задаче.

Запишем уравнение неразрывности для канала переменного сечения:

$$B \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [(F + B\xi) u_0]. \quad (2.64)$$

Здесь B — ширина канала, F — площадь живого сечения, u_0 — скорость течения в начальный момент времени $u_0 = u(x, t_0)$, ξ — превышение уровня относительно поверхности моря в состоянии покоя.

Пользуясь измеренными на станциях уровнями, можно по ним и морфометрическим данным построить функции:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= B_x \frac{\partial \xi(x, t_0)}{\partial t}, \\ \varphi(x) &= F_0^{(x)} + B^{(x)} \xi(x, t_0). \end{aligned} \right\} \quad (2.65)$$

Если подставить эти функции в уравнение (2.64), получится обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dx}(\varphi u_0) - f(x) = 0, \quad (2.66)$$

интеграл которого будет

$$u_0(x) = \frac{1}{\varphi(x)} \int_0^x f(x) dx + u_0(0). \quad (2.67)$$

Этот интеграл можно вычислить, опираясь на граничное условие

$$u_0(0) = \text{const.}$$

Можно ожидать, что ошибка при вычислении $u_0(x)$ будет значительно возрастать при увеличении x . Для уменьшения погрешности можно задать еще другое краевое условие на другом конце канала X , тогда

$$u_0^{(1)}(X) = \frac{1}{\varphi(x)} \int_l^x f(x) dx + u_0(l). \quad (2.68)$$

Теперь всю ось можно поделить на три части. Для прилегающей к границе канала части, $0 \leq x \leq a$, можно принять $u_0(x)$ в соответствии с (2.67), для части, прилегающей к другому концу канала, $b \leq x \leq l$, принимаем значение $u_0(l)$ в соответствии с (2.68), а для средней части, $a \leq x \leq b$, — среднее арифметическое значение $\frac{u_0(a) + u_0(b)}{2}$. Точки a и b , лежащие на оси и разделяющие ка-

нал на три части, выбираются или из физических соображений, руководствуясь морфометрией, или, если нет оснований для такого деления, таким образом, чтобы все три отрезка были равны.

Как уже указывалось ранее уровни измеряются обычно у берега или на островах, и установить ход уровня в узлах сетки, расположенных в открытых районах моря, можно только путем интерполяции. Однако при практическом осуществлении такой интерполяции возникает ряд затруднений. На некоторых береговых пунктах в определенных условиях наблюдаются специфические отклонения в ходе уровня, не являющиеся общими для всего водоема в целом. Другие пункты имеют более тесную связь с опорным пунктом и поэтому являются более надежными. Таким образом, когда ставится задача определения уровня в точке, где он не измеряется, по ряду окружающих его станций, желательно знать, какая из этих станций

имеет с ним большую связь. Выяснение этого вопроса производится следующим образом. По синхронным наблюдениям строят карты уровенной поверхности водоема. Таких карт строят достаточно много для различных синоптических условий. В опорных точках оси с этих карт снимают уровни на определенный момент времени и коррелируют с ближайшими береговыми постами. Коэффициенты корреляции определяют вес каждой береговой станции в формировании уровня. Для этой цели, приравнивая сумму весов единице и определяя вес каждого пункта в долях единицы пропорционально коэффициенту корреляции, получим простую формулу перехода от измеренных на береговых постах уровней к уровням в искомой точке:

$$\sum_1^n P_i = k(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n) = 1, \quad (2.69)$$

$$k = \frac{1}{\sum R_i}, \quad (2.70)$$

$$h = k \sum_1^n h_i k_i; \quad (2.71)$$

здесь P_i — вес наблюдений уровня в данном береговом пункте, R_i — коэффициент корреляции между уровнем, измеренным на береговом пункте, и уровнем в заданной точке открытого моря (опорном пункте оси или узле сетки), k — переходный коэффициент от коэффициента корреляции к весу наблюдений. Осуществление расчетов и оперативных прогнозов ленинградских наводнений на основе уже упоминавшегося гидродинамического метода, разработанного сотрудничеством ряда институтов Гидрометслужбы под руководством Ленинградского отделения Государственного океанографического института, проводилось с 1967 г. Упомянем пример наводнения 18/X 1967 г., когда расчет дал хорошие результаты, полностью подтвердив эффективность гидродинамического метода. Ниже мы приводим описание характера наводнения 18/X 1967 г. и результаты его расчета, заимствуя эти данные из статьи Ю. Д. Михайлова и К. С. Померанца (1969).

18/X 1967 г. с 0 по 12 час. над Балтийским морем прошел обширный циклон с эллиптическим расположением изобар (большая ось эллипса ориентирована в направлении с юго-запада на северо-восток), минимальным давлением в центре около 965 мб и ветрами в передней и тыловой частях циклона 25—30 м/сек. Последний вызвал длинную волну, гребень которой распространялся с юга на север по Балтийскому морю и с запада на восток — вдоль Финского залива до его вершины. При перемещении гребня длинной волны наблюдались аномально высокие уровни у восточных берегов Балтийского моря, что было обусловлено особенностями распределения атмосферного давления и ветра над морем.

Разработанный в ЛО ГОИНа гидродинамический метод прогноза уровня позволяет предсказать ход уровня на 12 час. вперед по метеорологическим данным и профилю свободной поверхности Балтийского моря и Финского залива.

Начальный профиль строится по наблюдениям на восточном берегу Балтийского моря и на южном берегу Финского залива, после чего переносится в узлы расчетной оси.

Численный эксперимент выполнялся с двумя видами начальных условий: по непосредственным наблюдениям на постах восточного берега Балтийского моря и южного берега Финского залива и по интерполированным значениям уровня моря и залива на противоположных берегах, с целью уничтожения перекоса уровня. Результаты расчетов с начальным гидрологическим сроком 9 час. 18/X 1967 г. представлены на рис. 2.7, из которого следует, что расчет по интерполированным уровням дает несколько лучшее совпадение с наблюдаемым ходом уровня,

чем расчет по данным, взятым по одному берегу. Следует заметить, что различие в расчетах по двум видам начального профиля невелико, несмотря на существенное различие во входных данных. Последнее подтверждает меньшее влияние начальных условий по сравнению с метеорологической информацией, на что обращалось внимание еще при разработке метода.

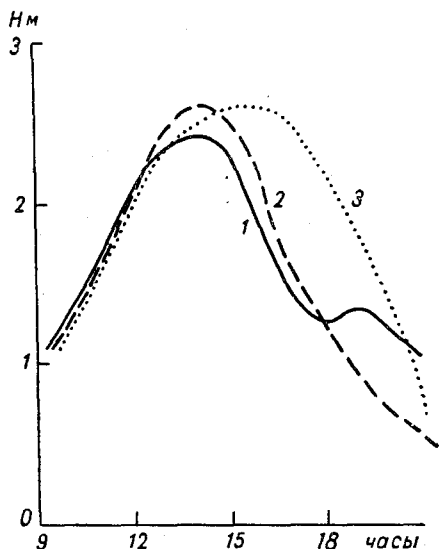


Рис. 2.7. Результаты прогноза 18/X 1967 г.

1 — фактический ход уровня, 2 — расчетный уровень с начальными данными по обоим берегам моря, 3 — расчетный уровень с начальными данными по одному берегу.

3. Точность решения задачи численным методом

Практическая ценность результатов решения задачи в конечном счете определяется точностью расчета. Последняя в свою очередь обусловлена свойствами избранной приближенной теории, характером разностной аппроксимации и точностью исходной информации. Оценка приближенной теории рассмотрена нами ранее. Реализация более полной теории (учитывающей, например, распределение скорости или плотности по вертикали) встречает пока еще значительные трудности, в том числе ввиду отсутствия надежных данных

о турбулентности в реальных условиях и получения надежной информации о начальном состоянии.

Точность аппроксимации определяется путем оценки остаточных членов разностной схемы, содержащих производные высших порядков. Оценку можно сделать по данным наблюдений, однако в большинстве случаев приходится использовать численное решение, сравнивая результаты, полученные на последовательности сеток, с уменьшающимися размерами шагов.

В некоторых случаях удается изобразить пространственную область простой геометрической фигурой. Тогда возникает возможность сравнения численного решения с точным при простейших предположениях относительно поля ветра.

Погрешности аппроксимации устойчивой разностной схемы ограничены. Путем дробления сетки их можно в конце концов свести к минимуму, который зависит только от точности вычислений.

Для явной схемы при определении отношения шагов сетки во времени и пространстве используется так называемый критерий Куранта (Рихтмайер, 1960)

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq \{u + \sqrt{g(h + \xi)}\}_{\max}; \quad (2.72)$$

здесь Δx — шаг сетки по оси x , Δt — шаг по времени.

Обычно скорость течения u и колебания уровня ξ имеют максимум там, где глубины малы. Чаще всего на больших глубинах во время штормовых нагонов колебания уровня и скорости течений невелики. Таким образом, члены неравенства (2.72) имеют максимумы в различных областях. Во многих случаях оказывается, что

$$u_{\max} \ll \sqrt{g(h + \xi)_{\max}}. \quad (2.73)$$

При этом допустимо использование упрощенного критерия

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq \sqrt{gh_{\max}}. \quad (2.74)$$

Если глубина водоема изменяется в широких пределах, может оказаться, что отношение $\Delta x/\Delta t$ в несколько раз больше скорости гравитационных волн. На достаточно протяженных мелководных участках использование такого соотношения приводит к уменьшению точности решения. Повышение точности достигается разделением области решения на части с таким расчетом, чтобы в каждой из них величина h не изменялась в слишком широких пределах. В каждой из частей этой области устанавливается свое отношение шагов, а на их границах используются видоизмененные разностные уравнения.

В зоне малых глубин требуется точная оценка шагов по критерию Куранта. Величины $|u_{\max}|$ и $|\xi_{\max}|$ можно в этом случае определять из наблюдений. Измерения уровня практически всегда позволяют это делать. Что касается течений, то непосредственные их измерения имеются очень редко. В этом случае скорость течения

может быть определена по наблюдениям над уровнем, используя уравнение неразрывности в его интегральной форме.

Если обозначить площадь акватории водоема через S , площадь живого его сечения в заданном месте через F , а наибольшее приращение уровня за час в среднем по акватории $\Delta\xi$, объем воды, поступившей в акваторию в течение часа, будет $V_0 = S\Delta\xi$, тогда скорость течения (это будет максимальная скорость, так как всегда можно выбрать период времени с наиболее интенсивным ростом уровня) будет

$$u_{\max} = \frac{S |\Delta\xi|_{\max}}{F \cdot 3600} \text{ м/сек.} \quad (2.75)$$

Таким образом ведется расчет для всех опорных пунктов, где по условиям расчета должны быть заданы начальные скорости течения. Значения скорости течения в узлах сетки получаются интерполяцией.

Следует иметь в виду, что в ряде случаев скорости течения в различных точках расчетной оси водоема могут иметь противоположные направления. Это будет иметь место, когда начиная от некоторой точки на расчетной оси уровень по одну сторону оси, считая от этой точки, возрастает, а по другую — убывает без разрыва производной. В этой точке, точнее, в сечении, эпюра течений меняет знак. В подобном случае сохраняются изложенные ранее принципы расчета. Нужно только определять поверхности акватории отдельно для нагонной и сгонной частей, что приведет к реальному распределению рассчитанных скоростей течения в опорных точках расчетной оси.

Абсолютные значения шагов Δt и ΔS входят в погрешность аппроксимации. Таким образом, желание получить большую точность решения требует более частой сетки. Последнее приводит к увеличению машинного времени и объема памяти ЭВМ. Отсюда следует, что нельзя говорить об увеличении точности вообще, не оглядываясь на экономические и технические возможности, тем более что исходная информация метеорологического характера, имеющая малую точность, в значительной мере предопределяет точность результатов. Пространственный шаг сетки, естественно, зависит и от размеров бассейна: чем крупнее бассейн, тем большим приходится брать шаг сетки.

Построение разностной сетки на карте осуществляется обычными геометрическими приемами. Кривизна земной поверхности учитывается только в задачах, охватывающих значительные части океана. Для исследования штормового нагона кривизна земли обычно не учитывается, так как погрешности вследствие кривизны не превосходят точности метода.

Направление осей координат нужно выбирать, сообразуясь с особенностями разностной схемы, так чтобы граничные узлы сеточной области в случае прямоугольной сетки располагались возможно ближе к береговой линии.

Совершенно другой характер имеют ошибки за счет неточности исходной информации. Они значительно больше, чем ошибки за счет погрешности вычислений, и не могут быть уменьшены в рамках данной задачи. Единственным способом уменьшения погрешности за счет исходной информации является расширение сети наблюдений и специальных исследований в области метеорологии.

Ниже излагаются некоторые соображения по оценке зависимости погрешности решения от задания ошибок по морфометрии, граничных и начальных условий и метеорологической информации. Рассматриваются также соотношения основных факторов при расчете штормовых нагонов, использованные при расчетах невиских наводнений.

Погрешности морфометрических данных зависят от масштаба используемого картографического материала. Можно считать, что существующие разномасштабные навигационные карты могут дать достаточно точные сведения по таким морфометрическим элементам, как глубина, линейные размеры водоема и др. Методика определения этих величин была нами рассмотрена ранее. Следует заметить, что морфометрические данные, полученные непосредственными измерениями в натуре или по карте, необходимо сглаживать с тем, чтобы мелкие частные детали строения дна водоема не исказили результатов решения задачи.

Сглаживание дна водоема в глубоководной части, локально даже значительное, не вносит существенных изменений в результаты расчетов. Другое дело прибрежная часть. Здесь даже не очень существенные изменения профиля дна могут привести к заметным изменениям в результатах расчета уровня, и поэтому сглаживание глубин в прибрежном районе следует проводить весьма осторожно. В некоторых случаях приходится пользоваться сеткой с переменным шагом, уменьшая его в прибрежном районе с целью удержания деталей строения ложа дна. Особенно важно это в устьях рек и эстуариях. Общая приближенная оценка погрешности решения в зависимости от погрешности в задании морфометрии может быть получена из закона Грина:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= h^{-1/4}, & d\xi &= -\frac{1}{4} h^{-5/4} dh, \\ \partial\xi &= -\frac{1}{4} h^{-1} h^{-1/4} dh, \\ \frac{d\xi}{\xi} &= -\frac{1}{4} \frac{dh}{h}, \end{aligned} \right\} \quad (2.76)$$

откуда следует, что относительная погрешность в уровне примерно в четыре раза меньше погрешности в глубине. Если даже предположить, что ошибка в глубине будет равна 10%, что маловероятно, так как глубина всегда может быть уточнена с помощью более подробных навигационных или батиметрических карт, то и тогда ошибка в расчете уровня определится в 2—3%.

Ошибка расчета за счет погрешностей в задании граничных условий, как правило, не достигает значительной величины. Условие непроницаемости береговой черты, интерпретируемое вертикальной стенкой, в большинстве случаев оказывается достаточно точным, даже если на самом деле имеет место движение уреза в горизонтальном направлении. Менее точные допущения делаются на жидком контуре, где граница области проходит по линии, соединяющей залив с морем, или по проливу. В этом случае при удержании квадратичных членов инерции, возможно (см. § 2 главы I), должно задаваться еще одно условие, например одна из функций $\xi(t)$ или $V(t)$. Они почти всегда неизвестны, особенно если речь идет о прогнозе. Иногда в этом случае принимается $\xi \equiv 0$, что обозначает как бы присоединение бесконечно глубокого бассейна. Погрешность решения здесь определится отличием действительных изменений уровня от нуля, временем, за которое влияние граничных условий достигнет интересующих нас точек области, и распределением глубин.

Колебания уровня на жидкой границе можно интерпретировать как «внешний нагон» и путем численных экспериментов по фактическим данным установить соотношение этого «внешнего нагона» с внутренним, возникающим под непосредственным действием касательного напряжения в рассматриваемой области.

Другой случай жидкой границы представляют устья крупных рек. Здесь можно задавать в качестве граничного условия расход, который почти всегда может быть определен по кривой зависимости расхода от горизонта воды. Чаще всего эти уточнения мало что дают при расчетах по сравнению с более грубым предположением о нулевом расходе на жидкой границе.

Для оценки влияния погрешности в начальном уровне на результаты расчета используем вновь формулу Грина. Пусть в начальном уровне при глубине места h_1 ошибка будет равна $\delta\xi_1$, что приведет при переходе возмущения на глубину h_2 к ошибке $\delta\xi_2$. Тогда в соответствии с формулой Грина можно написать

$$\delta\xi_2 \equiv \delta\xi_1 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{1/4}. \quad (2.77)$$

Задавая различные значения отношения глубин h_1/h_2 , можно получить отношения ошибок, соответствующие заданным отношениям глубин. Из табл. 2.1 следует, что даже весьма значительные уменьшения глубины (в 100 раз) увеличивают ошибку всего лишь в 1,5 раза.

Таблица 2.1

h_1/h_2	2	4	6	8	10
ξ_2/ξ_1	1,2	1,4	1,6	1,7	1,8

Следует иметь в виду, что закон Грина выполняется, если глубина канала в пределах длины волны изменяется лишь немного, на

малую часть своей величины. В природных условиях это обычно не так, поскольку волна имеет линейные размеры, измеряемые сотнями километров, на протяжении которых глубины изменяются значительно. Для такого случая Такахаси (Takahashi, 1951) показал, что увеличение амплитуды, а следовательно, и ошибка ее начального профиля оказываются меньшими, чем это дает формула (2.77).

Метеорологическая информация определяет непрерывное изменение энергетического состояния водной массы на всем интервале решения, в то время как начальные данные фиксируют состояние ее в какой-то один фиксированный момент времени. Отсюда следует, что ошибка в начальных данных, и так не очень существенная, согласно (2.77), может быть уменьшена, если мы начнем решение достаточно задолго до момента, который нас интересует. При приближении начала расчета к интересующему нас моменту времени ошибка в начальных данных имеет большее влияние на погрешность решения. Большой интерес, однако, представляют случаи расчета, когда заблаговременность может быть возможно большей. В этом случае роль метеорологических факторов и их погрешности становится решающей.

Влияние ошибок за счет погрешностей определения касательного напряжения в литературе не освещалось. Известные нам работы в этой области были выполнены в Ленинградском отделении Государственного океанографического института при решении задачи о прогнозе наводнений в устье р. Невы.

Положим, что τ задается формулой

$$\tau_b = \rho_a c_2 W |W|.$$

В значительном, если не преобладающем, числе исследований полагают $c_2 = 0,0026$. Обычно при использовании этой величины в расчетах результаты удовлетворительно согласуются с наблюдениями, что подтверждает обоснованность такого выбора.

Как следует из рис. 2.8, результаты расчетов для умеренной скорости ветра мало зависят от вида формулы касательного напряжения. При очень сильных ветрах изменения коэффициента сопротивления также не должны привести к существенным ошибкам. Другое дело погрешность в определении скорости ветра. Отклонение ее от реального значения на 2 м/сек. при скорости ветра 20 м/сек. приводит к изменению тангенциального напряжения на 20%. Если же отклонения имеют один знак, общая погрешность достигнет 30%.

На рис. 2.9, заимствованном из работы Вольцингера и Пяковского (1968), приведены результаты расчетов, полученные при изучении численной модели Трансбалтики. Расчеты производились при различных скоростях ветра, причем интервалы их соответствуют возможным погрешностям в определении ветра. Как видно, ошибка одного знака в скорости ветра на 4 м/сек. при штормовых ветрах приводит к ошибке в уровне почти на 100 см. В то же время равномерная знакопеременная ошибка в ветре практически не дает ощутимых погрешностей в уровне.

Следует иметь в виду, что ветер измеряется над морем в относительно редких пунктах и поэтому всегда следует учитывать возможность несимметричного распределения погрешности в распределении ветра.

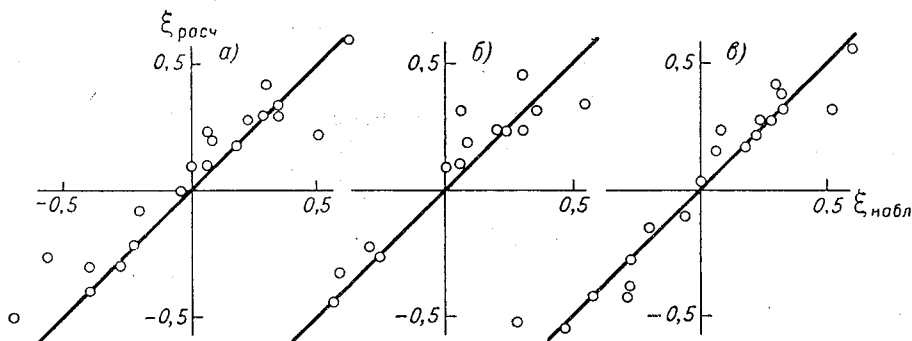


Рис. 2.8. Связь наблюдаемых и вычисленных экстремумов уровня при разных законах касательного напряжения (Svansson, 1966).

а) $\tau_a = 1,75 \cdot 10^{-6} W^2$, б) $\tau_a = 2 \cdot 10^{-5} W$, в) $\tau_a = 0,15 \cdot 10^{-6} W^3$.

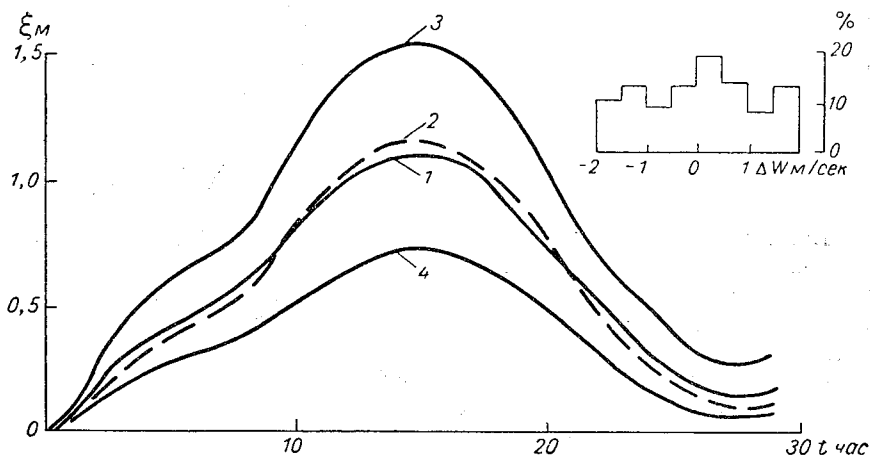


Рис. 2.9. Влияние отклонений скорости ветра на решение. Ветер постоянный во времени и в пространстве.

1 — 10 м/сек., 2 — $10 \pm \Delta W$ м/сек., 3 — 12 м/сек., 4 — 8 м/сек.

Эффективным методом исследования ошибок расчета уровня от ошибок в скорости ветра является метод статистических испытаний. Для этой цели рассматриваются функции распределения ошибок в расчетном уровне в зависимости от заданных ошибок в ветре. Рассмотрены были два случая задания ошибок в ветре: равномерно распределенные и распределенные по нормальному закону,

независимо в узлах интерполяции. На рис. 2.10 приведены результаты этих расчетов по Вольцингеру и Пясковскому (1968).

Результаты исследования подтвердили значительное влияние ошибок в определении ветра на результаты расчета. Другим методом приближенной оценки зависимости ошибок в расчете уровня от ошибок в ветре (тангенциальном напряжении) является применение гипотезы о квазистационарности нагона хотя бы на небольшом отрезке времени. При этом можно непосредственно сопоставить ошибку в расчете с ошибкой в ветре. Прделанные расчеты показали, что даже небольшие ошибки при высоких значениях скорости ветра приводят к значительным погрешностям в расчетах уровня, что заставляет относиться с особой требовательностью к отбору данных по ветру и методу их расчета.

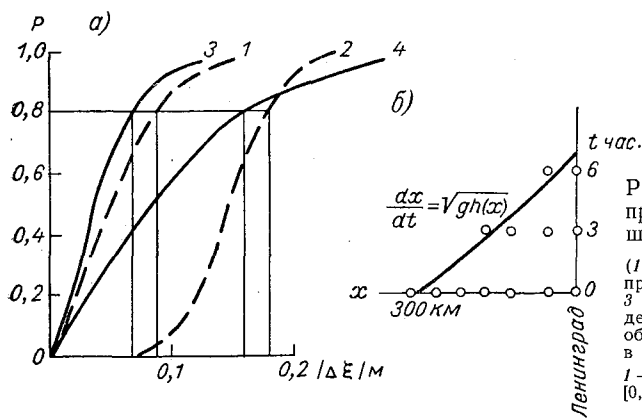


Рис. 2.10. Функция распределения ошибки решения в Ленинграде (а).

(1 и 2 — равномерное распределение ошибки ветра, 3 и 4 — нормальное распределение ошибки ветра); б — область режима и узлы, в которых задавался ветер. 1 — $\Delta W \in [-2, 2]$, 2 — $\Delta W \in [0, 2]$, 3 — $\sigma_w = \pm 1,0$, 4 — $\sigma_w = \pm 2,4$.

Все же в целом ввиду незначительного времени действия сильных ветров (более 18—20 м/сек.) и относительно редких случаев их возникновения расчеты уровня численным методом с использованием существующих методов расчета ветра дают хорошие результаты.

Влияние горизонтального градиента атмосферного давления само по себе обычно невелико. Средняя квадратичная ошибка из-за пренебрежения этим фактором при расчетах ленинградских наводнений составляет $\pm 0,12$ м.

Суммарная средняя квадратичная ошибка в расчете уровня по выполненным в Ленинградском отделении Государственного океанографического института исследованиям для условий ленинградских наводнений составила $\pm 0,30$ м, что, вообще говоря, является вполне удовлетворительным применительно к расчетам явлений такого рода.

Обобщая сказанное в главе I, можно прийти к следующему выводу: физическая обоснованность и минимальное число допущений, из которых выводится теория мелкой воды, простота применяемых решений, относительно малые трудности в представлении входных

данных, удовлетворительная точность получаемых результатов и достаточная экономичность расчетов делают теорию весьма удобным инструментом для исследования динамических процессов, в основе которых лежат длинноволновые возмущения.

В последующем изложении мы покажем возможность этой теории для расчетов различных гидрологических явлений волнового характера.

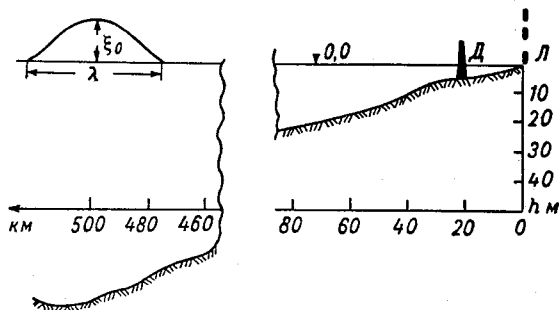
4. Использование теории мелкой воды при проектировании гидротехнических сооружений

Применение теории мелкой воды для инженерных целей при определении влияния проектируемых сооружений на режим уровня водоема представляется весьма актуальным. К сожалению, такого рода расчеты все еще редки. Ниже приводится пример оценки роли дамб, проектируемых с целью защиты Ленинграда от наводнений.

Требовалось оценить изменение характера колебаний уровня (главным образом величины максимальных отметок) в районе

Рис. 2.11. Продольный профиль Финского залива со схемой расположения дамбы.

Л — Ленинград, Д — дамба (Кронштадт).



строительства дамбы после ее сооружения. Отсечение части Финского залива изменит объем колеблющейся массы воды и морфометрию бассейна, поэтому влияние сооружения будет различным для разных периодов колебаний. В силу этого нет необходимости рассматривать воздействие реального штормового ветра; достаточно лишь изучить более или менее широкий диапазон колебаний по частотам и высотам. Их удобно моделировать начальными условиями.

С помощью численной модели было получено решение при двух вариантах исходной морфометрической информации: 1) дамба проходит по западной окраине Ленинграда на островах Невской дельты (вариант 1); 2) дамба проходит по линии Ораниенбаум—Кронштадт—Лисий Нос (вариант 2). Первый вариант соответствует существующему естественному режиму, так как, согласно предварительным исследованиям, сток Невы практически не влияет на колебания уровня при наводнениях. В одномерной численной модели в точке Л в варианте 1 и в точке Д в варианте 2 ставилось

граничное условие $U=0$ (рис. 2.11). В качестве начальных условий принималось [при $U(x, 0) \equiv 0$] некоторое возмущение уровня в Цент-

тральной Балтике на расстоянии около 500 км от Ленинграда (рис. 2.12). Длина волны λ соответствовала характерному периоду T .

На рис. 2.12 показан результат двух экспериментов (варианты 1 и 2) при $\xi_0=1$ м, $T=6$ час. Результаты девяти экспериментов вместе со значениями ξ_0 и T помещены в табл. 2.2.

Данные таблицы покрывают большой диапазон опасных подь-

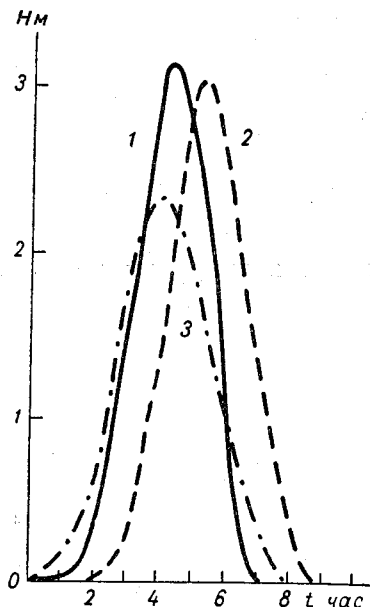


Рис. 2.12. Результаты расчета уровня в Ленинграде и Кронштадте при наличии дамбы.

1 — уровень, рассчитанный в предположении существующей дамбы Ораниенбаум — Кронштадт — Лисий Нос; 2, 3 — уровни в Кронштадте (2) и Ленинграде (3) при дамбе, расположенной на западной окраине Ленинграда.

емов. Ее анализ показывает, что при больших периодах (12 час. и более) максимальные отметки на дамбе варианта 2 незначительно отличаются от тех, которые имеют место у Кронштадта в

Таблица 2.2

ξ_0 м	t час.	Уровни, м		
		вариант 1		вариант 2
		Ленинград	Кронштадт	дамба— Кронштадт
0,5	6	2,14	1,80	2,14
	12	1,70	1,52	1,53
	24	1,02	1,00	1,02
1,0	6	3,18	2,65	3,23
	12	2,80	2,55	2,56
	24	1,88	1,86	1,90
1,5	6	4,03	3,35	4,17
	12	3,68	3,42	3,42
	24	2,66	2,63	2,68

варианте 1. Напротив, при малых периодах отметки в этом месте превышают даже максимумы уровня у Ленинграда при естественном режиме.

Глава III

ЦУНАМИ

(СЕЙСМИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ)

§ 1. ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ О ЦУНАМИ И ИХ ГЕОГРАФИЧЕСКОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ

В современной океанографической литературе цунами — общепризнанное название длинных морских волн, возникающих от сейсмических причин. Происхождение этого слова японское. Укоренилось в литературе оно в связи с тем, что сейсмические волны часто назывались приливными, несмотря на то что периоды приливов и цунами отличаются по величине примерно в 60 раз.

Цунами образуются в результате подводных землетрясений или извержений вулканов, когда в океане происходят деформации дна значительного размера, хотя не исключается возможность их образования и при надводных землетрясениях, при сбрасывании с берега значительных масс грунта или льда, или при подводных оползнях.

Цунами, возникающие от сильных землетрясений или извержений вулканов, являются большим бедствием для населения побережий океана, и каждое такое цунами надолго остается в памяти народов, населяющих берега океана, подвергавшиеся его воздействию. Не вызывает удивления поэтому, что сведения о морских волнах — цунами — сохранились с 479 г. до нашей эры. За весь этот период продолжительностью примерно 2500 лет было отмечено 355 цунами, из них 30 — вызванных деятельностью вулканов.

Географическое распространение этого явления полностью обусловлено зонами сейсмической и вулканической деятельности.

В работе Святловского (1955) приводится географическое распространение 355 цунами (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Тихий океан

Япония (Тихоокеанское побережье)	82
Побережье Японского моря	17
Гавайские острова	38
Камчатка и Курильские острова	14
Алеутские острова	4

Западная и юго-западная части Тихого океана (Индонезия, Филиппинские и Марианские острова)	60
Тихоокеанское побережье Южной Америки	54
Тихоокеанское побережье Северной Америки	15
Прочие районы (главным образом юг Тихого океана)	24

Итого 308

Атлантический океан

Антильские острова. Венесуэла	17
Азорские острова. Португалия и Атлантическое побережье других стран Европы	9

Итого 26

Средиземное море

Италия, Греция, Турция	21
----------------------------------	----

Всего 355

Из приведенных данных следует, что основным районом, где зарождаются цунами, является сейсмический пояс Тихого океана, к которому относятся до 80% всех землетрясений, регистрируемых на земном шаре. Недаром эту зону Тихого океана называют огненным кольцом.

Океанические участки земной коры в пределах этого пояса опускаются, а края континентов поднимаются. Зона поднятия и опускания земной коры сосредоточена на довольно узком пространстве, что приводит к большим напряжениям в земной коре. Когда породы не выдерживают напряжений, происходит разрыв земной коры, что и вызывает землетрясение. Так как продолжительность периода, в течение которого происходит разрыв, весьма мала, мощность землетрясения достигает огромной величины. Такие землетрясения на дне океана посылают по направлению континентов длинные волны — цунами, достигающие у побережий гигантской величины.

Более всего от цунами страдают побережья Камчатки, Японии, Курильские и Гавайские острова. Наиболее разрушительными из них являются те, которые образуются от землетрясений на склонах глубоководной впадины, пролегающей вблизи восточного побережья Японских островов.

На Гавайских островах ввиду большей удаленности их от эпицентров цунами разрушительное действие последних обычно бывает более слабым, чем на Японских островах. Однако и здесь бывают цунами большой разрушительной силы, которые приносят большой вред населению островов и сопровождаются человеческими жертвами.

На Курильских островах и Камчатке наиболее сильными являются цунами, образующиеся в результате землетрясений в

Курило-Камчатской впадине и продолжении ее у японских берегов.

Ниже мы приводим описания некоторых, наиболее значительных, цунами, заимствованные нами из книги американского исследователя В. Баскома (1966) и из каталога цунами И. Д. Понявина (1965).

Первое цунами, о котором упоминается в исторических источниках, уничтожило город Амникос на Крите около 1400 г. до нашей эры. Тысячелетием позднее, по свидетельству древнегреческого летописца Паузиниаса, «под водами Коринфского залива погиб город Элис, и жители его погибли все до одного».

Из глубины веков до нас дошли записи примерно о двух десятках цунами, наблюдавшихся на протяжении первого тысячелетия нашей эры. Теперь же о катастрофических последствиях цунами приходится слышать два-три раза в год. Понятно, здесь дело не только в том, что землетрясения стали чаще. Помимо этого, население земного шара резко возросло, и прежде пустынные районы теперь густо заселены.

В книге Баскома приведен список наводнений с древнейших времен до 1960 г., составленный сотрудником Береговой геодезической службы США Н. Г. Хеком. Более подробный каталог, включающий и приведенные Баскомом данные, приводится в работе И. Д. Понявина. Вот некоторые из этих описаний.

1/XI 1755 г. Португалия. Знаменитое землетрясение в Лиссабоне. У испанских и португальских берегов — волны высотой от 15 до 40 футов. На Кадис обрушилось 18 гигантских волн.

29/XII 1820 г. Город Макасар на о. Целебес. Водяная стена высотой 60—80 футов стерла с лица земли форт Билекомба. Огромные разрушения в пунктах Нипа-Нипа и Серанг-Серанг. Такая же волна в Биме (о. Сумбава) пронесла над городскими зданиями корабли.

13/VIII 1868 г. Южное Перу (ныне Северное Чили). Корабль военно-морских сил США «Уотери» заброшен на милю в глубь материка волной, максимальная высота которой 70 футов. Отступая, волна обнажила дно залива Икике до глубины 24 фута и затем, вернувшись — теперь уже в виде волны высотой 40 футов, — затопила г. Икике.

15/VI 1896 г. Северо-восточная Япония. В вершинах заливов — волны высотой до 100 футов, на других участках побережья общей протяженностью 320 км — от 10 до 80 футов. 27 тыс. человеческих жертв; унесены водой 10 тыс. домов.

21/XI 1927 г. Чили, район устья р. Айсен. Море затопило берег на протяжении 25 миль. Корабль «Маннесикс» вместе с экипажем застрял в вершинах деревьев.

Как следует из приведенных примеров, цунами являются довольно распространенным явлением, представляющим существенную опасность для жителей побережий сейсмически активных районов океана.

§ 2. ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЯ

Дрогнули стрелки сейсмографов на сейсмических станциях, расположенных на берегах океана и островных станциях. Они зарегистрировали очередное землетрясение, происшедшее где-то вдали от берегов в океане. Через некоторое время сейсмологи, пользуясь данными различных станций, установили эпицентр землетрясения и его силу. Подземные толчки прекратились, землетрясение закончилось, но его последствия у берегов океана еще не начинались...

От эпицентра со скоростью, достигающей 800 км/час (скорость современного реактивного воздушного лайнера), по направлению к берегам океана устремились очень невысокие (порядка нескольких десятков сантиметров) и очень длинные (длиной до 300 км и более) волны. В океане они совершенно незаметны. Что значит 50—100 см на протяжении 200—300 км! Но волны эти несут огромный запас энергии.

У берегов волны замедляют свою скорость ввиду уменьшения глубины и резко увеличиваются в высоте. При накатывании на берег в зависимости от его очертания и распределения глубин береговой отмели цунами превращается в пенистый вал «бор» — стену воды высотой иногда более 10 м, с ревом и шумом накатывающийся на берег, либо во внезапный и быстрый подъем воды, высота которого также может измеряться десятками метров.

Практически все наблюдения над цунами тектонического происхождения осуществлялись до настоящего времени только в прибрежных условиях. Визуальных сведений такого рода существует достаточно много. Что же касается наблюдений в открытом океане — их попросту нет, и сведений о процессах вблизи эпицентра в момент землетрясения не существует.

В литературе имеются сведения о том, что за некоторое время до наступления цунами в данном районе происходят возмущения поверхности океана. Указывается также, что за несколько месяцев до землетрясения, порождающего цунами, происходит движение дна океана в районе эпицентра.

Как установлено из наблюдений, большинство крупных цунами у берега начинается с падения уровня. Падение происходит в течение 10—15 мин., после чего наступает подъем — приходит волна.

Распространение волны по океану не связано с переносом масс воды, перемещается только ее форма.

Амплитуда вертикального перемещения частиц при перемещении цунами в океане весьма незначительна по сравнению с горизонтальной составляющей скорости, которая по вертикали изменяется незначительно, за исключением придонного слоя. Скорость перемещения возмущения в свою очередь во много раз превосходит скорость перемещения частиц воды и определяется величиной $c = \sqrt{gh}$.

Цунами представляет собой грозную опасность для людей, соприкасающихся с ними, и не всегда очевидцы имеют возможность припомнить и описать ход событий во время наступления цунами.

Тем бóльший интерес представляют наблюдения очевидцев. Некоторые из этих описаний, заимствованные из статьи Соловьева и Ферчева (1961) и книги Баскома (1966) приводятся ниже.

Камчатское цунами 1737 г., описанное в рапорте Крашенинникова от 14/XI 1737 г., было весьма значительным. Вот что сказано о нем в рапорте: «Через прошедших из Курил с островами и с Лопатки, также и с Авачи людей известился я, что там великое трясение земли было, которое во всех помянутых местах началось в одно время.

На первом Курильском острове, Сумшуу (Шумшу) называемом, трясение земли было следующим образом. Октября 6 дня в 3 часу полуночи сперва земля так жестоко тряслася, что от него многие балаганы попадали и людям стоять невозможно было и продолжалось с четверть часа. Оное трясение приходило волнами с ЮЮВ и по прошествии валов земля через долгое время дрожала, а потом как перестало трясение, то воды вдруг с моря с великим шумом сажени на три (около 6 м) прибыло, которая тот час опять в море далеко ушла...

Около Лопатки и на Аваче трясение началось в том же числе и часу, только оно в первый раз легко было, а в другой и третий разы, так же, как и на острове, очень жестоко было, что многие балаганы оттого попадали. После третьего разу вода с моря прибыла с великим шумом, сажени на пятнадцать, которою все околележащие низменные места и не очень высокие горы покрыло. Многие иноземческие жилища, багаж, корм и байдари унесло, и русским, в то время там бывшим, немалый убыток сделало, которые, оставя весь багаж в юртах, на высокие горы бежать и там спасение искать принуждены были. Оная вода, так же как и на острове, нимало не стояв, опять в море ушла, а прибывала ли прежде того, о том те люди, которые мне о сем трясении сказывали, не известны, потому что в ночное время они спали.

Как вода сбежала, то иноземцы и мест узнать не могли, на которых их жилища были, потому что многие низменные места буграми, а бугры низменными местами сделало, также и великие буераки промыло. А между рекою Виличиком и Авачинскою губою новую небольшую губу сделало...»

В. Баском, наблюдавший цунами 1/IV 1946 г. и изучавший его последствия, сообщает: «...Несколько ближайших дней мы провели в розысках: опрашивали очевидцев, выясняли, до какого уровня доходила вода, фотографировали разрушенные дома и выброшенные на берег суда. Нам довелось услышать любопытные истории, и почти в каждой был какой-нибудь факт, проливавший свет на природу сейсмических волн. Например, мы выяснили, что первый гребень часто очень мал и может подойти незаметно, но сразу вслед за ним наступает значительный спад воды...

...Во время цунами могут обнажаться участки твердого дна, которые нельзя увидеть ни при каких других обстоятельствах. В том же Хаф-Мун-Бее во время прохождения первой ложбины вся стоявшая на якоре рыбацья флотилия благополучно села на мель, хотя обычно в этом месте, где дно было песчаное, лодки оставались в воде даже в самый сильный отлив. Но на мели им пришлось пробыть недолго. Не прошло и 10 мин., как лодки всплыли, протаскили якоря на несколько сот ярдов и снова оказались на суше — на этот раз посреди булыжной мостовой, на 13 футов выше первоначального уровня воды.»

И далее: «...В подавляющем большинстве случаев сильнее всего пострадали пункты, экспонированные навстречу волне, и заливы с выходом в противоположную сторону. Например, деревня Тайохаи (на Маркизских островах), стоящая при вершине узкого залива с выходом на юг и удаленная от эпицентра землетрясения на четыре тысячи миль, была полностью уничтожена. Не больше повезло городу Хило (остров Гавайи), который был вдвое ближе к эпицентру и к тому же обладает изрезанной узкими проливами береговой линией, как будто созданной для того, чтобы притягивать цунами. Капитан корабля, стоявшего вдали от порта в открытом море, с изумлением видел, как город гибнет под уда-

рами тех самых волн, которые проходили под его кораблем, не причиняя ему вреда. Другой корабль «Бригэм Виктори», в это время разгружал в порту лес. В столкновении с цунами он был сильно поврежден, но не затонул, между тем как причал и все портовые сооружения были разрушены. В то утро в Хило погибло 173 человека, а убытки исчислялись в 25 миллионов долларов.

Но самые большие волны первоапрельского цунами обрушились на мыс Скок на Аляске, отстоявший от эпицентра всего на несколько сот миль. Пять человек несли тогда вахту на маяке у входа в Унимакский пролив. Двухэтажное здание маяка стояло на фундаменте, поднимавшемся на 32 фута над средним уровнем моря, и представляло собой надежно укрепленное бетонированное сооружение. Из пяти человек ни один не остался в живых; как предполагают, маяк был уничтожен разбивающейся волной до ста футов в высоту около 2 час. 40 мин. утра. На следующий день самолет береговой охраны, вылетевший к маяку для того, чтобы установить причину прекращения радиосвязи, обнаружил только остатки фундамента. Невдалеке от маяка волна сорвала с бетонированного основания, возвышавшегося над водой на 103 фута, укрепленную на нем радиомачту...

22/V 1960 г. сильное землетрясение (8,5 балла) потрясло побережье Чили. Подземные толчки сопровождались извержением вулкана, многочисленными сбросами, оседаниями и оползнями. В радиусе 250 миль от эпицентра погибло 4000 человек, был разрушен один миллион жилых домов, а хозяйственные убытки исчислялись в 400 миллионов долларов. Одновременно параллельно берегу произошел значительный сдвиг твердых пород на подводном склоне. Возникло цунами, грозную силу которого почувствовало все Тихоокеанское побережье.

На побережье Чили были опустошены десятки городов. Города на берегах Новой Зеландии, Австралии, Филиппинских островов и острова Окинава были затоплены на несколько футов. В США, в гаванях Лос-Анджелеса и Сан-Диего были разрушены причалы и разбиты десятки судов; ущерб исчислялся в миллион долларов. В Японии, за девять тысяч миль от места зарождения, волны цунами достигали пятнадцатифутовой высоты. Там погибло 180 человек, и убытки достигли 50 миллионов долларов.

Самый сильный удар обрушился снова на город Хило (остров Гавайи). И хотя экономический ущерб на этот раз оказался серьезнее, чем в 1946 г., население было вовремя предупреждено, и обошлось почти без человеческих жертв...

...Интересный случай сейсмической волны, возникшей после оползня на суше, был зарегистрирован в заливе Литуга (Аляска). Залив и его окрестности являются областью высокой сейсмической активности. Берега залива крутые; в вершину залива сползают два ледника; в центре его находится о. Сенотаф; поперек входа в залив тянется песчаная коса, не пропускающая большие волны; поэтому Якорная бухта, расположенная неподалеку от входа в залив, считается у местных рыбаков вполне надежной.

9/VII 1958 г., когда два рыболовных судна, «Бэджер» и «Санмор», стояли на якоре в заливе, как раз за косой, началось сильное землетрясение. От толчка на берегу произошло несколько оползней, в результате чего со склонов окружающих гор, с высоты 1800 футов над уровнем моря, в вершину залива обрушился лес и грунт; одновременно в воду рухнули огромные глыбы льда, оторвавшиеся от ледников.

Шкипер «Бэджера», очевидец событий, дал весьма впечатляющее описание их результата. Он почувствовал подземный толчок, бросил взгляд на берег и увидел, как в вершине залива возникла первая сейсмическая волна. Когда она проходила мимо о. Сенотаф, высота ее, по мнению шкипера, была порядка 50 футов (позднейшие подсчеты показали, что, скорее всего, она была много выше). Волна обрушилась на Якорную бухту, перенесла «Бэджер» через косу, подняв его в воздуха футов на сто, и швырнула в открытое море. Там судно пошло ко дну, но, к счастью, шкипер успел спустить шлюпку, и вскоре его с женой подобрало другое рыболовное судно. Второму из двух судов — «Санмору» — не повезло: волна ударила его о клиф, и ни от корабля, ни от команды не осталось никаких следов.

Область действия этой высокой волны оказалась ограниченной».

Цунами могут быть порождены также подводными взрывами. Взрывы могут иметь естественное и искусственное происхождение. Взрывы большой силы в воде, имеющие естественное происхождение, встречаются намного реже, чем подводные землетрясения. Тем не менее существует по меньшей мере один район, где взрывы подобного рода являются периодическими. Речь идет о вулкане Кракатау.

Вулкан этот находится в Зондском проливе между о-вами Суматра и Ява. В давние времена он представлял собой остров конической формы высотой до 2000 м.

Гигантский взрыв, относящийся еще к доисторическим временам, снес всю центральную часть острова, и после взрыва от вулкана остались лишь три небольших островка — Ферлатен, Ланг и Ракат. Через некоторое время начались новые извержения, образовавшие три вулканических конуса Пербуатан, Дакан и Раката. Они слились в один остров размерами 9×5 км. Южный конус Раката имел высоту 800 м, средний Дакан — 450 м и северный Пербуатан — 120 м.

Извержение, предшествующее описываемому извержению 1883 г., произошло в 1680—1681 гг., приблизительно за 200 лет до катастрофы.

Такой длительный период покоя способствовал, по-видимому, накоплению большого количества газов и в известной мере подготовке столь грандиозного последующего взрыва.

Извержение началось 20/V и продолжалось до августа.

27/VIII в 13 час. жители Явы, расположенной в 160 км от вулкана, слышали шум, подобный грому. В 14 час. над Кракатау поднялась черная туча высотой до 27 км.

Взрывы продолжались до 17 час., когда обрушилось первое цунами.

Вот выдержки из рассказов очевидцев:

«Извержение Кракатау сопровождалось взрывами, превосходящими по силе все наблюдавшиеся до сих пор. Была снесена вся северная часть острова, расположенная на высоте 700 футов над уровнем моря; на площади в 10 квадратных миль возникла глубокая впадина, дно которой оказалось на 900 футов ниже уровня моря. Очевидно, накопившиеся в недрах вулкана горячие испарения провали горловину кратера, и благодаря охлаждающему действию вод океана расплавленная магма застыла в виде корки, образовав своего рода предохранительный клапан. В таких условиях давление в недрах вулкана продолжало расти; наконец, утром 27/VIII 1883 г. корка не выдержала. Взрывом были сброшены каменные массивы объемом до четырех кубических миль; море на несколько миль вокруг покрылось слоем пемзы, достигавшим в иных местах такой толщины, что суда не могли пробить себе дорогу. В проливе образовалось два новых острова; маяки были уничтожены. В воздух поднялся столб пыли высотой 17 миль; пыль разнеслась так далеко, что в Батавии, за 100 миль от Кракатау, небо в полдень казалось черным, и жители в домах жгли огонь. Постепенно эта пыль под влиянием ветров рассеялась в стратосфере вокруг Земли. Главный взрыв был слышен на расстоянии трех тысяч миль, а возникающая в атмосфере ударная волна отражалась в противоположных полушариях.

Однако наиболее разрушительное действие произвели волны; они полностью затопили берега Явы и Суматры, граничащие с проливом. Вода смыла многие населенные пункты, включая Тирингин и Телукбетунг, где море поднялось до 60 и

72 футов. На город Мераук, стоящий при вершине воронкообразного залива, обрушилась волна, высота которой, по мнению одних, составляла 100, по мнению других — 135 футов. Утонуло более 36 тысяч человек; на берег было выброшено множество кораблей, среди них военное судно «Бероу», занесенное волной на 1,8 мили в глубь материка и осевшее на высоте 30 футов над уровнем моря.

Каким образом возникла эта волна — в результате ли того, что обломки островов низверглись в море, или как следствие внезапного подводного взрыва, сопровождавшегося резким сдвигом земной коры на дне океана, или оттого, что во время извержения вулкана в разрушенный взрывом кратер хлынул поток воды, — установить не удалось и по всей видимости не удастся.

Волны распространились к западу от Зондского пролива в Индийский океан, обогнули мыс Доброй Надежды и двинулись на север, в Атлантику. Уровнемеры в гаванях Южной Африки (за 4690 миль от источника), на мысе Горн (за 7820 миль) отметили серию волн, числом более 10, которые шли со скоростью до 400 миль в час. Период волны вблизи источника взрыва, по данным измерительных приборов, составляет около 2 час., на больших расстояниях он сокращается примерно наполовину. Этому факту пока трудно дать удовлетворительное объяснение, но такая же зависимость периода от расстояния отмечалась во время цунами в мае 1960 г.» (Баском, 1966).

§ 3. МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ ЦУНАМИ

Механизм формирования цунами тектонического происхождения наиболее подробно рассмотрен в работе Г. И. Попова (1961).

По его мнению, возникновение сильнейших землетрясений является следствием образования разрывов на поверхности земной коры или под корой. При небольшой глубине очагов землетрясений разрывы доходят до поверхности, где образуются разломы. Практически мгновенные изменения (со скоростью звука) рельефа дна океана образуют местные изменения в объемах воды на значительных участках дна океана, что может явиться одной из причин возникновения цунами (рис. 3.1).

Однако не каждое землетрясение на дне океана формирует цунами. Для объяснения этого явления Гутенберг (Gutenberg, 1939) выдвинул гипотезу о возникновении цунами вследствие образования огромных оползней при землетрясениях, вытесняющих огромные массы воды. Обосновывая свою гипотезу, Гутенберг указывает, что большая часть землетрясений образуется в океанических впадинах, на склонах которых возможно образование оползней.

Шепард (Shepard, 1933) отвергает это предположение, говоря, что есть много районов океана, где возможно образование оползней, но цунами там не образуются. Кроме того, скорость движения оползня недостаточна для образования цунами.

Саваренский, Святловский, Тищенко, Добровольский и Живаго (1958) предложили иную гипотезу, которая сводится к следующему: землетрясения приводят к образованию разрывов земной коры, что вызывает сбросы, взбросы, сдвиги и надвиги, приводящие к опусканию или поднятию значительных районов дна океана. В таких условиях в водной среде происходят практически мгновенные изменения объема и давления. Волны давления зарегистрированы акустическими приборами при некоторых землетрясениях. Эти причины и приводят к образованию волн сжатия и разрежения, формирующих на поверхности океана цунами.

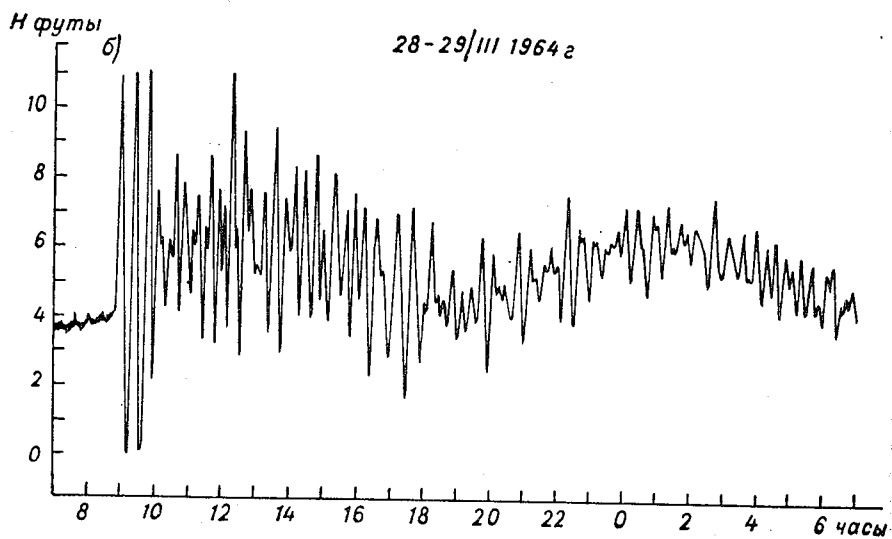
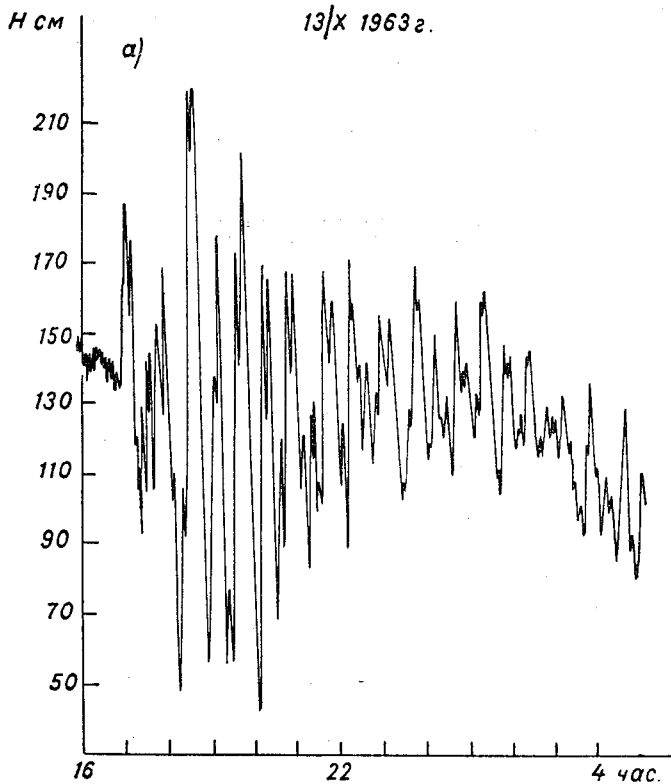


Рис. 3.1. Мареограммы цунами.

а — Южно-Курильск, б — Гавайи.

Изложенные гипотезы в общем не противоречат одна другой, а скорее дополняют пробелы каждой из них.

Непосредственной причиной образования цунами являются изменения рельефа дна, происходящие в результате землетрясения: оползни, провалы, сбросы, поднятия и другие подобные явления, возникающие практически мгновенно на огромных участках дна океана. Это подтверждают и данные непосредственных измерений. Так, например, опускание дна во время землетрясения в Адриатическом море достигало 400 м. При подводном землетрясении в Сагами (Япония) тщательные примеры установили в северной части поднятие на 230 м, а в южной опускание на 400 м. По расчетам академика Шулейкина, при поднятии дна было вытеснено около $22,5 \text{ км}^3$ воды, сформировавшей цунами.

В бухте Литуга (Аляска) в воду с высоты около 900 м в результате землетрясения обрушилось 300 млн. м^3 породы. Ввиду относительной малости бухты (длина около 11 км, максимальная глубина 200 м) обвал вызвал всплеск воды высотой 520 м. Волна высотой до 60 м опустошила берега бухты.

Можно представить себе следующие разновидности формирования цунами. Образование цунами в момент возникновения провала на дне океана. Вода устремляется к центру образовавшейся впадины, заполняет ее, затем под действием инерционных сил переполняет, формируя невысокий, но громадный по объему холм воды на поверхности океана. Под действием тяжести эта выпуклость начинает совершать колебательные движения относительно уровня океана, соответствующего состоянию покоя, — образуется цунами.

При резком поднятии дна, вначале образуется выпуклость, которая под действием сил тяжести приходит в колебательное движение, и таким образом возникает цунами.

В месте зарождения (на больших глубинах) цунами, образовавшееся в результате землетрясения, представляет собой волну ничтожно малой высоты, которая не может быть, видимо, даже измерена с достаточной степенью достоверности, так как глубина океана велика, а приращение (положительное или отрицательное) этой глубины в результате цунами чрезвычайно мало, тем более что длина волны составляет сотни километров. Естественно, никакие суда, под килем которых эта волна проходит, не могут ее зарегистрировать или даже заметить.

Цунами при извержениях вулканов изучены меньше по сравнению с цунами, образованными землетрясениями. По извержению вулкана Кракатау, которое непосредственно наблюдалось многими очевидцами, можно судить, что в отдельных случаях высота волн достигает громадной величины (40 м). В этом случае механизм формирования морских волн будет иным, так как силой, вызывающей цунами, является подводный взрыв. С достаточной долей достоверности действие подводного вулканического взрыва можно отождествить с подводным атомным взрывом.

Опытные атомные взрывы были произведены американцами у атолла Бикини (испытание «Бейкер»), причем при осуществлении этого взрыва производились довольно тщательные и всесторонние наблюдения.

Ниже мы приводим описание явлений, возникающих в воде и атмосфере во время взрыва, заимствуя эти сведения из сборников переводов «Действие атомного оружия» (Воениздат, 1954 г.) и «Действие ядерного оружия» (Воениздат, 1965 г.).

«Взрыв был произведен относительно далеко от поверхности в лагуне глубиной 200 футов. Наблюдатели во время испытаний видели, что вода вблизи места взрыва освещена ярким светом огненного шара. Свечение напоминает свет, видимый через матовый экран. Свечение сохранялось в течение нескольких миллисекунд и исчезло, как

только пузырь из раскаленных газов, представляющий собою огненный шар, вышел на поверхность. Газовый пузырь при выходе на поверхность состоит не только из продуктов деления, но также из паров воды и продуктов разложения пар-атомов водорода и кислорода. Газовый пузырь создает ударную волну, распространяющуюся во все стороны

от места взрыва (рис. 3.2). След этой ударной волны заметен по мере ее продвижения во все стороны от эпицентра, по более темному кольцу, чем окружающая вода. Кольцо темной воды иногда называют «slick». Часть ударной волны, которая проходит в воздухе через поверхность воды, вызывает сжатие влажного воздуха; если за ней следует волна разрежения, могут возникнуть условия, благоприятные для образования конденсационного облака. Это подтверждается появлением куполообразного облака почти мгновенно после взрыва при испытании.

После появления кольца непосредственно над точкой взрыва выбрасывается столб водяных струй и брызг, называемый водяным куполом, который образуется в результате отражения ударной волны от поверхности. Первоначальная скорость подъема воды пропорциональна давлению в падающей ударной волне, поэтому скорость подъема является наибольшей непосредственно над центром взрыва. Таким образом, вода, выброшенная над центром взрыва, поднимается быстрее и выше (в течение более длительного времени), чем вода, лежащая по бокам. Подъем воды прекращается под действием сил тяжести и сопротивления

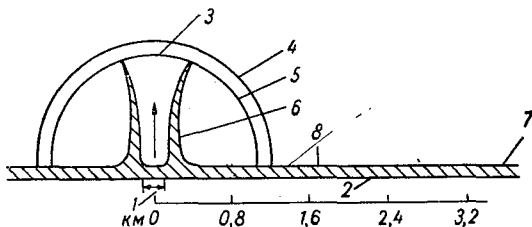


Рис. 3.2. Схема ядерного взрыва в воде, произведенного на небольшой глубине, мощностью 100 кт (через 2 сек. после взрыва).

1 — воронка, 2 — дно водоема, 3 — раскаленные газы, 4 — воздушная волна, 5 — конденсационное облако, 6 — полный столб воды, 7 — подводная ударная волна, 8 — поверхность воды.

воздуха. При очень больших глубинах взрыва водяной купол, возможно, не образуется.

Если глубина взрыва бомбы не слишком велика, то газовый пузырь до всплытия изменится мало. В момент всплытия газы, увлекая за собою некоторое количество воды, вырвутся в атмосферу.

Последующие явления приводят к образованию водяного столба, имеющего форму полого цилиндра, называемого султаном. Радиоактивные продукты газового пузыря выходят через этот полый цилиндр и образуют сверху грибообразное облако.

При взрыве у Бикини конический водяной купол начал формироваться через 4 миллисекунды после взрыва, начальная скорость подъема примерно 2500 фут/сек., однако вследствие сопротивления воздуха скорость эта сильно уменьшалась. Через несколько секунд газовый пузырь достиг поверхности воды и начал формироваться султан. Раскаленные газы прорвали купол на высоте нескольких тысяч футов. Максимальная высота султана не могла быть определена точно из-за облаков, по-видимому, она равнялась 8000 футов. Наибольший диаметр султана составлял около 2000 футов. Согласно расчетам, толщина стенок султана достигала 300 футов. При этом было поднято около 1 000 000 т. воды.

Облако, скрывающее большую часть верхушки султана, напоминало по своей форме больше цветную капусту, чем гриб. Оно содержало некоторое количество веществ, из которых состояла бомба, но также и частицы грунта (рис. 3.3).

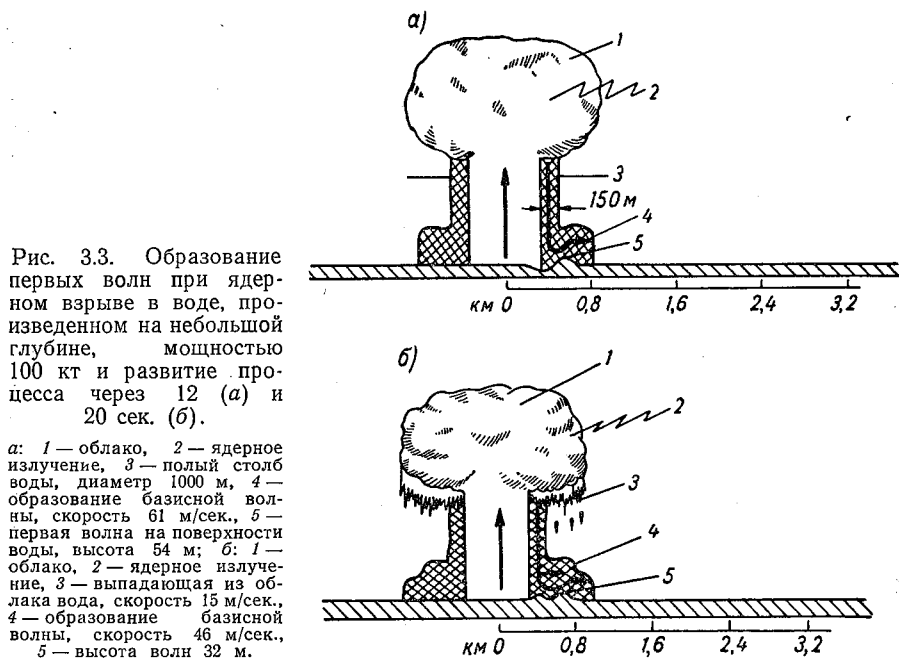
При испытании «Бейкер» у Бикини при обратном падении воды и брызг, образующих султан, образовалась гигантская волна плотного тумана. Она полностью окружала основание султана, ее высота достигала около 1000 футов. Образование волны началось спустя 10 сек. после взрыва в радиальном направлении, сохраняя форму кольца.

Такая волна или стена густого тумана называется «базисной волной». Подобное явление можно наблюдать в тех местах, где происходит падение значительных масс воды с большой высоты (например, Ниагарский водопад). Это плотное облако из жидких капель обладает таким же свойством текучести, как и однородная жидкость. Базисная волна, распространяясь в радиальном направлении, одновременно поднималась над поверхностью воды. Приблизительно через пять минут она приняла форму слоистокучевых облаков, которые в конечном итоге достигали толщины нескольких тысяч футов. Из этого облака начал идти сначала умеренный, а затем сильный дождь. Облако двигалось по ветру, и дождь длился почти час после атомного взрыва. Вначале дождь состоял из маленьких капель воды, медленно выпадающих из облака...

...При достаточно глубоком подводном взрыве пузырь раскаленных газов был бы разрушен в массе возмущенной воды до

достижения им поверхности. В этом случае водяной купол не был бы значительным и не произошло бы образования султана. Не произошло бы образования базисной волны. Распад газового пузыря на большое число маленьких пузырьков привел бы к образованию радиоактивной пены.»

Непосредственное образование поверхностных волн при взрыве наблюдатели описывают следующим образом: «Первая образовавшаяся волна имела вид положительного гребня, за которым



следовала впадина, снижавшаяся на глубину, равную высоте гребня. За впадиной следовал целый ряд волн. Первый гребень был несколько выше последующих. На большом расстоянии от места взрыва самой высокой была одна из следующих за первой волн. По мере удаления от места взрыва максимальная высота наблюдалась у последующих волн. Почти всегда высота второго гребня была меньше высоты соседних волн. Число волн, которые можно было измерить приборами, увеличилось от трех на расстоянии 2100 футов от места взрыва до шести на расстоянии 10 000 футов и 14 волн и более на расстоянии 22 000 футов. На фотографии, снятой с воздуха спустя пять минут после взрыва, можно было увидеть более 20 волн.»

Следует заметить, что здесь мы не коснулись вопроса образования волн давления, называемых ударной волной, образующейся

в воде под действием взрыва. Такие ударные волны, судя по всему, не могут не образовываться и при извержении вулканов. Доказательством тому служат многочисленные свидетельства капитанов судов, регистрировавших многочисленные толчки, сходные с столкновением корабля с подводным препятствием. В ряде случаев на карты наносились «мели», хотя при проверке оказалось, что в данном месте глубина океана составляет тысячи метров.

Естественно предположить, что волну цунами судно в открытом море ощутить не может, но ударная волна от подводного извержения вулкана (взрыв) может восприниматься командой корабля как посадка на мель.

Приведенные описания подводного взрыва относятся к сравнительно слабому источнику — «номинальной» атомной бомбе, имеющей энергию $8 \cdot 10^{20}$ эргов. При сильных вулканических взрывах выделяющаяся энергия может быть на несколько порядков больше.

Из сказанного следует, что механизм образования цунами при извержении вулканов на дне океана и на островах в достаточной мере не выявлен. Существуют следующие предположения: образование цунами при извержении вулканов сходно с образованием волн при подводных сосредоточенных взрывах; решающей причиной цунами является обрушение масс земли (вулканических конусов) в воду, что приводит к резкому изменению объема воды в данной точке; цунами может образоваться также за счет обратного падения в воду выброшенной взрывом лавы.

Влодавец (1956), анализируя материалы извержения вулкана Кракатау, называет ряд обстоятельств, способствующих возникновению катастрофических цунами, образующихся в результате извержения вулканов:

- 1) образование в результате взрывов глубоких воронок на дне,
- 2) возникновение оползней обломочного и лавового материала на подводных склонах,
- 3) выброс вулканического и обломочного материала, газов и воды,
- 4) падение большого количества выброшенного вверх вулканического материала и воды,
- 5) возникновение сильных толчков, передающихся воде во время землетрясения.

Приведенные обстоятельства являются главнейшими при образовании цунами во время извержения. Однако вовсе не обязательно совпадение всех перечисленных причин для образования катастрофического цунами. Достаточно появления некоторых из них. Вряд ли можно также назвать какую-либо из названных причин в качестве главной причины для всех цунами, образованных извержениями вулканов.

Все же при катастрофических цунами вулканического проис-

хождения одной из существенных причин, по-видимому, будут являться взрывные процессы, сопровождаемые выбросом огромного количества вулканического материала и его падением в воду.

З. К. Григораш (1955) сделала попытку связать высоту волны и объем вытесненной землетрясением воды за счет подъема дна водоема во время землетрясения, используя данные по заливу Сагами, где имелись достаточно подробные измерения глубин до и после землетрясения.

Предположено для простоты, что подъем имел куполообразную форму и был симметричен.

Предположено далее, что подъем дна сформировал цилиндрическую положительную удлинненную волну, форма которой в сечении, проходящем через ось купола, описывается следующим уравнением:

$$y = a \sec h^2 \frac{1}{2} \left(\frac{x}{b} \right), \quad (3.1)$$

где x — расстояние от оси купола, a — высота волны.

Объем воды, поднявшейся над уровнем покоя, приближенно будет равен площади, заключенной между осью абсцисс и кривой, описываемой уравнением (3.1), помноженной на длину фронта волны L , имея в виду, что под фронтом понимается гребень волны или его возвышенная часть.

Обозначая объем вытесненной воды Ω , нетрудно получить:

$$\Omega = 2aL \int_0^{\infty} \sec h^2 \frac{1}{2} \left(\frac{x}{b} \right) dx = 4abL, \quad (3.2)$$

где

$$b = h \sqrt{\frac{h+a}{3a}}. \quad (3.3)$$

Если высота a мала по сравнению с глубиной h ,

$$b \cong \frac{h^{3/2}}{\sqrt{3a}}. \quad (3.4)$$

После подстановки значения b в уравнение (3.2) получим

$$a \cong \frac{3}{16h^3} \left(\frac{\Omega}{L} \right)^2. \quad (3.5)$$

Объем воды Ω , вытесненной во время землетрясения, представленный как цилиндрическая волна (3.2), может быть еще записан следующим образом:

$$\Omega = \omega L,$$

где ω — площадь поперечного сечения волны.

Тогда

$$\omega = \frac{\Omega}{L}.$$

Подставляя в формулу (3.5) вместо $\frac{\Omega}{L}$ это значение, получим

$$a = \frac{3\omega^2}{16h^3}. \quad (3.6)$$

Это дает возможность считать по формуле (3.6) высоту волны над эпицентром, не вводя неопределенных величин, установить которые даже с небольшой долей достоверности трудно. К таким величинам, без сомнения, относится протяженность деформации дна. Формула (3.6) дает возможность считать задачу одномерной.

Цилиндрические волны возникнут лишь при цилиндрическом же возвышении дна, имеющем в сечении форму, описываемую уравнением (3.1), а по фронту длину L .

Такая деформация дна более характерна для цунами тектонических типов, и поэтому для них расчет целесообразно вести по формуле (3.6).

Выполненные Григораши расчеты для залива Сагами в предположении трех значений глубины дали следующие результаты:

Таблица 3.2

Ω км ²	h м	L км	a м
22,6	800	162	7,1
22,6	600	162	16,8
22,6	500	162	29,1

Из таблицы видно, что в более мелководных заливах волна могла быть еще больше, чем это имело место в Сагами.

§ 4. ИНТЕНСИВНОСТЬ ЦУНАМИ И ИХ ЭНЕРГИЯ

Наблюдения над цунами показывают, что интенсивность их связана с силой землетрясений. В СССР для оценки землетрясений применяется двенадцатибалльная шкала. Для определения силы моретрясений применяется шестибалльная шкала.

Непосредственной связи между силой землетрясения и интенсивностью цунами по этим шкалам не устанавливалось.

Японскими учеными введены несколько иные примерные оценки интенсивности землетрясений, которые увязываются также и с интенсивностью цунами.

Предложено интенсивность землетрясений оценивать в магнитудах. Последняя представляет собой величину, пропорциональную логарифму максимальной амплитуды горизонтального смещения почвы на расстоянии 100 км от очага землетрясения. Интенсивность самых сильных землетрясений $M=8,5$, самых сла-

бых 0,0. После работы Ииды (Iida, 1958) общепринят термин магнитуда землетрясения, который употребляется и в нашей специальной литературе.

Другим японским ученым Имамурой (Imamura, 1949) была выполнена аналогичная работа относительно оценки интенсивности цунами. Интенсивность цунами оценивается магнитудой цунами m , представляющей собой логарифмы по основанию 2 от максимума наблюдавшейся на побережье высоты подъема воды в метрах. Все наблюдения цунами разбиты на 5 разрядов — от 0 до 4.

Таблица 3.3

Шкала интенсивности цунами

Магнитуда $m = 0$	В первый разряд входят цунами с высотой подъема воды порядка 1 м. Ущерба не причиняют
$m = 1$	Во второй разряд входят цунами с высотой до 2 м. Повреждаются дома на побережье, корабли прибывают к берегу
$m = 2$	В третий разряд входят цунами с высотой подъема воды порядка 4—6 м. Волны частично разрушают здания. Значительные человеческие жертвы
$m = 3$	В четвертый разряд входят цунами с высотой подъема 10—20 м. Зона поврежденный охватывает длину побережья около 200 км
$m = 4$	В пятый разряд входят исключительно опустошительные цунами, максимальная высота подъема воды достигает 30 м. Зона повреждений вдоль берега более 500 км

Следует заметить, однако, что данные такого рода могут дать лишь очень приближенные величины волн у берега, да и то в каком-то определенном районе, так как здесь не учитывается расстояние от эпицентра. Исходя из сказанного, можно предположить, что сведения, приведенные в табл. 3.3, соответствуют условиям Тихоокеанского побережья Японии, где эпицентры моретрясений сконцентрированы в районе глубоководных впадин, расположенных в непосредственной близости от островов.

Понятие интенсивности цунами оказалось весьма полезным, позволившим измерить различные стороны явления и в том числе определить их энергию, как это было сделано японским ученым Ватанабе (Vatanabe, 1956).

Энергия цунами в момент возникновения определяется следующей зависимостью:

$$E = \pi \rho g V R \sum A^2 T. \quad (3.7)$$

Здесь $V = \sqrt{gh}$, ρ — плотность морской воды, R — расстояние от места возникновения, A — амплитуда, T — полупериод цунами.

Вводя в расчет средние значения A и T для 5 основных волн и приняв $R=50$ км (порядок половины длины цунами), а $\rho=1,02$ г/см³, Ватанабе вычислил энергию цунами и сопоставил ее с данными Такахаси, вычисленными по формуле

$$E = E_0 \cdot 10^{0,6m}, \quad (3.8)$$

где $E_0=25 \cdot 10^{20}$ эрг, а m — магнитуда цунами.

Такахаси принимал магнитуды цунами по пятибалльной шкале от 0 до 4, определенной по высоте подъема воды у берега.

Ватанабе обозначает интенсивность цунами в месте возникновения, принимая также пятибалльную шкалу амплитуд, но обозначая классы шкалы буквами A, B, C, D, E .

Результаты расчетов и сопоставления приведены Ватанабе в виде табл. 3.4.

Таблица 3.4

Расчеты Такахаси		Расчеты Ватанабе		
магнитуда цунами по береговым высотам уровня	энергия цунами по формуле (3.8), эргов	магнитуда цунами (у эпицентра)	высота цунами в месте возникновения, см	энергия цунами по формуле (3.7), эргов
4	$63 \cdot 10^{20}$	A	200	$15,1-14,2 \cdot 10^{20}$ $4,3 \cdot 10^{20}$
3	$16 \cdot 10^{20}$	B	100	
2	$5 \cdot 10^{20}$	C	50	
1	$1 \cdot 10^{20}$	D	20—30	—
0	$0,2 \cdot 10^{20}$	E	10	$0,14 \cdot 10^{20}$

Зависимость между интенсивностью землетрясений и интенсивностью цунами была установлена в работе Ииды на основе эмпирических данных по 136 землетрясениям. Соловьевым и Шебалиным (1959) эта зависимость была проверена по материалам цунами для районов Камчатско-Курильской впадины. В общем данные этих исследований подтвердили выводы Ииды. Результаты исследований его с уточнениями Соловьева и Шебалина приведены на графике (рис. 3.4).

По данным Ииды оказалось также, что интенсивность землетрясения связана с длиной побережья, охваченного цунами. На рис. 3.5 приведена эта зависимость.

Л. Н. Иконникова (1961), анализируя эту связь, справедливо указывает, что более обоснованно было бы связывать интенсивность не землетрясения, а цунами с длиной побережья, охваченного последним, так как не каждое землетрясение вызывается цунами.

Иида (Iida, 1958) исследовал подводные землетрясения, сопровождающиеся цунами, которые происходили у берегов Японии за период с 1923 по 1957 г. Анализу подвергались все без исключения землетрясения в исследуемый период, как слабые, так и сильные.

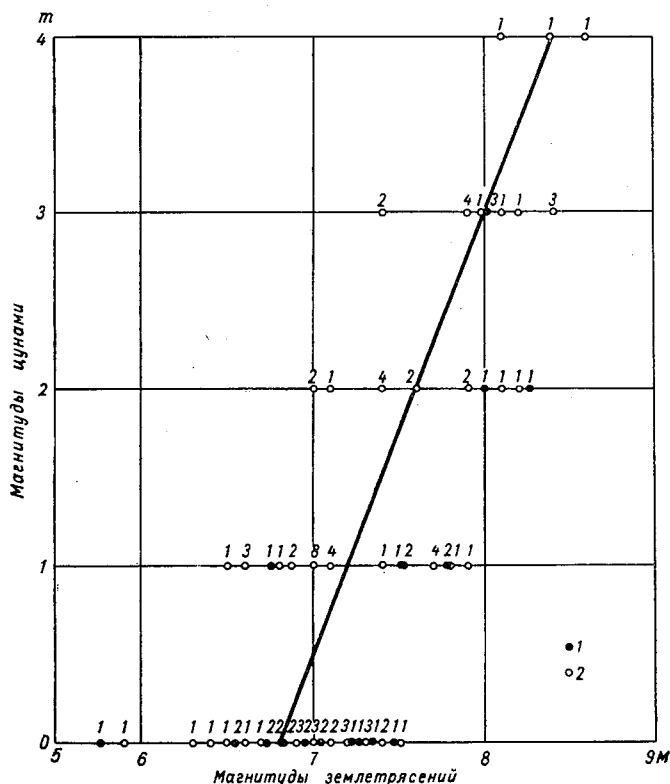


Рис. 3.4. График связи интенсивности землетрясения с интенсивностью цунами (по С. Л. Соловьеву, Ф. Г. Шебалину и Ииде).

1 — данные о курило-камчатских землетрясениях и цунами, 2 — о землетрясениях и цунами у Японии.

Иида обнаружил, что за землетрясением, вызвавшим цунами, всегда следует ряд толчков и что цунами образуются при землетрясениях с магнитудой выше 5,8.

Глубина очага землетрясения, по его мнению, также играет важную роль, и она исследуется наравне с магнитудой.

Исследование показало, что цунами после землетрясения наблюдалось при больших магнитудах последнего и глубине очага в пределах от 0 до 40 км. Реже наблюдаются цунами при

глубине очага землетрясения от 50 до 80 км и практически не наблюдаются при глубине, большей 80 км, даже если магнитуда этих землетрясений большая.

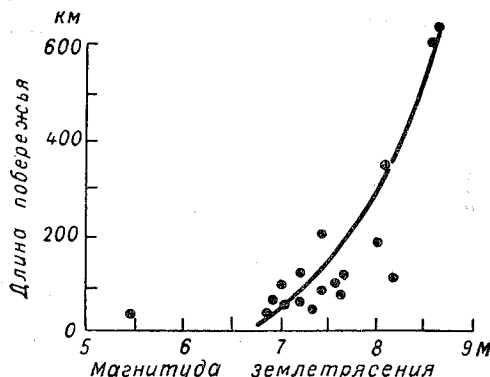


Рис. 3.5. График связи между интенсивностью землетрясения и протяженностью побережья, охваченного цунами.

Эти обстоятельства указывают, что глубина очага играет важную роль в образовании цунами. На рис. 3.6 графически представлена связь между магнитудой землетрясения, вызвавшего цунами, и глубиной очага землетрясения. Землетрясения, сопровождающиеся цунами, изображены черными кружками, а землетрясения, не сопровождавшиеся цунами, — белыми.

Из чертежа видно, что между землетрясениями, сопровождавшимися цунами, и землетрясениями, не сопровождавшимися цунами, существует приближенная линейная граница. Это значит, что для землетрясений, под влиянием которых цунами не возникают, существует ограничивающая их магнитуда.

Эта граница, по мнению Ииды, выражается уравнением

$$M = (6,42 \pm 0,04) + (0,017 \pm 0,001)H. \quad (3.9)$$

Здесь M — магнитуда землетрясения, H — глубина очага землетрясения в км.

Как видно из рис. 3.6, некоторые землетрясения, не сопровождающиеся цунами, находятся справа от линии границы. Большая часть этих землетрясений представляет собой толчки, последовавшие за основным толчком, и эти толчки связаны с сильным землетрясением, вызвавшим цунами.

Границы цунами, несущих разрушения, определяются по эмпирической зависимости

$$M = 7,75 + 0,008H. \quad (3.10)$$

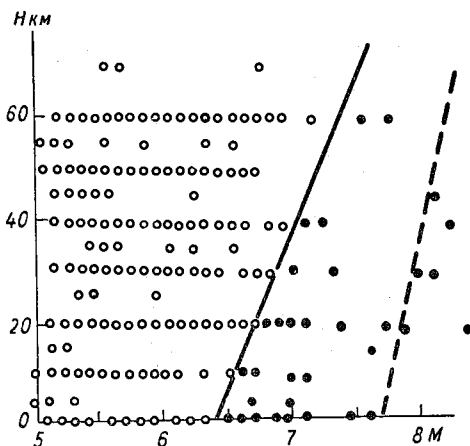


Рис. 3.6. Связь между магнитудой землетрясения, вызвавшего цунами, и глубиной очага землетрясения.

Из сказанного следует, что магнитуда землетрясения, после которого бывает цунами, обычно превышает 6,4. Землетрясения, очаг которых расположен вблизи дна океана, с магнитудой больше 7,3 всегда сопровождаются цунами, а когда магнитуда превышает 7,8 — возникают цунами, несущие разрушения.

Иида отмечает, что магнитуда землетрясений на суше, сопровождающихся деформациями земной коры, всегда находится справа от граничной линии, соответствующей образованию цунами, что косвенно служит подтверждением гипотезы происхождения цунами в результате деформации дна океана.

Иида, исследуя связь между магнитудами землетрясения M и магнитудой цунами m , приходит к выводу о существовании между ними линейной зависимости. Решая задачу на основе ряда непосредственных наблюдений методом наименьших квадратов, он получил следующее уравнение:

$$m = (2,61 \pm 0,28) M - (18,44 \pm 0,61). \quad (3.11)$$

Как следует из формулы (3.11), магнитуды цунами связаны с магнитудами землетрясения, что позволяет, пользуясь формулой, связывающей энергию землетрясения с его магнитудой, связать магнитуду цунами с энергией землетрясения:

$$\lg E = 11,8 + 1,5M. \quad (3.12)$$

Здесь E — энергия землетрясения.

Решая уравнения (3.11) и (3.12) относительно m , исключая M , получим

$$\lg E = 22,4 + 0,6m. \quad (3.13)$$

Здесь m — магнитуда цунами.

Уравнение можно представить еще и таким образом:

$$E = E_0' \cdot 10^{0,6m}, \quad (3.14)$$

где $E_0' = 2,5 \cdot 10^{22}$ эргов.

Это уравнение подобно уравнению Такахаси

$$E_t = E_0' \cdot 10^{0,6m}, \quad (3.15)$$

где $E_0' = 2,5 \cdot 10^{21}$ эргов и E_t — общая энергия цунами с магнитудой m .

Из уравнений $\frac{E}{E_t} = \frac{E_0}{E_0'} = 10$, после чего

$$\lg E_t = 21,4 + 0,6m. \quad (3.16)$$

Из сказанного следует, что энергия землетрясения в 10 раз превышает энергию цунами.

Энергию землетрясения, сопровождающего цунами, можно также определить по протяженности (длине) области воздействия цунами.

Данные о протяженности области, из которой идут волны, весьма неточны из-за погрешности в определении скорости распространения волн. Тем не менее, осредняя эти данные, можно путем корреляции получить зависимость между магнитудой землетрясения и длиной этой области или между магнитудой цунами и длиной области.

Иида приводит следующие уравнения:

$$\lg L = (0,46 \pm 0,06) M - (1,22 \pm 0,58), \quad (3.17)$$

$$\lg L = 0,2m + 1,7, \quad (3.18)$$

где L — протяженность области цунами в океане.

Переходя к энергии землетрясения, можно написать

$$\lg E = 3 \lg L + 17,3. \quad (3.19)$$

Формула позволяет, зная протяженность побережья, установить силу происшедшего землетрясения.

Такая задача может иметь место при определении силы исторических землетрясений, когда отсутствовали приборы для регистрации их, а сведения о районах побережья, охваченных цунами, имеются.

В табл. 3.5 приведена энергия землетрясений различной силы (в эргах).

Таблица 3.5

Характеристика землетрясения	Средний балл	Энергия
Катастрофическое	8,5	10^{26}
Сильное	7,5	$10^{24} - 10^{26}$
Разрушительное	6,5	$10^{22} - 10^{24}$
Слабо разрушительное	5,5	$10^{20} - 10^{22}$
Умеренное	4,5	$10^{18} - 10^{20}$
Слабое	3,0	$10^{16} - 10^{18}$

Общая энергия, освобождаемая при взрыве «номинальной» атомной бомбы, равна $8 \cdot 10^{20}$ эргов.

Количество энергии, выделяемой при взрыве «номинальной» атомной бомбы (1 кг урана-235 или плутония-239), эквивалентно: 20 000 т тротила, $2 \cdot 10^{13}$ кал., $8,4 \cdot 10^{20}$ эргов, $6,2 \cdot 10^{13}$ фунтов/фут² = $3,1 \cdot 10^{10}$ кг/см², $2,3 \cdot 10^7$ квт-ч.

§ 5. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЦУНАМИ НА ГЛУБОКОЙ ВОДЕ

Выше был рассмотрен процесс формирования волн цунами в районе их зарождения. Последующим этапом развития является их перемещение от эпицентра до береговой отмели без заметной трансформации, затем бурная трансформация волн на береговой отмели океана, особенно при выходе на глубины порядка 30—40 м, и, наконец, разрушение их непосредственно у берега.

Рассмотрим движение системы волн (обычно это группа из 3—9 волн более крупных и ряда мелких), имеющих, как указывалось, малую высоту и очень большую длину. Предполагается, что волны перемещаются от места их зарождения до материковой отмели океана, что глубины достаточно велики и не претерпевают резких изменений.

При движении образовавшейся системы волн их энергия расходуется на преодоление сил вязкости и тормозящее действие дна. Кроме того, если очаг возникших волн имеет концентрический характер, энергия расходуется еще и на вовлечение в колебательный процесс все возрастающего объема жидкости, чего не происходит при формировании направленной группы волн, образующихся при деформациях дна большой протяженности, или благодаря особому очертанию берега вблизи очага землетрясения, препятствующего концентрическому распространению волн. Изменение цунами при следовании волн от места зарождения до материковой отмели не освещено наблюдениями, и, по-видимому, в обозримом будущем сделать этого не удастся. Слишком незначительна высота этой волны на поверхности океана по сравнению с глубиной его, и потому любые измерения дадут погрешности, значительно превышающие измеряемую высоту.

Единственными достоверными данными о том, что волны цунами проходят тысячи миль и все еще сохраняют свою энергию, являются данные наблюдений на береговых станциях в зоне разрушения этих волн. Таких наблюдений производилось много, но они все же не могут дать ответа на вопрос, как изменялись волны на расстоянии от эпицентра до береговой отмели.

Амплитуда волн. То, что происходит непосредственно вблизи эпицентров, в отдельных случаях освещалось данными непосредственных наблюдений. Примером этому служат извержение вулкана Кракатау, а также наблюдения над взрывом атомной бомбы в воде, о которых шла речь выше.

Таким образом, о высоте волн цунами вблизи эпицентров некоторые соображения имеются. Так, Баском (1966) отмечает, что высота волн цунами на глубокой воде находится в пределах одного-двух футов (30—60 см) при длине волны до 150 миль.

Несколько большие, хотя все же небольшие величины приводит Ватанабе (Vatanabe, 1956). Здесь высота волн связывается с интенсивностью цунами по разработанной японскими учеными шкале:

Таблица 3.6

Интенсивность цунами, баллы	0	1	2	3	4
Высота волн в эпицентре, см	10	20—30	50	100	200

Естественно предположить, что при землетрясениях в районах сравнительно мелководных могут возникать волны значительно большей высоты при меньшей длине. Ранее нами указывалось,

что в бухте Литуя всплеск воды во время обвала достигал 520 м, а высота волн достигала 100 м.

Необходимо отметить, что при землетрясении, охватывающем область замкнутую, имеющую примерно форму круга, возникает система концентрических волн. В этом случае, так же как и при подводных извержениях вулканов, высота волн по всем направлениям вблизи эпицентра будет одинаковой. Однако при землетрясениях, вызывающих деформацию дна в виде узкой полосы большой протяженности, возникают «направленные волны». Предполагают, что в этом случае волны распространяются по нормали относительно линии деформации дна.

При движении волны от эпицентра к побережьям высота волн под действием сил трения уменьшается приблизительно обратно пропорционально пройденному ею расстоянию. Правда, в литературе есть указания, что затухание волн происходит менее интенсивно, а именно пропорционально расстоянию в степени $\frac{5}{6}$.

Ван-Дорн (Van Dorn, 1961) показал это на данных опыта надводного ядерного взрыва в атолле Бикини, но вместе с тем оговорки, которые он сделал относительно невысокой точности измерений, находящихся в пределах $\pm 20\%$, не дают возможности принять эти уточнения.

По-видимому, пока правильней будет считать закон затухания амплитуды цунами пропорциональным расстоянию, тем более что испытание ядерного взрыва в атолле Бикини производилось на малых глубинах (60 м). На небольших глубинах стояли также и волнографы, измерявшие уровень, причем глубины эти были неодинаковыми.

Поэтому Ван-Дорн для приведения этих величин к сравнимому виду вводил поправки на рефракцию, что, конечно, не может не поставить под сомнение полученные результаты.

Данные табл. 3.7 характеризуют изменение элементов волны цунами по мере удаления волны от места взрыва в Бикини. Мощность взрыва 20 тыс. т тротила [таблица заимствована у И. Д. Поныгина (1965)].

Таблица 3.7

Атолл	Расстояние от Бикини до пункта наблюдений, км	Максималь- ная высота волны, м	Длина волны, км	Период волны, мин.
Айлингинае	113	1,4	4,9	5,8
Эниветок	345	1,16	67,2	5,8
Уэйк	850	0,31	94,5	7,6
Джонстон	2800	0,16	112,5	11,0

Как следует из данных таблицы, высоты волны по мере удаления их от атолла уменьшаются.

Что же касается пропорциональности затухания пройденному волной расстоянию, то из таблицы оно не усматривается.

Относительно подводного ядерного взрыва в районе того же атолла Бикини Ван-Дорн приводит следующие данные: за 12 сек. после подводного взрыва бомбы с тротильным эквивалентом 100 тыс. т первая волна находилась от эпицентра на расстоянии 550 м и высота ее была 54 м. Через 20 сек. она удалась на 600 м от эпицентра и имела высоту 32 м. На расстоянии 1600 м через 1 мин. ее высота была равна 13 м.

В сводной работе «Действие атомного оружия» (1954) приведены результаты взрыва атомной бомбы мощностью 20 тыс. т тротила в лагуне глубиной 60 м. Таблица 3.8 характеризует изменение высоты волны на относительно коротких расстояниях (Понявин, 1965).

Таблица 3.8

	Расстояние от эпицентра, м							
	300	600	1200	1825	2450	3000	3650	6600
Высота волны, м	28,6	14,3	7,3	4,85	3,94	3,34	2,74	1,8
Время, сек.	11	23	48	74	101	127	154	—

В этом случае при коротких расстояниях и, видимо, однородной глубине предположение о пропорциональности уменьшения высоты волны расстоянию осуществляется.

Высота волны цунами при взрыве «номинальной» атомной бомбы или при взрывах другой мощности на заданном расстоянии от эпицентра может быть определена по графику (рис. 3.7), на котором приведены примерные величины максимальных высот волн (от гребня до подошвы) в различном удалении от эпицентра.

График дает возможность определить высоту волны при ядерном взрыве мощностью W кт в водоеме, где приведенная глубина составляет 25,8 м/кт (нижняя кривая), что соответствует испытанию атомной бомбы «Бейкер» в атолле Бикини.

Приведенная глубина определяется по следующей зависимости:

$$h_{\text{пр}} = \frac{h}{W^{1/4}}. \quad (3.20)$$

Высота волны на любом расстоянии от места взрыва может быть получена умножением соответствующей величины, найденной из графика (справедливого для ядерного взрыва в одну килотонну), на коэффициент $W^{1/2}$. Если приведенная глубина

водоема менее $25,7 \text{ м/кт}^{1/4}$, то высота волны уменьшается прямо пропорционально фактической глубине взрыва.

О взрывах на большой глубине нет достаточных данных, поэтому на графике (рис. 3.7) приведена теоретическая кривая, соответствующая приведенной глубине $120 \text{ м/кт}^{1/4}$.

При взрыве W кт, когда приведенная глубина больше 120 м/кт , величина, полученная по графику, умножается также на коэффициент приведения $W^{1/2}$, что дает примерную величину высоты волны для взрыва заданной мощности.

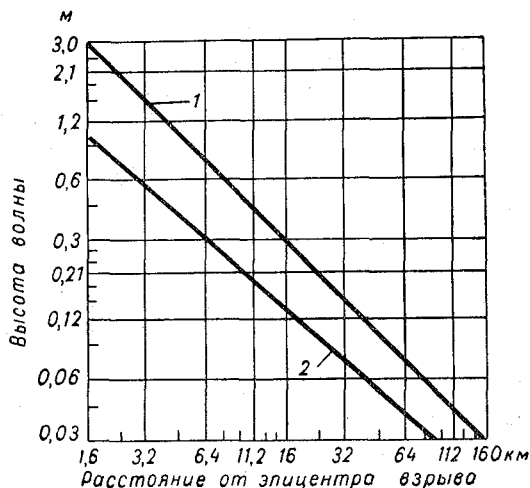


Рис. 3.7. График для определения высоты волны в зависимости от мощности взрыва и удаления от эпицентра.

1 — взрыв на глубине 120 м, 2 — взрыв в водоеме глубиной 25 м.

Если приведенные глубины соответствуют 25 и $120 \text{ м/кт}^{1/4}$, то снятые с графика величины для взрыва силой в одну килотонну умножаются на коэффициент приведения $W^{1/2}$; в результате получаются примерные высоты волн в заданном расстоянии от эпицентра.

Если приведенная глубина меньше 25 м/кт , высота волны будет пропорциональна фактической глубине водоема. В этом случае расчет производится следующим образом.

1. При заданном W определяется глубина, которой соответствует приведенная глубина, равная $25,8$:

$$h_{\text{факт}} = 25,8 W^{1/4}. \quad (3.21)$$

2. По заданному расстоянию определяется высота волны $h_{25,8}$ в соответствии с графиком.

3. Определяется отношение реальной глубины данного водоема к расчетной глубине, соответствующей приведенной, равной 25,8:

$$k = \frac{h_{\text{факт}}}{25,8W^{1/4}}.$$

4. Определяется высота волны для взрыва заданной мощности

$$h_{\text{рас}} = h_{25,8} k W^{1/2}. \quad (3.22)$$

Волны цунами, как правило, не являются одиночными волнами. В результате деформации дна во время землетрясения всегда возникает группа волн.

Представляет интерес определение порядка максимальной волны в группе.

Некоторые теоретические работы указывают, что максимальной волной в группе является первая волна (Газарян, 1955). Однако наблюдения показывают, что это далеко не всегда так. По мере продвижения от эпицентра к берегу порядок максимальной волны в группе меняется. Такого рода явления подтверждаются непосредственными наблюдениями в натуре, из которых установлено, что максимальной может быть и первая, и вторая, и третья волна.

Ван-Дорном приведена таблица (табл. 3.9), освещающая распространение первых шести гребней волн, возникших в результате ядерного взрыва. Из таблицы видно, что по мере продвижения от Бикини волной с максимальной высотой становится третья по счету, несмотря на то, что в ближайшем к эпицентру пункте максимальная по высоте первая волна.

Таблица 3.9

Атолл	Номера гребней волны					
	1	2	3	4	5	6
Айлингинае	1,40	1,19	0,95	—	—	—
Эниветок	1,16	0,98	0,91	1,10	0,79	0,73
Уэйк	0,15	0,23	0,305	0,20	0,18	0,13
Джонстон	0,07	0,14	0,16	0,11	0,09	0,08

Видимо, этим же объясняется и характер подхода цунами к берегу. В некоторых случаях сперва к берегу подходит подошва волны, уровень падает и только затем начинается подъем. Другие случаи характерны тем, что при подходе цунами к берегу не обнаруживается понижения уровня, и он начинает сразу расти. В этом случае цунами подходит к берегу гребнем.

Как следует из работы И. Понявина (1965), подход цунами к берегу чаще осуществляется гребнем волны. Таким образом, бытующие представления о преимущественном подходе цунами подошвой и связанном с этим предварительным понижением уровня не подтверждаются.

Длины и периоды цунами. Длины и периоды цунами колеблются в весьма широких пределах, при этом некоторые очень высокие и опасные цунами имеют не очень большую длину волны. Так, катастрофическое цунами, обрушившееся на побережье Японии 3/III 1933 г., имело длину всего лишь 17 км, в то время как при знаменитом Чилийском землетрясении 1960 г. волны достигали 300—400 км длины.

Такое различие в длинах можно объяснить двумя причинами: характером землетрясения, вызвавшего цунами, и удалением волны от очага землетрясения, так как с удалением волны от эпицентра период и длина цунами возрастают.

Теория и эмпирические данные подтверждают сказанное. Так, при распространении цунами, возникшего при Алеутском землетрясении 1/IV 1946 г. в районе поселка Виктория (Канада), зарегистрирован период 9 мин. В Вальпараисо период этой же волны достиг 18 мин. — увеличился вдвое, пройдя расстояние 9000 км.

Для иллюстрации сказанного приводим таблицу периодов для группы из 6 волн, наблюдавшихся Ван-Дорном при ядерном взрыве, а также периоды волн цунами Алеутского землетрясения, записанные в одном из пунктов, для которых имеется запись волн ядерного взрыва (табл. 3.10).

Таблица 3.10

Атолл	Расстояние, км	Волны					
		1	2	3	4	5	6
Айлинггае	818	5,8	3,0	2,4	1,8	1,6	1,4
Эниветок	345	5,8	6,1	5,1	4,7	5,7	4,7
Уэйк	860	7,6	6,6	5,6	4,5	3,8	3,8
Джонстон	2800	11,0	9,3	8,0	7,4	5,8	4,8
Запись периодов волн цунами в Уэйке	5640	12,0	10,0	8,0	7,5	6,5	5,5

При наблюдениях над распространением цунами установлены также случаи, когда длина и период волн с расстоянием уменьшаются вопреки теоретическим представлениям и большей части накопленных наблюдений. До настоящего времени это явление не могло быть объяснено и каких-либо предположений по этому поводу не опубликовано.

При исследовании камчатских цунами с целью защиты Усть-Камчатска на гидравлической модели в Государственном гидрологическом институте М. И. Кривошей обнаружила при воспроизведении цунами вторичные волны, которым почему-то присвоено название «ондуляции».

Эти вторичные образования на теле основной волны имеют период, значительно отличающийся от нее. М. И. Кривошей (1968), подробно изучившая это явление на гидравлической модели, указывает, однако, что вблизи берега эти вторичные волны ведут себя так, как и обычные длинные волны, и эффект их воздействия не отличается от действия длинных волн на берега. Кроме того, автор цитированной работы, отмечая заметное углубление ложбин вторичных волн, указывает, что, если бы лоток имел бесконечную длину, то возможно было бы ожидать, что такая ложбина на теле длинной волны может разделить ее на две части или несколько частей, если таких вторичных волн будет не одна, а несколько. Во всяком случае на гидравлической модели при исследовании длинных волн выявляется механизм, благодаря которому период цунами у берега может быть зарегистрирован меньшим, чем он был вблизи эпицентра, хотя это на первый взгляд и противоречит теории, не учитывающей возможность образования вторичных волн.

Эти вторичные образования являются колебаниями, возникшими в результате разделения основной более длинной волны на две или более коротких, которые с этого момента начинают существовать самостоятельно.

Пока это явление установлено только на модели, и как это происходит в натуре — неизвестно. Трудно ожидать в ближайшем будущем и возможности постановки наблюдений такого рода в натуре, так как на тысячекилометровом пути цунами от эпицентра к берегу невозможно определить, где начинается формирование вторичных волн и где основная волна разделяется на две или несколько самостоятельных волн.

Как полагают, длина волн цунами, вычисленная по начальному периоду с учетом глубины моря, приблизительно равняется линейной протяженности зоны возмущения, порождающей цунами. Иида на основе эмпирических данных по цунами составил график зависимости между протяженностью зоны возмущения и интенсивностью землетрясения. Из рис. 3.5 следует, что, чем сильнее землетрясение, тем большей будет протяженность деформаций дна. Эти деформации, видимо, совпадают с зоной зарождения цунами, одновременно характеризуя и длину волны.

Из чертежа следует, что зоны зарождения волн цунами колеблются в широких пределах, начиная от 50 км и даже менее и до 600 км, причем, как уже указывалось, существует мнение, что длина волн соответствует протяженности зоны деформаций дна.

Скорость распространения цунами. Подводное землетрясение приводит в движение всю толщу воды, от поверхности до дна, и в этом цунами имеет сходство с приливом.

Цунами, являясь результатом подземного толчка, мгновенно прекратившегося, представляет собой свободную волну; действующими силами все же остаются внутреннее трение и трение о дно.

Скорость цунами очень велика и возрастает с увеличением глубины. В табл. 3.11 приведены данные, характеризующие скорость распространения цунами для разных пунктов (Святловский, 1955).

Таблица 3.11

Место наблюдения цунами	Расстояние от места землетря- сения, км	Время хода цунами, час. мин.	Средняя скорость, км/час
Япония	9 000	12 37	714
Чили (Арика)	16 000	24 57	665
Япония	7 700	10 34	736
Чили (Вальпараисо)	17 600	23 31	749
Япония	200	0 30	434
Гавайи (Хило)	8 000	8 30	810
Гавайи (Напоопоо)	7 300	9 00	810
Гавайи	3 700	5 00	749
Камчатка	150	0 30	400
Курильские острова (Парамушир)	360	0 35—0 40	480

Скорость распространения волн цунами в океане хорошо описывается формулой Лагранжа $c = \sqrt{gh}$.

Для волн такого типа групповая скорость не отличается от фазовой. Скорость движения волн цунами зависит исключительно от глубины. При расчете времени подхода волн цунами к берегу от пункта их зарождения следует составить профиль дна океана по данному направлению, разбить его на участки с примерно равными глубинами на протяжении этих участков. Далее производится расчет по каждому из участков, пользуясь формулой

$$t_i = \frac{l_i}{c_i} = \frac{l_i}{\sqrt{gh_i}}. \quad (3.23)$$

Здесь t_i — время прохождения волной цунами данного участка; l_i — длина участка в м, h_i — средняя глубина участка в м.

И. Д. Понявин (1965) предлагает несколько отличный от предложенного метод расчета, основанный, впрочем, на тех же принципах.

Отправной посылкой является соображение, что, так как скорость распространения зависит исключительно от глубины водоема, фронт волны не везде будет удален на одинаковое расстояние.

Время распространения волн на расстояние x от места возбуждения до места их наблюдения Понявин предлагает определить

по формуле

$$t = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{gh}} = g^{-1/2} \int_0^x h^{-1/2} dx. \quad (3.24)$$

Обозначим $h_x^{-1/2} = f(x)$. Тогда

$$t = g^{-1/2} \int_0^x f(x) dx = 0,32 \int_0^x f(x) dx. \quad (3.25)$$

Здесь t — в секундах; остальные величины в метрах.

В формуле (3.25) интеграл является площадью вертикального сечения вдоль оси X , ограниченную сверху линией уровня, а снизу линией дна. Определив площадь сечения и умножив ее на 0,32, получим время в секундах, если линейные размеры будут в метрах.

Ван-Дорном (Van Dorn, 1961) предлагается и другой прием для расчета скорости при изрезанном и сложном рельефе дна — замена распределения реальных глубин эффективной глубиной $h_{эф}$, под которой понимается постоянная глубина, дающая при расчете те же значения средней скорости, что и реальное распределение глубин по данному направлению. Скорость волны в этом случае будет $c = \sqrt{gh_{эф}}$.

Эффективную глубину получают следующим образом. Строится профиль дна по заданному направлению и разбивается на участки с однообразными глубинами. Далее снимается средняя глубина по всем участкам и вычисляется эффективная глубина по зависимости

$$\frac{1}{\sqrt{h_{эф}}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i^{-1/2}. \quad (3.26)$$

Здесь h_i — глубина водоема на i -том участке.

Таблица 3.12

Атолл	Расстояние от эпицентра до пункта наблюдения, км	Эффективная глубина, м	Наблюденное время пробега первого гребня до пункта наблюдения, мин.	Вычисленная скорость распространения волны, м/сек.	Вычисленное время пробега, мин.	Запаздывание фазы, мин.
Айлингинае	113	2985	11,3	173	10,9	+0,4
Эниветок	345	3720	34,1	191	30,0	+4,1
Уэйк	850	4700	69,3	214	65,8	+3,5
Джонстон	2800	4850	219,5	218	213,0	+6,5
Уэйк (регистрация цунами)	3840	5640	272	231	—	—

В табл. 3.12 приведены выполненные Понявиным по данным Ван-Дорна расчеты времени перемещения первого гребня от места зарождения до пункта наблюдения, сопоставление расчетных скоростей с наблюдениями, а также эффективные глубины. Для сопоставления приведены данные по Алеутскому цунами 1946 г.

Из анализа данных таблицы видно, что наблюдаемое время пробега волны до пункта ее наблюдения больше вычисленного, причем с увеличением расстояния расхождение это уменьшается от 10 до 3%. И. Д. Понявин относит это расхождение за счет того, что волны эти образовались в результате ядерного взрыва в воздухе, т. е. с помощью воздушного импульса, а не непосредственного действия взрыва в воде. Нам это объяснение кажется маловероятным. Каким бы способом ни была сформирована длинная волна в океане, законы ее распространения будут одними и теми же, а именно $c = \sqrt{gh}$.

Скорее, здесь сказываются погрешности в определении эффективной глубины; это тем более вероятно, что с увеличением расстояния относительная ошибка уменьшается, т. е. точность увеличивается с увеличением числа участков, что должно вызвать компенсацию отдельных погрешностей и общее уменьшение относительной ошибки.

Во многих случаях время прихода волн цунами к берегам не совпадает с рассчитанным. Это объясняется тем, что эпицентр, который представляет собой точку, определенную сейсмографами, не является пунктом формирования цунами. Часто цунами возникают в результате деформаций дна, имеющих протяженность в сотни километров. Понявин (1965) называет область, от границ которой начинается движение волн, «зоной зарождения цунами». Эпицентр не всегда находится в зоне зарождения цунами, иногда он может находиться и в стороне от нее.

Таким образом, приход цунами не всегда будет совпадать с движением волны от эпицентра. В случаях, когда деформации дна охватывают достаточно протяженную зону, волны практически идут от любой ее части и эпицентр при расчете расстояния не должен бы приниматься во внимание, хотя он является единственной достоверной точкой, а зона формирования цунами, ее протяженность и расположение являются всегда неизвестными.

При исследовании результатов катастрофического наводнения в Санрику (Япония) 3/III 1933 г. были обработаны 30 мареограмм, расположенных по берегам Японии, Америки, Австралии. Было установлено несоответствие между наблюдениями над уровнем и сейсмическими данными. В некоторые пункты, более удаленные от эпицентра, цунами пришло раньше, и, наоборот, в ряд пунктов, лежащих ближе к эпицентру, цунами пришло позже. Все это произошло оттого, что зона распространения цунами располагалась несимметрично относительно эпицентра.

§ 6. ИЗМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЦУНАМИ ПРИ ПОДХОДЕ ИХ К БЕРЕГУ

При удалении волн цунами от места их зарождения высота волн уменьшается, а длина увеличивается. Энергия волны при этом не остается неизменной, а также уменьшается. Последнее легко усматривается из формулы энергии волны

$$E = \rho g \frac{\tilde{h}^2 \lambda}{8}. \quad (3.27)$$

Здесь E — энергия волны, ρ — плотность воды, $\tilde{h}$ — высота волны, λ — длина волны.

Как следует из формулы, энергия зависит от длины линейно, в то время как изменения высоты сказываются на энергии пропорционально ее квадрату.

Если положить, что энергия волны при прохождении ее по мелководью изменяется в пределах пренебрежимо малых, нетрудно получить формулу Грина:

$$E_{\text{глуб}} = E_{\text{мелк}}, \quad (3.28)$$

откуда

$$\tilde{h}_{\text{мелк}} = \tilde{h}_{\text{глуб}} \sqrt[4]{\frac{h_{\text{глуб}}}{h_{\text{мелк}}}}. \quad (3.29)$$

Здесь $h_{\text{глуб}}$ — глубина в глубоководной части водоема, $h_{\text{мелк}}$ — в мелководной.

Таким образом, на мелководье картина изменяется на обратную: высота волны начинает расти, а длина вследствие уменьшения скорости ее движения уменьшается.

Изменение высоты цунами при вхождении в заливы с уменьшающимися глубинами и шириной определяется по формуле Эри—Грина

$$\tilde{h}_{\text{мелк}} = \tilde{h}_{\text{глуб}} \sqrt{\frac{B_{\text{глуб}}}{B_{\text{мелк}}}} \sqrt{\frac{h_{\text{глуб}}}{h_{\text{мелк}}}}. \quad (3.30)$$

Более общий вид зависимости изменения высоты волны на мелководье дан Бровиковым (1960):

при $\tau_0 = \tau$; $c = \sqrt{gh}$; $\text{th}^2 kh = 0$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\frac{1}{\tilde{h}_{\text{мелк}}} = \sqrt[4]{h_{\text{мелк}}} \left\{ \frac{16\nu_1 na}{\pi^3 (9 - 4n)} \left[h_{\text{мелк}}^{n-\frac{9}{4}} - h_{\text{глуб}}^{n-\frac{9}{4}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{2\nu_2 nd}{(7 - 4n) \tau \sqrt{g}} \left[h_{\text{мелк}}^{n-\frac{7}{4}} - h_{\text{глуб}}^{n-\frac{7}{4}} \right] + \frac{1}{\tilde{h}_{\text{глуб}} \sqrt[4]{h_{\text{глуб}}}} \right\}, \quad (3.31)$$

ν_1 — коэффициент трения о дно, ν_2 — коэффициент деформации,

принятый равным 0,1, τ — период цунами, n и a — параметры, определяемые из уравнения профиля дна

$$x = ah^n, \quad (3.32)$$

где x — расстояние от эпицентра при линейном характере изменения дна, $n=1$, $a = \text{ctg } \alpha$,

$$\frac{1}{\tilde{h}_{\text{мелк}}} = \text{ctg } \alpha \left\{ \frac{16\nu_1}{5\pi^3} \left[\frac{1}{h_{\text{глуб}}} - \frac{\sqrt[4]{h_{\text{мелк}}}}{h_{\text{глуб}} \sqrt[4]{h_{\text{глуб}}}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{2\nu_2}{3\tau \sqrt{g}} \left[\frac{1}{\sqrt[4]{h_{\text{мелк}}}} - \frac{\sqrt[4]{h_{\text{мелк}}}}{\sqrt[4]{h_{\text{глуб}}}} \right] + \frac{1}{\tilde{h}_{\text{глуб}}} \sqrt[4]{\frac{h_{\text{мелк}}}{h_{\text{глуб}}}} \right\}. \quad (3.33)$$

Если в формуле Бровикова не учитывать трение о дно и пренебречь деформацией волн, она превращается в формулу Эри—Грина (3.30).

Рост волн цунами начинается при вступлении их на береговую отмель. Заметная деформация и разрушение их происходит лишь у берега, где волны испытывают резкое торможение. Приглубые берега океана наиболее безопасны при подходе волн цунами. Здесь не происходит значительного роста волны и ее разрушения. Подход волны к крутому и приглубому берегу выглядит как относительно спокойный подъем уровня.

Мелководная прибрежная зона океана, где глубины 30—40 м отстоят от берега на расстоянии нескольких километров, создают наиболее благоприятные условия для значительного увеличения высоты цунами. Ширина мелководья имеет большое значение. С одной стороны, на мелководье происходит гашение энергии волн и при очень широкой береговой отмели этот процесс не может не быть ощутимым. С другой стороны, на мелководье вследствие резкого торможения волн высота их значительно возрастает. На глубинах же, равных высоте подходящей волны, последняя иногда переходит в бор, сокрушающий все на своем пути.

Следует отметить опасную особенность островов с широкой отмелью, находящихся на большом удалении от эпицентра. Здесь благодаря рефракции, вызываемой отмелью, острова как бы захватывают цунами, идущие с разных направлений. Особенно опасных размеров цунами у такого острова может достигнуть при размерах острова, близких к длине подходящей волны.

Разрушения, причиняемые цунами, зависят от трех причин: интенсивности землетрясения, породившего цунами, расстояния до очага землетрясения, рельефа дна и очертания береговой линии зоны распространения.

Можно привести много примеров, где для одного и того же цунами высота волны в пунктах, расположенных ближе к эпицентру, была меньше, чем в пунктах, значительно более удаленных.

И. Д. Понявин (1965) приводит следующие данные об особенностях распространения цунами 4—5/XI 1952 г. в северной части Тихого океана. Если судить по расстоянию от эпицентра, наибольшие волны должны наблюдаться у мыса Шипунского (140 км), мыса Поворотного (175 км) и бухты Ахомтен (165 км). Здесь наблюдались уровни соответственно 8, 10 и 8 м. Наибольшие высоты наблюдались значительно дальше. Так, на о. Парамушир в бухте Китовой, отстоящей от эпицентра на 440 км, наблюдались волны высотой до 20 м. В других пунктах наблюдались аналогичные явления. На о. Беринга (480 км от эпицентра) высота волны была 2 м, а у о. Матуа, отстоящем от эпицентра на 700 км, — 4 м.

Из сказанного можно сделать вывод, что расстояние от эпицентра определяет высоту цунами лишь на очень больших расстояниях от эпицентра, где энергия волны сильно ослабевает.

В районах побережья, относительно близких к эпицентру (все же измеряемых сотнями километров), преобладающее влияние оказывает рельеф дна, очертание береговой полосы и ориентация берега относительно зоны возникновения цунами.

Влияние уменьшения глубины было нами рассмотрено выше. Оно в значительной степени описывается формулой Грина (3.28), выведенной в предположении отсутствия потерь энергии в прибрежной зоне. Однако в формуле Грина не учитывается изменение направления фронта волн под действием мелководья и связанного с переменной направления изменения высоты волн.

Рефракция и отражение волн у материковой отмели. Неравномерность в распределении глубин при подходе цунами к материковой отмели приводит к искривлению фронтов волн и ортогоналей к ним. Искривление это — рефракция — выражено тем больше, чем больше неравномерность глубин.

При прохождении цунами над подводными препятствиями волны частично отражаются и пренебрегать этим отражением можно только в случае незначительных неровностей дна.

Отражению цунами от подводных препятствий и берегов был посвящен ряд теоретических исследований, выполненных Л. Н. Сretenским (1950, 1963).

Подобные работы, посвященные отражению волн от подводных склонов шельфа, банок и т. п., были выполнены также японскими учеными. Йосида (Joshida, 1948) дал ряд формул для определения коэффициентов «отражения» и «прохождения» от подводных препятствий различного вида.

Учет отражения волн от возвышенностей и материкового склона океана учитывается следующим образом.

Используются решения Ламба соотношений падающей и отраженной и падающей и проходящей волн. В самом общем виде можно написать:

$$E_{\text{пад}} = E_{\text{пр}} + E_{\text{отр}}. \quad (3.34)$$

Здесь $E_{\text{пад}}$ — энергия падающей волны, $E_{\text{пр}}$ — энергия проходящей волны, $E_{\text{отр}}$ — энергия отраженной волны.

Представляя энергию проходящей и отраженной волн выражениями, полученными Ламбом, можно получить:

$$E_{\text{отр}} = E_{\text{пад}} \left(\frac{b_1 \sqrt{h_1} - b_2 \sqrt{h_2}}{b_1 \sqrt{h_1} + b_2 \sqrt{h_2}} \right), \quad (3.35)$$

$$E_{\text{пр}} = E_{\text{пад}} \left(\frac{4b_1 b_2 \sqrt{h_1} \sqrt{h_2}}{b_1 \sqrt{h_1} + b_2 \sqrt{h_2}} \right). \quad (3.36)$$

Здесь h_1 , b_1 — глубина и ширина канала в исходной точке; h_2 , b_2 — глубина и ширина канала в конечной точке у начала склона или над возвышенностью. Отношение энергии отраженной волны к энергии падающей волны называется коэффициентом отражения

$$k_{\text{отр}} = \frac{E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}}} = \frac{b_1 \sqrt{h_1} - b_2 \sqrt{h_2}}{b_1 \sqrt{h_1} + b_2 \sqrt{h_2}}. \quad (3.37)$$

Коэффициент пропускания

$$k_{\text{пр}} = \frac{E_{\text{отр}}}{E_{\text{пад}}} = \frac{4b_1 b_2 \sqrt{h_1} \sqrt{h_2}}{b_1 \sqrt{h_1} + b_2 \sqrt{h_2}}. \quad (3.38)$$

В тех сечениях, где волна проходит над подводной возвышенностью или вступает на край береговой отмели, высоту ее следует умножить на коэффициент пропускания, получая таким образом высоту проходящей волны.

В одномерной задаче ширина канала принимается единичной и формулы имеют следующий вид:

$$k_{\text{отр}} = \frac{\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}, \quad (3.39)$$

$$k_{\text{пр}} = \frac{4\sqrt{h_1} \sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}}. \quad (3.40)$$

При прохождении волн над возвышенностью скорость распространения их уменьшается по сравнению с соседними участками, где волны распространяются над большими глубинами. Массы воды, таким образом, накапливаются над возвышенностью, фронт волны изгибается сообразно с изгибом изобат, создавая над возвышенностью зону конвергенции. В результате высота волн вдоль подводного хребта растет.

Обратная картина наблюдается при прохождении волн над подводной ложбиной. Волны в ложбине распространяются быстрее, вследствие чего высота их меньше, чем в соседних районах.

При расчетах высоты волн должно учитываться влияние рефракции. Методы такого рода расчетов общеизвестны и обычно приводятся к графическим построениям (см., например, Шулейкин, 1953).

На конгрессе в Голулу Лаврентьев (Lavrentyev, 1961) привел данные о моделировании длинных волн на гидравлической модели. Оказалось, что высота длинных волн увеличивается над подвод-

ными хребтами. Выяснено также, что искривление фронта волны не всегда связано с нарушением непрерывности фронта. Сходящаяся волна, имеющая вид полуокружности, имеет высоту в центре в три раза большую, чем у краев.

С помощью моделирования была установлена начальная фаза образования цунами. Работы Такахаси (Takahashi, 1951) показали, что при поднятиях дна первоначально формируется возвышение, а при опускании — впадина.

Ориентация береговой линии относительно центра землетрясения имеет значение для островов, полуостровов или резко очерченных мысов, обращенных к очагу землетрясения. На противоположных сторонах этих препятствий цунами значительно меньше вследствие потерь на дифракцию. Потери на дифракцию при обтекании округлых предметов меньше, чем при обтекании угловатых.

Отдельные острова, обтекаемые цунами, иногда подвергаются воздействию волн со всех направлений. В этом случае за счет интерференции происходит либо резкое увеличение волн, либо их уменьшение: увеличение — в том случае, если фазы волн совпадают, уменьшение — в случае сдвига фаз.

Рельеф надводной части береговой зоны и очертание береговой линии в различных комбинациях вызывают самые разнообразные виды деформации. Известны случаи, когда на протяжении берега всего лишь в 2—3 км высота волн изменяется в несколько раз. Так, во время цунами 1/IV 1946 г. на Гавайских островах высота волн менялась в пределах 4—10 м на протяжении 2—3 км. Столь же значительные колебания высот волн на коротких участках побережья наблюдались и во время цунами 1952 г., когда на о. Парамушир в пунктах, отстоящих один от другого на 12 км, высота волн была соответственно 6 и 20 м.

Влияние формы береговой линии, в частности бухт и заливов, исследовалось Иконниковой по материалам непосредственных наблюдений японских исследователей цунами. В частности, была сделана попытка получить зависимость между шириной бухты при входе и вершине с высотой волн в этих бухтах. Для этого были использованы японские наблюдения в различных бухтах во время землетрясения в Санрику в 1933 г. Материалы были заимствованы из работ Ватанабе (Vatanabe, 1956). Эмпирическая зависимость, полученная Иконниковой, приведена на рис. 3.8. Методика построения ее была следующей. Определялась средняя высота волн цунами на побережье Санрику. Находилась отношение высоты волны в вершине каждой бухты к средней высоте цунами на побережье. Далее находилась связь между полученным отношением высот цунами и отношением ширины бухты при входе и в вершине. Отношение глубин принималось равным единице из тех соображений, что средняя высота цунами на побережье выводилась из большого числа наблюдений.

Построенная таким образом графическая зависимость между отношениями $h/\bar{h}$ и b_0/b существенно отличается от таковой,

полученной непосредственно из формулы Грина в предположении отношения глубин равным единице.

Теоретическая зависимость дает большие величины, чем эмпирическая.

В соответствии с предложенной зависимостью при ширине бухты при входе, большей в 6—8 раз, чем в вершине, высота цунами возрастает в 2—2,5 раза. Наоборот, при расширении бухты к вершине высота волны уменьшается.

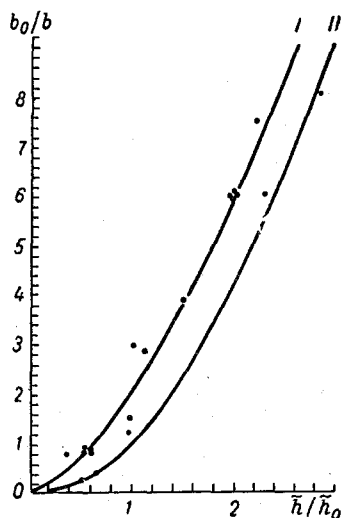


Рис. 3.8. Зависимость между отношением ширины бухт при входе b_0 и в вершине b и отношением высот цунами в бухте $\tilde{h}$ и у открытого побережья $\tilde{h}_0$.

Сопоставление с натурными данными во время Камчатского землетрясения, как указывает Иконникова, дало хорошее согласование наблюдаемых и рассчитанных по графику величин.

Влияние формы берега на цунами очень существенно. Прямолинейное очертание берега, значительный уклон дна при достаточной высоте бровки вызывают только повышения уровня. При недостаточной по сравнению с цунами высоте берега происходит затопление на относительно короткий срок. Значительный рост цунами наблюдается в бухтах, имеющих сужающиеся берега и выклинивающиеся по направлению к берегу глубины, и проливах с достаточной длиной, сужающимися от входа берегами и уменьшающимися глубинами.

Широкие бухты с узким входом вызывают существенное уменьшение высот волн. При входе длинных волн в залив в них возбуждаются собственные колебания, причем при совпадении периода этих собственных колеба-

ний бассейна с периодом входящих цунами возникает явление резонанса, что приводит к появлению волн особенно большой высоты.

Приближенная оценка периода собственных колебаний воды в заливе может быть сделана по формуле Мериана

$$\tau = \frac{2L}{\sqrt{gh_m}}. \quad (3.41)$$

Здесь L — размер (поперечник) бассейна, τ — период волны, h_m — средняя глубина.

Воздействие цунами на берег носит двоякий характер: динамическое при обрушении волн на побережье и статическое при спаде уровня.

При подходе волны к берегу она деформируется в зависимости от ее высоты и глубины, на которую волна вступила. При достижении волной глубины, соизмеримой с ее высотой, происходит значи-

тельный рост ее в высоту, а крутизна переднего склона увеличивается. При достижении волной глубины, примерно равной ее высоте, волна разрушается или иногда превращается в бор с вертикальной передней гранью, напоминая собой стену в несколько метров высотой. Такая волна распространяется с большой скоростью и обладает огромным запасом энергии, расходуемой на разрушение берега или береговых сооружений. Боры характерны для устьев рек. Однако при наличии полосы рифов у берега иногда такие волны образуются и в иных условиях.

К. Мюрата так описывает бор, возникший в результате цунами 23/V 1960 г. на Гавайских островах: «В результате отлива обнажился огромный участок дна залива. Затем наблюдатели услышали рокот прибоя, сопровождающийся необычным ревом и свистящим шумом. С помощью электрических прожекторов обнаружили, что с моря движется 6—6,5-метровая стена воды по направлению к городу. Через мгновение послышался грохот и треск обрушивающихся зданий, звон бьющихся стекол. Вышла из строя электростанция. Город погрузился во тьму. В результате часть города Хило, район Уэйкея, была разрушена. Базальтовые глыбы весом до 10 т были вывернуты из облицовки набережной залива и отброшены на сушу на расстояние до 100 м...».

А вот рассказ очевидца, наблюдавшего цунами 4—5/XI 1952 г.: «После отступления второй, в сущности небольшой волны через некоторое время со стороны океана послышался глухой шум, подобный рокоту множества моторов, и на берег с большой скоростью накатилась третья волна, гребень которой, покрытый белой пеной, был виден на расстоянии около 0,5 км. Волна, имевшая вид водяной стены, на отлогом берегу заметно теряла скорость, при этом высота ее увеличивалась. Эта волна вызвала наибольшие разрушения. На пути ее с треском разваливались дома, крыши и бревна уносились пенистым валом. В некоторых домах, стоявших в 50—70 м от берега, на высоте 5—6 м, волна выбила стены...».

Помимо лобового динамического воздействия волны, разрушения вызываются также и при откате ее после заплеска на берег. Огромные массы воды, стекая с большой скоростью с берега, подмывают сооружения и уносят обломки в океан. Шепард так описывает обратное движение волны: «Между гребнями вода удалялась от берега на расстояние до 100 м или больше. Отлив воды проходил быстро и бурно, с громким ревом и грохотом. В нескольких местах дома были унесены в море, а в других — даже большие глыбы бетона были унесены в море. Отступающей водой были сильно размыты песчаные берега...»

§ 7. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ЦУНАМИ

Гидродинамической теории цунами посвящено довольно много работ, и вопрос этот, несомненно, будет развиваться и в дальнейшем, тем более что искусственные взрывы в океане приводят к явлениям, похожим на сейсмические волны.

Обычно используются две основные схемы при решении гидродинамических задач, связанных с цунами. В одной из них в правой части уравнений движения действующая сила задается в виде изменения давления, что соответствует взрыву (подводному извержению), другая построена на быстром изменении объема жидкости на определенном участке, что в свою очередь осуществляется быстрым изменением глубины океана на участке. Последнее должно сопровождаться вытеснением соответствующего объема воды или, наоборот, притоком определенного объема воды извне, с соседних участков, если имел место провал дна.

Обе эти схемы не описывают, вообще говоря, реальных условий формирования цунами. Обе схемы не учитывают изменений дна в результате взрыва, образования воронок, оползней, выброса и падения в воду больших объемов грунта, динамических явлений, возникающих во время землетрясения, их толчков и колебаний земной коры, формы разлома или сдвига и многого другого.

Первые работы по теории цунами, как следует из обзора, составленного Григораш (1957), появились в 1915 г. Эти работы сосредоточивали внимание на чисто теоретических аспектах исследования. Рассматривались волны бесконечно малой амплитуды, образовавшиеся на поверхности тяжелой жидкости в результате взрыва под водой или деформации дна в условиях бесконечной или конечной глубины. Во всех этих исследованиях предполагалось бесконечное простираание жидкости в горизонтальном направлении. Движение предполагалось безвихревым.

К таким работам могут быть отнесены исследования: Теразавы (Terazawa, 1915), Ламба (1947), Сезавы (Sezawa, 1929), Сионо (Siono, 1936) и Газаряна (1955). Начиная с момента катастрофического цунами 3/III 1933 г. в Японии усилия исследователей, главным образом японских ученых, были направлены на теоретические решения деформации длинных волн в мелководных заливах и бухтах.

Опыт японских цунами показал, что в V-образных заливах высота цунами больше, чем в U-образных. Работы теоретического направления, учитывающие различное строение дна и откосов каналов V- и U-образной формы, представлены статьями Матузавы (Matuzawa, 1963), Насимуры и Канаи (Nashimura, Kanai, 1934). Решалась и обратная задача. Рикитакэ (Rikitake, 1951), применяя теорию длинных волн, нашел метод получения уравнений движения воды за пределами залива в море, зная волны в заливе переменного сечения. Следует отметить еще работы, посвященные отражению и преломлению длинных волн от подводных континентальных склонов и других препятствий. Это работы Артура и Кочрана (Arthur and Cochrane, 1948), Сретенского (1950). В работе Ихие (Ichie, 1950), посвященной теории цунами, рассмотрен одномерный случай безвихревого движения жидкости конечной глубины от источника возмущения, расположенного на дне, как неподвижного, так и перемещающегося. Такого рода случаи перемещающихся возмущений

имеют место в природе при землетрясениях. В статье Вернера и Сандкрита (Григораш, 1957) описан гидродинамический эффект от горизонтального гармонического движения дна (землетрясения). В работе рассматриваются решения для простых типов гидравлических сосудов. Рассматривается также возможность резонанса при частоте колебаний дна, совпадающей с частотой свободных колебаний воды.

Для расчета цунами в реальных условиях эти решения использовать пока все еще не удастся. Дело заключается в том, что никаких сведений о процессах, происходящих в эпицентре или в непосредственной близости от него, получить невозможно. Пока невозможно даже установить заблаговременно, где именно будет расположен этот эпицентр. Таким образом, аналитические решения задачи о цунами, изложенные в перечисленных работах, направлены на исследование отдельных сторон явлений, возникающих при деформации дна во время землетрясений, что безусловно имеет существенный интерес, так как многие стороны явления не могут и, наверное, не смогут в дальнейшем наблюдаться в натурных условиях. Некоторые из таких вопросов освещены в работах Ихие. Ниже приводим выдержки из его основной работы (Ichiye, 1950).

Исследуется поведение уровня моря в связи с деформацией дна, имеющей конечную протяженность, причем это изменение является функцией времени и задается в виде $f(t) = Nte^{-\alpha t}$.

Предполагая движение безвихревым, запишем уравнение с потенциалом скорости Φ :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (3.42)$$

Здесь x — горизонтальная ось, y — вертикальная ось, направленная от дна моря вверх.

Граничное условие на поверхности (при $y=h$) имеет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \mu \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0, \quad (3.43)$$

где g — гравитационная постоянная, μ — коэффициент вязкости.

Уравнение (3.43) получается из кинематического условия на поверхности при постоянстве давления.

Граничное условие на дне (при $y=0$)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = g(x) f(t). \quad (3.44)$$

Кинематическое условие на поверхности принимается в виде

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{y=h}. \quad (3.45)$$

Здесь ξ — величина колебания уровня.

Условия деформации дна $g(x)$ и $f(t)$ принимаются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= M && \text{при } R > x > -R; \\ g(x) &= 0 && \text{для } |x| > R; \\ f(t) &= 0 && \text{при } t < 0; \\ f(t) &= Nte^{-at} && \text{при } t > 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.46)$$

Используя преобразование Фурье, производя интегрирование в комплексной области и решая уравнения относительно колебаний уровня ξ , Ихие получает выражения столь сложными, что, по собственному его признанию, с помощью полученных им зависимостей возможно исследовать лишь самые простейшие случаи.

Не останавливаясь на формальном решении уравнений, представляющем больше математический интерес, приводим полученные Ихие выводы применительно к простейшим случаям, позволившим ему проанализировать полученное решение:

1) колебания поверхности моря, вызванные смещением дна, становятся больше, когда импульс приближается к своему максимуму медленнее,

2) когда глубина океана велика или изменение дна мгновенно, деформация поверхности претерпевает разрыв у границы изменения дна и постоянна над областью нарушения дна. Другими словами, поверхность уровня моря деформируется только над областью изменения дна и остается неизменной вне ее пределов.

При малых глубинах или медленном изменении дна действие импульса распространяется на более широкую зону, а деформация поверхности уровня над полосой нарушения дна непостоянна.

Когда $t \rightarrow \infty$, вынужденные колебания уровня ξ не исчезают, а, складываясь со свободной волной, приводят к тому, что колебания уровня моря обращаются в нуль.

Зависимость подъема уровня от времени такова, что вынужденное движение начинается сразу же после начала изменения поверхности дна. Затем главными становятся члены уравнения, зависящие от времени, — свободные волны, и, наконец, поверхность уровня приходит в состояние равновесия.

Относительно скорости распространения волн Ихие приходит к выводу, что наиболее высокая волна распространяется с тем большей по сравнению с $\sqrt{gh}$ скоростью, чем медленнее происходят деформации на дне.

Таким образом, для того чтобы определить время движения цунами, необходимо использовать расстояние, измеренное от края деформации, и скорость, большую чем $\sqrt{gh}$.

Этот вывод был подтвержден измерениями японских ученых, установивших, что скорость движения цунами больше $\sqrt{gh}$.

Возникающая за счет возмущения на дне волна не является одиночной, возникает волновой шлейф, длина которого тем больше, чем дальше от источника возмущения он распространяется.

Та же задача, но при других начальных условиях решалась Ю. Газаряном, который вместо формирования на дне трещины или разлома конечной длины, как это было принято Ихие, предположил изменение объема жидкости вследствие цилиндрического подъема дна, подобного движению поршня. Газарян (1955) так формулирует свою задачу.

Предположено, что первоначальное возмущение происходит вследствие подъема дна внутри круга радиусом a_1 , причем весь круг поднимается как одно целое. Сжимаемость воды не учитывается. Возникающее движение считается потенциальным. Слой воды в горизонтальных направлениях неограничен. Глубина везде постоянна и равна h .

Принимается цилиндрическая система координат (z, r) , причем ось z направлена вертикально вверх и проходит через центр круга. Плоскость $z=0$ располагается на невозмущенной поверхности воды. Полагая смещения поверхности от ее невозмущенного состояния малыми, можно написать для точек, лежащих на поверхности, интеграл Коши в виде

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\xi = 0; \quad (3.47)$$

здесь φ — потенциал скоростей, ξ — возвышение заданной точки поверхности над плоскостью $z=0$.

Если считать, что не только смещения точек поверхности, но и отклонения нормалей к поверхности от вертикали малы, тогда

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (3.48)$$

и из (3.47) получим для поверхности с точностью до малых высшего порядка по плоскости $z=0$ равенство

$$\text{при } z=0 \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (3.49)$$

Пусть $W(t)$ — скорость подъема круга. Учитывая, что при $r > a$ дно неподвижно, получим условие на дне:

$$\text{при } z=-h \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \begin{cases} W(t) & \text{для } r < a, \\ 0 & \text{для } r > a. \end{cases} \quad (3.50)$$

Внутри водного слоя ($0 > z > -h$) потенциал скорости удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (3.51)$$

Далее, считая, что W и $\partial W / \partial t$ при $t \rightarrow \infty$ обращаются в нуль, накладываем требование, чтобы при $t \rightarrow -\infty$ жидкость находилась в невозмущенном состоянии и, таким образом, φ и $\partial \varphi / \partial t$ обращались в нуль.

Воспользуемся преобразованиями Фурье по времени функции φ . Принимая скорость подъема цилиндра $W(t)$ в виде дельта-функции, положим

$$z = \int_{-\infty}^{+\infty} W(t) d\tau. \quad (3.52)$$

z представляет собой полный подъем дна за весь интервал времени. Введем вместо r и t безразмерные параметры

$$\rho = \frac{r}{h} \quad \text{и} \quad \tau = t \sqrt{\frac{g}{h}}. \quad (3.53)$$

Скорость распространения $\sqrt{gh}$ бесконечно длинных гармонических поверхностных волн в безразмерных величинах равна единице. Делая замену переменного и вводя экспотенциал вместо косинуса, окончательно получаем

$$\xi = \operatorname{Re} \left\{ \frac{az}{h} \int_0^{\infty} \exp(i\tau \sqrt{\varepsilon \operatorname{th} \varepsilon}) I_0(\varepsilon \rho) \frac{I_1\left(\varepsilon \frac{a}{h}\right)}{\operatorname{ch} \varepsilon} d\varepsilon \right\}. \quad (3.54)$$

Исследования поведения ξ для некоторого большого ρ , когда τ меняется от 0 до ∞ , показывают, что поверхность воды неподвижна, пока $\tau < \rho$, и, следовательно, передний фронт волны приходит в момент $\tau = \rho$. Это соответствует распространению переднего фронта со скоростью бесконечно длинных гармонических поверхностных волн.

Значение ξ при $\tau > \rho$ будет

$$\xi = \frac{az}{h} \sqrt{\frac{f'(\varepsilon_0) \varepsilon_0}{-f''(\varepsilon_0) \operatorname{ch}^2 \varepsilon_0}} \frac{I_1\left(\varepsilon_0 \frac{a}{h}\right)}{\varepsilon_0} \frac{\cos \left\{ \tau \sqrt{\varepsilon_0 \operatorname{th} \varepsilon_0} - \varepsilon_0 \rho \right\}}{\rho}. \quad (3.55)$$

Здесь ε_0 — перевальная точка, при $\tau = \rho \varepsilon_0 = 0$. Если ρ фиксировано, то ε_0 увеличивается с возрастанием времени.

Обозначим

$$k(\varepsilon_0) = \sqrt{\frac{f'(\varepsilon_0)}{-f''(\varepsilon_0)}} \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\operatorname{ch} \varepsilon_0}, \quad (3.56)$$

тогда

$$\xi = \frac{az}{h} k(\varepsilon_0) \frac{I_1\left(\varepsilon_0 \frac{a}{h}\right)}{\varepsilon_0} \cos \left\{ \frac{\tau \sqrt{\varepsilon_0 \operatorname{th} \varepsilon_0} - \varepsilon_0 \rho}{\rho} \right\}. \quad (3.57)$$

Уравнение описывает модулированную по времени и по расстоянию косинусоидальную волну с амплитудой

$$\frac{az}{h\rho} k(\varepsilon_0) \frac{I\left(\varepsilon_0 \frac{a}{h}\right)}{\varepsilon_0}. \quad (3.58)$$

Для расстояний и моментов времени при $\varepsilon_0 = \text{const}$ амплитуды отличаются только медленно изменяющимся множителем $1/\rho$, что

позволяет для небольших расстояний деформаций огибающей волны пренебречь и рассматривать скорость распространения огибающей. Множитель $k(\varepsilon_0)$ монотонно убывает с возрастанием ε_0 , поэтому с возрастанием времени амплитуда для фиксированного расстояния убывает от максимума в момент прихода первой морской волны, обращается в нуль при $I_1(\xi_0 a/h)$ и снова возрастает по модулю, но уже до значительно меньших значений, чем при $\varepsilon_0=0$, затем опять убывает и т. д.

Характер зависимости ξ от времени на некотором фиксированном расстоянии ρ приведен на рис. 3.9.

Скорость перемещения огибающей (например, скорости перемещения нуля бесселевой функции) найдется при условии $\xi_0 = \text{const}$ из соотношения

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = f'(\varepsilon_0) \tau f'(\varepsilon_0) - \rho = 0. \quad (3.59)$$

Скорость движения отдельной морской волны

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \frac{f'(\varepsilon_0)}{\varepsilon_0} = \frac{\int_0^{\varepsilon_0} f'(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_0} d\varepsilon_0}. \quad (3.60)$$

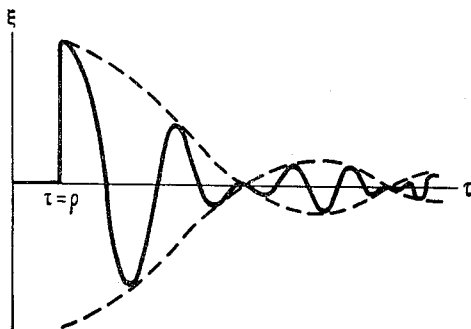


Рис. 3.9. Зависимость высоты волны от времени (по Ю. Л. Газаряну).

Так как $f'(\varepsilon)$ монотонно убывает, скорость отдельной морской волны больше, чем скорость огибающей (за исключением случая $\tau=\rho$, когда $\varepsilon_0=0$ и обе скорости равны).

Расстояние $L/2$ от гребня первой волны до ближайшей впадины в размерных единицах

$$\frac{L}{2} \cong 2,2 h^{2/3} r^{1/3}. \quad (3.61)$$

Промежуток времени T между приходом первого и второго гребней (в единицах CGS)

$$T = 0,11 h^{1/6} r^{1/3}. \quad (3.62)$$

Для последующих волн аргумент косинуса будет изменяться быстрее, в связи с чем и L , и T будут уменьшаться.

Выше было установлено, что на фиксированном расстоянии максимальное возмущение поверхности моря будет в момент прихода первой волны, когда $\varepsilon_0=0$. Это возмущение будет равно

$$\xi = \frac{a^2 z}{2 h^2 \rho} = \frac{a^2 z}{2 h r}. \quad (3.63)$$

Обозначив суммарный вытесненный объем через V ($V = \pi a^2 z$), получим

$$\xi_{\max} = \frac{V}{2\pi r h}. \quad (3.64)$$

Отсюда следует, что максимальная амплитуда равна отношению суммарного вытесненного объема к площади цилиндрической поверхности, вырезанной слоем воды из цилиндра, проходящего через точку наблюдения и имеющего своей осью вертикальную ось координат.

Равенство (3.64) справедливо не только по абсолютной величине, но и по знаку, т. е. если V отрицательно, то и максимальное смещение будет отрицательным.

Линейность уравнений задачи позволяет получить ξ для случая, когда вместо круга на дне поднимается кольцо радиусом a и шириной δa . В этом случае

$$\xi = \frac{\delta V}{2\pi r h} I_0\left(\varepsilon_0 \frac{a}{h}\right) k(\varepsilon_0) \cos \frac{\left\{ \tau \sqrt{\varepsilon_0 - (h\varepsilon_0 - \varepsilon_0 \rho)} \right\}}{\rho}. \quad (3.65)$$

Теперь следует рассмотреть физический смысл полученных результатов.

Выражение

$$\cos \left\{ t \sqrt{g\varepsilon \operatorname{th} \varepsilon h} \right\} I_0(\varepsilon r) \quad (3.66)$$

описывает цилиндрическую гармоническую гравитационную волну, которая при больших εr обращается в плоскую волну с волновым числом ε .

Ее фазовая скорость распространения $\sqrt{\frac{g}{\varepsilon} \operatorname{th} \varepsilon h}$ максимальна

для бесконечно длинных волн ($\varepsilon = 0$) и с возрастанием ξ убывает до нуля. Групповая скорость для бесконечно длинных волн совпадает с фазовой, а для более коротких убывает, становясь меньше фазовой.

Выражение (3.54) является суперпозицией гармонических волн с возможными волновыми числами. При $\tau < \rho$ все эти волны вследствие интерференции дают нулевую амплитуду с точностью до членов высшего порядка. При $\tau > \rho$ интеграл (3.54) отличен от нуля. При этом основная его часть дается волнами с волновыми числами, близкими к ε_0 .

В момент τ , связанный с ε_0 соотношением (3.49), компоненты с волновыми числами, близкими к ε_0 , сфазировались таким образом, что уже дают значение, отличное от нуля, в то время как остальные компоненты, интерферируя, продолжают давать нуль. Смещение поверхности, получающееся в результате сфазировки, перемещается в пространстве с соответствующей групповой скоростью. В первый момент приходят смещения, вызываемые бесконечно длинными вол-

нами. Как и следовало ожидать, смещения поверхности, обусловленные очень длинными волнами, создаваемые отдельными участками круга, приходят все в фазе, и результирующая амплитуда образуется суммированием членов с одинаковыми знаками.

С возрастом τ начинают приходить смещения, вызванные более короткими волнами, обязанные своим происхождением различным участкам круга, которые будут давать различные по фазе смещения ввиду набегания фазы из-за разности хода.

Если положить радиус круга a малым, из выражения (3.57) становится ясным физический смысл коэффициента $k(\xi_0)$. Он представляет собой отношение амплитуды смещения, вызванного волной с волновым числом ξ_0 , к смещению, вызванному бесконечно длинной волной.

Из сказанного вытекают некоторые соображения для более общего случая первоначального возмущения.

Предположенная круговая симметрия не оказывает существенного влияния на характер первых волн.

Нетрудно рассмотреть и такой случай, когда одни участки дна поднимаются, а другие опускаются. Если суммарный объем равен нулю, то смещения, вызываемые бесконечно длинными волнами, приходят с положительными и отрицательными амплитудами от мест подъема и опускания и дают суммарную нулевую амплитуду. С приходом смещений, вызванных более короткими волнами, суммарная амплитуда при благоприятной интерференции может сильно возрасти, не превосходя амплитуды, соответствующей арифметическому сложению измеренных объемов. В результате передний фронт возмущения придет с нулевой амплитудой и волны достигнут максимума при $\tau > \rho$.

Следует указать также, что, чем более плавно меняется с расстоянием характер подъема дна, тем более резко изменяется со временем амплитуда пришедшей волны, и наоборот.

Физическое объяснение заключается в том, что в случае плавного подъема дна возбуждаются главным образом длинные волны, в случае же резких неровностей появляются и более короткие волны.

Амплитуда первой приходящей волны не всегда является максимальной. Вторая волна может быть выше, не превосходя в то же время значения (3.64).

В предшествующем исследовании рассматривался мгновенный подъем дна. В действительности подъем происходит всегда в течение конечного промежутка времени. Как показали исследования, для волн со значительными амплитудами и большими расстояниями между гребнями подъем можно считать мгновенным. Для того чтобы немгновенность подъема играла существенную роль, для волн, расстояния между гребнями которых равно 100 км, необходимо, чтобы время подъема достигало нескольких минут.

Как было выяснено выше, если смещение участков дна происходит в одном направлении, то максимальную амплитуду будут

иметь самые первые волны. Эта амплитуда пропорциональна суммарному подъему.

Если происходят опускание и подъем дна на различных участках, причем сумма вытесненных объемов близка к нулю, максимальная амплитуда наблюдается после прихода переднего фронта волны.

В этом случае максимальная амплитуда зависит не только от суммы элементарных вытесненных объемов, но и от пространственного распределения их, что требует каждый раз особого исследования.

Сформулируем теперь сказанное выше.

Основной вывод из полученных Газаряном уравнений состоит в том, что при удалении волн от эпицентра высота их изменяется обратно пропорционально расстоянию в первой степени. Чем больше пройденный волной путь, тем меньше ее высота.

Волны, возникающие под действием такого вида «поршневого» подъема грунта дна, распространяются в виде группы. Косинусоидальный множитель выражает быстро изменяющуюся волну, в то время как множитель, характеризуемый функцией Бесселя, описывает медленно изменяющуюся огибающую волновой группы.

Кольцевые гармонические волны модулируются по времени и по расстоянию. Группы волн определяются точками пересечения нулевой амплитуды. Пересечение огибающей волны соответствует нулям функции Бесселя.

При $t=r$ приходит передний фронт волны, скорость распространения которого равна $\sqrt{gh}$. Аналогичные выводы были получены Уноки и Накано (Unoki, Nakano, 1953).

Другие исследователи, однако, не согласны с результатами Газаряна. Они считают, что затухание волн с удалением от района возмущения должно происходить менее интенсивно.

Так, Эккерт (Eckart, 1951) нашел, что изменение высоты волн обратно пропорционально расстоянию в степени $5/6$.

Такого же мнения придерживается и Ван-Дорн (Van Dorn, 1961), наблюдавший за распространением волн от атомного взрыва в атолле Бикини.

Принимая во внимание весьма грубые допущения, сделанные Газаряном при выводе его уравнений, следует признать, что полученные им результаты в общем не противоречат наблюдаемым данным и что полученные из теоретических соображений параметры дают картину явления, качественно согласующуюся с наблюдениями.

Газарян пользовался линеаризованными дифференциальными уравнениями в частных производных; в этом случае решение будет одинаковым вне зависимости от того, происходит ли подъем грунтового цилиндра или его опускание.

Какова же будет действительная картина в случае применения более полных нелинейных уравнений в частных производных, которыми должны описываться подобные процессы.

Такого рода решение рассмотрено Д. Стокером (1959) в виде задачи «о распространении возмущений в покоящуюся воду постоянной глубины».

При формировании цунами можно представить себе изменение объема воды в районе деформации дна в виде уменьшения глубины в данном месте за счет дополнительных количеств грунта или, наоборот, в виде образования впадины и увеличения глубины.

Стокер рассматривает задачу о волнах, возникающих в точке $x=0$ и затем распространяющихся в положительном направлении вдоль оси x в покоящейся воде. Таким образом, рассматриваются случаи, когда течение вначале является докритическим.

Стокер указывает, что наиболее поразительный и важный вывод состоит в том, что имеется существенная разница в распространении возмущения, которое вызывается понижением свободной поверхности, и возмущения, возникающего при повышении свободной поверхности. Аналогичная картина имеет место также, когда вместо понижения и повышения поверхности воды возмущение вызывается изменением скорости частиц воды, т. е., когда скорость, изменяясь от нуля, имеет в одном случае положительные, а в другом отрицательные ускорения.

Качественная разница между этими двумя случаями с физической стороны состоит в том, что в первом случае происходит понижение, а во втором — поднятие относительно невозмущенной поверхности воды, иногда называемое горбом, которое распространяется в покоящуюся жидкость.

Если рассматривать волны очень малой амплитуды с таким расчетом, что уравнения можно линеаризовать, то никакого существенного различия в обоих случаях не будет. Таким образом, различие между этими двумя случаями, как уже указывалось, является следствием нелинейности дифференциальных уравнений.

При исследовании этой задачи Стокер использует теорию длинных волн на мелкой воде, проводя решение методом характеристик.

Полагая в зоне покоя $u=u_0=0$, наклон любой прямой характеристики выражают формулой

$$\text{при } t=\tau \quad \frac{dx}{dt} = 3c(\tau) - 2c_0, \quad (3.67)$$

где c — скорость распространения при $x=0$ — задано уравнением

$$c = \sqrt{g(h+\xi)} = c(t). \quad (3.68)$$

При изменении τ формула (3.67) дает всю совокупность прямых характеристик в зоне движения плоскости xt . Значения величин u и c вдоль одной и той же характеристики постоянны, так что, считая $u_0=0$, значение u вдоль характеристики

$$u(\tau) = 2[c(\tau) - c_0]. \quad (3.69)$$

Формула (3.69) позволяет установить существенное различие между распространением по поверхности воды впадины и возвышения.

При распространении понижения в покоящейся воде возвышение свободной поверхности $\xi(t)$ при $x=0$ является убывающей функцией и поэтому $c(t)$ также должно убывать с ростом t . Отсюда следует, что наклон прямых характеристик, даваемых уравнением (3.67), убывает с ростом t и эти характеристики расходятся при движении от оси t . В этом случае течение непрерывно всюду.

Во втором случае значение $\xi(t)$ при $x=0$, а следовательно, и значение c будут возрастающей функцией t при $x=0$ и поэтому прямые характеристики должны иметь точки пересечения, которые в свою очередь имеют огибающую. Это означает, что мы не можем ожидать существования непрерывного решения задачи для x и t , которые лежат за этими точками. Последнее в свою очередь приводит к выводу, что после того, как решение перестает быть непрерывным, волна разрушается или образуется бор.

Попытаемся оценить теперь необходимость учета нелинейности задачи при исследовании цунами.

Если считать глубину океана в районе формирования цунами в среднем равной 5000 м, а начальную высоту волны в среднем 0,5 м, получится соотношение $\xi:h=1:10\,000$. Другими словами, глубина на четыре порядка больше возвышения уровня. Отсюда следует, что формула (3.68) обращается в формулу Лагранжа, т. е. $c=\sqrt{gh}$.

В этом случае линеаризация дифференциальных уравнений, к которой прибегают исследователи, в большинстве случаев является оправданной.

Следует, впрочем, заметить, что существуют случаи, когда линеаризация уравнений недопустима. Так, например, в бухте Литуга (Аляска) глубиной 200 м волна, образовавшаяся вследствие обвала громадных масс грунта и льда, имела высоту до 500 м. Естественно, в этом случае использование линейной теории при расчетах возвышения уровня так же мало оправдано, как и использование нелинейной теории в районах больших океанских глубин.

Оценим теперь результаты, полученные путем применения аналитических решений к исследованию цунами.

Пока известно очень мало о реальном механизме формирования цунами, кроме самых общих соображений о том, что цунами образуются от некоторых моретрясений в определенных районах океана. Практически никогда не известно, какие деформации дна или склонов океанических впадин произошли в том или ином случае. Неизвестно, какие из этих изменений дна или склонов океанических впадин являются решающими при формировании волны, какое сочетание различных условий и их последовательности должно осуществиться, чтобы волна образовалась и приняла катастрофический характер, и т. д.

До тех пор пока все это не будет выяснено, видимо, нельзя будет говорить о существовании какой-либо теории цунами.

Существующие исследования будут только попыткой описания отдельных факторов или отдельных сторон явления, что и видно из обзора двух наиболее полных исследований в указанном направлении.

Исследования подобного вида необходимы для выяснения некоторых сторон явления, которое, вообще говоря, недоступно для непосредственного наблюдения. В этом их смысл и ценность. Однако следует отдавать себе ясный отчет в том, что подобные исследования непригодны для предвычисления цунами или каких-либо расчетов, связанных с ним. Последнее прежде всего потому, что ничего не может быть известным относительно: сбросов, провалов, оползней или трещин на дне океана в первые часы или минуты после землетрясения. Эти явления принадлежат к крупномасштабным и охватывают десятки и сотни километров дна океана, надежно скрытых 5—6-километровой толщей воды.

Поэтому всякие сколько-нибудь достоверные расчеты должны основываться на реальных фактах, точность измерения которых не может вызывать сомнений. Такими сведениями могут быть: положение эпицентра землетрясения, его сила и элементы цунами, сформированные данным землетрясением (высота и длина волны в месте зарождения). Вместо длины может быть определен период. Если эти данные будут достаточно точными и объективными, расчет может быть осуществлен на основе теории мелкой воды.

Ю. Газарян (1955) приводит формулы для расчета длины волн и периода, исходя из теоретических представлений

$$L/2 \cong 2,2h^{2/3}r^{1/3}, \quad (3.70)$$

$$T \cong 0,11h^{1/6}r^{1/3}. \quad (3.71)$$

Здесь h — глубина, а r — расстояние от эпицентра.

Формулы соответствуют водоему постоянной глубины и поэтому требуют приведения профиля дна океана к постоянной глубине, соответствующей по своему влиянию на волну реальному распределению глубин.

Как это осуществляется практически, было показано выше. Кроме того, формула при $r=0$ дает длину волны, равную нулю также. Вряд ли это имеет какой-либо физический смысл, тем более что теория, разрабатываемая Газаряном, и не предусматривала выявления процессов и элементов цунами вблизи эпицентра. Следовательно, при расчетах первое определение длины и периода следует производить в некотором удалении от эпицентра. Это минимальное удаление от эпицентра, по-видимому, должно находиться на расстоянии, не меньшем половины длины волны, что приводит к величинам в интервале от 10 до 200 км. Эти цифры показывают, что расчеты периодов и длин цунами, возникших от землетрясений, происшедших вблизи берегов, типа Санриковского 1933 г. в Японии, по данным формулам невозможны.

В реальных условиях длина волны и период должны зависеть от характера деформаций дна: разломы и трещины большой глубины или вспучивание больших объемов грунта над поверхностью дна должны вызывать большие периоды и длины волн, чем это имеет место при малых деформациях дна.

Формулы не учитывают объемов деформации дна, что, естественно, сказывается на достоверности результатов.

Таким образом, определение длин и периодов требует дальнейших уточнений. По-видимому, одним из путей для определения длины волны может явиться использование эмпирических данных, позволяющих по магнитуде цунами установить высоту и по энергии землетрясения определить энергию цунами. Тогда, пользуясь фундаментальной зависимостью между энергией и высотой и длиной волны, по известным энергии и высоте волны цунами можно определить начальную длину волны

$$E = \frac{\tilde{h}^2 \lambda}{8}. \quad (3.72)$$

Если считать, что определение начальной высоты и длины цунами в точке его зарождения может быть осуществлено с достаточной для практических целей точностью, наиболее подходящим математическим аппаратом для расчетов распространения цунами, трансформации волны на материковой отмели и установления высоты подошедшей к берегу волны будет являться теория волн мелкой воды, приспособленная к численным расчетам на ЭВЦМ.

В наиболее полном виде с сохранением нелинейных членов уравнения мелкой воды были получены в главе I.

Если нам известны поля давления и ветра в районе океана от эпицентра до побережий, если есть батиметрические карты океана, можно решать полные уравнения в том виде, как они приведены, с учетом и нелинейных членов, что может иметь значение вблизи берега.

Решение этих уравнений требует задания начальных данных в виде уровней в момент зарождения цунами и до его возникновения, а также граничных условий.

В соответствии с упоминавшимися уже работами японских ученых по силе землетрясения или его магнитуде можно определять, пользуясь эмпирическими связями, высоту волны цунами и длину ее в эпицентре. Время появления этой волны также известно по моменту возникновения землетрясения.

Таким образом, в известной нам точке океана в результате землетрясения формируется волна длиной λ и высотой $\tilde{h}$ в течение времени t . Время это может быть определено следующим образом. Пусть в образовавшуюся мгновенно впадину в дне океана начинают поступать воды. Заполнение этой впадины и образование вследствие действия инерционных сил холма происходит за счет вод, притекающих с периферии. В одномерной постановке период волны может быть определен из следующих соображений: полное колебание

от низшей точки впадины до ее гребня осуществляется в течение времени, равного периоду волны. В течение этого времени поверхность уровня должна будет пройти положение, соответствующее состоянию покоя. Это произойдет в момент времени $t = T/2$. Скорость распространения волны известна, так как известна глубина. Тогда полупериод будет связан с волной следующей зависимостью:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\lambda}{2\sqrt{gh}}. \quad (3.73)$$

Длина волны в свою очередь может быть определена из выражения энергии волны, как это уже указывалось нами. Зная энергию землетрясения, по его магнитуде нетрудно определить магнитуду и энергию цунами и, пользуясь этими величинами, из выражения энергии волны определить по известной высоте волны ее длину.

Не исключено также использование эмпирической связи между энергией землетрясения и протяженностью побережья, охватываемого действием цунами. Протяженность эта, по мнению японских ученых, равна длине волны.

Теперь, зная длину и скорость распространения, можно определить полупериод по формуле (3.70), что в свою очередь даст возможность вычислить приращение начальной скорости, пользуясь уравнением неразрывности

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial [(h + \xi) \bar{u}]}{\partial x}. \quad (3.74)$$

Здесь известно $\partial \xi / \partial t = \Delta \xi / \Delta t = \tilde{h} / T$, где $\tilde{h}$ — высота волны.

Величина ξ в зоне формирования цунами пренебрежимо мала по сравнению с глубиной, в связи с чем уравнение может быть упрощено. Полагая, что в глубоководных районах океана на протяжении длины волны (100—200 км по меньшей мере) глубина изменяется мало, формулу можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = h \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (3.75)$$

В двумерной постановке решение задачи несколько усложняется. Вместо плоского колебания, имеющего высоту $\tilde{h}$ и длину λ , образуется холм, имеющий определенные размеры в направлении оси y ; исходя из недостаточности информации, можно принять холм в виде конуса с основанием, равным длине волны λ , и высотой $\tilde{h}$ колебания в эпицентре. Это будет очень пологий конус, имеющий ничтожную высоту и громадные образующие, превышающие высоту на несколько порядков. В этих условиях упрощения очертания начальной трехмерной волны, по-видимому, не скажутся на результатах расчета.

Можно принять $\bar{u}_0 = \bar{v}_0$, что будет означать, что начальная скорость в любом направлении будет одинаковой и дальнейшее ее изменение будет зависеть от глубины, распределения атмосферного

давления и поля ветра над океаном, которые могут быть с известной долей приближения определены по синоптическим данным.

В большинстве случаев, однако, поле давления и поле ветра мало что могут добавить к цунами ввиду весьма малой ее крутизны и очень большой длины, поэтому с достаточным для практики приближением эффектом ветра и атмосферного давления можно пренебречь, что в значительной мере упростит расчет и сделает его значительно более оперативным.

После соответствующих упрощений уравнения будут описывать волну, перемещающуюся от эпицентра к берегу океана, при учете сил трения.

При расчете цунами по большей части целесообразно решать одномерную задачу, так как концентрическое распространение волн, соответствующее подводному извержению вулкана, встречается значительно реже, чем цунами, вызываемые землетрясением, которые посылают направленную волну, параллельную деформации дна океана или склонам океанических впадин. В этом случае уравнения для участка океана от эпицентра до начала береговой отмели принимают следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = - \frac{\tau_x^{(2)}}{h}, \quad (3.76)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + h \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0. \quad (3.77)$$

Расчет трансформации волны на материковом склоне и береговой отмели, по-видимому, следует вести по более полным уравнениям, удерживая нелинейные члены.

Выше нами были рассмотрены начальные условия. Остановимся теперь на граничных условиях.

Высокие и длинные волны, подошедшие к берегу, затопливают его, т. е. движутся по несмоченному грунту, в значительной мере теряя свою энергию.

При расчете штормовых нагонов мы не учитывали этого растекания, принимая в качестве граничного условия на урезе среднюю скорость равной нулю. Сопоставление рассчитанных и наблюдаемых данных привело нас к выводу, что погрешность, возникающая вследствие неточности граничных условий, меньше, чем погрешности, получаемые за счет ошибок в метеорологической информации. При расчетах цунами нет необходимости в учете метеорологической информации. Здесь неточные данные могут быть введены в расчет только в виде начальных данных — высоты и длины волны, причем величины погрешностей, как мы видели из предыдущего, могут быть также весьма значительны. Ошибки в начальной высоте и длине в эпицентре многократно увеличатся у побережья за счет трансформации волны на мелководье.

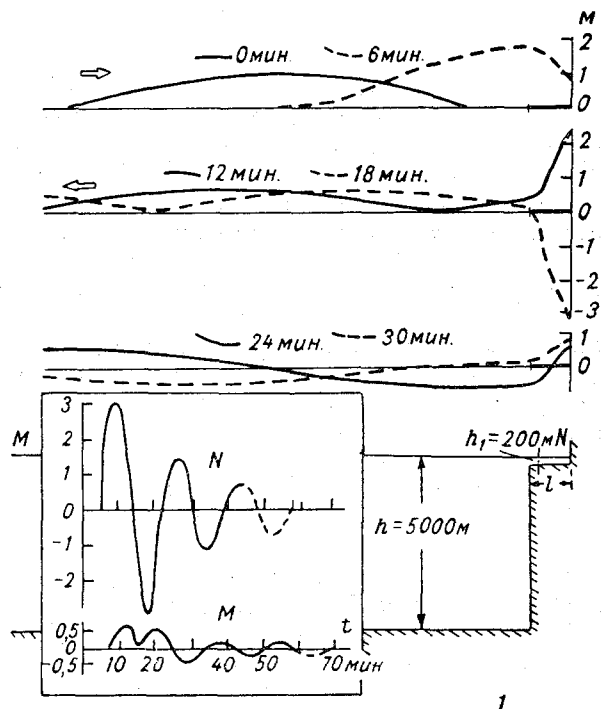
Но это не внесет существенных изменений в схему расчета. Величины цунами и штормовых нагонов сопоставимы друг с другом. Поэтому, видимо, возможно принять для расчета цунами гранич-

ные условия, принимаемые для расчетов штормовых нагонов, т. е. принимать на урезе условие $\bar{u}=0$, т. е. стенку. Потери же энергии, которые наблюдаются при движении волны посуху, здесь роли не играют, так как период волны достаточно велик и, каковы бы ни были потери энергии, вода достигает того же уровня на побережье, который образовался и в открытом море, подобно тому, как это бывает во время прилива, в течение которого и у приглубых берегов, и на отмелях берегах отметки уровня воды будут одними и теми же, несмотря на то что при отмелем берегу потери энергии приливной волны вследствие движения волны по шероховатой осушке были больше, чем у приглубого берега.

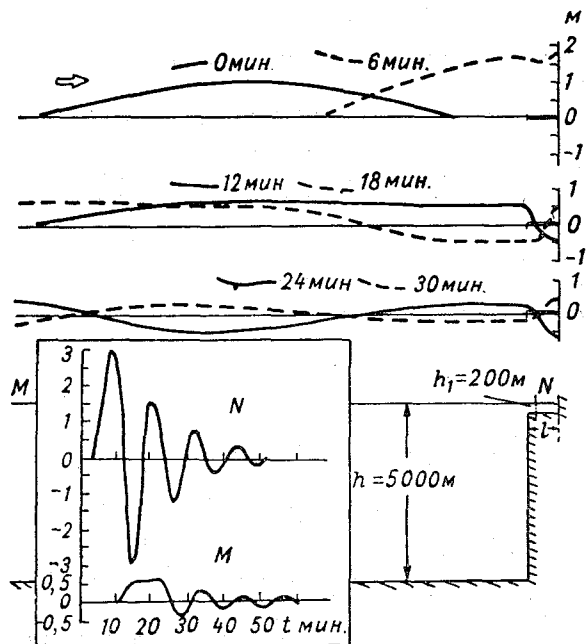
Таким образом, граничное условие, предполагающее, что на урезе скорости течения будут равны нулю, может быть сохранено и при расчетах цунами или заменено условием равенства нулю скорости в месте разрушения волны.

Нетрудно видеть, что использование теории волн мелкой воды для расчетов цунами дает возможность наиболее полно учесть все действующие факторы, в том числе и такие, которые до настоящего времени не учитывались: ветер и атмосферное давление, если бы это понадобилось. В качестве примера такого рода применения теории мелкой воды к расчетам цунами приводим данные расчетов и их анализ, выполненные А. В. Некрасовым и любезно предоставленные нам автором с разрешением использовать их в данной монографии.

На рис. 3.10 приведены результаты расчетов взаимодействия волны цунами с береговым шельфом. Расчеты были осуществлены по одномерной схеме, учитывая растекание энергии по оси y . Приводим анализ этих результатов, выполненный А. В. Некрасовым: «По-видимому, в некоторых случаях первичная волна, выходящая из очага цунами, по своему характеру близка к одиночной. Такая волна может быть трансформирована шельфовыми эффектами в цуг волн, периоды и длина которых будут определяться характеристиками шельфа и континентального склона. Удобным средством анализа в таких случаях могут служить численные эксперименты, основанные на численном решении гидродинамических уравнений теории мелкой воды. В качестве начального условия в предполагаемом участке очага в пределах расчетного профиля задается исходное возмущение уровня простой формы (например, половина синусоиды), которое дает начало двум одиночным волнам, распространяющимся в противоположные стороны. В наших расчетах у берега, т. е. в точке N на рис. 3.10, задавалось граничное условие, соответствующее полному отражению ($U=0$, где U — полный поток), а на другом конце профиля, т. е. в точке M , — условие, соответствующее отсутствию всякого отражения ($U=\eta\sqrt{gh}$), и, таким образом, волна, достигнув точки M , бесследно уходит из пределов расчетного профиля. Последнее условие физически обосновано при $h \gg \eta$. Отметим, что частичному отражению соответствовало бы

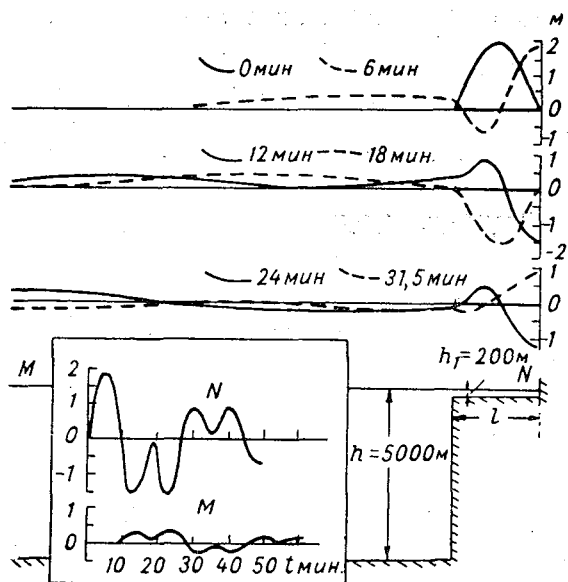


1

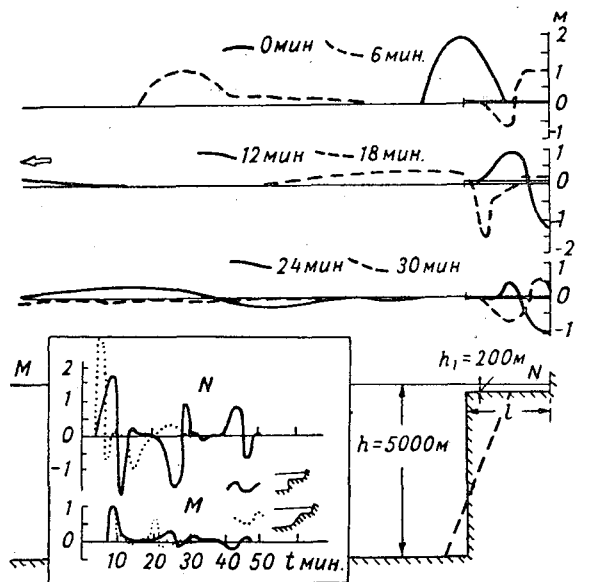


2

Рис. 3.10. Расчеты цунами на основе



3



теории мелкой воды (по А. В. Некрасову).

в этом случае условие вида $U = \frac{1-r}{1+r} \eta \sqrt{gh}$, где r — коэффициент отражения. На рис. 3.10 показаны некоторые результаты расчетов. Исходное возмущение задавалось в различных местах относительно шельфа, который был схематизирован участком постоянной глубины, отделенным от глубокого моря либо вертикальным уступом, либо прямолинейным склоном.

В а р и а н т 1. Ширина шельфа l является почти резонансной для волны, проникающей на шельф со стороны глубокого моря. Поэтому процесс встречного излучения из области шельфа оказывается максимально растянутым во времени. Отрицательное отражение в точке x волны, уходящей с шельфа, порождает отрицательные денивеляции, и в результате шельф, принимая одиночную положительную волну, излучает постепенно затухающий цуг волн с денивеляциями противоположных знаков. При резонансной ширине l длина излучаемой волны будет равна $2L$, где L — длина исходного возмущения. Головная часть возникшего цуга состоит из двух смежных горбов (первый из них образован отражением исходной волны от края шельфа), т. е. в этом месте возникает компонента удвоенного периода. Ход уровня у берега представляет собой затухающее колебание с периодом $T = 2L/\sqrt{gh}$, причем интенсивность затухания определяется величиной r_1 , т. е. перепадом глубин у границы шельфа.

В а р и а н т 2. Ширина шельфа l меньше резонансной. В этом случае амплитуда колебаний у берега убывает быстрее, чем в предыдущем случае. Период этих колебаний и длина излучаемой волны уменьшаются в отношении $\left(1 - \frac{4l}{\lambda_1}\right)$ по сравнению со случаем резонанса. Величины экстремумов остаются прежними, и излучаемые волны, следовательно, становятся круче. На рис. 3.10 (2) видно, что в каждой положительной и отрицательной полуволне крутизна у переднего склона увеличивается сильнее, чем у заднего. Аналогичным образом изменяется и форма колебаний у берега — удаление уровня от невозмущенного положения будет происходить быстрее, чем возвращение к нему. В головной части уходящего в глубокое море цуга волн возникает долгопериодная компонента за счет слияния двух положительных денивеляций, образующих сплошной горб.

В а р и а н т 3. Исходное возмущение расположено на шельфе и почти равно по протяженности его ширине l . Случай был бы «антирезонансным», если бы возмущение представляло собой прогрессивную волну. Однако возмущение порождает две встречные волны, которые сразу начинают отражаться от берега и от края шельфа. Излучение шельфа и колебания у берега содержат две главные компоненты с периодами $T = 2L/\sqrt{gh}$ и $2T$. Второй период возникает из-за близости очага цунами к берегу-отражателю. Ко-

лебания на шельфе близки к стоячим. При этом образующие их прямая и обратная волны встречаются посреди шельфа то в фазе, то в противофазе, и поэтому посреди шельфа попеременно возникают условия, соответствующие то пучности, то узлу. Отношение амплитуд встречных волн также непостоянно: когда волны встречаются в фазе, их амплитуды равны друг другу, а при встрече в противофазе отношение амплитуд равно r_1 (волна, идущая к берегу, меньше, чем волна, идущая от берега).

В а р и а н т ы 4 и 5. Если исходное возмущение расположено над границей шельфа, то порожденные этим возмущением встречные волны имеют более сложный характер. Двум половинам исходного возмущения соответствует различное энергосодержание, и отражение у края шельфа ведет к тому, что волна η_* , уходящая в море, несет больше энергии, чем волна η_0^+ , идущая к берегу. Кроме того, из-за отрицательного отражения на уступе части первичной волны, направленной в море, волна η_0^+ не является одиночной, а представляет собой гребень, за которым следует ложбина, причем переход от гребня к ложбине происходит сравнительно резко. В то же время волна η_* состоит из основного головного гребня, за которым

следует положительный «хвост». Таким образом, распределение глубин в очаге приводит к возникновению дополнительных периодов в обеих волнах, причем на основной период, определяемый размерами исходного возмущения, в волне η_0^+ накладывается более короткий, а в волне η_* — более длинный дополнительные периоды.

Колебания уровня у берега характеризуются «пульсациями», во время которых денивеляции разного знака имеют различную продолжительность. Излучение шельфа имеет вид отдельных коротких «пачек», состоящих из гребня и ложбины неравной длины и перемежаемых участками с относительно незначительными колебаниями. В каждой следующей «пачке» гребень и ложбина меняются своими местами и длиной.

Ситуация, в которой исходное возмущение расположено не над уступом, а над склоном (вариант 5), представляет собой некоторое приближение к реальным условиям, однако в принципе она является повторением предыдущего случая. Результаты обоих вариантов близки. Главное различие состоит в том, что эффекты отражения на склоне выражены не в такой резкой форме, как на уступе, поскольку сам процесс отражения «размазан» по склону. В некоторых случаях такое непрерывное отражение на склоне или наклонном шельфе может приводить к возникновению сравнительно длинных периодов в отдельных участках встречного излучения, подобно тому, как это имеет место в головной части уходящего в море цуга волн в вариантах 1 и 2. Более подробно это явление рассмотрено с помощью ряда численных экспериментов, которые здесь не приводятся.»

§ 8. ПРЕДСКАЗАНИЕ ЦУНАМИ

Предсказание цунами зависит от того, как будет предсказано землетрясение. Землетрясения в настоящее время не предсказываются, и, таким образом, задача прогноза цунами в прямом смысле этого слова также пока невозможна.

В настоящее время под прогнозом цунами подразумевают расчет времени для подхода волны от эпицентра свершившегося где-то в океане землетрясения до заданного пункта побережья.

Но и такой прогноз осложняется тем, что не при всех землетрясениях в океане возникают цунами. Поэтому первоначальной задачей, после того уже как землетрясение зарегистрировано и определен его эпицентр, является проверка, относится ли данное землетрясение к тем, которые формируют цунами. Пока это делается на основании эмпирических данных, которые просто устанавливают наиболее опасные районы океана, где землетрясения чаще всего вызывают цунами. Так, например, утверждается, что у берегов Японии землетрясения, сопровождаемые цунами, появляются чаще тогда, когда их эпицентры расположены к востоку от Сангарского пролива и к югу от о. Сикоку. Но такого рода заключения не всегда надежны, и поэтому обычно надежным подтверждением цунами является регистрация сформировавшейся волны.

Предсказания цунами основываются на регистрации происходящих в океане процессов во время землетрясения тремя способами: сейсмические наблюдения на ряде станций, наблюдения над уровнем с помощью мареографов и акустические наблюдения.

Заблаговременность предупреждения, необходимая при всяком прогнозе, в данном случае обеспечивается тем, что скорость распространения сейсмических волн в земной коре измеряется несколькими километрами в секунду и, таким образом, сведения о землетрясении, происшедшем где-то на дне океана, поступают в течение считанных минут.

Е. Ф. Саваренский (1956) приводит следующие соображения о заблаговременности прогноза цунами.

Интервал времени между приходом сейсмической волны и цунами на расстоянии x от эпицентра до заданного пункта будет

$$t = \frac{c-v}{cv} x. \quad (3.78)$$

Здесь c — скорость распространения упругих сейсмических волн, v — скорость распространения цунами.

Если положить, как это делает Саваренский, для больших расстояний $c=10$ км/сек., а скорость распространения морской волны при средней глубине океана 4 км $v=0,2$ км/сек., тогда $t \approx 5x$, где x в км, а t в сек.

Опорная сейсмическая станция в данном районе океана, получив сигналы с периферийных станций по радио или телеграфу,

определяет положение эпицентра, после чего в зависимости от потенциальной опасности района, где произошло землетрясение, передается сообщение о возможном образовании цунами и о возможном времени его появления у побережья океана.

Наряду с сейсмическими станциями на островах во многих пунктах побережья устанавливают мареографы, которые регистрируют сформировавшуюся волну цунами.

Наличие удаленных от побережья океана островов дает возможность предупредить население берегов океана о приближающейся неотвратимой опасности. Немедленно по получении сведений о волне цунами, измеренной мареографами, дается предупреждение и устанавливается время подхода волны к различным пунктам.

На больших расстояниях от цунамогенных районов, какими являются Гавайские острова и Тихоокеанское побережье США, предупреждение о цунами осуществляется станциями, оборудованными сейсмографами с видимой записью и механической регистрацией, предназначенными для обнаружения удаленных землетрясений (Кирнос и Рыков, 1961).

Японская служба предупреждения цунами также опирается преимущественно на сейсмические наблюдения.

Наиболее опасными для Японии являются цунами, возникающие вблизи Тихоокеанского побережья. В этих районах действует до 60 сейсмических станций, объединенных в оперативные группы числом до 9 с центрами в метеорологических обсерваториях. Обсерватории связаны со станциями прямой кабельной связью. Обсерватории объявляют состояние тревоги каждая по своему району.

При землетрясении, соответствующем по шкале СССР 6—7 баллам, станция передает о нем данные не позже чем через 5 мин. от его начала. Центр, получив данные со своей группы станций, принимает решение о подаче сигнала тревоги. Все необходимые сведения в обслуживаемый район передаются не позднее чем через 20 мин. от начала землетрясения.

Удаленные от берегов Японии землетрясения регистрируются специальной группой из 9 станций. Станции связаны прямым проводом с Токио.

Для наших дальневосточных районов, подверженных воздействию цунами, — Камчатки и Курильских островов — наиболее опасными являются цунами, возникающие в районах Курило-Камчатской впадины. Эта впадина удалена от побережья на небольшое относительно расстояние. Волна цунами добежит здесь до берега всего за 20—30 мин. после начала землетрясения.

Естественно, в этих условиях американская и даже японская системы предупреждения не могут быть эффективными.

Целесообразно ввиду расчлененности побережья разбить его на участки, каждый из которых мог бы опираться на свою станцию. Кроме указанного, необходимо упростить определение

эпицентра землетрясения. Такая установка УБОПЭ (установка быстрого определения эпицентра) создана в Геофизическом институте АН СССР. Приборы установлены в Петропавловске-на-Камчатке, Ключах и Южно-Сахалинске.

Установка состоит из двух комплектов приборов. Один из них показывает направление на эпицентр, азимут, другой — расстояние и силу землетрясения.

Л. М. Бреховских (1956) указывает на реальные возможности прогноза цунами путем наблюдений за распространением звуковых волн.

Без сомнения, одновременно с землетрясением и появлением цунами должны возникнуть системы мощных звуковых волн. Скорость распространения звука в морской воде в несколько раз больше скорости распространения длинной морской волны. Если положить скорость звука в морской воде в среднем 1500 м/сек., то скорость волны при средней глубине 4 км составит 200 м/сек. Таким образом, если расположить в нескольких точках побережья гидроакустические станции для регистрации приходящих звуковых волн, не вызовет затруднений определение времени прихода цунами.

Звук в океане распространяется на многие сотни и даже тысячи километров. Это явление впервые было установлено Л. В. Розенбергом. Теория его была разработана Л. М. Бреховских.

Явление сверхдальнего распространения звука объясняется существованием в морской воде подводного звукового канала. На некотором удалении от поверхности образуется зона, где скорость звука максимальна. Это и есть подводный звуковой канал. Звук, распространяющийся по нему, не выходит на поверхность и не рассеивается. С другой стороны, звук не достигает также и дна, в связи с чем он не гасится в грунте.

Таким образом, звуковая волна распространяется без существенного ослабления по внутреннему слою воды.

Имеются сведения о регистрации звуков от сравнительно небольших взрывов на огромных расстояниях, до 6000 км.

В Тихом и Атлантическом океанах глубина оси звукового канала (уровень наибольшей скорости звука) составляет 700—900 м, ширина канала имеет тот же порядок. В северных широтах ось звукового канала поднимается до 100 м от поверхности, а иногда еще меньше.

Для большей эффективности целесообразно располагать излучатели и приемники в зоне звукового канала.

На этом принципе американцы создали систему «Софар», предназначенную для нахождения места взрыва на больших расстояниях. Целью создания этой системы, по литературным публикациям, являлось оповещение об авариях в различных зонах Тихого океана.

Система «Софар» состоит из нескольких гидроакустических постов, каждый из которых имеет гидрофон, погруженный на глу-

бину залегания звукового канала (приблизительно 700 м). От гидрофонов идут кабели к усилительным устройствам на береговых станциях. Между пунктами имеется радиосвязь. Все сигналы с трех станций регистрируются в центральном посту на специальной ленте. По разности времени прихода сигналов на станцию определяют место взрыва.

Использование этой системы для службы оповещения об авариях производится следующим образом. Каждый корабль, идущий в район между западным побережьем США и Гавайскими островами, снабжается несколькими бомбочками весом примерно 1 кг. Такие же бомбочки берут и самолеты, вылетающие в эту зону.

При аварии эти бомбочки освобождаются автоматически и, взрываясь в зоне канала, посылают сигнал, воспринимаемый гидроакустическими постами. Таким образом устанавливается время и место аварии.

Система «Софар» может улавливать и звуковые волны, возникающие одновременно с цунами.

Существенно могут ограничивать действие системы «Софар» посторонние подводные шумы, чаще всего имеющие биологическое происхождение. Л. М. Бреховских (1956) указывает, что «существуют подводные колонии рачков, которые производят такой треск под водой, который можно сравнить с шумом в клепальном цехе».

Из сказанного следует, что пункты гидроакустических наблюдений должны выбираться в местах, удовлетворяющих условиям подводной тишины.

Система «Софар» использовалась и для фиксации подводных землетрясений.

Так, несколько лет назад проявил активность подводный вулкан, расположенный в 300 км к югу от Токио. За деятельностью вулкана были организованы наблюдения с кораблей и самолетов. Помимо этого, была использована также система «Софар». Сигналы принимались в пунктах, удаленных от вулкана на 8000 км. Тем не менее качество данных, полученных «Софар», было более высоким, чем непосредственные наблюдения.

Л. М. Бреховских приводит такие сведения о наблюдениях над этим вулканом: «Впервые деятельность этого вулкана была зафиксирована обычными средствами 17/IX. С проходящего корабля было замечено небольшое извержение, вызвавшее цунами на о. Хоккайдо, расположенном от вулкана на расстоянии 120 км.

С 18 по 21/IX никакой деятельности вулкана ни с самолета, ни с корабля не наблюдалось. Активизацию вулкана заметили лишь 23/IX, когда было несколько сильных извержений, в результате которых возникло цунами. После 23/IX опять наступило затишье.

Система «Софар» начала запись действия вулкана с 16/IX. С 17 по 21/IX, когда деятельность вулкана не была заметна, система «Софар» зафиксировала несколько больших взрывов,

причем один из них произошел через 5 мин. после наблюдения с самолета, отметившего его бездействие.

Кроме того, система «Софар» фиксировала непрерывный ряд извержений и после 23/IX. В частности было одно извержение, которое система «Софар» фиксировала 24/IX.

Во время этого извержения 24/IX, по-видимому, погибло судно японской гидрографической службы с пассажирами и всей командой. Это судно исчезло бесследно, выйдя для наблюдения в район извержения. От него нашли только куски дерева, пропитанные вулканическими газами.

Пока не были расшифрованы записи, полученные акустической системой, было неясно, каким образом могло погибнуть судно, поскольку извержение другими методами не наблюдалось.»

Глава IV

СЕЙШИ

§ 1. ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЯ

На многих станциях озер и морей мареографы регистрируют колебания с широким диапазоном периодов, которые в приливных морях накладываются на приливные колебания, придавая кривой уровня зубчатый вид.

В неприливных морях и озерах эти периодические, но затухающие колебания с различной величиной периода существуют самостоятельно.

В этих колебаниях нет поступательного движения формы волны, а только перемещения поверхности уровня — поднятия и опускания.

Впервые такие колебания уровня были изучены на швейцарских озерах Форелем (Forel, 1885). Впоследствии такие же колебания были обнаружены в ряде бухт и заливов побережий морей.

Колебания воды подобного типа в озерах были известны еще в XVII веке, и в Швейцарии их называли сейшами. Форель сохранил этот термин в своих исследованиях, и теперь затухающие периодические колебания всей массы воды в бассейнах в литературе называют сейшами.

Сейши — весьма распространенный вид колебаний, но, так как амплитуды их малы по сравнению с длиной, обнаруживаются они по большей части по записям мареографов (рис. 4.1 а и б).

Колебания воды во время сейш имеют существенную особенность: относительно узловой линии движения частиц по каждой из сторон узловой линии находятся в одной фазе, будучи противоположными на различных сторонах.

Взаимное расположение узлов и пучностей остается неизменным, так же как не изменяется и распределение частиц воды в поверхностном слое.

Самый простой вид сейш — это когда уровень воды поднимается у одного края бассейна, в то же время опускаясь у другого его края. Посередине бассейна наблюдается линия, вдоль которой частицы движутся только горизонтально, — узловая линия. Этот вид сейш называют одноузловыми. Частицы у дна движутся параллельно ему попеременно в обе стороны соответственно подъемам уровня на концах водоема.

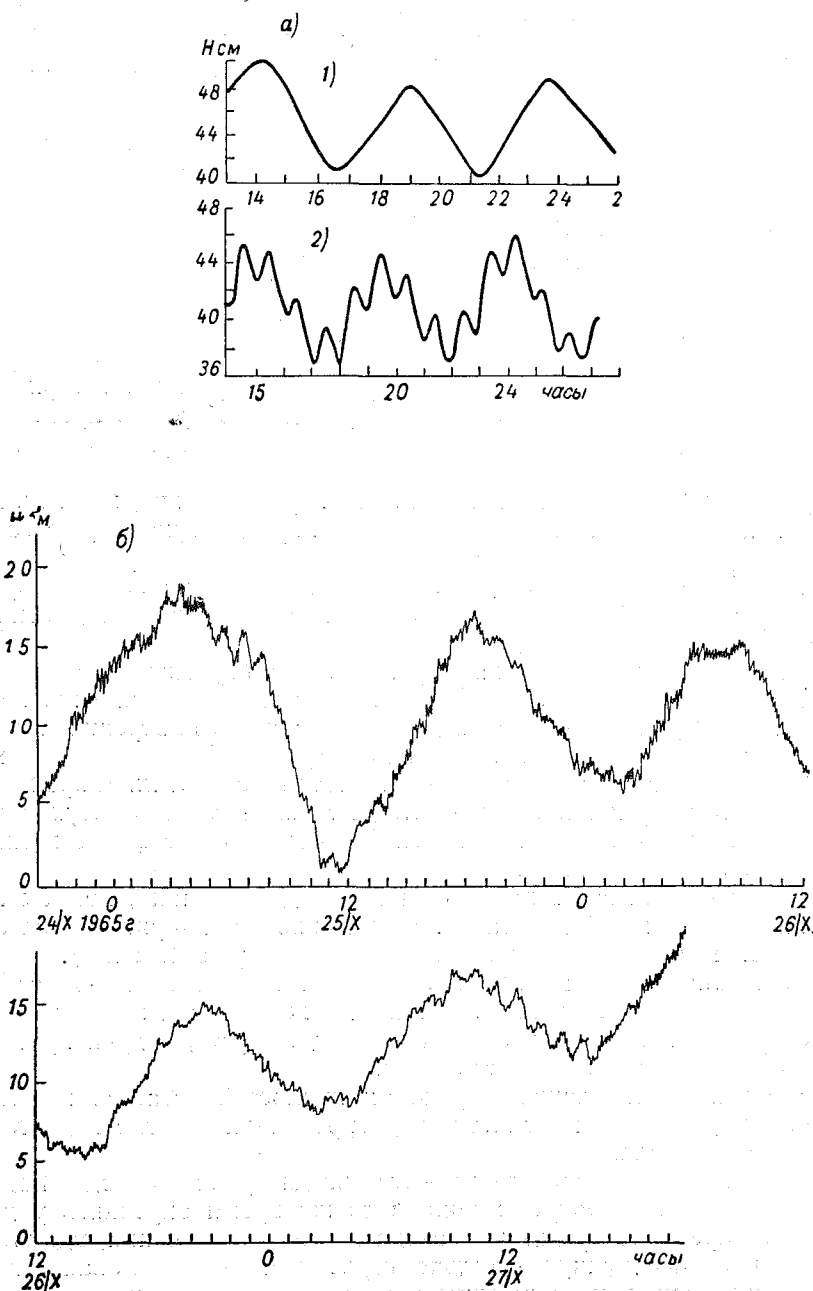


Рис. 4.1. Сейши озер Байкал (а) и Онежского (б) по записям самописцев.
1 — в пос. Лиственничном за 19—20/VI 1959 г., 2 — в Песчаной бухте за 15—16/IV 1950 г.

Двухузловой называют сейшу, имеющую две узловые линии, причем вдоль узловых линий здесь также отсутствуют вертикальные скорости. Зато под вершиной и подошвой волны скорости течения направлены вертикально.

Сейши бывают и многоузловые — три, четыре и более узлов. В литературе есть указания (Hutchinson, 1957) о существовании 16-узловой сейши.

Основными элементами стоячей волны — сейши — являются: период, амплитуда, высота и длина волны.

Период — время, в течение которого масса воды совершает полное колебание.

Амплитуда — максимальное отклонение уровня воды от ее положения в состоянии покоя.

Высота — разность между наивысшей и наименьшей отметками.

Длина волны — расстояние между двумя соседними пучностями.

В своем исследовании «Приливы и родственные им явления в солнечной системе» Д. Г. Дарвин (1923) пишет: «Уже почти три столетия было известно, что вода в Женевском озере может подниматься и падать на несколько дюймов, иногда неправильно, а иногда с большей или меньшей закономерностью; тот же самый род колебаний воды наблюдается и в других главнейших швейцарских озерах. Про эти ложные приливы, названные «сейшами», еще недавно думали, что они наступают только в бурную погоду; теперь же известно, что небольшие сейши происходят почти каждый день».

Форель систематически проводил наблюдения над сейшами с помощью изготовленных им самим специальных приборов — племирамента и лимниметра. Первый прибор фиксировал только период сейш, второй являлся весьма чувствительным мареографом и записывал на ленту как период, так и амплитуду колебаний уровня.

Форель так говорит о проведенных им наблюдениях над уровнем и сложности анализа ряда записанных одновременных волн: «...Все эти колебания нанизаны одно на другое, и перемены уровня, зависящие от них, очень спутаны. Они способны смутить ум, наиболее самоуверенный. Я должен был иметь сильную веру в истинность моей гипотезы, чтоб настаивать на том, что среди этой путаницы перекрещивающихся волн можно найти ритмическое движение; именно это я постараюсь теперь доказать...» Гипотеза, о которой здесь говорится, состоит в том, что сейши представляют собой колебания воды всего озера около неподвижных линий, так же как колышется вода в ванне, попеременно поднимаясь и опускаясь по его краям и оставаясь неподвижной посредине.

Анализ сейш привел Фореля к заключению, что существует два вида колебаний — продольные и поперечные. Такого рода классификация сейш, намеченная Форелем, была обусловлена

объектом его наблюдений — Женевским озером. Последнее имеет длину, во много раз превышающую его ширину. Вытянутая в длину форма озера позволила Форелю установить несколько видов сейш, отличающихся количеством узловых линий и, следовательно, величиной периодов¹.

Поперечные сейши, наблюдаемые Форелем, представляли собой одноузловую сейшу с периодом около 10 мин., с узловой линией, направленной вдоль озера. Изменения ширины и глубины озера приводят к значительным изменениям в продолжительности периода этих поперечных сейш.

Поперечные сейши, наблюдаемые в каком-либо пункте, распространяются вдоль береговой линии и накладываются в других пунктах на местные колебания.

Таким образом, трудно получить из наблюдений ясную картину действительной величины поперечных сейш. Трудности приложения теории к колебаниям объема воды неправильной формы и глубины привели Фореля к мысли построить модель озера. С того времени исследование сейш на модели стало одним из наиболее эффективных методов их изучения.

Амплитуды сейш бывают весьма различными. Упоминается случай, когда в 1600 г. на Женевском озере амплитуда сейши достигала 3—4 футов. С другой стороны, Форель с помощью своих приборов мог измерять сейши, достигающие 1 мм.

Из сказанного очевидно, что, каковы бы ни были причины сейш, они должны весьма заметно различаться по своей силе.

Теоретически мы не устанавливаем минимального периода сейш. Считается, что период их может быть каким угодно. Однако это вряд ли верно, так как стоячие волны, возникающие вследствие отражения поверхностных ветровых волн и зыби от крутых берегов и сооружений, имеют другую природу и другой характер и не должны смешиваться с сейшами. Всегда следует иметь в виду, что период поверхностных волн, даже самых больших, не превышает 20 сек. Период же самых малых сейш все же измеряется минутами. Форель наблюдал такие колебания, во всем схожие с сейшами, но имеющие короткий период. Он называл эти колебания «вибрациями», указав, что они возникают при сильном ветре и особенно при некоторых его направлениях. Период поверхностных ветровых волн на Женевском озере составляет 4—5 сек., в то время как вибрации имели период, изменяющийся от 45 сек. до 4 мин. Форелю не удалось установить, какая часть озера покрывается вибрациями одновременно.

Скорость их распространения также не была установлена непосредственно. Тем не менее Дарвин указывает, что нет оснований сомневаться в том, что волны эти распространяются со ско-

¹ Так, для Женевского озера одноузловая сейша имеет период 73 мин., сейша с двумя узлами — примерно 35 мин., с тремя — 24 мин. и, наконец, четырехузловая сейша — 18 мин.

ростью, соответствующей их длине и глубине водоема. Дарвин указывает также, что зазубрины на мареограммах приливных колебаний уровня являются записью вибраций такого же вида, как и те, что наблюдал Форель.

Форель установил, что совершенно подобные вибрации вызываются пароходами, идущими по озеру.

Сходство между ветровыми и пароходными вибрациями было столь значительным, что вибрации от ветра Форель предпочитал наблюдать ночью, когда движение пароходов прекращалось, а вибрации от пароходов — в штилевую погоду. Вибрации от пароходов, отваливающих от пристани и подходящих к пристани, оказались различными. Когда пароход пристает к пристани, уровень медленно поднимается на 5—8 мм и затем снова падает в течение 20 или 30 сек. Величина подъема и скорость его поднятия и опускания зависят от тоннажа судна и скорости его подхода. Если пароход проходит мимо пристани, на ленте вычерчивается ряд зубцов высотой 2—5 мм с периодом около 2 мин. Эти вибрации остаются видимыми в течение 2—3 час. после того, как пароход уйдет.

Сейши наблюдаются практически во всех озерах, начиная от самых больших, как, например, Байкал, Аральское море и др., и до озер очень малых, как, например, озеро Айсвейхер около Граунштейна, имеющее длину всего 111 м, где наблюдались вполне выраженные сейши (Оболенский, 1920).

При записях уровня на лимниграмме очень редко получается одно гармоническое колебание в чистом виде. Обычно имеет место наложение нескольких колебаний с различной амплитудой и периодами, причем преобладает какое-либо одно колебание.

Чтобы из записей лимниграфа получить главные составляющие сложного колебания, последнее разлагают на составляющие гармоники, определяя таким образом амплитуду и период. Но обычно эта задача сильно осложняется присутствием других, негармонических колебаний, вызванных иными причинами.

Вследствие трения амплитуда сейш со временем уменьшается и колебания затухают. Тем не менее сейши иногда продолжают достаточно длительное время. Так, Форель наблюдал на Женевском озере колебания с одним узлом в течение $7\frac{1}{2}$ суток (148 колебаний). Начальная амплитуда сейши была 169 мм. При 140-м колебании она снизилась до 80 мм, а при последнем колебании появилась сейша уже с двумя узлами. Берг наблюдал на Аральском море сейшу, продолжавшуюся в течение 22 суток. Такой же большой продолжительности наблюдались сейши на озере Байкал. Арсеньева, Давыдов и др. (1963) указывают, что на озере Байкал продолжительность сейши достигала 38 суток.

Явно выраженные «правильные» сейши чаще всего развиваются в глубоководных водоемах, где трение о дно сказывается мало. Кроме трения, «неблагоприятно» на развитие сейш действует также разветвление озер, так как в отдельных частях их развиваются

самостоятельные сейши различных периодов, которые складываются и разрушают друг друга.

Для развития сейш неблагоприятна также расширенная форма озера, так как в таком озере, помимо обычных продольных сейш, будут развиваться еще и поперечные.

Сейши наблюдаются также в бухтах, морских заливах (например, залив Фанди, Св. Лаврентия, в гавани Сиднея и т. п.). Тщательно изучались сейши у берегов Японии. Амплитуда морских сейш в Японии достигает 60 см (Нагасаки), периоды — в пределах от нескольких минут до нескольких часов.

Известны также стоячие волны в проливе Эврипа (Греция). Здесь течение меняет свое направление до 20 раз в сутки. В Алжирской бухте сейши достигают амплитуды до 1 м при периоде 1—3 мин. Испанские гавани Сан-Себастьян и Лос-Сасадеcs знамениты явлениями сейшевого происхождения, изучение которых началось сравнительно недавно, — «тягуном». Такие явления обнаружены теперь во многих гаванях мира. Отличительной особенностью этого феномена являются сильные периодические течения, возникающие при малых изменениях уровня.

Как указывает Оболенский (1920), стоячие колебания (сейши) наблюдаются также и в более обширных частях морей. Так, колебания уровня у о. Мальта в Средиземном море обусловлены, по-видимому, многоузловыми сейшами между Сицилией и Африкой. На южном берегу Сицилии, между Трапани и Сиракузами, часто наблюдаются стоячие колебания, амплитуда которых достигает 1 м, и со дна поднимаются твердые частички, делающие воду красноватой, отчего эти колебания называются «*maggio*» (*maggio* — море красное).

Вот некоторые сведения о сейшах в наших морях.

На Балтийском море наблюдаются сейши высотой 7—8 см с периодом около 20 мин., у Клайпеды — высотой 15 см с периодом 3 часа. На Каспийском море в Баку и Махачкале отмечены сейши высотой около 70 см с периодом 3—4 часа.

На Азовском море отмечены сейши с периодами 6—7 и 23 часа. Наибольшая высота сейши отмечена в Ейске — около 80 см. На Аральском море отмечены сейши с периодами 6—8 и 20—24 часа при амплитуде, доходящей до метра.

На Черном море наблюдаются сейши с периодами от 10 мин. до 2 час., в зависимости от местных условий.

Шокальский (1917) приводит данные о сейше, когда при резком изменении давления на 8 мм уровень в Севастопольской бухте начал колебаться с периодом 50—60 мин. и амплитудой 58 см. Считается, что такая амплитуда для сейши является исключительно большой.

Как указывалось, при появлении сейш происходит колебание всей водной массы. Если вода однородна по плотности, тогда сейши проявляются в попеременном наклоне поверхности воды то в одну, то в другую сторону. Если же вода состоит из несколь-

ких слоев различной плотности, то поверхность раздела воды приходит в колебательное движение, называемое внутренними волнами. Внутренние волны вызываются многими причинами и исследованы довольно подробно.

Внутренние волны, вызываемые сейшами, иногда называют внутренними сейшами. Эти колебания внутренних слоев воды остаются и после того, как поверхностные колебания уровня затихнут. Таким образом, внутренние сейши на поверхности водоема незаметны. Они обнаруживаются по периодическим колебаниям температуры воды на одних и тех же глубинах. На этом основании сейши такого рода иногда называются температурными.

Наиболее отчетливо внутренняя сейша проявляется в слое температурного скачка (на границе термоклина). Внутренние сейши на границе термоклина существуют долгое время. Размеры элементов внутренней сейши значительно превосходят элементы поверхностной сейши. Периоды внутренних сейш отличаются от поверхностных в 100 раз и более. Амплитуда этих сейш достигает 60 м и более, в то время как на поверхности она не превышает десятков сантиметров.

Сейши по большей части не несут в себе какой-либо угрозы имуществу и безопасности населения приморских районов. Исключение составляет явление, носящее название тягуна. Этим термином называют низкочастотные колебания водной массы в гаванях, стаскивающие суда, стоящие на якорях, с мест их стоянок. Сейши с периодом в несколько минут способны до предела натягивать швартовые крупных судов, а малые суда заставляют совершать странные вращательные движения.

Если период волн, вызывающих колебания уровня в гавани, совпадает с периодом ее собственных колебаний, может возникнуть тягун, весьма опасный для судов и причалов, способный рвать даже прочные якорные цепи.

Интересной особенностью сейш является возникновение их и существование под сплошным ледяным покровом. Вот что пишут Соловьев и Шостакович (1926) по этому поводу: «Весь наш материал бесспорно доказывает, что наличие ледяного покрова на озере не мешает проявлению сейш. Сейши на озере Байкал наблюдаются круглый год, и пока не удалось установить какой-либо разницы в этом отношении между свободным от льда озером и озером, покрытым мощным метровым ледяным покровом. Амплитуда сейш (Песчаная бухта) подо льдом часто достигает 11—12 см... Ледяной покров, по-видимому, не влияет на продолжительность периода сейш. Так, средняя продолжительность унио-дальной (одноузловой) сейши для Песчаной бухты получается одна и та же для периодов, когда озеро свободно от льда и когда оно покрыто сплошным ледяным покровом».

Обобщая сказанное, можно заключить, что свободные колебания водной массы — сейши — являются обычным состоянием для любого водоема в каждый момент его существования, и, если

они не всегда заметны, то это лишь следствие малых в преобладающем большинстве случаев амплитуд колебания.

Колебания уровня, вызываемые сейшми, имеют периодический характер, в то время как сила, вызывающая сейши, не является периодической. Этим сейши отличаются от приливов. Эти же соображения позволяют нам рассматривать сейши в монографии, посвященной непериодическим колебаниям уровня.

§ 2. МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ СЕЙШ

Сейши — это свободные колебания, для возбуждения которых необходимы внешние воздействия, затем исчезающие или ослабевающие. В большинстве случаев эти воздействия вначале создают неправильные беспорядочные возмущения, которые при наличии благоприятных условий переходят в правильные стоячие колебания.

Если какая-то причина приводит к накоплению воды в одной части озера, а затем эта причина исчезает, возникает колебательный процесс. Воды озера будут попеременно подниматься и опускаться в обоих концах водоема.

Несомненной причиной, порождающей сейши, является ветер, когда он дует над водоемом в течение значительного времени, не меняя своего направления, и таким образом нагоняет массы воды у одного берега. После стихания ветра вода под действием сил тяжести стремится к равновесному положению, вызывая колебательные движения жидкости в водоеме. В глубоководных водоемах это колебание продолжается длительное время и затухает вследствие действия сил трения.

Распределение атмосферного давления также может являться частой причиной колебаний воды в крупных водоемах, так как его величина в различных частях водоема неодинакова и возможны быстрые его изменения. Изменению давления на 1 мб соответствует изменение уровня примерно на 1 см. Таким образом, резкое изменение давления в различных частях водоема приводит в колебательное движение всю массу воды в нем.

Иногда указывается на шквалы и порывы бури, имеющие местный характер, как на наиболее частую причину, вызывающую сейши. Вряд ли эта причина является наиболее частой, но с тем, что она является, по-видимому, возможной, следует согласиться.

Причиной сейш могут быть и воздушные волны, если направление их совпадает с продольной осью озера, а период соответствует периоду собственных колебаний водоема.

Наконец, землетрясения также могут вызвать сейши в озерах. Так, Лиссабонское землетрясение 1775 г. сопровождалось сейшми в целом ряде швейцарских озер. Следует, впрочем, заметить, что землетрясения — это не столь уж частая причина сейш в озерах.

С сейшми не следует смешивать стоячие волны, которые образуются вследствие отражения зыби или ветровых волн у берегов и портовых сооружений. Волны эти имеют значительную высоту, но период их измеряется секундами (максимум 20 сек.).

Любопытные соображения об энергии сейш приводит В. Н. Оболенский (1920), ссылаясь на Эмдена.

При прямоугольной форме озера, если профиль волны имеет вид синусоиды,

$$E_1 = \frac{1}{4} \rho g \omega a^2, \quad (4.1)$$

где E_1 — энергия сейши, a — наибольшая амплитуда, ω — площадь озера.

При линейном изменении высоты волны от узловой линии к берегам формула принимает вид

$$E_2 = \frac{1}{6} \rho g \omega a^2. \quad (4.2)$$

Для озера эллиптического вида формула принимает следующий вид:

$$E_3 = \frac{1}{16} \rho g \omega a^2. \quad (4.3)$$

Эти формулы были применены Эмденом к Штарнбергскому озеру. Полагая максимальную амплитуду a равной 25 мм, а среднее ее значение равным 12,5 мм, он получил следующие численные значения для энергии сейш (в кГм) для разной формы озера:

	Средние	Максимальные
E_1	2 183 000	8 734 000
E_2	1 456 000	5 823 000
E_3	546 000	2 183 000

Для того чтобы представить себе, сколь незначительна энергия сейши, заметим, что 1 кг угля при сгорании может дать 3 392 000 кГм механической энергии. Таким образом, даже вполне развитые сейши Штарнбергского озера обладают энергией, соответствующей всего лишь $2\frac{1}{2}$ кг угля, а сейши среднего размера — 200 г.

Если подсчитать энергию дождя в одном из концов озера Сидуя, следуя Эмдену (Оболенский, 1920), получается, что такая энергия достаточна для возбуждения сейш на этом озере. Положим, пусть дождь дает слой осадков 1 мм за час, а скорость падения капель пусть будет равна 4,5 м/сек. Тогда за один час озеро получит энергию 44 900 000 кГм. Таким образом, за 10 мин. такого слабого дождя энергия, сообщенная им воде, достаточна для образования сейши. Это показывает, что несимметричное распределение дождя способно вызывать сейши.

Положим теперь, что над одной половиной озера давление повысилось на 0,5 мм. Тогда на эту часть озера давит избыточное

давление 190 000 000 кГ, и, если считать, что уровень в данном случае понизится на 3 мм, то и при этом получается энергия, достаточная для образования средней величины сейш.

Отсюда следует, что нет необходимости в существовании особых причин для образования сейш. Необходимая для их образования энергия столь невелика, что запасы ее в природе существуют повсеместно. Дождь, даже очень слабый, незначительные изменения давления, легкие сотрясения земли, напор умеренной силы ветра и т. д. — все это может быть причиной возникновения сейш. Следует иметь в виду, что здесь нами были рассмотрены усилия для формирования небольших сейш, которые постоянно наблюдаются во многих бассейнах и проявляются в виде зубцов на кривой уровня.

Существенный интерес представляет оценка энергетических возможностей формирования сейш значительной амплитуды.

Как следует из формул (4.1) — (4.3), если положить, что амплитуда сейш должна для тех же условий, для которых Эмден производил расчет, достигнуть 100 см (1000 мм), тогда энергия должна быть большей, чем для рассчитанного им случая с амплитудой сейши 25 мм, в $1000^2/25^2 = 1600$ раз, т. е. более чем в полторы тысячи раз.

Такие условия также не являются чем-то исключительным. Так, ветер вызывает сейши, создавая предварительно деnivelляции уровня (нагон у одного берега и сгон у другого). После того как действие ветра прекратится или он ослабеет, уровень стремится выровняться и занять равновесное состояние. Возникает колебательное движение — сейши. Если перекося уровня — подъем его на одном конце и падение на другом — был значительным, а это бывает не так уж редко, возникает сейша значительной амплитуды. Таким образом, для формирования сейши с амплитудой 1 м достаточно перекося уровня такой же величины.

7. Приливы открытого моря, создавая колебания на водной границе заливов или проливов, также могут создавать иногда сейши со значительной амплитудой. Это происходит, когда период собственных колебаний бассейна совпадает с периодом вынуждающей силы. Возникает явление резонанса, и сейши могут достигать весьма больших размеров.

Часто вызывает недоумение, каким образом при относительно малых перепадах давления на концах водоема и соответствующей им малой разности уровней, возникают значительные сейши.

Этот вопрос был уже рассмотрен в главе I при исследовании штормовых нагонов. Было показано, что, если перемещающееся барическое поле движется над водой со скоростью, равной скорости свободной длинной волны, возникает резонанс. Причиной возникновения иногда аномально высоких сейш может явиться аналогичное явление. Циклон или фронт, двигаясь над водной поверхностью со скоростью, близкой к $\sqrt{gh}$, формирует высокие нагоны у берегов, переходящие затем в сейши с большой амплитудой колебаний уровня.

Большой научный и практический интерес представляют собой причины, вызывающие пологие длинные волны с периодом, превышающим период самой длинной зыби, — «вибрации».

Дарвин дает такое предварительное объяснение явлению вибраций. Подобно тому, как брошенный в стоячую воду камень порождает волны различной длины, любые возмущения уровня вызывают образование целого спектра волн, начиная от самых коротких и кончая самыми длинными. Скорость распространения коротких волн зависит от их длины, в то время как длинные волны распространяются со скоростью $\sqrt{gh}$ и, таким образом, значительно опережают короткие. Кроме того, короткие волны затухают быстрее под действием сил трения. Длинные же волны оказываются более устойчивыми. Поэтому к берегу подходят только длинные волны. Бесконечно длинные волны также движутся со скоростью $\sqrt{gh}$ и, таким образом, приходят вместе с менее длинными...

В литературе (Караушев, 1960; Арсеньева, Давыдов, Дубровина, Конкина, 1963), помимо сейш, выделяют еще сейшеобразные колебания. Предполагается, что, если вынуждающая сила совершенно перестала действовать, образуется сейша. Если же эта сила действовать полностью не перестала или возникла вновь, тогда возникают не сейши, а сейшеобразные колебания. С такими представлениями согласиться трудно по той простой причине, что сейши являются колебаниями, присущими данному бассейну. Величина их будет соответствовать вынуждающей силе. Если ветер не стих полностью, а только ослабел, возникнет сейша, хотя уклон водной поверхности, вызванный ослабленным ветром, будет существовать одновременно с развивающейся сейшей. Если после ослабления ветра усилится и уклон водной поверхности за счет сгонно-нагонных явлений увеличится, все равно образованная уменьшением вынуждающей силы сейша будет существовать, накладываясь на нагонный уровень. Таким образом, в формировании уровня крупного водоема, особенно если он достаточно глубок, всегда будут принимать участие собственные колебания воды — сейши. Только амплитуда их будет различной и процесс затухания неодинаков по продолжительности. Сейши в чистом виде при полном безветрии, постоянстве атмосферного давления и прочих идеализированных условиях практически не могут осуществляться. Всегда будут иметь место причины, искажающие «чистую» картину сейш.

Колебания уровня в любом пункте любого водоема будут представлять собой сложные колебания, в формировании которых участвует много факторов, и в том числе собственные колебания бассейна, вызванные какой-либо причиной. В зависимости от того, какой фактор преобладает, мы относим наблюдаемые колебания к тому или иному типу. Когда воздействия ветра и атмосферного давления малы и собственные колебания уровня, вызванные какой-либо причиной, выступают более отчетливо, доминируют над остальными, тогда обычно идет речь о сейшах. Когда же ветер силен

и способен поддерживать значительные уклоны или к берегу подходит длинная волна, сформированная идущими циклонами, тогда, несмотря на присутствие сейши, говорят либо о сгонно-нагонных уровнях, либо о штормовом нагоне.

§ 3. ВЛИЯНИЕ СЕЙШ НА РЕЖИМ ОЗЕР

Сейши, приводящие в движение всю массу воды водоема, не могут не влиять на гидрологический режим. Основным механизмом, с помощью которого сейши влияют на гидрологический режим водоема, являются течения. Последние, естественно, имеют периодический характер, соответствующий периоду сейш. Скорости сейшевых течений достигают в некоторых случаях значительных величин. Так, в статье Тихомирова (1958) указывается, что скорость течения, вызванного сейшами в Якимварском заливе Ладожского озера, достигала 78 см/сек. при среднем значении 55 см/сек.

Еще более значительное влияние на гидрологический режим имеют внутренние сейши с их обычно большой амплитудой. В литературе имеются данные (Арсеньева, Давыдов и др., 1963) о смещении сейшами глубоководных холодных слоев воды на десятки километров. Внутренними сейшами объяснены колебания содержания планктона, кислорода и др. Внутренние сейши также существенно влияют на обмен веществ в водоеме.

В работе Арсеньевой, Давыдова, Дубровиной, Конкиной (1963) приведены интересные сведения о влиянии сейш на ледяной покров. Отмечая значительные скорости сейшевых течений, указывается, что под влиянием ритмических течений попеременно то в одну, то в другую сторону в прибрежной зоне и в проливах в мягкие зимы ледяной покров отсутствует иногда полностью, иногда частично. В суровые зимы эти проливы покрываются льдом, но толщина его значительно меньше, чем в открытой части озера. Пролиты освобождаются ото льда раньше, так как сейшевые колебания вызывают более раннее разрушение льда.

Самое сильное течение в Большом Медвежьем озере (Канада), зарегистрированное Порсильдом (Porsild, 1932), было обнаружено в юго-восточном углу озера в заливе Конджурор. Южный вход в этот залив имеет ширину 360—450 м и глубину несколько морских сажен.

В узком входе в залив движение воды походило на речной поток, движущийся со скоростью 1,8—2,7 м/сек. Обратное течение имело меньшие скорости. В этом заливе ледяной покров не формировался даже в самые суровые зимы.

Такого рода движения водных масс сейшевого происхождения неоднократно наблюдались в различных озерах у побережий, в заливах и проливах. Эти явления неизбежно должны приводить к перемешиванию и выравниванию по вертикали температуры, солености, а также содержания кислорода и растворенных веществ.

Естественно предположить, что сейшевые течения, возникающие в открытых частях водоема, не имеют столь больших скоростей, какие были указаны выше для проливов и береговой полосы.

Но ввиду того, что сейшевые течения пронизывают всю толщу вод водоема, через каждое сечение проходят большие объемы воды попеременно то в одну, то в другую сторону, условия перемешивания вод и относительного выравнивания температур, солености и растворенных и взвешенных частиц в этом случае также должны иметь место.

Течения, вызываемые сейшми, в некоторых случаях оказывают существенное влияние на форму отдельных участков берега. Так, Л. С. Берг (1908) указывает, что сильное сейшевое течение, превышающее 1,3 м/сек., в протоке, соединяющей небольшую лагуну с заливом Б. Сары-Чиганак, не дает отделиться этой лагуне от моря и превратиться в озеро. Такого же рода явления наблюдаются на озере Эри, где течения, вызванные 60-минутными сейшми, предохраняют лагуны на западном берегу озера от заиления.

Существенно влияние сейш на гидробиологический режим водоемов. В работе Фиша (Fish, 1957) приведены данные по этому вопросу на основании наблюдений за 1950—1955 гг. над температурой, содержанием растворенного кислорода, содержанием фитопланктона в единице массы воды на различных глубинах. Помимо сезонных колебаний гидрологических элементов, Фиш обнаружил еще периодические колебания температуры и содержания кислорода в открытом озере. Период этих колебаний равнялся приблизительно 40 суткам. Фиш полагает, что причиной этих колебаний являются внутренние сейши.

Несмотря на малые годовые колебания температур в озере Виктория (около 2° С), в теплую половину года (сентябрь—апрель) Фиш наблюдал отчетливо выраженную стратификацию. В холодный период наблюдалась гомотермия во всех частях озера как результат перемешивания его вод. Однако в январе 1953 г. Фишем была зарегистрирована гомотермия, что, по его мнению, не явилось результатом перемешивания вод, а представляло результат оттока холодной воды в районе станции наблюдения и замещения ее теплой водой. Холодная вода в месте наблюдения появилась вновь в феврале. Иными словами, колебания температуры в месте наблюдения были вызваны внутренними сейшми.

Период колебаний, наблюденный и вычисленный Фишем, составляет 40 суток.

Колебания объемов растворенного в воде кислорода Фиш также объясняет внутренними сейшми. Хорошее насыщение воды кислородом должно наблюдаться, когда различия в температуре между верхними и нижними слоями наименьшие. Водные массы в это время неустойчивы и хорошо перемешиваются. В период стратификации поступление кислорода в глубинные слои затруднено, хотя потребление его в придонных слоях происходит интенсивно.

В период внутренних сейш на фоне общего понижения содержания кислорода в глубинных слоях озера Виктория временами происходило повышение концентрации кислорода, повторяющееся периодически через интервалы порядка 40 суток. Фиш объясняет это явление притоком более теплых поверхностных вод, богатых кислородом, на место отступивших холодных вод с меньшим содержанием кислорода.

Причиной возникновения этой внутренней сейши Фиш считает большой нагон, вызванный очень сильным ветром, дувшим 17—21/XI 1953 г. Нагон прекратился и привел к образованию температурной сейши.

31/VII 1953 г. у Энтеббе был замечен замор некоторых видов рыб. Это обстоятельство Фиш объяснил поступлением глубинных холодных вод из центральной части озера в результате внутренней сейши.

Внутренние сейши оказывают влияние на обмен веществ в озере. Движение слоев воды воздействует непосредственно на скорость переноса растворенных веществ и взвешенных частиц в воде.

Термические сейши усиливают обмен веществ между прибрежными и открытыми районами озера. Кроме того, движение может вызвать в глубинных слоях турбулентную диффузию, обеспечивающую вертикальный перенос растворенных питательных веществ из придонного слоя (поверхности ила).

§ 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД И ПЕРИОДОВ СЕЙШ ПО МАТЕРИАЛАМ НАБЛЮДЕНИЙ

В настоящее время практически повсеместно наблюдения над уровнем производятся с помощью различного вида самописцев. Результатом наблюдений обычно является лента с записанной на ней кривой колебаний уровня. Такая запись отражает все колебания, которые происходили в водоеме за время записи, в том числе и сейши различного происхождения и периодов.

Прежде чем приступить к обработке лент, следует одним из наиболее простых методов определить положение узловых линий основных сейш озера, с тем чтобы иметь представление о положении водомерного поста относительно этих узловых линий. В случае близости лимниграфа к узловой линии он отмечать сейши не будет. Л. К. Давыдов (Арсеньева и др., 1963) приводит такой пример. На озере Севан лимниграф, установленный в бухте Глаголь, не показывал существования одноузловой сейши, в то время как прибор, установленный в северо-западной части озера, отчетливо регистрировал одноузловую сейшу с периодом 125 мин. и амплитудой 25 см. Как оказалось, лимниграф, установленный в бухте Глаголь, был расположен примерно на узловой линии этой сейши. С другой стороны, этот же прибор отчетливо фиксировал сейши с периодами 30 и 57 мин. Последние представляли собой продольную двухузловую и поперечную одноузловую сейши.

При анализе лимниграмм следует учитывать очертание берегов, где расположены лимниграфы. В замкнутых бухтах и заливах, сообщение которых с основным бассейном затруднено, наблюдается интерференция между местными сейшми и сейшми всего водоема в целом.

В действительности картина колебаний уровня бывает довольно сложной и обработка лент лимниграфа представляет собой вовсе не простую операцию.

Задача состоит в том, чтобы сложную периодическую кривую разложить на составляющие гармонические кривые. Задача эта усложняется еще и тем, что составляющие периодические колебания являются не только периодическими, но и затухающими.

В настоящее время существует ряд приборов, разлагающих сложную кривую на составляющие простые периодические функции. Однако эти приборы весьма сложны и дороги и требуют квалифицированного технического персонала для обслуживания, в связи с чем они имеются только у немногих крупных научных учреждений.

Обработка лент является не только сложной, но громоздкой, кропотливой и очень трудоемкой операцией. Обычно решается сразу несколько задач: определяются виды сейш (число узлов, продольных и поперечных), рассчитываются периоды и амплитуды колебания.

Если данные на ленте просты, что бывает не часто, решение этих задач не требует применения ни приборов, ни сложных аналитических методов. Последние разработаны весьма детально, но не лишены при этом существенного недостатка — огромных затрат труда и неприспособленности к анализу массовой информации, скопляющейся вследствие непрерывной работы самописцев.

При четком изображении сейш на ленте способ определения периода предельно прост. Избирается часть ленты, где сейши записаны наиболее отчетливо (иногда на одной ленте, а иногда на нескольких). Определяется промежуток времени t между первым и последним максимумами или минимумами. По ленте определяется число волн N , записанных за этот промежуток, после чего определяется период T — делением отрезка времени t на N :

$$T = \frac{t}{N}.$$

Такие расчеты повторяются несколько раз. Достоверные результаты получаются только в том случае, если запись на ленте носит простой характер и не представляет собой интерференцию сейш.

Если же запись колебаний уровня представляет собой результат наложения одно на другое различных колебаний, периодичность которых непосредственно на кривой не выражена ясно, тогда приходится прибегать к методам определения колебаний неизвестных для нас периодов с помощью специальных методов.

Вопрос этот относится к хорошо разработанному в математике разделу — выявлению скрытых периодичностей. Теория его, начало которой восходит к XVIII веку, сейчас бурно развивается на основе исследований случайных стационарных процессов. Таким образом, возникла возможность объединить в рамках единой концепции ряд известных ранее приемов выделения скрытых периодичностей и выдвинуть новые эффективные методы. Работы такого рода, обобщающие опыт исследований в упомянутой области, сейчас появились. Интересующихся этим вопросом отсылаем к обстоятельной работе Серебренникова и Первозванского (1965).

В последующем изложении методов обработки лимниграфных лент с целью выделения периодов колебаний уровня нами отдано предпочтение старым способам: методу Бюи-Балло и периодограмм-анализу Шустера. Это вызвано следующими соображениями: способы эти для гидрологии являются традиционными, они позволяют вести также и ручную обработку, что во многих случаях является немаловажным; кроме того, в современных работах способы эти приводятся в числе методов, отнюдь не потерявших своего значения.

Следует заметить также, что более современные и более перспективные спектральные методы применительно к данной задаче все еще находятся в состоянии становления и развития. Так, например, в цитированной уже монографии Серебренникова и Первозванского по поводу спектральных методов выявления скрытой периодичности говорится следующее: «...Вопрос об установлении критериев различия гармонических (или узкополосных) и широкополосных процессов по оценкам спектральной плотности в настоящее время не может считаться решенным и требует дальнейшего исследования...».

В обобщенном представлении в виде указаний по обработке опытного числового материала, обнаруживающего периодический характер явления, такие методы были сформулированы в середине прошлого века Бюи-Балло (Варзар, 1934).

Основные положения Бюи-Балло сводятся к следующему:

«I. Если имеется ряд чисел, повторяющих периодически свои значения через каждые n членов, и если этот ряд чисел разместить в таблицу строками по n чисел так, чтобы первая строка содержала числа от первого до n -го, вторая строка — от $(n + 1)$ -го до $2n$ -го, третья — от $(2n + 1)$ -го до $3n$ -го и т. д., то суммирование строк по столбцам дает ряд чисел, обладающих тем же, что и первоначальные члены, характером изменений (например, ряд 0, 1, 2, 1; 0, 1, 2, 1; 0, 1, 2, 1, ... имеет в периоде 4 члена. При написании его строками по 4 члена дает суммы: при трех строках 0, 3, 6, 3, при четырех строках — 0, 4, 8, 4 и т. д. При увеличении числа строк будут получаться суммы, кратные 0, 1, 2, 1).

II. Если, однако, при размещении чисел в строки выбрать длину строк, отличающуюся от длины периода, разместив, например, в первую строку $n + 1$ член, во вторую строку — числа с $(n + 2)$ -го по $(2n + 2)$ и т. д., то при суммировании этих строк по столбцам

характер переменности чисел нарушается и притом тем значительнее, чем большее число членов ряда (строк) выписывается и чем вообще сильнее произведенный сдвиг, т. е. несовпадение длины строки с длиной периода. Так, размещая те же приведенные выше числа в строки по 5 членов и суммируя числа, скажем, например, для трех строк: 0, 1, 2, 1, 0; 1, 2, 1, 0, 1 и 2, 1, 0, 1, 2, получим ряд 3, 4, 3, 2, 3, не напоминающий собою закон изменяемости ряда первоначальных чисел.

III. Если исследуемый ряд чисел является результатом совмещения числовых рядов нескольких различных периодов, то выбором определенной длины строки и суммированием по столбцам выделяется в большей или меньшей мере влияние чисел одного периода, ближе совпадающего по длине с длиной строки.

IV. Если длина строки (испытательный период) выбрана меньше действительной длины периода ряда чисел одной из периодичностей, то суммирование столбцов при прибавлении новых дальнейших строк передвигает места числовых максимумов вперед—направо; при строках же излишне длинных места тех же максимумов тем же добавлением строк перемещаются влево и притом с тем большей быстротой, чем крупнее различие между длиной строки и длиной периода».

Высказанные Бюи-Балло положения допускают и математическую интерпретацию, которую мы не приводим. Интересующиеся этим вопросом могут подробнее с ним ознакомиться в статье Саткевича (1934).

В настоящее время использование метода Бюи-Балло даже в полном его виде можно рекомендовать только для предварительных расчетов. Определение скрытых периодичностей сейчас представляет собой один из развивающихся разделов математики.

В геофизических исследованиях широкое распространение получил метод Шустера, опирающийся на свойства первообразной от периодической функции. По методу Шустера определяются сразу фаза и амплитуда составляющих колебаний. Метод пригоден для счета на электронно-вычислительной машине. Такая попытка использования метода Шустера с применением ЭВМ была произведена Н. Е. Вольцингером, И. В. Максимовым, Р. В. Пясковским и Н. А. Хаминовым (1966) для изучения внутренней структуры природных климатических рядов.

Метод Шустера отвечает на два вопроса. Он позволяет определить амплитуды и периоды составляющих колебаний, а также оценить реальность существования полученных периодов.

Технически метод довольно сложен, в том смысле, что при ручном счете он требует выполнения многих трудоемких операций. Этим, видимо, и объяснялась ограниченность его применения для анализа гидрометеорологических наблюдений.

В настоящее время эти ограничения можно считать аннулированными, так как электронно-вычислительные машины привели к переоценке возможностей многих методов, в том числе и метода

Шустера. Уже теперь имеются готовые программы для периодограммализа по методу Шустера, и естественно, что замена им менее эффективных методов должна будет производиться повсеместно и во все более увеличивающемся масштабе.

Основные положения метода. Периодограммой называют кривую, по которой по оси абсцисс откладываются периоды, а по оси ординат — соответствующие этим периодам амплитуды.

Пусть имеется функция $y=f(t)$, заданная в некоторых пределах или в виде кривой, или в виде равноотстоящих значений $y_1, y_2, y_3, \dots$

Эту функцию можно представить в виде ряда Фурье

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos kt + b_1 \sin kt + a_2 \cos 2kt + b_2 \sin 2kt. \quad (4.4)$$

Здесь a_0 есть среднее из всех данных значений y_i ; $k=2\pi/T$; T — число наблюдаемых моментов, для которых даны значения $y=f(t)$.

Этот ряд приводится к другому путем подстановки:

$$\begin{aligned} a_1 &= A_1 \sin \varphi_1, & a_2 &= A_2 \sin \varphi_2, \\ b_1 &= A_1 \cos \varphi_1, & b_2 &= A_2 \cos \varphi_2. \end{aligned}$$

Подстановка приводит к ряду

$$y = f(t) = a_0 A_1 \sin(kt + \varphi_1) + A_2 \sin(2kt + \varphi_2). \quad (4.5)$$

Изображение искомой функции будет тем более точным, чем больше точек имеется в исследуемом интервале. С увеличением числа данных возрастает число слагаемых и, следовательно, число входящих кратных периодов. Этот ряд представляет функцию только в тех пределах, в которых даны ее значения. Вне этих пределов он значений функции не дает. Вне пределов этого ряда значения исследуемой величины y будут повторяться и реального значения иметь не будут.

В то же время для изучения явления и его возможного прогноза нам нужно знать действительные периоды, реально существующие, а не воображаемые.

Таким образом, исследуемую функцию было бы необходимо представить вместо (4.4) и (4.5) в следующем виде:

$$y = f(t) a_0 + r_1 \sin(k_1 t + \theta_1) + r_2 \sin(k_2 t + \theta_2) + \dots + \varphi(t). \quad (4.6)$$

Здесь $k_1=2\pi/s_1$, $k_2=2\pi/s_2$, где s_1 и s_2 — действительные периоды, r_1 и r_2 — их амплитуды, θ_1 и θ_2 — соответствующие фазы, а $\varphi(t)$ — некоторая неизвестная ограниченная непериодическая функция, представляющая значения случайных влияний.

Этот последний ряд во взятых пределах будет менее точно выражать заданную нами рядом чисел функцию, так как остаточный член останется неизвестным. Но зато, поскольку входящие в него периоды являются действительными, можно составить представление, как функция будет вести себя за пределами промежутка, освещенного данными наблюдений.

Для определения истинных периодов $s_1, s_2, \dots$ строим периодограмму, находя для этого амплитуды пробных периодов.

Если существуют какие-либо соображения о периоде существующих процессов, производят вначале испытания этого периода, расширяя пределы исследования в зависимости от имеющихся данных.

Если нет никаких указаний о существующей в природе периодичности явления, устанавливается какой-либо интервал сообразно с количеством материала, т. е. решается вопрос о поисках тех или иных периодов в зависимости от поставленной задачи, расширяя последовательно ряд исследуемых периодов.

Вопрос о том, как часто необходимо брать исследуемые периоды, решается исходя из следующих соображений. Желательно, чтобы периоды, по которым будет строиться периодограмма, были независимы друг от друга. Из теории колебаний известно, что волны могут считаться независимыми одна от другой, когда на конце наблюдаемого интервала их фазы расходятся на $1/4$ волны. Шустер рекомендует брать периоды как можно чаще, но соблюдая условия независимости коэффициентов a_1 и b_1 для соседних периодов. Это условие соблюдается при следующем неравенстве:

$$kT - k_1T > 90^\circ. \quad (4.7)$$

Подставляя вместо k и k_1 их значения в неравенство, получим

$$\frac{2\pi T}{s} - \frac{2\pi T}{s_1} > \frac{2\pi}{4},$$

или

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s_1} > \frac{1}{4T}. \quad (4.8)$$

Здесь T — весь интервал наблюдений, s и s_1 — пробные периоды.

Пусть испытывается некоторый период, равный по величине s . Делим весь ряд наблюдений на отрезки s_1 , пока в остатке не окажется величина меньше s . Эту последнюю отбрасываем. Затем составляем таблицу, в каждой строке которой содержится s величин (чисел):

$$\begin{array}{cccccccc} y_1 & . & . & . & . & . & . & y_2 & . & . & . & . & . & . & y_s \\ y_{s+1} & . & . & . & . & . & . & y_{s+2} & . & . & . & . & . & . & y_{2s} \\ y_{(m-1)(s+1)} & . & . & . & . & . & . & y_{(m-1)(s+2)} & . & . & . & . & . & . & y_{ms} \\ \hline Y_1 & . & . & . & . & . & . & Y_2 & . & . & . & . & . & . & Y_s \end{array}$$

Получив суммы столбцов $Y_1, Y_2, \dots, Y_s$, находим значения коэффициентов первых членов ряда Фурье a_1 и b_1 по следующим формулам:

$$\frac{sa_1}{2} \sum_{t_1}^{t=s} Y_t \cos kt, \quad (4.9)$$

$$\frac{sb_1}{2} \sum_{t_1}^{t=s} Y_t \sin kt. \quad (4.10)$$

Здесь $k=2\pi t/s$, где t принимает последовательные значения от 1 до s (номера столбцов), Y_t принимает последовательные значения от Y_1 до Y_s (суммы столбцов таблицы).

Величины амплитуды и фазы для периода s определяются по формулам:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a_1}{b_1}, \quad (4.11)$$

$$r = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}. \quad (4.12)$$

Таким же образом обрабатывается каждая таблица для подлежащего испытанию нового периода.

Суммарные ряды для различных периодов заключают в себе неравное число строк. Поэтому для сравнения амплитуд их нужно привести к одному периоду (одному числу строк). Для этого полученные амплитуды делим на число строк в таблице, по которой эта амплитуда была определена, после чего по полученным значениям приведенных амплитуд строится периодограмма.

Периодограмма дает представление о закономерностях, отображенных материалами наблюдений, а пики максимумов указывают на возможную периодичность.

При определенных соотношениях действительного и принятого нами периодов возникают ложные максимумы, которые с использованием для расчетов большего числа наблюдений исчезают, в то время как действительный период останется неизменным. Эти максимумы возникают, когда

$$s_1 = s \left(1 \pm \frac{1.43}{n} \right), \quad (4.13)$$

где n — число вошедших в расчет периодов.

Критерий для отделения истинных периодов от ложных. Идея Шустера при разработке его метода распознавания истинных периодов и их отличий от ложных заключается в том, что случайные величины, будучи разбиты на периоды, при составлении суммарных рядов не будут давать совпадающие результаты, хотя для каждого из таких периодов мы будем получать какую-то амплитуду. Эти амплитуды будут являться случайными и колебаться около некоторого среднего значения. Большие отклонения будут исключениями, и с увеличением ряда эти средние значения будут уменьшаться.

Представляется существенным определить в зависимости от параметров такого рода среднюю случайную амплитуду, ее математическое ожидание.

Тогда при исследовании любого ряда, находя математическое ожидание амплитуды в предположении, что этот ряд состоит из случайных величин, мы можем, сопоставляя полученную амплитуду с величиной амплитуды случайного ряда, вынести заключение о су-

уществовании или, наоборот, об отсутствии какой-либо закономерности в исследуемом нами ряду.

Чем больше амплитуда ряда превышает математическое ожидание амплитуды случайного ряда, тем больше оснований ожидать существования закономерности в данном ряду.

Шустер полагает, что четырехкратное превышение математического ожидания амплитуды случайного ряда, соответствующее одному случаю на 300 000, указывает, что в этом случае есть все разумные основания полагать, что в исследуемом ряду существует определенная закономерность.

Для вывода критерия при отделении случайных периодов от истинных Шустер основывается на положениях, высказанных Релеем в его работе «О равнодействующей большого числа колебаний одинаковой амплитуды и произвольной фазы». Эти положения приведены в работе Варзар (1934).

Не повторяя выкладки, приведем расчетные формулы, заимствуя их из упомянутого источника.

Пусть имеется ряд чисел, дающий нам частоту некоторого события, которое мы можем считать случайным. При этом события не зависят друг от друга и за промежуток времени T они появились n раз. Исследуем возможность существования в этом ряду периода s .

За единицу измерения амплитуды принимается средняя частота события

$$a_0 = \frac{n}{T}.$$

Относительная амплитуда ρ будет равна

$$\rho = \frac{r}{a_0}.$$

Математическое ожидание амплитуды ρ (обозначим его ϵ) будет

$$\epsilon = \frac{n}{2} \int_0^{\infty} \rho e^{-\frac{\pi \rho^2}{4}} \rho d\rho = \sqrt{\frac{\pi}{n}} = \frac{1,77}{\sqrt{n}}. \quad (4.14)$$

Математическое ожидание для ρ^2 (обозначим его E) будет

$$E = \frac{n}{2} \int_0^{\infty} \rho^2 e^{-\frac{\pi \rho^2}{4}} \rho d\rho = \frac{4}{n}. \quad (4.15)$$

Вероятность, что ρ в k раз больше ϵ , равна $e^{-\frac{\pi}{4} k^2}$.

Вероятность, что ρ^2 в k раз больше E , равна e^{-k} .

Таким образом, когда в данном ряду мы отыскиваем периодичность в появлении какого-либо события, задача сводится

к определению математического ожидания $\varepsilon = \sqrt{\pi/n}$ для случайной амплитуды. По построенной периодограмме затем намечаются величины возможных периодов, после чего для этих периодов находятся относительные амплитуды. Сравнивая относительные амплитуды с полученным значением ε_1 и в зависимости от вероятности, которой мы считаем возможным ограничиться, определяем истинность периода.

Существуют также ряды другого рода. К ним в большинстве случаев относятся ряды гидрологических и метеорологических элементов, наблюдаемые через определенные интервалы.

В такого рода рядах, представляющих собой отклонения некоторой исследуемой величины от ее среднего значения, следует искать периодичность в отклонениях. Полагаем, что эти отклонения произвольны и не зависят одно от другого. Тогда математическое ожидание амплитуды найдется по формуле

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sqrt{\pi \sum_{i=1}^{i=n} y_i^2}. \quad (4.16)$$

а математическое ожидание квадрата амплитуды определится по формуле

$$E = \frac{\pi}{n^2} \sum_{i=1}^{i=n} y_i^2. \quad (4.17)$$

Здесь y — отклонения от средней величины ряда, n — число членов ряда.

Вероятность, что амплитуда r_1 в k раз больше ε , есть, как и в предыдущем случае, $e^{-\frac{\pi}{4} k^2}$, а что r^2 в k раз больше E , есть e^{-k} .

Предложенный выше способ нахождения ε и E пригоден лишь в случаях, когда величины данного ряда полностью независимы один от другого.

Это условие наблюдается далеко не всегда, в связи с чем Шустер предлагает находить эту величину опытным путем, беря в первом приближении среднее из всех амплитуд. Понятно, что чем больше будет взято амплитуд, тем ближе среднее из них подойдет к теоретической величине.

При исследовании рядов второго рода, как их называет Шустер, он предлагает два способа отделения истинных периодов от случайных. Первый способ заключается в составлении периодограммы и применении к намечающимся периодам предложенного им критерия вероятности. ε берется как среднее из всех амплитуд, так как независимость членов ряда один от другого установить трудно.

Если необходима проверка какого-нибудь одного найденного тем или иным способом периода, предлагается иной метод, не требующий составления периодограммы.

Пусть имеется ряд из n величин и найденный период составляет s .

Весь ряд расположенных по s величин в строке сводится в таблицу, которая делится на несколько групп, содержащих каждая одинаковое число строк. Вычисляется амплитуда по первой группе таблицы, содержащей, скажем, m строк. Затем определяется амплитуда уже для 1 и 2-й групп, содержащих $2m$ строк, затем для 1, 2 и 3-й групп вместе, содержащих $3m$ строк, и т. д. Если период истинный, то полученные амплитуды после приведения их к одному периоду должны быть равны одна другой независимо от числа групп, вошедших в таблицу для их определения. Если же полученная амплитуда является случайной, то, как видно из выражения для ε , таковая должна убывать пропорционально корням квадратным из числа вошедших величин, т. е. эти амплитуды будут относиться как $1/\sqrt{2}$; $1/\sqrt{3}$ и т. д.

Способ этот неудобен, если требуется проверить несколько наметившихся периодов, так как связан с большим объемом вычислений.

Следует заметить также, что при существовании других периодов, амплитуды которых значительны в сравнении с искомой, способ этот не всегда приводит к успеху.

Метод Шустера принадлежит к достаточно обоснованным и объективным методам отыскания скрытой периодичности. Большое его преимущество заключается в том, что вычисляемая периодограмма указывает сразу на возможные периоды. Если в исследуемом ряду величин период существует, он обязательно обнаружится. Результаты будут тем точнее, чем большее число наблюдений содержится в исследуемом ряду. При малом числе наблюдений метод обнаруживает недостаточность данных ряда.

При применении критерия вероятности имеет место некоторый субъективизм в выборе числа амплитуд и в определении достаточности превышения ε . Рекомендованное Шустером четырехкратное превышение не всегда достижимо, так как требует громадного числа данных, особенно при малых амплитудах.

§ 5. ТЯГУН

Задолго до того, как Форель написал, что в море существуют «морские вибрации», отличные от сейш, — волны небольшой амплитуды с периодами, измеряемыми минутами, — в некоторых пунктах многих континентов существовало загадочное явление, создающее условия очень беспокойной стоянки судов в полностью укрытых от волн и зыби портах.

Явление это представляло собой периодическое движение масс воды в гавани, направленное то в одну, то в другую сторону, причем суда, стоящие на якорях и у причалов, совершали ритмические движения в такт движениям воды и зачастую срывались с якорей, обрывали швартовы, вырывали причальные тумбы, разбивали свои

борта о стенки причалов и друг о друга, разрушая временами и сами причалы.

На Черном море это явление получило название «тягун»; в зарубежной литературе встречаются названия «surf beats», что относится к причинам, вызывающим тягун, и может быть переведено как «прибойные колебания» или «прибойные биения»; встречается также слово «gange», которое можно перевести как «размах».

Во время тягуна в Батумском порту прекращают посадку и высадку пассажиров, а судно выводят на рейд, так как стоянка его у стенки делается опасной. В нефтяной гавани Батумского порта наблюдались случаи, когда крупнотоннажное судно, пришвартованное к стенке, в момент тягуна колебалось с амплитудой, достигавшей 4 м, что приводило к обрыву швартовых. После закрепления судна на усиленные швартовы и цепи были вырваны причальные тумбы (Тишкин, 1964).

В порту Кейптаун во время тягуна судно водоизмещением 14 200 т получило серьезные повреждения борта. В Мадрасском порту тягун оказывается столь опасным, что суда, стоящие там, часто теряют швартовы и получают повреждения (Wilson, 1954).

Первые наблюдения над тягуном были выполнены Стивенсоном в 1884 г. Наблюдениями было установлено, что тягуну всегда сопутствует зыбь на подходах к порту, и на этом основании Стивенсон выдвинул гипотезу о перестройке волн зыби в одиночные волны, перемещающие значительные количества воды, в результате чего в гавани создается нагон и образуется сточное компенсационное течение. Приток и отток воды из гавани, действуя попеременно, могут вызвать раскачивание всей ее водной массы, в результате чего и возникает тягун.

Гипотеза не объясняла, каким образом одиночные волны, образовавшиеся из зыби, перестраиваются в волны более долгого периода, без которых тягун не образуется.

Несложные подсчеты показывают, что количество воды, приносимое в гавань волнами, ничтожно и не может создать сколько-нибудь заметных изменений в динамике несравненно большей массы воды в гавани. Периодические течения, наблюдаемые во время волнения во входах в гавани, обычно имеют период образующих их волн и по своим масштабам ничтожны по сравнению с теми силами, которые возникают при тягуне.

Гипотеза Стивенсона была вскоре отвергнута, хотя она находилась на верном пути и в общем правильно связывала тягун с наличием зыби и ее перестройкой в одиночные волны.

В последующие годы многими учеными было принято объяснение тягуна как следствия резонанса, вызывающего собственные колебания воды в гавани — сейши. Причиной, вызывающей резонансные явления в гавани, является долгопериодная зыбь с периодами, измеряемыми минутами, возникающая обычно вместе с обыкновенной зыбью короткого периода и носящая иногда название «предвестник зыби».

Эта гипотеза удовлетворительно объясняла механизм действия тягуна и не противоречила наблюдаемым и экспериментальным данным.

Единственным затруднением являлось выяснение причин формирования длиннопериодных колебаний. Колебания эти имеют период от нескольких десятков секунд до нескольких минут, а иногда и десятков минут. Высота их обычно измеряется сантиметрами. Их часто называют длиннопериодными волнами — термином, совершенно неопределенным, так как к длиннопериодным волнам можно отнести все, что не укладывается в пределы периодов ветровых волн и зыби. Более точным и определенным будет термин «длиннопериодная зыбь», так как эти колебания чаще всего связывают с появлением зыби, хотя, по-видимому, зыбь не единственный источник этих колебаний.

В отношении причин формирования длиннопериодной зыби нам кажутся справедливыми соображения Д. Г. Дарвина (1923), указавшего, что всякое возмущение порождает систему волн различной длины, и потому наряду со штормовыми волнами и зыбью должны существовать также значительно более длинные волны.

Вильсон (Wilson, 1954) объяснил возникновение длиннопериодной зыби влиянием на воды моря синоптических процессов, протекающих над ним.

В одной из предложенных им гипотез он связывает появление длиннопериодной зыби с перемещениями над водной поверхностью барических формаций, сопровождаемых атмосферными фронтами. Перепады давления во фронтовой зоне барических формаций при одновременном действии ветра вызывают появление спектра волн, в том числе и длиннопериодной зыби.

Другим механизмом, способным вызвать длиннопериодную зыбь, являются депрессии, которые вследствие пониженного давления в центре формируют водяной купол. Замедление или прекращение перемещения депрессий может вызвать систему волн, расходящихся от центра депрессии радиально во все стороны.

После обсуждения этого вопроса Дарвином нет надобности подробно анализировать гипотезы происхождения длинных волн Вильсона. Обе причины, выдвинутые им, — это возмущения водной среды, и в обоих случаях может образоваться длиннопериодная зыбь. Кроме указанных им, могут быть еще десятки различных причин, которые также приведут к образованию длиннопериодной зыби. Другой вопрос — при каких условиях и где эти вибрации будут вызывать тягун? Здесь нужно иметь в виду, что длиннопериодная зыбь служит лишь резонатором собственных колебаний воды гавани, и, если периоды собственных колебаний бассейна не совпадут с периодами долгопериодной зыби, тягуна не будет.

Несмотря на различные причины, результатом которых может быть появление длиннопериодной зыби, непосредственные наблюдения указывают, что при появлении тягуна в районе порта почти

всегда существует обычная зыбь с периодом в пределах обычных ветровых волн короткого периода — до 20 сек.

Таким образом, выяснение роли зыби в формировании длиннопериодной зыби весьма существенно.

Теоретическое объяснение перехода обычной зыби в длиннопериодную было сделано В. В. Шулейкиным (1957).

Исследуя поведение зыби в глубоком море после выхода ее из штормовой зоны, он установил критическое значение ее длины:

$$\lambda_{кр} = \frac{2r}{\partial r / \partial x} \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{m}{g}. \quad (4.18)$$

Здесь r — радиус орбиты поверхностной частицы, ρ_a и ρ_w — плотность воздуха и воды, m — некоторая постоянная, имеющая размерность ускорения.

В. В. Шулейкин указывает: «Если длина волн больше критической, то она будет увеличиваться... по закону экспоненциальной функции с положительным показателем при e . Именно этим объясняется исчезновение коротких волн за пределами штормовой зоны и появление там мертвой зыби с чрезвычайно большим периодом (порядка 1—2 мин.) в соответствующих условиях у подветренных берегов некоторых морей».

Никифоровым (1955) было высказано предположение о формировании длиннопериодной зыби за счет групповой структуры ветровых волн и зыби. Неравномерное распределение гидростатического давления в волновой группе приводит к образованию волн, имеющих длину, равную длине группы. Механизм формирования длиннопериодной зыби Никифоров представляет себе следующим образом. Волновое течение, теоретически обоснованное Стоксом и подтвержденное работами Некрасова, зависит от высоты волны. Неравенство высот волн в группе приводит к неравенству скоростей течения у соседних волн, что, помимо вертикального перемешивания, вызывает подъем уровня под одними волнами и опускание под другими, искривляя таким образом уровенную поверхность, являющуюся при штиле плоскостью. Образуется волновая поверхность, длина которой определяется длиной группы волн.

Строение группы волн характеризуется размещением в середине наиболее высоких и крутых волн, амплитуда которых постепенно уменьшается до нуля у концов группы.

В связи с этим скорости течений убывают от середины к концам, причем направление их в обеих половинах группы противоположно. В результате у переднего края волны, где течения совпадают по направлению со скоростью распространения, уровенная поверхность образует выпуклость, а в тыловой части волны она будет вогнута. Образуется длинная волна, скорость движения которой будет зависеть только от глубины места.

Это предположение представляется вполне правдоподобным, и, таким образом, еще одной причиной образования длиннопериодной

зыби, помимо других, можно считать групповую структуру ветровых волн и зыби.

Высказанные выше соображения предусматривают одновременное формирование ветровых волн, зыби и длиннопериодной зыби. Отсюда следует, что первыми к побережью должны подходить наиболее длинные волны, имеющие большую скорость распространения. Обычная же зыбь должна подходить позднее, так как она имеет значительно меньшую скорость. Соответствует ли это предположение реальным условиям или нет, могли ответить только тщательно поставленные натурные наблюдения.

Такие наблюдения были осуществлены Скриппсовским институтом в Ла-Холья в Калифорнии в 1948 г. и опубликованы Манком (Munk, 1949).

Установка состояла из двух приборов: регистратора волн зыби (волнографа) и регистратора цунами. Первый из них был установлен на дне в 1000 футов от конца пирса (в 2000 футов от уреза на глубине 40 футов), второй — на конце пирса, на расстоянии 1000 футов от берега, на глубине порядка 25 футов. Оба прибора были соединены электрическим кабелем с записывающим устройством на берегу. Волнограф регистрировал колебания периода 7—9 сек., в то время как регистратор цунами записывал волны, имеющие период от 1 до 3 мин. и более.

На рис. 4.2 показаны совмещенные записи обоих приборов за два дня 9—10/II 1948 г. Заштрихованный участок на ленте регистратора цунами указывает интервал времени, когда записывалась зыбь.

Как следует из чертежа, за 24 часа картина разительно изменилась. 9/II море было исключительно спокойным (самые высокие волны едва достигали 3 дюймов — около 8 см), а регистратор цунами отмечал длинные, с периодом до 20 мин., колебания, характерные для метеорологических условий побережья Калифорнии.

Сутками позже волнограф регистрировал уже волны до 10 футов высотой с периодом 7—9 сек. Регистратор цунами в это время записывал преимущественно двух-, трехминутные колебания уровня с высотой до 0,8 фута.

На рис. 4.3 показаны наиболее высокие зарегистрированные волны (среднее из $\frac{1}{3}$ наиболее высоких волн) по показаниям волнографа и регистратора цунами для двух штормов 11—12 и 22—23/II; обращает на себя внимание удивительная согласованность высот обычной и длиннопериодной зыби в течение обоих штормов.

Из 103 наблюдений над длиннопериодной зыбью в районе Ла-Холья в январе—феврале 1948 г. следует, что высота обычной зыби больше длиннопериодной, записываемой регистратором цунами, в среднем в 11 раз.

В табл. 4.1, заимствованной из работы Манка (1949), приведены результаты наблюдений над обычной и длиннопериодной зыбью.

Механизм формирования длиннопериодной зыби в районе Ла-Холья Манк (Munk, 1949) связывает с появлением одиночных волн,

Таблица 4.1

Сравнение высот волн, записанных регистратором цунами (период 2—3 мин.) и волнографом (период 7—9 сек.)

Интервал высот волн, футы	Число измерений	Измеренные высоты волн, футы		Отношение высота зыби высота цунами
		регистратор цунами	регистратор зыби	
1	15	0,085	0,8	9,5
1—2	36	0,15	1,6	10,7
2—3	24	0,20	2,6	13,0
3	28	0,35	4,6	13,1

Среднее отношение 11,4

сформированных зыбью при определенных соотношениях глубины у побережья и элементов подходящих к нему волн.

Эти одиночные волны будут переносить массы воды к берегу в количествах, пропорциональных квадрату высоты волны.

Так, если записано N волн (1, 2, 3, ..., n , N), то перенос воды к берегу за время от 0 до t_n пропорционален $\sum_n^1 h_i^2$. Компенсационный отток осуществляется обратными и вращательными течениями и другими процессами.

Излишек воды у берега θ определяется в предположении постоянного оттока за период от 0 до t_n по формуле

$$\theta = \sum_n h_i^2 - \frac{n}{N} \sum_N h_i^2. \quad (4.19)$$

Здесь n — порядковый номер измеренной волны, N — число измеренных волн.

Величина θ названа Манком интегральной величиной зыби.

За счет этих излишков воды формируются длинные волны, направленные от берега в открытое море.

Сопоставление зависимости между интегральными величинами зыби, вычисленными по приближенному данным по формуле (4.19), с записью регистратора цунами показало сходство сравниваемых величин при условии смещения записи регистратора цунами на 140 сек. вперед по времени.

Это соответствие, по мнению Манка, показывает на переформирование волн зыби в длинные волны с периодом 2—3 мин., которые вследствие их малой крутизны могут отражаться от берегов и двигаться назад в море. Необходимость смещения во времени шкалы регистратора цунами на 140 сек. Манк объясняет и подтверждает расчетом затрат времени на прохождение волной расстояния 1000 футов от берега до регистратора цунами.

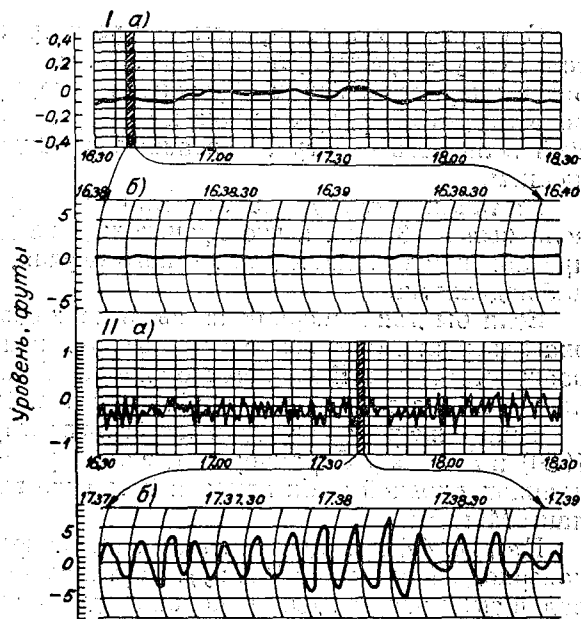


Рис. 4.2. Совмещенные записи регистратора цунами (а) и волнографа (б) за 9 (I)-и 10 (II) февраля 1948 г. (по В. Манку).

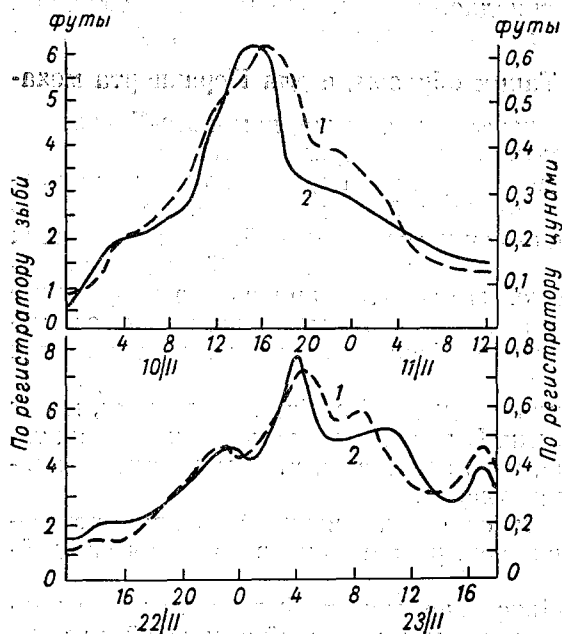


Рис. 4.3. Сопоставление высоты наибольших волн по записи регистратора цунами (1, период 2—3 мин.) и волнографа (2, период 7—9 сек.) (по В. Манку).

Следует заметить, впрочем, что регистратор цунами отмечает не только двух-, трехминутные волны. Записывается целый спектр волн разных периодов. Таким образом, видимо, правильным будет предполагать, что наряду с зыбью к берегу подходят волны других частей волнового спектра, вызванные, по-видимому, тем же возмущением.

Из таблицы следует также, что преобладающий период длинных волн был 2—3 мин. и что происхождение длиннопериодной зыби, предложенное Манком для данного случая, обосновано натурными наблюдениями.

Если бы длиннопериодная зыбь подходила из области шторма, она наверняка опережала бы обычную ввиду большой скорости распространения. В данном же случае обычная зыбь возникает одновременно с длиннопериодной, как это и было показано Манком.

Такого же рода исследования были повторены Таккером (Tucker, 1950) в Англии у Перанпорта, где одновременная запись обычной и длиннопериодной зыби привела к тем же выводам, что были сделаны Манком.

На рис. 4.4 приводится график высот волн зыби и высот длиннопериодной зыби (по Манку). Вертикальные масштабы для обоих видов зыби разные. Для длиннопериодной зыби он выражен в дюймах, в то время как для обычной зыби — в футах. Кривые высот волн почти полностью согласуются, показывая наличие связи между обычной зыбью и длиннопериодной зыбью. Отношение высот волн, которое у Манка получилось в среднем равным 11, у Таккера равно $12 \left(\frac{\text{фут}}{\text{дюйм}} = 12 \right)$. Таким образом, и для Перанпорта механизм формирования зыби оказался таким же, как в Ла-Холье.

Впоследствии Манк, ссылаясь на неопубликованные наблюдения над длиннопериодной зыбью, установил, что она идет не от берега, как это следовало из наблюдений его и Таккера, а с моря, что сделало выдвинутую им гипотезу несостоятельной. Однако никаких указаний на неправильность осуществленных им и Таккером экспериментов приведено не было. Поэтому, опираясь на полученные Манком и Таккером материалы, приведенные выше, можно заключить, что описанная возможность формирования длиннопериодной зыби не исключается.

Причины появления длиннопериодной зыби, по-видимому, могут быть самыми разнообразными. И из того, что во многих случаях тягун сопровождается зыбью, не следует еще, что зыбь всегда является причиной формирования тягуна.

Остается необсужденным еще один важный вопрос, относящийся к тягуну, — неодинаковая реакция судов во время его действия.

Здесь, как кажется, объяснение может быть достаточно простым. Различная инерция судов с неодинаковой загрузкой, различной осадкой и разными размерами может привести к неодинаковой реакции их во время явления, протекающего в пределах 1—2 мин.

Вильсон (Wilson, 1952) предположил, что обрыв швартовых происходит вследствие резонанса, когда период собственных колебаний судна соответствует периоду вынуждающей силы — сейш в гавани, возникших под действием длиннопериодной зыби. Такого рода явление также, по-видимому, может иметь место. И в случае совпадения собственных колебаний судна с колебаниями воды в гавани, естественно, крепления судна не выдерживают возникающих в них усилий.

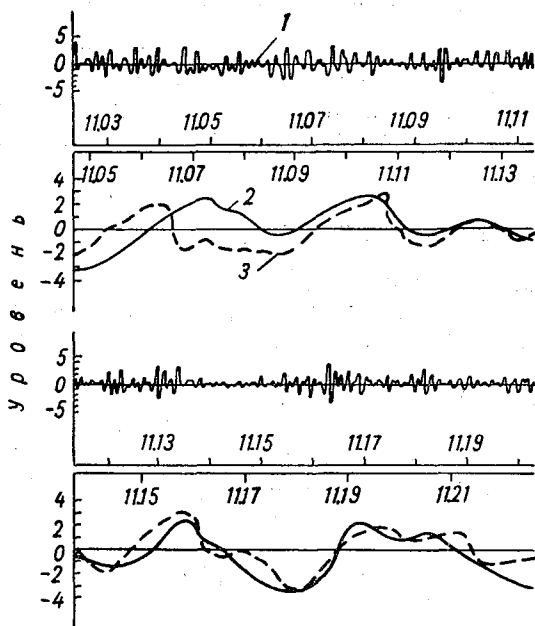


Рис. 4.4. Сопоставление интегральных характеристик зыби и высоты длиннопериодной зыби (по В. Манку).

1 — запись зыби, 2 — интегральная зыбь, 3 — запись регистратора цунами 14/V 1945 г.

Исследования тягуна на моделях подтвердили его резонансную природу.

Макнаун и Доннел (McNown and Donnel, 1952) производившие исследования на идеализированных моделях портов, с полной несомненностью установили, что при воздействии длиннопериодной зыби с периодом, близким к периоду собственных колебаний бассейна, на акватории порта возникают устойчивые сейши, характер которых совпадает с результатами теоретического расчета. И, наоборот, если период вынуждающих колебаний (длиннопериодной зыби) не совпадает с периодом собственных колебаний бассейна, устойчивых сейш не возникает.

Исследования на модели Батумского порта в масштабе 1:150 привели к тем же результатам (Тишкин, 1960). На модели порта возникали устойчивые сейши, как только период вынуждающих колебаний (длиннопериодной зыби) становился близким периоду одно- или двухузловой сейши модели порта. Во всех других случаях наблюдались только исходные и отраженные волны.

С другой стороны, Тишкин (1964) указывает, что при воздействии на акваторию порта длиннопериодной зыби, период которой в пересчете на натуру составлял 1 мин., устойчивых сейш в порту не возникает, в то время как натурные наблюдения показывают, что и в этих условиях пришвартованные суда совершают значительные колебания. Тишкин полагает, что в этом случае расхождения между моделью и натурой вызываются тем, что при волнах с периодом 1 мин. возникают интенсивные вынужденные колебания пришвартованных судов.

§ 6. ТЕОРИЯ СЕЙШ

Теория сейш — вопрос, достаточно разработанный. Первой работой, относящейся к данному вопросу, по-видимому, является исследование немецкого ученого Мериана (Merian, 1828). Работа Мериана не была непосредственно посвящена сейшам. Она называется «О движении капельной жидкости в сосудах». В исследовании рассматривались стоячие колебания жидкости в прямоугольном сосуде постоянной глубины. Известная формула, носящая имя Мериана, для сейш в прямоугольном бассейне постоянной ширины была впервые использована Форелем (Forel, 1895):

$$T_n = \frac{2L}{n \sqrt{gh}}, \quad (4.20)$$

где n — число узлов; T_n — период n -узловой сейши; L — длина бассейна; h — глубина; g — ускорение силы тяжести.

Более общей является формула Дюбуа для определения периодов сейш в бассейне прямоугольной формы, но переменной ширины:

$$T_n = \frac{2}{\sqrt{g}} \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{h}}. \quad (4.21)$$

При постоянной глубине h формула Дюбуа приводит к формуле (4.20). Формула Дюбуа дает возможность также определять положение узловых линий в пучностей. В случае одноузловой сейши узловая линия будет находиться от начала координат, расположенного на одном из концов озера, на расстоянии x , для которого $t = T/2$, в случае двухузловой сейши — на расстоянии x , для которого $t = T/4$ и $t = 3T/4$.

Следующей наиболее важной работой была работа Кристэла (Chrystal, 1905), подтвердившего все основные положения, выдвиг-

нутые Форелем, которого он назвал «Фарадеем» сейш. Гидродинамическая теория Кристэла позволяет вычислять период для сейши с любым числом узлов, если имеются достаточно полные морфометрические наблюдения.

Колебательные движения сейшевого характера в морских условиях также были тщательно изучены. Первыми работами в этой области явились, по-видимому, исследования Омори и его сотрудников. Было установлено, что глубоко вдающиеся в сушу заливы морей имеют правильные собственные колебания типа сейш. Была создана теория сейш применительно к условиям незамкнутых водоемов, дающая хорошее совпадение с натурой. Довольно интенсивно развивались также исследования сейш с помощью гидравлических моделей, которые долгое время считались наиболее точным методом исследования сейш в различных водоемах, и только с появлением электронно-вычислительных машин математическое моделирование, по-видимому, привело к некоторой переоценке этих представлений.

Х. Хонда, Т. Терада, И. Иохидэ и Д. Изитани (Honda, Terada, Ioshida, Isitane, 1909) опубликовали работу, посвященную изучению сейш в морских бухтах и заливах (в двух водоемах, соединенных между собой узким каналом). Естественно, что выводы этого исследования могут быть распространены и на озера.

Результатом работы упомянутых ученых является формула для расчета периодов сейш с различным числом узлов

$$T_n = \frac{1}{n} \frac{2L}{\sqrt{gh}} (1 + k). \quad (4.22)$$

Второй множитель является периодом одноузловой сейши в соответствии с формулой Мериана (4.20), которая, как известно, предполагает ширину и глубину постоянными на всем протяжении водоема.

Поправочный коэффициент k принимается состоящим из двух частей — k_1 и k_2 ; один из них — для учета переменной ширины, другой — для учета переменной площади поперечного сечения водоема. Вычисление этих коэффициентов рекомендуется производить по следующим формулам:

$$k_1 = \frac{1}{2Lb_0} \int_0^L \Delta b(x) \cos \frac{2\pi x n}{L} dx, \quad (4.23)$$

$$k_2 = \frac{1}{2Ls_0} \int_0^L \Delta s(x) \cos \frac{2\pi x n}{L} dx, \quad (4.24)$$

$$\Delta b(x) = b(x) - b_0, \quad \Delta s(x) = s(x) - s_0.$$

Здесь $b(x)$ — ширина водоема, $s(x)$ — площадь поперечного сечения, b_0 , s_0 — соответственно средняя ширина водоема и средняя площадь его поперечного сечения, L — длина водоема.

После подстановки коэффициентов k_1 и k_2 в соответствии с (4.18) и (4.19) формула для вычисления периодов n -узловых сейш принимает следующий вид:

$$T_n = \frac{1}{n} \frac{2L}{\sqrt{gh}} \left[1 + \frac{1}{2Lb_0} \int_0^L \Delta b(x) \cos \frac{2\pi x n}{L} dx + \right. \\ \left. + \frac{1}{2Lv_0} \int_0^L \Delta s(x) \cos \frac{2\pi x n}{L} dx \right]. \quad (4.25)$$

Для случая одноузловой сейши, когда два водоема соединены между собой узким проливом или каналом, приводится следующая формула:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{PL_k}{gb_k h_k \left(1 + \frac{P}{P_1}\right)}} \left[1 + \frac{2b_k}{\pi L_k} - \gamma - \lg \frac{\pi b_k}{\sqrt{\lambda \lambda_1}} \right], \quad (4.26)$$

где P — площадь водной поверхности одного озера, P_1 — другого озера, b_k , h_k , L_k — соответственно ширина, глубина и длина канала, λ и λ_1 — длины волн в первом и втором озерах, γ — постоянная Маскерона, равная 0,5772.

Длины волн в первом и втором озерах в случае одноузловой сейши можно принять равными двойной длине водоемов, после чего формула примет следующий вид:

$$T_1 = 6,283 \sqrt{\frac{PL}{bh \left(1 + \frac{P}{P_1}\right)}} \left[1 - 0,637 \frac{b}{L} \left(0,527 - \lg \frac{b}{\sqrt{LL_1}} \right) \right]. \quad (4.27)$$

Здесь $L = \lambda/2$; $L_1 = \lambda_1/2$.

Какое озеро считать первым и какое вторым, совершенно безразлично, так как

$$\frac{P}{1 + \frac{P}{P_1}} = \frac{P_1}{1 + \frac{P_1}{P}} = \frac{PP_1}{P_1 + P}.$$

Подробное изложение современной теории сейш можно найти во многих монографиях по гидромеханике, например у Ламба (1947), Кочина, Кибеля и Розе (1955), Сретенского (1937), Стокера (1959), Праудмэна (1957) и др. Обычно сейши представляют как свободные колебания, используя понятие потенциала скорости, что в конечном счете приводит к уравнению Лапласа. Другая часть работ основывается на гиперболических задачах теории длинных волн.

Наиболее существенные результаты в области исследования сейш были получены Гаррисом (Harris, 1904), Хонда (Honda, 1909), Эртелем (Ertel, 1933), Нейманом (Neumann, 1944), Праудмэном (1957) и др. Результатом этих работ явился ряд методов расчета амплитуд и периодов сейш, по преимуществу для бассейнов геометрической формы, применительно к условиям одномерной задачи без учета сил трения.

Более общий вид решения — двумерная задача, также без учета сил трения, — был получен Стокером. Его решение основано на применении численных методов с использованием вычислительных машин.

Еще более общие методы исследования сейш применительно к водоемам с реальной морфометрией и учетом трения возникли в последнее десятилетие. Эти расчеты построены на использовании теории мелкой воды и связаны с именами многих исследователей, работы которых обобщены в монографии Вольцингера и Пяскового (1968).

Изложение общей теории сейш мы начинаем с метода Кристэла (Christal, 1905), все еще не потерявшего значения, несмотря на широкое внедрение численного интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных в решения гидродинамических задач.

Основная задача Кристэла заключается в сведении трехмерной задачи к двумерной. Для этой цели он определяет профиль дна эквивалентного моря более простой формы, но с теми же гидродинамическими характеристиками.

Форма такого эквивалентного моря принимается прямоугольной с неизменной шириной и меняющейся по определенному закону глубиной.

Профиль дна этого эквивалентного моря определяют следующим образом: в направлении наибольшей оси водоема проводят осевую линию (линию тальвега) и разбивают ее на участки. В крайних точках участков проводят поперечники и определяют площади каждого поперечника s_i , умножая каждую такую площадь на соответствующую ей ширину b_i . Одновременно определяют площадь моря v_i , ограниченную данным сечением, берегами и началом координат, обычно располагаемым в левом конце водоема. Величину v_i принимают за аргумент, а $s_i b_i = \sigma$ — за соответствующие ей значения функции. Нанося данные v_i на ось абсцисс и откладывая соответственные величины σ по оси ординат, получают профиль дна эквивалентного моря, называемый в расчетах сейш нормальной кривой озера. Эта нормальная кривая представляет собой как бы профиль дна моря, имеющего прямоугольную форму, — эквивалентного при решении дифференциального уравнения заданному.

Однако не для всякой формы дна решение может быть получено. Решить задачу удалось пока только при условии нормальной кривой, параллельной оси абсцисс или наклонной относительно ее под одним углом, или при замене полученной кривой двумя наклонными, или трапецией, или, наконец, простейшей параболической кривой.

Во всех этих случаях решение задачи сводится к интегрированию дифференциального уравнения вида

$$\sigma^2 P(v) + g \frac{\partial^2 P}{\partial v^2} = 0. \quad (4.28)$$

Здесь $v = \int_0^x b \, dx$; $\sigma = 2\pi/T$, T — период колебаний, P — некоторая функция от v .

Решение этого уравнения обычно приводит к весьма сложным периодическим функциям.

Для выяснения особенностей периодов сейш, возникающих при различном начертании нормальной кривой, приводим заимствованную у Шулейкина (1953) табл. 4.2.

Таблица 4.2

Форма профиля дна	Отношение периодов сейш				
	$T_1 : T_0$	$T_2 : T_1$	$T_3 : T_1$	$T_4 : T_1$	$T_5 : T_1$
Горизонтальная прямая	1,000	0,500	0,333	0,250	0,200
Вогнутая парабола	1,110	0,577	0,403	0,316	0,258
Выпуклая парабола	0,950	0,474	0,311	0,236	—
Вогнутая полупарабола	1,050	0,548	0,378	0,289	0,234
Две наклонные прямые	1,305	0,628	0,434	0,343	—

Особенности каждого случая наиболее ясно видны, когда они сопоставляются с периодами сейш, возникающих в прямоугольном бассейне постоянной глубины. В этом случае основное колебание описывается формулой Мериана (4.20) для одноузловой сейши.

Помимо основного колебания, возникают еще внешние гармонические колебания с периодами T_2 , T_3 и т. д. Для случая прямоугольного бассейна эти внешние гармонические колебания будут $T_2 = T_0/2$; $T_3 = T_0/3$; $T_4 = T_0/4$ и т. д.

При других профилях для высших гармонических колебаний таких простых соотношений не получится; это хорошо видно из данных табл. 4.2.

Метод Кристэла позволяет не только определять периоды многоузловых сейш, но дает указания также о расположении узлов и пучностей.

Так, если положить, как это сделал Кристэл, что любой член выражается зависимостью

$$U = P \sin \sigma(t - \tau), \quad (4.29)$$

где τ — начальный момент времени, окажется, что скорость U отличается от P лишь множителем $\sin m(t - \tau)$, одинаковым для одного и того же момента для всех точек водной поверхности озера, так как этот множитель не зависит от x . Отсюда следует, что параметры U и P принимают нулевые значения при одном и том же значении x , т. е. в тех же самых поперечных сечениях. Точно также будут совпадать и места максимумов и минимумов U и P . Поль-

зуюсь этим свойством, можно определить положение узловых линий и пучностей.

На концах озера $U=0$. Уравнение (4.28) будет удовлетворять этому граничному условию лишь при определенных значениях P и σ , что дает возможность определить период сейши.

Другой, более общий путь решения задачи о сейшах дает общая теория установившихся колебаний тяжелой несжимаемой жидкости, являющаяся одним из классических разделов математической физики, относящимся к теории потенциала. Предполагается, что для движения в области, ограниченной поверхностями $z=\xi(x, y, t)$, $z=-h(x, y)$, существует потенциал скоростей, т. е. такая функция φ , что

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (4.30)$$

Тогда определение свободных колебаний сводится к интегрированию уравнения Лапласа

$$\Delta \varphi = 0 \quad (4.31)$$

при условиях

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\xi + p + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0, \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} = - \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (4.34)$$

Первое из них представляет собой общий интеграл уравнения Эйлера — так называемый интеграл Бернулли; два других являются кинематическими условиями соответственно на поверхности и на дне.

Аналитическое решение такой задачи невозможно без принципиальных упрощений. Некоторые относящиеся сюда результаты мы упоминали во введении.

Известно (Стокер, 1959), что в предположении малости глубины жидкости по сравнению с длиной волны решение задачи (4.31) — (4.34) может быть аппроксимировано решением волнового уравнения вида φ

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) - \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (4.35)$$

с соответствующими дополнительными условиями.

Таким образом, можно рассматривать решение приведенной эллиптической задачи как предел неустановившихся свободных колебаний, изучая развитие процесса во времени. Такой подход обладает рядом очевидных преимуществ и опирается на уравнения главы I, § 2 при $\tau_x^{(1)} = \tau_y^{(1)} = 0$.

В настоящем параграфе мы очень кратко рассмотрим основные черты самого общего аналитического подхода к исследованию задачи.

Если решения однородного волнового уравнения (глава I, § 2), например, для функции $\xi(x, y, t)$ искать в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от пространственных координат, а вторая — только от времени,

$$\xi(x, y, t) = \eta(x, y) \psi(t), \quad (4.36)$$

то непосредственно видно, что функция $\eta(x, y)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \frac{k^2}{g} \eta = 0, \quad (4.37)$$

где k^2 — некоторое постоянное число. Если S — пространственная граница области, в которой происходит движение, то, задавая на S функцию $\eta(x, y)$, либо ее нормальную производную $\partial \eta(x, y) / \partial n$, либо, наконец, их некоторую линейную комбинацию, имеем соответственно так называемую первую, вторую или третью краевую задачу для уравнения (4.37).

Поскольку двухмерный случай не имеет качественных отличий по сравнению с одномерным, в дальнейшем в целях упрощения изложения мы ограничимся рассмотрением одномерной задачи.

Совокупностью функций типа $\eta(x) \psi(t)$ можно описать любой нестационарный процесс. Важным обстоятельством при этом является то, что вместо неизвестной совокупности функций можно взять систему функций, описывающую гармонические во времени колебания:

$$\xi(x, t) = \eta(x) e^{i\sigma t}, \quad (4.38)$$

где $\sigma = 2\pi/l$ представляет собой круговую частоту колебаний. При подстановке (4.37) в однородное волновое уравнение для $\xi(x, t)$ получим уравнение

$$\frac{d}{dx} \left(h \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\sigma^2}{g} \eta = 0. \quad (4.39)$$

Такому же уравнению удовлетворяет функция пространственного изменения скорости (или потенциала скорости), представленная в виде (4.38).

Решения волнового уравнения, имеющие вид (4.38), называют установившимися колебаниями с данной частотой σ .

Если морфометрия канала задается площадью поперечного сечения $F(x)$ и шириной $b(x)$, то последнее уравнение принимает вид

$$\frac{d}{dx} \left(F \frac{d\eta}{dx} \right) + \frac{b\sigma^2}{g} \eta = 0; \quad (4.40)$$

чтобы убедиться в этом, следует исключить скорость $u(x, t)$ из уравнения движения и уравнения неразрывности в форме (1.51), (1.52) и воспользоваться представлением (4.38).

Краевые задачи для установившихся колебаний с частотой σ возникают, когда на границе ставится периодическое во времени условие. Влияние начальных условий при этом делается со временем пренебрежимым, что и позволяет говорить о движении как об установившемся.

Если канал $0 \leq x \leq l$ ограничен, например, твердыми стенками, то из

$$u(0, t) = u(l, t) \quad (4.41)$$

в силу уравнения движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0 \quad (4.42)$$

и (4.35) следует

$$\left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|_l = 0. \quad (4.43)$$

Если канал присоединен к открытому водоему и на границе уровень колеблется по закону $\xi(0, t) = \eta(0)e^{i\sigma t}$, то первое из этих условий заменяется на $\eta|_0 = \text{const}$.

Таким образом, в одномерной постановке проблема сейшевых колебаний приводит к разнообразным двухточечным краевым задачам; сюда относится также и задача на собственные значения, т. е. нахождение значений σ , для которых существуют не равные тождественно нулю решения, и определение этих решений.

Трудности аналитического исследования этих задач связаны с видом морфометрической функции $h(x)$ [либо $F(x)$, $b(x)$].

Случай $h = \text{const}$ является простым и упрощается еще больше, если ограничиться вычислением отдельных гармоник колебания, т. е. членов ряда, которым представляется решение уравнения (4.37) при соответствующих краевых условиях. Этот случай подробно приводится у Праудмэна (1957). Даже такая модель оказывается весьма полезной для выяснения качественной картины движения. В частности, для колебаний линейных и в прямоугольнике можно легко получить формулу Мериана (4.20) и ее двухмерное обобщение, выяснить влияние геострофических эффектов на период свободных колебаний, а также условие резонанса при индуцированных колебаниях на входе канала.

Случай переменной глубины позволяет для некоторых аналитических представления $h = h(x)$ выразить решение краевой задачи через специальные функции: Бесселя, Матье, Лежандра и др. Ряд примеров приводится у Ламба (1947); более подробное изложение содержит монография Сретенского (1936).

Помимо отдельных приемов для решения уравнений рассматриваемого вида, применяются и общие методы: сведение к интегральному уравнению, сведение к вариационной задаче, метод возмущений и др. Каждому из них присущи свои достоинства и ограничения.

Вместе с тем в настоящее время для решения краевых задач для эллиптических уравнений широко применяются численные методы. Они позволяют с требуемой подробностью получить решение для бассейнов произвольных очертаний при учете сил трения, Кориолиса и атмосферного давления.

Следует заметить, что численные решения задачи о сейшах использовались и ранее (Defant, 1918; Ertel, 1933; Neumann, 1944 и др.). Однако соответствующие методы не обладали достаточной эффективностью. Поскольку дело сводится к решению систем алгебраических уравнений, вообще говоря, нелинейных и весьма высокого порядка, то соответствующие алгоритмы оказываются далеко не простыми и не равноценными с вычислительной точки зрения.

В некоторых модельных случаях даже на грубой сетке можно получить приемлемые по точности результаты. Рассмотрим неоднородное уравнение (правая часть может представлять, например, давление), соответствующее (4.37), для потенциала скорости в области S с границей Γ

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\sigma^2}{g} \varphi = F, \quad (4.44)$$

$$(x, y) \in S$$

и граничным условием на контуре

$$\varphi|_{\Gamma} = f(x, y). \quad (4.45)$$

Запишем разностную схему в виде

$$R_{n,m} \equiv L_{\Delta} [h\varphi] - \kappa_{n,m}^2 \varphi_{n,m} - \Delta^2 F_{n,m} = 0. \quad (4.46)$$

Здесь

$$L_{\Delta} [h\varphi] = h_{n+1/2, m} \varphi_{n+1, m} + h_{n-1/2, m} \varphi_{n-1, m} + \\ + h_{n, m+1/2} \varphi_{n, m+1} + h_{n, m-1/2} \varphi_{n, m-1}, \quad (4.47)$$

$$\kappa_{n,m}^2 = h_{n+1/2, m} + h_{n-1/2, m} + h_{n, m+1/2} + \\ + h_{n, m-1/2} - \frac{\sigma^2}{g} \Delta^2. \quad (4.48)$$

Рассмотрим сначала задачу на собственные значения для квадратного бассейна постоянной глубины, т. е. положим $N=M$, $F=0$. В этом случае уравнение (4.44) принимает вид

$$\Delta \varphi + \kappa^2 \varphi = 0, \quad (4.49)$$

$\kappa^2 = \sigma^2/c^2$ и имеет точное решение вида

$$\varphi = A \cos \frac{k\pi x}{L} \cos \frac{j\pi y}{L}, \quad (4.50)$$

где k, j — любые целые числа, удовлетворяющие условию

$$\kappa^2 = \frac{\pi^2 (k^2 + j^2)}{L^2}, \quad (4.51)$$

$L = N\Delta x$. Для нахождения собственных чисел задачи на сетке $N \times N$ требуется решить характеристическое уравнение N -й степени. Стокер (1959) отмечает, что для такой задачи при $N=10$ сравнение численного решения с точным дает расхождение в пределах 6,5% для наименьшего собственного числа (т. е. для колебаний наибольшего периода).

В более общем случае при больших N , M и переменном h обычно используется итерационная процедура. Если воспользоваться рекуррентной формулой

$$\varphi_{n,m}^{p+1} = \varphi_{n,m}^p + \frac{\alpha}{x_{n,m}^2} R_{n,m}^p, \quad (4.52)$$

где

$$R_{n,m}^p = L_{\Delta} [h\varphi^p] - x_{n,m}^2 \varphi_{n,m}^p - \Delta^2 F_{n,m}, \quad (4.53)$$

p — индекс итерации, $\alpha = \text{const}$, несколько большая единицы, то при достаточно больших p значения $\varphi_{n,m}^p$ сходятся к точному решению $\varphi(n\Delta x, m\Delta y)$ уравнения (4.44). Однако этот метод, называемый методом одновременной релаксации, дает весьма медленную сходимость. Увеличение эффективности достигается в методе последовательной релаксации, когда в формуле для $R_{n,m}^p$ (4.53) некоторые из значений φ^p из прежней итерации заменяются на новые φ^{p+1} . Для этого итерационный цикл упорядочивается таким образом, чтобы значения $\varphi_{n,m}$ вычислялись последовательно слева направо и снизу вверх, и вычисленные значения $\varphi_{n-1,m}^{p+1}$, $\varphi_{n,m-1}^{p+1}$ используются для нахождения $\varphi_{n,m}^{p+1}$. Таким образом, в отличие от (4.47), в этом случае имеем

$$L_{\Delta} [h\varphi^p] = h_{n+1/2,m} \varphi_{n+1,m}^p + h_{n-1/2,m} \varphi_{n-1,m}^{p+1} + h_{n,m+1/2} \varphi_{n,m+1}^p + h_{n,m-1/2} \varphi_{n,m-1}^{p+1}.$$

За подробными сведениями по итерационным методам решения эллиптических краевых задач можно обратиться, например, к монографии Вазова и Форсайта (1963) (см. также Томсон, 1962).

§ 7. РАСЧЕТ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ МАЛОЙ ВОДЫ

В главе I приведена система уравнений мелкой воды, учитывающая действие внешней силы на поверхность водоема и влияние трения.

Силы трения должны быть сохранены, так как их влияние весьма эффективно проявляется при натурных исследованиях сейш. Последние во многих случаях заметно затухают, причем затухание их носит в мелководных водоемах достаточно интенсивный характер.

В этом случае уравнения не будут отличаться от приведенных в главе III.

Для свободных колебаний бассейна уравнения будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial x} - fV + \tau_x^{(2)} = 0, \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g(h + \xi) \frac{\partial \xi}{\partial y} + fU + \tau_y^{(2)} = 0, \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \quad (4.56)$$

В одномерной постановке

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \tau^{(2)} = 0, \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial [(h + \xi) \bar{u}]}{\partial x} = 0. \quad (4.58)$$

Для численного решения можно воспользоваться схемой:

$$u_{\hat{t}} = \mu_x g h_{n, m}^k \xi_{\hat{x}} = 2 \Delta t + [f v_{n, m} + \tau_{x; n, m}^{(2)}]^k, \quad (4.59)$$

$$v_{\hat{t}} + \mu_y g h_{n, m}^k \xi_{\hat{y}} = 2 \Delta t + [-f u_{n, m} + \tau_{y; n, m}^{(2)}]^k, \quad (4.60)$$

$$\xi_{\hat{t}} + \mu_x u_{\hat{x}} + \mu_y v_{\hat{y}} = 0. \quad (4.61)$$

Здесь обозначения те же, что и ранее.

В одномерной постановке, применяя схему Лакса, имеем:

$$\frac{u_{m, n}^{k+1} - \bar{u}_{m, n}^k}{\Delta t} + g h_{m, n} \frac{\xi_{m+1}^k - \xi_{m-1}^k}{2 \Delta S} = \tau_{n, m}^{(2)}, \quad (4.62)$$

$$\frac{\xi_{m, n}^{k+1} - \bar{\xi}_{m, n}^k}{\Delta t} + \frac{u_{m+1, n}^k - u_{m-1, n}^k}{2 \Delta S} = 0. \quad (4.63)$$

Построение сеточной области в данном случае ничем не отличается от изложенного в главе II материала, посвященного штормовым нагонам. То же самое можно сказать и о граничных условиях. Здесь, как и ранее, у берега предполагается стенка и нормальные составляющие скорости принимаются равными нулю. Для тех случаев, где граница проходит по воде (заливы или проливы), следует принимать при входе, по линии Г, отсекающей море от залива или пролива, $\xi|_{\Gamma} = \xi(x, y)$. Это тем более обоснованно, что узловые линии всегда совпадают с линиями, отсекающими вход или выход из заливов или проливов в море.

Таким образом, расчет сейш в водоеме представляет собой в данном случае значительно более простую задачу, чем задача о штормовом нагоне, что имеет и вполне определенный физический смысл.

Сейши возникают как результат действия ветра, затихшего или ослабевшего, или как результат изменения атмосферного давления. Уравнения мелкой воды позволяют решить эту задачу в любом виде — и с учетом влияния ветра, и без него, — и решение задачи о колебаниях уровня в водоеме, вызванного действием мгновенной силы, отличается от решения задачи о штормовом нагоне только тем, что в последнем случае учитывается дополнительно внешняя сила, в то время как в задаче о сейшах действующая сила отсутствует и колебания совершаются только под действием силы тяжести.

Рассмотрим теперь результаты численных расчетов сейши на основе теории мелкой воды, позволяющих оценить эффективность этого метода. Остановимся сперва на соответствиях результатов полученного решения с натурными данными. Для этой цели мы приведем пример расчета сейш озера Байкал, заимствованный нами у Вольцингера и Пяковского (1968).

Сейши этого озера изучены достаточно хорошо, глубина водоема и его вытянутая форма обеспечивают длительное время колебаний, иногда измеряемое неделями. Все это делает Байкал удобным

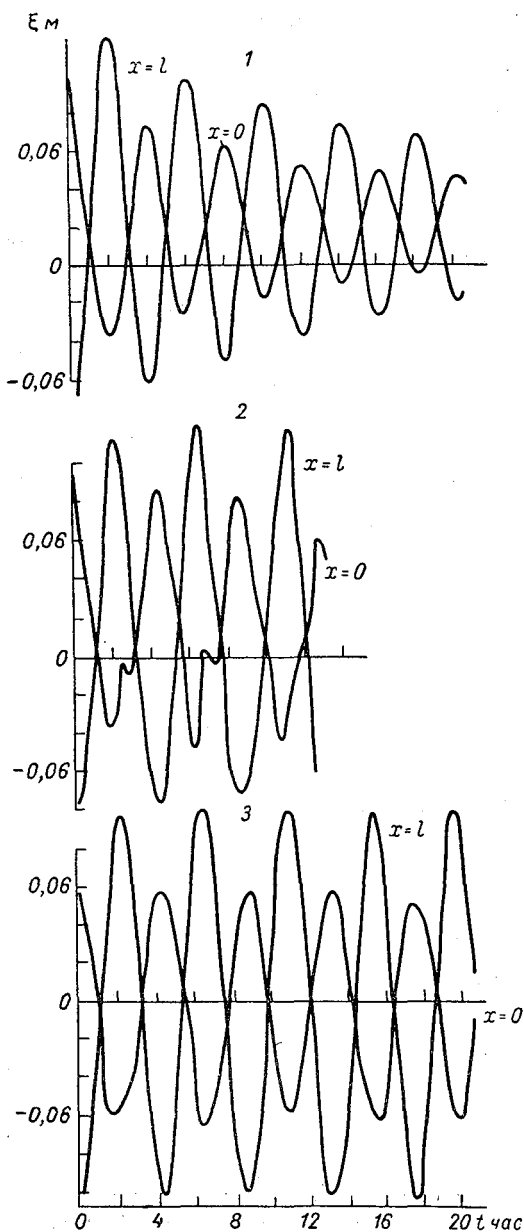


Рис. 4.5. Сейши озера Байкал. Численные решения (по Н. Е. Вольцингеру и Р. В. Пяковскому).

1 — по схеме Лакса; 2, 3 — по схеме Лакса—Вендрофа.

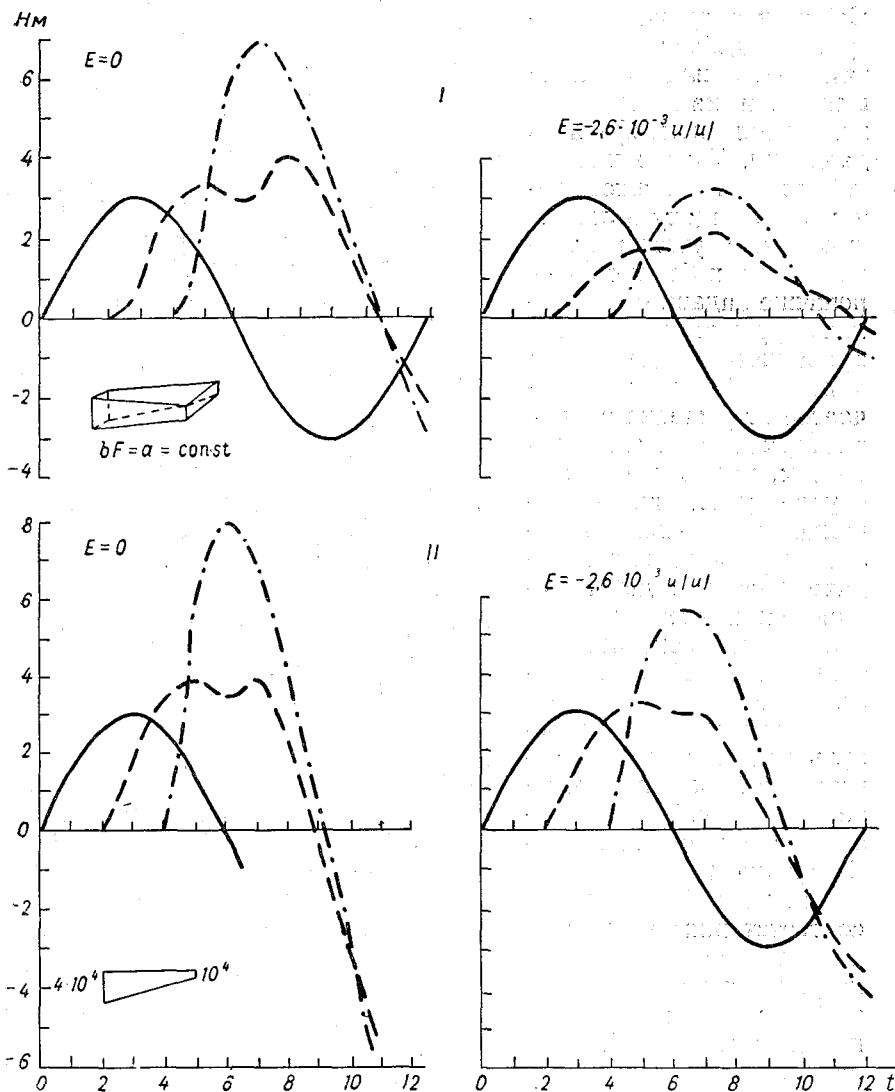
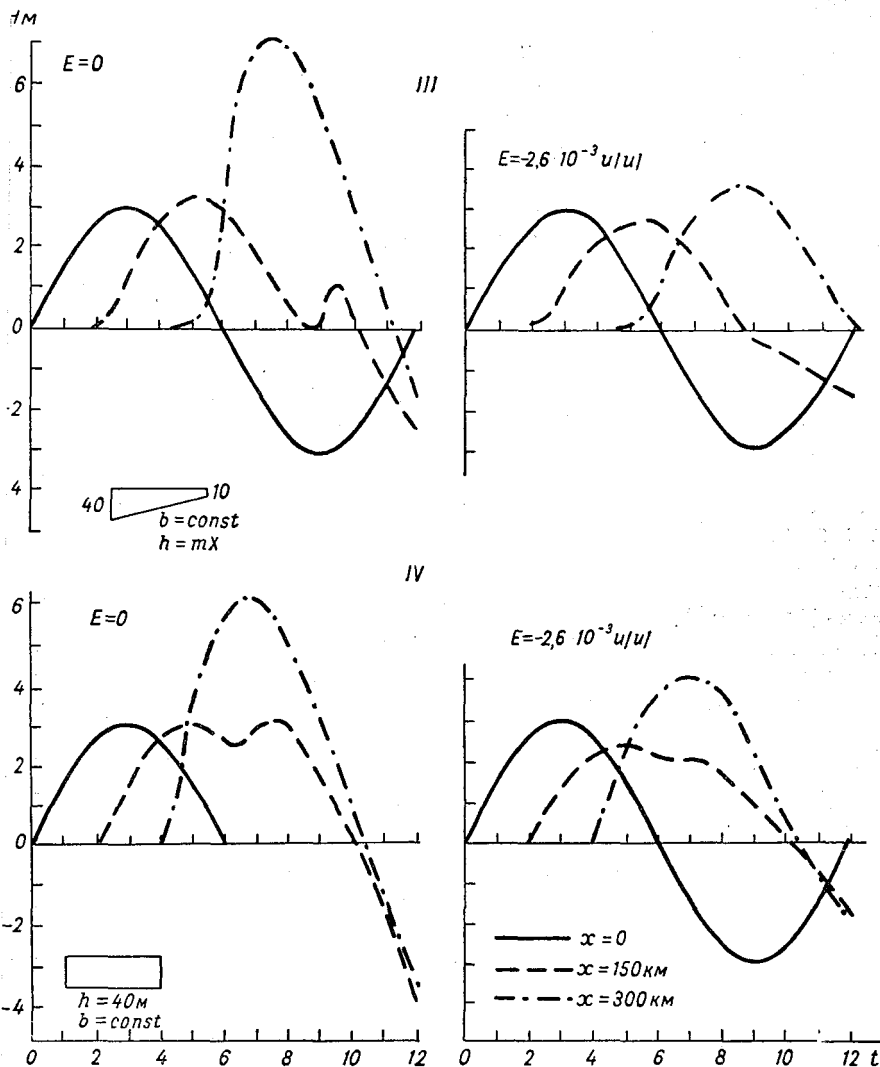


Рис. 4.6. Свободное колебание уровня η

объектом для сравнения периодов и амплитуд колебаний, полученных расчетом, и наблюдаемых. Период главного колебания (продольная сейша между концами озера) составляет 4 часа 38 мин. Амплитуды редко превышают 14 см.

Начальное колебание при осуществлении расчета было задано отклонениями уровня на концах озера, равными по величине и обратными по знаку.



каналах различного сечения (сейши).

Как следует из чертежа (рис. 4.5), колебания уровня сразу принимают характер, соответствующий действительному положению. Амплитуда сейш на северном конце озера значительно меньше, чем на южном; правда, на основании опытов Соловьева (Арсеньева, Давыдов, Дубровина и Конкина, 1963) соотношение это характеризуется числом 4, в то время как расчеты показывают, что это соотношение равно 1,7.

Период сейш, полученный расчетом, также несколько отличается от наблюдаемого и составляет 4 часа 12 мин.

Эти несовпадения, по-видимому, относятся за счет неточности, вносимой при определении морфометрических данных. Учитывая это, результаты расчета продольной сейши озера Байкал могут быть признаны достаточно хорошими, а сам метод — весьма эффективным.

Для столь глубоководного водоема, каким является Байкал, пренебрежение трением при расчете сейш не могло привести к сколько-нибудь заметным искажениям; другие условия могут возникнуть в мелководных водоемах. Кроме сказанного, существенный интерес представляет выяснение вопроса влияния формы модели на изменение сейш.

Такое исследование было выполнено дипломантом-океанографом географического факультета ЛГУ под руководством автора.

Исследовался канал длиной 300 км, различной геометрической формы, живого сечения и переменной глубины, также заданной каким-либо линейным законом. Форма исследуемого канала и характер изменения глубины приведены в нижнем левом углу каждого чертежа (рис. 4.6).

Расчеты каждой из четырех моделей производились в двух предположениях: при отсутствии трения ($E=0$) и наличии трения ($E=2 \cdot 10^{-3} u |u|$).

Начальное колебание задается волной, в нулевом сечении канала имеющей 12-часовой период. На чертежах приведены волны в среднем сечении, на расстоянии 150 км от начала и конца канала и на расстоянии 300 км от начала.

Рассматривая кривые, нетрудно установить, что форма канала весьма существенно влияет на ход уровня в среднем и конечном сечениях канала.

Сравнивая кривые, легко заметить, что сужение канала увеличивает амплитуду в значительно большей степени, чем уменьшение глубины. Уменьшение амплитуды при увеличении глубины, наоборот, значительно сильнее, чем при увеличении ширины канала.

Более подробные сведения о трансформации волны в каналах различного сечения можно найти у Вольцингера и Пясковского (1968).

Глава V

ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН НА ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

§ 1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Первые исследования одиночной волны на гидравлической модели были осуществлены Русселем в середине прошлого столетия. Было установлено, что гребень движется быстрее, чем впадина, и получена известная зависимость

$$c = \sqrt{gh + \frac{\tilde{h}}{2}}.$$

Здесь $\tilde{h}$ — высота волны, h — глубина моря.

Исследование сейш, паводка и тягуна на гидравлических моделях с самого начала изучения этих явлений считалось наиболее объективным способом исследования.

Так, еще Форель считал гидравлическую модель наиболее подходящей формой для изучения сейш.

В. Н. Соловьев (1925) изучал сейши озера Байкал, М. В. Ремезова (1937) на модели исследовала сейши Аральского моря, В. П. Дубов исследовал сейши Балтийского моря и т. д.

Особое внимание в нашей стране было уделено моделированию наводнений в устье р. Невы.

В 1926 г. В. А. Бергом была построена модель Невы (от Ивановских порогов) и Финского залива от Ленинграда до маяка Шепелевского. Горизонтальный масштаб модели 1 : 10 000, вертикальный 1 : 100. Волна наводнения воспроизводилась качающимся лотком. Размеры модели 2 × 20 м.

Модель помогла выяснить только самые общие вопросы и определить влияние дамб на естественный режим р. Невы.

В 1929 г. В. А. Берг соорудил вторую модель, изображающую весь Финский залив. Ширина модели 1,9 м, длина 6,5 м. Горизонтальный масштаб 1 : 75 000, вертикальный 1 : 300.

Исследования на модели привели к важным выводам относительно скорости распространения волны и нарастания ее высоты при выходе в мелководную и суженную часть залива.

Следующей экспериментальной работой, посвященной выяснению причин невиских наводнений, были исследования Дубова (1937). Модель имела размеры стола и изображала все Балтийское море вместе с заливами. Горизонтальный масштаб 1:3351980, вертикальный 1:200. Значительное искажение масштабов (более чем в 1000 раз) превратило Балтийское море в глубоководный бассейн. Дубов получил на модели четыре вида сейш, с помощью которых, комбинируя их, объяснял наводнения. Сейшевая теория наводнений оказалась впоследствии неверной. Все же польза от его работ была, так как он обратил внимание на существование сейш в Балтийском море и их роль в формировании наводнений.

Существенное экспериментальное исследование было выполнено М. С. Грушевским (1956) на модели Финского залива, изготовленной в ГГИ в 1950 г. Плановый масштаб модели 1:71000, вертикальный масштаб 1:400. Размеры модели $2 \times 6,5$ м. Длинные волны формировались путем впуска дополнительных объемов воды. Уровни записывались осциллографом в 7 точки.

На модели были выявлены законы нарастания волны при движении ее вдоль залива, а также было обнаружено частичное отражение волны в районе резкого сужения залива между о. Гогланд и маяком Шепелевским.

В результате исследований на модели Грушевский объяснил образование второго пика уровня в Таллине за счет отраженной волны. На основании сказанного Грушевским был сделан правильный вывод о нереальности формирования во время наводнения второго подъема в Ленинграде за счет второго пика в Таллине, так как этот пик связан не с волной, движущейся к Ленинграду, а с отраженной волной, движущейся в обратном направлении.

Работы Грушевского существенно прояснили некоторые явления, возникающие во время наводнений, и полностью подтвердили целесообразность изучения длинных волн на гидравлических моделях.

В Японии начиная с 1933 г., после катастрофического цунами, обрушившегося на побережье страны, начались исследования цунами на моделях. Такахаси исследовал поведение волн, вызываемых движением поршня, расположенного на дне. Полученные им кольцевые волны помогли выявить некоторые особенности. Было установлено, что при движении поршня вверх возникает холм, от которого и расходятся концентрические волны. Колебания в эпицентре постепенно затухают. Первая волна является наибольшей. По мере удаления от эпицентра длина волн возрастает. Уменьшение высоты происходит пропорционально расстоянию в степени 0,6.

В Калифорнийском университете в Беркли в 1946 г. Зауэрм и Вигелем были поставлены опыты с целью выяснения характера волн, возникающих при подводных обвалах. В результате получены данные о зависимости элементов волны от глубины, веса тела, высоты падения, угла наклона плоскости скольжения и ее протяженности. При прочих равных условиях более тяжелые грузы вызывают

более высокие волны; высота волн прямо пропорциональна высоте падения тела. С уменьшением глубины высота волн уменьшается.

При отвесном падении тела период волны не зависит ни от глубины, ни от веса тела, но зависит от высоты его падения. Определяющим в данном случае является длина тела.

При падении тела по наклонной плоскости период получается наибольшим при малых углах наклона. Энергия, расходуемая телом на формирование волн, составляет 1% энергии падающего тела.

Аналогичные экспериментальные работы выполнялись в Государственном гидрологическом институте М. С. Грушевским (1953) и в Морском гидрофизическом институте З. К. Григораш (1955).

Японские ученые Кашимура и Токаяма исследовали распространение волн в заливе прямоугольного сечения одинаковой глубины и установили, что скорость волны зависит не только от глубины, но и от высоты волны и лучше всего аппроксимируется зависимостью Буссинеска

$$c = \sqrt{g \left(h + \frac{3}{2} \tilde{h} \right)}, \quad (5.1)$$

что для океанических условий не столь уж сильно отличается от результатов, полученных Русселем, так как $h \gg \tilde{h}$. В прибрежной зоне, когда глубина и высота волны мало отличаются друг от друга, предпочтение следует отдавать формуле Буссинеска.

§ 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Почти никогда не представляется возможным создать гидравлическую модель, которая являлась бы точным подобием исследуемого объекта. Соотношения глубины и плановых размеров исследуемой акватории таковы, что выдержать их при сооружении модели, как правило, невозможно, тем более что вязкость воды и эффект трения остаются неизменными и в условиях модели.

Таким образом, сооружая модель, каждый раз приходится оценивать возможные погрешности и решать задачу о допустимом соотношении планового и вертикального масштабов и переходе от измеренных на модели величин к натуре.

Следует, впрочем, заметить, что среди исследователей в данном вопросе существуют серьезные разногласия. Многие считают искажение масштабов модели недопустимым, но все же большинство моделей для исследования длинных волн сооружается в неодинаковых горизонтальном и вертикальном масштабах, причем многие вопросы, исследовавшиеся на таких моделях, были успешно решены и дали совпадающие с натурой данные.

Теоретические основы построения метода механического подобия были заложены еще в XVII веке Мариоттом и Ньютоном (Саткевич, 1934).

Дальнейшее развитие метод механического подобия получил в работах Стокса и Гельмгольца, но только после Рейнольдса метод принял законченный вид в работах Релея (1899—1909).

Всякое физическое явление выражается определенными физическими единицами, относящимися к величинам именованным. Единицы эти связаны друг с другом определенным образом и не могут изменяться независимо. Так, измерение скорости связано с измерениями длины и времени, и, если совершается пересчет длин из футов в метры и времени из минут в секунды, этим самым предопределяется и характер измерения скорости.

Отсюда делается ясным, что, если между различными физическими величинами существует аналитическая связь в форме дифференциального уравнения, связывающего силы с изменением скорости и свойствами физического тела, этим самым накладываются определенные ограничения на размерности входящих в уравнение величин.

Совокупность составляемых зависимостей и устанавливает размерность всех физических величин, сводя их к основным мерам: длины, массы и времени. Эти несложные соображения дают подход к обоснованию метода механического подобия.

Возьмем уравнение динамики вязкой жидкости

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = F(x) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial \theta}{\partial x}. \quad (5.2)$$

Здесь $F(x)$ — проекция массовых сил, $\theta = du/dx + dv/dy + dw/dz$ — скорость относительного увеличения элементарного объема жидкости, $\nabla^2 u = \partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 + \partial^2 u / \partial z^2$ — оператор Лапласа, ν — кинематический коэффициент вязкости, t — время, p — давление, ρ — плотность, u , v и w — проекции скорости на оси координат.

Если бы мы захотели изменить единицы измерения для физических величин, которые описываются данным уравнением, это необходимо было бы сделать так, чтоб не нарушать правильности составленных равенств и однородности их членов. Следовательно, введение произвольных коэффициентов может быть допустимо только в том случае, если вид уравнения и соотношения его членов остаются неизменными.

На этом принципе и основано моделирование, так как вводимые надлежащим образом коэффициенты при каждом члене уравнения дают возможность переходить от измеренных по модели явлений к условиям природы.

Введем в уравнение движения множителями некоторые числовые величины.

Пусть все длины увеличиваются в L раз, время — в T раз, все скорости — в U раз. Ускорения массовых сил, ограничиваемых нами ускорением силы тяжести g , увеличиваются в G раз, напряжения давления p — в P раз, удельная масса ρ — в R раз, коэффициент вязкости μ — в M раз, кинематический коэффициент вязкости $\nu = M/\rho$ — в N раз.

Вводя эти коэффициенты в уравнение (5.2), получим

$$\begin{aligned} & \frac{U}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{U^2}{L} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \\ & = G [F(x)] - \frac{1}{R} \frac{P}{L} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + N \frac{u}{L^2} \left(\nabla^2 u + \frac{1}{3} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Для того чтобы неизменность физического процесса, описываемого уравнением (5.2), сохранилась, требуется

$$\frac{u}{T} = \frac{u^2}{L} = G = \frac{1}{R} \frac{P}{L} = N \frac{u}{L^2}. \quad (5.4)$$

К таким же результатам приводит уравнение по двум другим осям.

Сравним теперь первый, второй и последний члены равенства. Первые два характеризуют инерционные влияния, последний — влияние сил вязкости:

$$\frac{U}{T} = \frac{U^2}{L}; \quad \frac{UT}{L} = 1; \quad (5.5)$$

$$\frac{U^2}{L} = N \frac{U}{L^2}; \quad \frac{UL}{N} = 1. \quad (5.6)$$

Наиболее важным является второе из найденных условий. Оно указывает, что для соответствия измерений в натурных условиях и по модели соотношение инерционных влияний и вязкости должно быть одинаковым.

Если, например, и на модели, и в натуре жидкость сохраняется одинаковой, причем ρ должно быть равно единице, то скорости потока на модели должны быть во столько раз большими, во сколько раз уменьшаются линейные размеры. Так, например, если модель в 10 раз меньше натуре в линейном измерении, скорости течения жидкости на модели должны быть в 10 раз больше. Это соотношение называется критерием Рейнольдса.

Первое из составленных нами условий (5.5) имеет значение при исследовании явлений неустановившегося характера, когда учитывается и время развития процесса. Это условие не противоречит (5.6) и может быть с ним согласовано.

Обратимся теперь к средним членам полученных равенств (5.4):

$$\frac{U^2}{L} = G; \quad \frac{UL}{G} = 1. \quad (5.7)$$

Здесь сопоставлено влияние инерционных членов и сил тяжести. Так как на ускорение силы тяжести в условиях опыта влиять невозможно, приходится считать $G = 1$.

Отсюда следует, что при опыте скорости течения по модели должны выбираться тем меньшими, чем меньше относительные размеры модели, пропорционально квадратному корню из L :

$$U = \sqrt{L} \text{ (критерий Фруда).}$$

Совершенно очевидно, что критерий Рейнольдса и критерий Фруда, если на модели и в натуре исследуется одна и та же жидкость, несовместимы. Так, принимая $N=1$ и $G=1$, из равенств получаем

$$UL=1 \quad \text{и} \quad \frac{U^2}{L}=1.$$

Получим, что эти равенства могут быть совмещены только, когда $L=1$. Тогда

$$U^3=1 \quad \text{и} \quad U=1.$$

Все это значит, что модель должна иметь размеры природы, чтобы эти критерии дали согласование.

Использование для опытов другой жидкости, с иным значением вязкости, отличающимся от единицы, возможно, но это вносит другие искажения, в связи с чем практически никогда не применяется.

Рассмотрим теперь сопоставление второго и четвертого членов равенства (5.4):

$$\frac{U^2}{L} = \frac{1}{R} \frac{P}{L}, \quad (5.8)$$

откуда

$$\frac{P}{RU^2} = 1. \quad (5.9)$$

Это условие не имеет противоречий с рассмотренными выше и определяет изменение силовых воздействий при переходе от одних размеров явления к другим.

Сказанное выше приводит к заключению о невозможности строгого соблюдения одинаковости механического характера явления при изменении его масштаба, если при таком сопоставлении жидкость сохраняется одной и той же.

Таким образом, возможно моделировать только такие явления, в которых имеется возможность пренебрегать некоторыми факторами, как имеющими второстепенное значение.

При рассмотрении волновых движений жидкости обычно считаются пренебрежимо малыми (Понявин, 1965):

силы внутреннего трения — из-за малости градиентов скорости течения и малой вязкости воды;

силы упругости — жидкость принимается несжимаемой, поверхностное натяжение — несущественным при волнах большой длины.

Основным критерием при моделировании волн оказывается в этих условиях критерий Фруда, учитывающий силы инерции, давления и силу тяжести.

Исследования, проведенные в Лаборатории Водгео, показали, что пересчет наблюдений с модели в натуру в условиях малых глубин может быть достоверным только при достаточно крупных масштабах модели (Вейсфельд, 1961).

§ 3. СОВРЕМЕННЫЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛИННЫХ ВОЛН И РЕШАЕМЫЕ С ИХ ПОМОЩЬЮ ЗАДАЧИ

Гидравлические модели для исследования длинных волн осуществляются в искусственных бассейнах. Наиболее простой формой бассейна являются лотки — сооружения, предназначенные для решения преимущественно плоских задач. Они имеют небольшую ширину, обычно в пределах 50—100 см, и глубину 20—100 см, при длине от нескольких метров до 100 м и более. Встречаются иногда, хотя и редко, лотки большей ширины — до 3 м.

Вторым видом экспериментальных искусственных водоемов являются бассейны — сооружения, имеющие значительно большую ширину и меньшую длину. Так, например, при исследовании затекания длинных волн во Второй Курильский пролив был использован бассейн размерами $8 \times 6,4 \times 0,3$ м.

Экспериментальные исследования волн от падающих в воду тел, проведенные американцами перед взрывом в атолле Бикини, осуществлялись в бассейне размерами 40×22 м.

Построенная на экспериментальной базе ГГИ гидравлическая модель Финского залива и части Балтийского моря, использовавшаяся для исследования ленинградских наводнений, имела размеры $45,2 \times 16,7$ м, общей площадью более 300 м². Бассейны предназначены для решения пространственных задач.

Возбуждение волн в бассейне или лотке на различных моделях осуществляется по-разному. В одних случаях используются различные механические приспособления, вытесняющие известный объем воды и тем самым создающие волновые колебания. В других используются падающие грузы различного вида, которые погружаются в воду как из надводного, так и из подводного положения, отвесно или под некоторым углом.

Применяется также и иная система формирования волн — попуски воды, осуществляющиеся разными способами: либо подъемом щита, из-под которого вытекает дополнительное количество воды, либо, как в волнопродукторе Ляхницкого, путем изливания воды в лоток из небольшого качающегося лотка, расположенного над основным, либо, наконец, дополнительными попусками из специальных кранов, откуда поступают дозированные количества воды, с целью регулирования высоты, длины и направления волны, как это имело место, например, в модели для изучения невских наводнений (Носков, 1964).

В данном случае уместно говорить только о принципах возбуждения волн, так как каждая задача, решаемая с помощью гидравлического моделирования, имеет свои особенности и требует соответственного метода возбуждения волн, отвечающего условиям поставленной задачи.

Измерительной аппаратурой при регистрации уровней в лотках и бассейнах во время экспериментов являются приборы, фиксирую-

щие изменение давления столба воды, либо изменение сопротивления при прохождении изменяющегося столба воды между двумя электродами. Запись обычно осуществляется осциллографами.

Помимо указанного, широко используется киносъемка, причем рапид-камеры дают возможность рассматривать детали процесса.

Обычно киносъемки производятся аппаратами КСР-1, АКС-1 или АКС-2 на 24-миллиметровую пленку с частотой не менее 24 кадров в секунду.

Существенное значение имеет точность результатов наблюдения в эксперименте. Этот вопрос впервые был освещен в работе Штенцеля и Степанова (1960). Они детально исследовали точность определения элементов волн с помощью электродного волнографа и установили источники погрешности.

По их мнению, точность измерения зависит от надежности работы аппаратуры при тарировке и опытах, от стабильности воспроизведения волн в различных опытах, от постоянства условий проведения опытов, от величины измеряемых элементов волн, масштаба их записи и точности их обработки.

Разнообразные модели, использованные при моделировании длинных волн, имели различные особенности, определяемые как характером поставленных задач, так и материальными возможностями исследователей.

Наиболее совершенными и современными гидравлическими моделями по оборудованию, широте поставленных задач, а также полученным результатам являются осуществленные в нашей стране модели исследования ленинградских наводнений и камчатских цунами, выполненные в ГГИ. Эти модели заслуживают подробного описания.

При решении проблемы предсказания наводнений в устье р. Невы осуществлялось также исследование длинных волн на гидравлической модели. Автором конструкции модели, экспериментов на ней и обобщения результатов опытов является В. Г. Носков (1964).

Модель воспроизводила Финский залив с дельтой р. Невы и северо-восточную часть Балтийского моря (без Ботнического и Рижского заливов). Границы модели показаны на рис. 5.1.

Масштабы модели были приняты следующими: плановый масштаб 1 : 17 000, вертикальный 1 : 400. В основу моделирования был положен принцип гравитационного подобия, отсюда масштаб времени определялся как отношение масштаба длины к квадратному корню из масштаба глубины. 4,35 сек. по модели равнялись 1 часу в натуре.

Рельеф. По морским картам прямо на асфальтовом полу вычерчивались береговая линия и изобаты. По изобатам выгибались полосы кровельной стали шириной 8 см, которые устанавливались так, что их верхняя кромка соответствовала глубине, обозначаемой изобатой. После этого в основание модели укладывался песок, а по нему слой бетона 3—4 см. Поверхность бетона доводилась до верхних кромок металлических полос изобат. Рельеф Невской губы

с дельтой Невы формировался из воска. Рельеф суши был доведен до незатапливаемых отметок.

Оборудование модели включало:

- 1) волнопродуктор для воспроизведения длинных волн различных размеров и направлений,
- 2) электроизмерительную систему для непрерывной записи хода уровня воды в различных пунктах,
- 3) сигнализатор уровня воды,
- 4) консольные мостики для выполнения различных операций на водной поверхности.

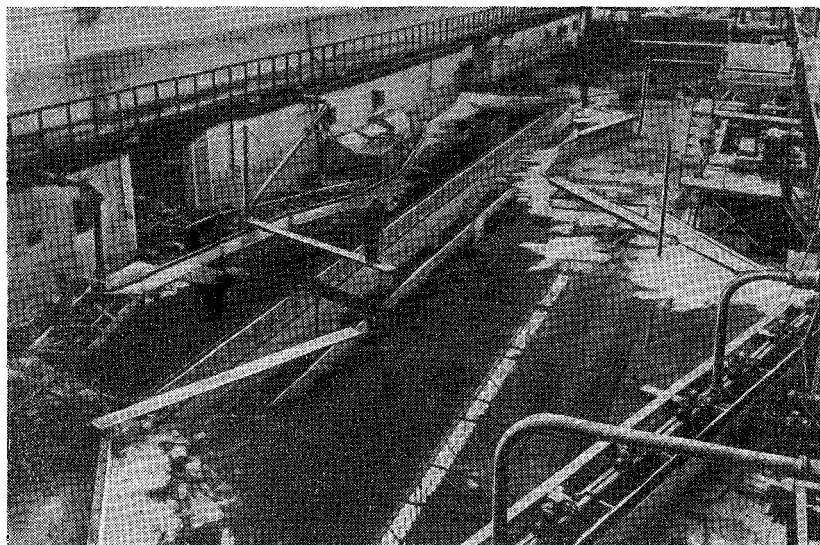


Рис. 5.1. Модель для изучения невских наводнений (фото В. Г. Носкова).

Волнопродуктор представлял собой систему из 18 автоматически управляемых по заданной программе кранов. Девять из них подавали воду для образования волны, а девять других сбрасывали ее с целью воспроизведения спада уровня перед волной, как это обычно наблюдалось в природе, и воспроизводили уход отраженной волны.

Перед каждым краном располагался резервуар, который сообщался с моделью через фильтрующую стенку из щебня. Выпускные краны располагались на концах труб, выведенных из резервуаров.

Механическое открытие и закрытие кранов осуществлялось электроприводами к задвижкам, которые позволяли регулировать расходы воды от 4 до 40 л/сек. Вода подавалась к кранам из бака, имевшего стабилизатор уровня.

Для формирования длинной волны производился попуск воды в резервуары волнопродуктора, а оттуда через фильтрующую насыпь на водную поверхность модели в виде длинной волны. Фильтрующая стенка при этом распластывала волну и сглаживала рябь на ее поверхности.

Попуск производился теми кранами, которые обеспечивали надлежащее направление волны, а расход и продолжительность попуска — ее размеры, высоту и длину.

Экспериментами было установлено, что увеличение расхода на 6,5 л дает приращение высоты волны на 2,5 мм (1 м в натуре).

Путем комбинирования работы кранов задавалось направление движения волны. Таких направлений исследовалось четыре: волна во всей ширине Балтики, волна от берега Швеции, волна из середины Балтики и волна от берега Эстонии.

Открытие и закрытие кранов и их комбинации выполнялись особым программным устройством, которое позволяло:

- 1) создавать длинную, свободно распространяющуюся волну,
- 2) изменять длину, высоту и крутизну волн,
- 3) направлять волну в Финский залив под разными углами,
- 4) создавать серию волн,
- 5) воспроизводить наложение прогрессивной волны на стоячие колебания или на отраженную волну,
- 6) создавать волну понижения путем открытия выпускных кранов,
- 7) имитировать уход отраженной волны в южную часть Балтики или уход части волны в Ботнический залив.

Запись колебаний уровня воды. Регистрация колебаний уровня на модели осуществлялась в 80 пунктах, расположенных как на побережье, так и на акватории.

Распространение экспериментальной волны вызывало колебания поверхности уровня величиной от 3 до 1 мм, что соответствовало в натуре $-1,2 \div +4$ м.

Датчики представляли собой сопротивление, изменявшееся от смачивания водой большей или меньшей его части при изменении уровня. Изменение сопротивления в цепи электрического тока в зависимости от положения уровня записывалось осциллографом на киноплёнку. Связь между уровнем и силой тока определялась тарировкой.

Распространение течений, их скорость и направление фиксировались путем фотосъемки поплавков. Фотографирование производилось через каждые 5 сек. четырьмя камерами. В поле зрения умещалась почти вся модель. Время производства каждого кадра строго увязывалось с записью колебаний уровня. Такой метод позволял получить траектории движения поплавка.

Программа экспериментов предусматривала воспроизведение:

- 1) волн, различающихся по длине, высоте и направлению, в диапазоне, заведомо перекрывающем условия существующих в природе наводнений;

- 2) волн, имитирующих известные наводнения;
- 3) особых случаев колебания водных масс для выявления деталей распространения и трансформации волны.

В результате экспериментов, продолжавшихся в течение двух лет, В. Г. Носкову удалось получить такие сведения о ленинградских наводнениях, которые невозможно было бы получить никаким иным методом, тем более что все исследование наводнений на гидравлической модели производилось в трехмерном пространстве.

Выводы из экспериментов, сделанные В. Г. Носковым для условий Финского залива, имеют, по нашему мнению, также и общий характер, относящийся к любым наводнениям, вызванным длинной волной, в связи с чем эти выводы приводятся ниже.

1. Распространение свободной длинной волны на модели Финского залива вызывает сложные деформации водной поверхности, зависящие от морфологического строения ложа залива. Конечная длина залива, наличие сужений в поперечном сечении и порогов в распределении глубин приводят к частичным и полным отражениям волны и, следовательно к наложениям отраженной и прямой частей волн.

Таким образом, если не принимать во внимание анемобарические условия, деформации уровня поверхности залива определяются его формой и размерами волн. Только под действием этих факторов уровень в вершине залива может быть больше уровня волнового возмущения при входе в залив в 1,3—4,3 раза.

2. Поскольку форма залива всегда остается неизменной, можно считать, что характер деформаций — качественная картина колебаний уровня по акватории — зависит от длины волны. Расход попуска влияет только на высоту волны.

3. Каждое волновое возмущение разбивается в сужении при входе в залив на два, иногда при очень длинных волнах — на три возмущения. Максимум уровня в Ленинграде при относительно коротких волнах (< 400 км для натуры) вызывается первым возмущением, при более длинных волнах — вторым возмущением и, как исключение, третьим.

4. Чем больше расход и продолжительность попуска (т. е. высота и длина волны) и чем меньше угол между направлением распространения волны и осью залива, тем больше подъем уровня в Ленинграде.

5. Величина максимального уровня в пунктах, лежащих между входом в залив и Шепелевским маяком (40 км от Ленинграда), определяется: для коротких волн — высотой прямой (неотраженной) волны; для более длинных волн — результатом сложения отраженных и неотраженных частей волны.

По этой причине отношение максимума уровня в Ленинграде к максимуму в любом другом пункте залива не может быть постоянным. Оно колеблется в пределах от 1,4 до 5,6 в обратной зависимости к длине волны.

6. Интервалы времени между наступлением максимумов в отдельных пунктах залива и в Ленинграде не остаются постоянными, так как зависят от длины волны. Для коротких волн по ходу уровня в последовательно расположенных пунктах можно составить представление о распространении гребня волны по заливу.

При более длинных волнах (>400 км для природы) максимумы могут наступать почти одновременно по всему заливу, а при очень длинных волнах максимумы в Ленинграде могут опережать максимум уровня в восточной части залива. Последнее объясняется результатами сложения прямой и отраженной частей волны.

В этом случае понятие о скорости распространения гребня является условным и формула Лагранжа не может быть использована для расчетов возмущения уровня в последующем пункте по колебаниям уровня в предыдущем, считая по ходу прямой волны с запада на восток.

7. После полного отхода волны возникают сейшевые колебания уровня с периодом при пересчете на природу примерно 26 час.

8. Повторный подъем уровня в Таллине, наступающий через 7—8 час., образуется сложением отраженной части первого возмущения и вторичного возмущения, распространяющегося из Балтийского моря.

9. Высота подъема уровня у берегов и по оси залива практически одинакова. Ход уровня на оси залива на 0,5—1 час опережает ход уровня в береговых пунктах.

10. Наложение длинных волн на возмущенную поверхность можно рассматривать как простое сложение колебаний.

11. Течение во всей толще воды и по всей ширине водоема совпадает с направлением распространения длинных волн. При частичном или полном отражении последних оно изменяется на обратное по всей глубине.

Сравнение экспериментальных данных с натурными в той части, где это было возможно, показало хорошее соответствие хода процессов на гидравлической модели и в природе.

В той же русловой лаборатории ГГИ, где В. Г. Носковым исследовались невиские наводнения, в 1964—1965 гг. М. И. Кривошей исследовались цунами на гидравлических моделях. Изучалось накатывание на берег волн цунами в районе г. Усть-Камчатска.

Как известно, теоретический расчет дает возможность определить высоту цунами при подходе ее к берегу до момента обрушения. Какие процессы происходят далее при накате разбитой волны на коренной берег, рассчитать пока невозможно, и единственным способом оценить воздействие этого опасного явления на берега являются исследования на гидравлической модели.

М. И. Кривошей (1968) подошла к решению задачи путем последовательного моделирования процесса — от решения общих вопросов до более подробных и тщательных исследований наиболее важных деталей.

Всего было выполнено три модели:

1) мелкомасштабная модель Камчатского залива и прилегающей части Тихого океана. Целью ее исследования было установить влияние рельефа дна и местоположения эпицентра цунами на угол подхода волны к берегу. Это обеспечивало и получение граничного условия для последующего моделирования;

2) крупномасштабная модель части Камчатского залива до глубины 200 м. Целью исследования этой модели было определение границ и уровня затопления в условиях пространственной задачи;

3) 100-метровый гидравлический лоток. Лоток был предназначен для определения мощности наземного потока в условиях плоской задачи при отсутствии искажения масштабов.

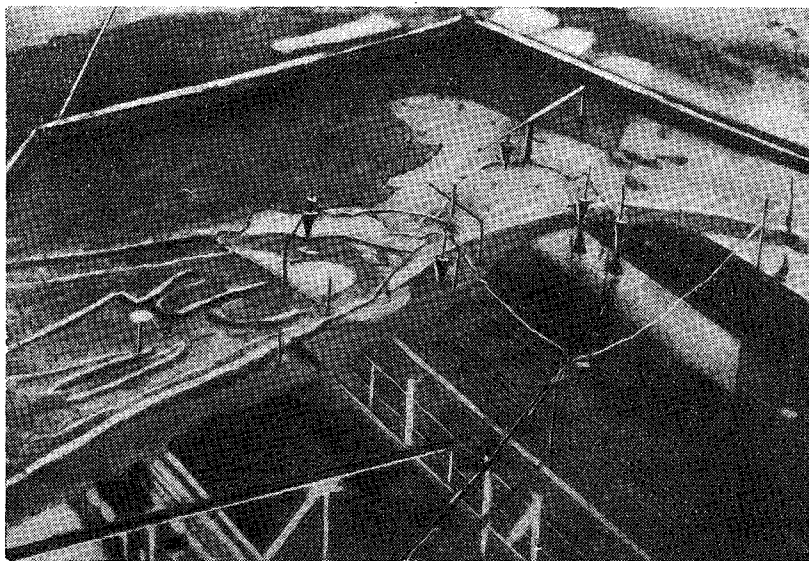


Рис. 5.2. Мелкомасштабная модель Камчатского залива и прилегающей части Тихого океана (фото М. И. Кривошей).

Мелкомасштабная модель Камчатского залива и прилегающих районов Тихого океана соответствовала акватории $1000 \times 650 \text{ км}^2$. Модель была выполнена в масштабах: плановый $1 : 65\,000$, вертикальный $1 : 12\,500$. Масштаб времени определен в соответствии с критерием Фруда: одна секунда на модели соответствовала 10 мин. процесса в натуре (рис. 5.2).

Модель была выполнена из бетона и воспроизводила подводный рельеф до горизонтали 7000 м.

Волны цунами воспроизводились пневматическим волнопродуктором. Размеры волнопродуктора $0,45 \times 0,50 \text{ м}^2$; это примерно соответствует району, в границах которого определяется положение

эпицентра землетрясения. Волна создавалась путем быстрой подачи воздуха в приемник волнопродуктора, в результате чего возникала волна. Такого рода волны формировались в различных пунктах акватории, соответствующих эпицентрам землетрясений. Длинные волны, формируемые пневматическим волнопродуктором, по своей природе соответствовали волнам цунами, возникающим при поднятии дна океана на определенных участках.

Эксперименты производились при четырех различных положениях волнопродуктора. В каждом положении создавались волны при давлениях $p=0,1; 0,3; 0,5$ и $0,7$ атм. Каждый опыт повторялся дважды.

Ввиду мелкого вертикального масштаба, обусловленного необходимостью моделировать большие глубины — до 7000 м, создавались заведомо большие высоты волн, что не меняло характера их подхода к берегу вследствие рефракции и позволяло установить угол подхода.

Запись колебаний уровня производилась в 25 точках модели с помощью пластинчатых датчиков сопротивления и осциллографа МПО-2.

На основании записей определялись высота гребня и глубина ложбины, а также время добегания волны в различные точки модели от постоянной, наиболее мористой точки, взятой за нулевую.

По показаниям датчиков уровня были построены схемы, показывающие положения гребней волны при подходе ее к побережью при различном положении волнопродуктора. Как оказалось, положение источника длинных волн не влияет на угол подхода волны к берегу: волна цунами всегда подходит к берегу фронтально, что свидетельствует о преобладающем влиянии рефракции на ориентацию волн.

Данные об изменении высоты волн при движении их с больших глубин к берегу показали, что высота их уменьшается по мере движения по большим глубинам вследствие рассеяния энергии.

Рост высоты за счет мелководья начинается с 1000 м, другими словами, волна начинает чувствовать дно значительно раньше, чем она выходит на материковую отмель.

На модели воспроизводились волны с периодом $T=1,5 \div 2,0$ сек., что в натуре соответствует 15—20 мин. Длина этих волн могла быть определена по формуле $c=\sqrt{gh}$. Длина начальной волны при глубине 4000 м — около 200 км. Таким образом, на модели создавались волны, соответствующие реальным цунами. Приходу гребня такой волны к берегу предшествовало понижение уровня моря, что, как показали эксперименты, характерно для цунами, образующихся в результате резкого поднятия дна океана.

Получив граничное условие — угол подхода волн к берегу на мелкомасштабной модели, — М. И. Кривошей перенесла дальнейшие исследования по определению границ и слоя затопления на крупномасштабную модель.

Крупномасштабная модель изображала часть Камчатского залива площадью 90×45 км² в масштабах: горизонтальном 1:5000,

вертикальном 1 : 350. Масштаб времени: 1 сек. на модели соответствовала 4,5 мин. в натуре. Изображение морской части рельефа было выполнено из бетона, начиная с глубин 200 м (рис. 5.3).

Район предполагаемой застройки, Дембиевская коса, р. Камчатка и р. Озерная были сформованы из пластилина и воска с целью увеличить точность изображения рельефа.

Волнопродуктор представлял собой металлическую трубу длиной 8 м и диаметром 0,8 м. Мостовым краном волнопродуктор приподнимался на заданную высоту, с которой падал, вытесняя определенный объем воды и формируя, таким образом, длинную волну.

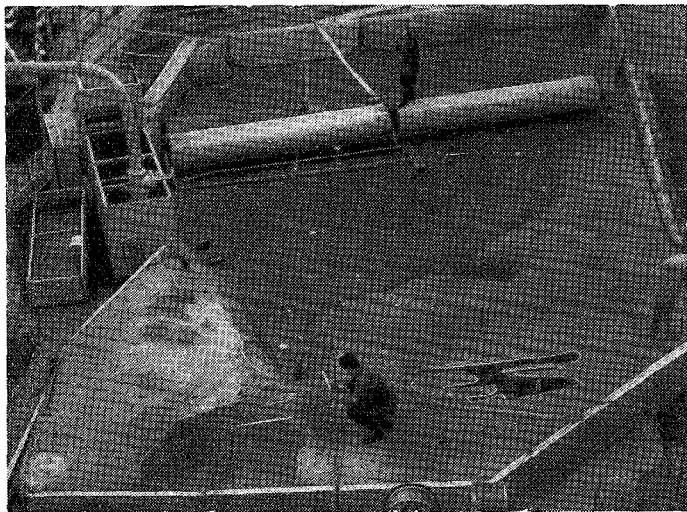


Рис. 5.3. Крупномасштабная модель Камчатского залива.

Различная высота, с которой сбрасывалась труба волнопродуктора, обеспечивала различную высоту волны при одинаковом периоде, равном в пересчете на натуру 10 мин. у берега, на глубине, соответствующей 20—30 м.

Как показали эксперименты, отражение от стенок модели не влияло на первую и вторую волны и оказывалось заметным только начиная с третьей и последующих волн.

Уровень затопления определялся над урезом воды в зависимости от высоты гребня волны в вершине залива.

На модели наблюдалась весьма своеобразная картина наката волны цунами на берег. После накатывания гребня первой волны происходило сильное обнажение дна у берега. Это обнажение явилось не откатом волны назад, а прохождением очень глубокой ложбины. Такая ложбина характерна только для первой волны. Последующие волны идут по более высокому уровню вследствие

отражения первой волны от берега и не обладают такими глубокими ложбинами. Подобное явление обнаруживается также и по некоторым мареограммам, что было установлено Л. Н. Иконниковой. Отсюда следует, что при подходе цунами может быть и «отход» моря перед приходом волны, и обнажение дна после наката гребня первой волны на берег.

Любопытные данные были получены относительно обрушения волн. Особенно отчетливым оно было у волн большой высоты (в пересчете на высоту 25 м).

Обрушение наблюдалось только в районе, где зона глубин имеет значительную ширину, а уклоны дна невелики (левее Дембиевской косы). В вершине залива обрушение отсутствовало.

В результате экспериментов была получена связь между высотой гребня волны и уровнем затопления. При максимальной высоте гребня 23 м получились следующие уровни затопления над урезом воды: поселок Варгановка 14 м, мыс Толстый 9,0 м, мыс Погодный 7,5 м. Для определения границы затопления и распределения течений использовалась киносъемка камерой КС 50Б со скоростью 16 кадров в секунду. Поверхностные течения фиксировались поплавками.

По скорости течения можно уверенно наметить характерные участки при накате цунами на берег: зона с замкнутыми траекториями течений — преобладание волнового движения; зона с разрывными траекториями — перестройка волны перед обрушением; прямолинейные траектории — переход волнового движения в поступательное, в поток — после обрушения волны.

Для проверки соответствия полученных экспериментальных данных было воспроизведено апрельское цунами 1923 г. Полученные результаты показали хорошую сходимость эксперимента с натурными данными о границах затопления, полученными в результате опроса местных жителей.

Завершающим этапом работ по исследованию затоплений от цунами в Камчатском заливе была проверка выполненных результатов в 100-метровом гидравлическом лотке. Эта проверка должна была установить влияние на результаты эксперимента искажения масштабов и значение обрушения волны для характера затоплений.

Ширина лотка 1 м, глубина 1,20 м.

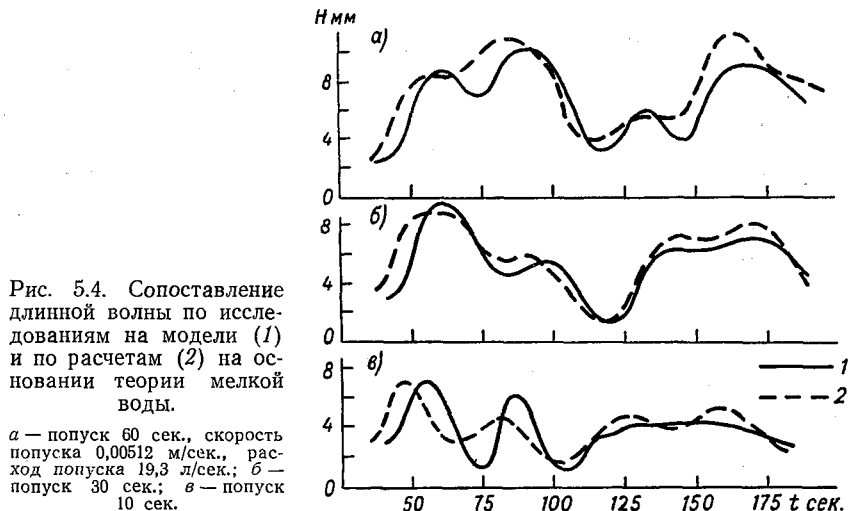
В лотке были последовательно сооружены три профиля. Моделирование выполнялось с глубины 80 м. Большая длина лотка позволила создать модели с одинаковыми горизонтальным и вертикальным масштабами — 1:200. Волна создавалась выпуском воды из-под щита. Максимальная глубина в верхнем створе 1 м, в нижнем 0,4 м. Изменения параметров волны создавались вариациями в величине и продолжительности открытия щита.

Эксперименты в лотке выявили несколько важных деталей в накате волны на берег. При накатывании длинной волны обрушался только передний ее склон. В результате откатывания назад обрушившейся части волны образовывался сильный всплеск.

Установлена также зависимость между длиной волны (или ее периодом) и уровнем затопления, который увеличивается с увеличением периода цунами.

Эксперименты на модели в лотке с неискаженным масштабом подтвердили результаты экспериментов на крупномасштабной пространственной модели, что позволило с уверенностью рекомендовать результаты эксперимента для практического использования.

Следует указать, что избранная М. И. Кривошей система последовательного моделирования на трех моделях является весьма перспективной и дающей максимум уверенности в соответствии результатов опыта натурным данным.



В настоящее время развивающейся и, видимо, весьма перспективной областью является электронное моделирование, основанное на том, что процессы, происходящие в воде, и электрические явления могут быть описаны одними и теми же дифференциальными уравнениями.

В этом направлении уже много лет назад в гидротехнических исследованиях использовался принцип электро-гидродинамических аналогий. Так, например, определение подземного фильтрационного контура при возведении плотин прочно установилось и решается путем ЭГДА.

В настоящее время попытки исследования процессов, происходящих в воде, путем аналогий с изменениями электрического поля решаются не только путем измерения падения напряжения, но и использования других, более сложных характеристик электрического поля.

Эти методы уверенно прокладывают себе дорогу, но в настоящий момент все еще не созрели для какого-либо обобщения, поэтому мы ограничиваемся только упоминанием о них.

Интересующихся этим вопросом и приложением его к океанографии отсылаем к весьма интересной и важной работе Ю. Н. Сергеева (1965).

В заключение нам представляется целесообразным привести специально проведенные эксперименты, подтверждающие достаточно хорошую согласованность математических и гидравлических моделей. При исследовании невских наводнений В. Г. Носковым и Р. В. Пясковским были сопоставлены результаты эксперимента длиной волны на гидравлической модели и результаты расчета по одномерной схеме на основании теории волн мелкой воды.

В данном случае «натурой» являлась гидравлическая модель. По ее морфометрии, начальным уровням и расходам попуска по уравнению (2.53) рассчитывался ход уровня на ЭВЦМ.

Результаты сопоставления приводятся на рис. 5.4, из которого следует довольно хорошее согласие кривых хода уровня, измеренного на гидравлической модели и рассчитанного по упомянутой схеме.

Сказанное подтверждает законность сделанных допущений при гидравлическом моделировании и достаточность критерия Фруда для исследования длинных волн, равно как и достаточную объективность одномерной математической модели для данных условий.

ЛИТЕРАТУРА

- Алексеев Г. В. 1969. Физико-статистические исследования неперiodических колебаний уровня арктических морей. Автореферат диссертации.
- Арсеньева Н. М., Давыдов Л. К., Дубровина Л. Н., Конкина Н. Г. 1963. Сейши на озерах. Изд. ЛГУ.
- Баском В. 1966. Волны и пляжи. Гидрометеиздат, Л.
- Бельский Н. И. 1954. Синоптические условия ленинградских наводнений. Труды ГОИН, вып. 27 (39).
- Берг В. А. 1926. Лабораторное исследование наводнений в Ленинграде. Исследование р. Невы и ее бассейна, вып. 3. Изд. ГГИ.
- Берг В. А. 1928. Анализ наводнения в устье р. Невы 23 сентября 1924 г. Труды 2-го Всесоюзного гидрологического съезда.
- Берг В. А. 1935. О механизме наводнений в вершине Финского залива. Исследование морей СССР, ч. 1—2, вып. 16, 1932 и вып. 21, 1935 г. Изд. ГГИ, Л.
- Берг Л. С. 1908. Аральское море. Опыт физико-географической монографии. Изв. Туркест. отд. РГО, т. V, Ташкент.
- Бреховских Л. М. 1956. О цунами и наблюдениях над сверхдальним распространением звука в океане. Бюлл. Совета по сейсмологии, № 2.
- Бровиков И. С. 1960. Изменение элементов волн при выходе на мелководье. Труды ГОИН, вып. 50.
- Вазов В., Форсайт Д. 1963. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. ИЛ, М.
- Варзар С. М. 1934. К вопросу об отыскании скрытых периодичностей. Зап. ГГИ, т. 13.
- Вейсфельд И. А. 1961. К вопросу о моделировании волновых движений жидкости на малых глубинах. Океанология, № 5.
- Визе В. Ю. 1925. Колебания уровня воды в Финском заливе 23 сентября 1924 года. Изв. Центр. гидрометбюро, IV, Л.
- Влодавец В. И. 1956. О цунами, связанных с вулканическими извержениями. Бюлл. Совета по сейсмологии, № 2.
- Войт С. С. 1958. Распространение приливных волн из пролива в открытый бассейн. Изв. АН СССР, серия геофиз., № 4.
- Войт С. С. 1961. Распространение приливных волн из пролива в бассейн переменной глубины. Труды МГИ АН УССР, т. 24.
- Вольцингер Н. Е., Лабзовский Н. А., Пясковский Р. В. 1964. Численный расчет подъемов уровня в Ленинграде. Труды ГОИН, вып. 84.
- Вольцингер Н. Е., Максимов И. В., Пясковский Р. В. 1966. Опыт применения частотного анализа для изучения внутренней структуры природных климатических рядов. Труды ААНИИ, т. 277.
- Вольцингер Н. Е., Пясковский Р. В. 1968. Основные океанологические задачи теории мелкой воды. Гидрометеиздат, Л.
- Вольцингер Н. Е., Симуни Л. И. 1963. Численное интегрирование уравнений мелкой воды для прогноза невыхских наводнений. Труды ГОИН, вып. 74.
- Газарян Ю. Л. 1955. О поверхностных волнах в океане, возбуждаемых подводными землетрясениями. Акустический журнал АН СССР, I, вып. 3.
- Голант В. Я. 1966. Угрожение строптивой. Гидрометеиздат, Л.

- Григораш З. К. 1955. Опытное исследование уединенной волны в канале переменного сечения. Труды МГИ АН СССР, т. 5.
- Григораш З. К. 1957. Обзор работ, посвященных проблеме волн цунами. Труды МГИ АН СССР, т. 10.
- Грушевский М. С. 1953. Распространение длинной волны в прямоугольном канале с горизонтальным и наклонным дном. Труды ГГИ, вып. 40.
- Грушевский М. С. 1956. Определение профиля длинной волны, вызванной ветром. Труды ГОИН, вып. 33 (45).
- Дарвин Д. Г. 1923. Приливы и родственные им явления в солнечной системе. Госиздат, М.
- Действие атомного оружия. Воениздат, 1954.
- Действие ядерного оружия. Воениздат, 1965.
- Дубов В. П. 1937. Сейши Балтийского моря и связь их с наводнениями в Ленинграде. Труды ГГИ, вып. V.
- Дуванин А. И. 1956. Уровень моря. Гидрометеониздат, Л.
- Зубов Н. Н. 1945. Льды Арктики. Л.
- Зубов Н. Н. 1947. Динамическая океанология. Гидрометеониздат, М.—Л.
- Иванов Г. С. 1946. К вопросу о прогнозах ленинградских наводнений. Морские гидромет. прогнозы, серия V, вып. 14.
- Иконникова Л. Н. 1961. Цунами на Дальнем Востоке. Труды ДВ НИГМИ, вып. 12.
- Каган Б. А. 1968. Гидродинамические модели приливных движений моря. Гидрометеониздат, Л.
- Кан С. И. 1948. Метод краткосрочных прогнозов уровня северной части Каспийского моря. Труды ЦИП, вып. 3.
- Каракаш А. И. 1939. Метод предсказания краткосрочных изменений уровня на внутренних морях СССР (Каспийское, Черное, Азовское). Метеорология и гидрология, № 3.
- Караушев А. В. 1960. Проблемы динамики естественных русловых потоков. Гидрометеониздат, Л.
- Каратыгин П. П. 1889. Летопись наводнений 1703—1879 гг. СПб.
- Кирнос Д. И. и Рыков А. В. 1961. Специальная быстродействующая сейсмическая аппаратура для оповещения о цунами. Бюлл. Совета по сейсмологии, № 9.
- Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. 1955. Теоретическая гидромеханика. Изд. 5-е. ГИТТЛ, М.
- Кривошей М. И. 1968. Моделирование цунами в устье Камчатского залива. Сб. «Проблемы цунами». Изд-во «Наука», М.
- Кривошей М. И. 1968а. Исследование вторичных колебаний на теле длинной волны. Труды ГГИ, вып. 155.
- Курант Р. 1964. Уравнения с частными производными. Изд-во «Мир», М.
- Кучмент Л. С. 1967. Решение обратных задач для линейных моделей стока. Метеорология и гидрология, № 10.
- Лабзовский Н. А. 1952. Определение элементов волн в зависимости от скорости ветра. Сб. трудов ЛОНИТО ВТА.
- Лабзовский Н. А. 1956. О предсказании неперiodических колебаний уровня. Труды ЛГМИ, вып. 4.
- Лабзовский Н. А. 1956а. Установившиеся сгонно-нагонные колебания уровня в водохранилищах. Труды ЛГМИ, вып. 5—6.
- Лабзовский Н. А. 1956б. Расчет элементов волн на мелководье. Проблемы регулирования стока, № 6. Секция водохоз. проблем АН СССР.
- Лабзовский Н. А. 1962. Расчет ветровых колебаний в восточной части Финского залива. Труды ГОИН, вып. 69.
- Лабзовский Н. А. 1963. Приближенный метод расчета нагонных уровней в восточной части Финского залива. Труды ГОИН, вып. 74.
- Лабзовский Н. А. 1966. Морские наводнения в устье р. Невы. Труды ГОИН, вып. 79.
- Ламб Г. 1947. Гидродинамика. ОГИЗ.
- Ленинград в борьбе с наводнениями. Изд. Комендантского управления Ленинграда, 1925.

Линейкин П. С. 1937. К теории приливов в бассейнах и каналах. «Геофизика», т. VII, вып. 1.

Маккавеев В. М. 1926. Вопросы гидромеханического анализа невыхских наводнений. Зап. ГГИ.

Маккавеев В. М. 1952. Учет ветрового фактора и шероховатости дна в динамике волн и переносных течений. Труды ГГИ, вып. 28/82.

Малинина Т. И. 1960. О сейшах Якимварского залива подо льдом. Изв. ВГО, т. 92, вып. 3, Л.

Марчук Г. И. 1967. Численные методы прогноза погоды. Гидрометеиздат, Л.

Марчук Г. И., Каган Б. А., Тамсалу Р. Э. 1969. Численный метод расчета приливных движений в окраинных морях. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, т. V, № 7.

Марютин Т. П. 1941. Опыт зарубежных стран в прогнозах уровня приливных морей и основные уравнения для прогнозов уровня в Белом море. Вопросы морских прогнозов. Труды ГМС, серия 5, вып. 1.

Матушевский Г. В., Привальский В. Е. 1968. Фильтрация временных рядов в гидрометеорологии. Океанология, т. 8, № 3.

Михайлов Ю. Д. 1961. Характер колебаний уровенной поверхности Финского залива и их связь с колебаниями поверхности всего Балтийского моря. Труды ГОИН, вып. 56.

Михайлов Ю. Д. 1962. Исследование уровня и течений в Финском заливе. Труды ГОИН, вып. 69.

Михайлов Ю. Д. 1963. Влияние скорости и направления атмосферных возмущений на колебания уровня в западной части Финского залива. Труды ГОИН, вып. 74.

Михайлов Ю. Д. и Писаревская В. Д. 1962. Результаты исследования ветра над Финским заливом с корабля. Труды ГОИН, вып. 69.

Михайлов Ю. Д. и Померанец К. С. 1969. Гидрометеорологические условия наводнения 18 октября 1967 г. в Ленинграде и его расчет численным методом. Труды ГГИ, вып. 173.

Монин А. С., Яглом А. С. 1965. Статистическая гидромеханика. Изд-во «Наука», М.

Мустафин Н. В. 1961. О катастрофических нагонах в юго-восточной части моря Лаптевых. Проблемы Арктики и Антарктики, вып. 71.

Мустафин Н. В. 1965. Методика прогноза сгонно-нагонных колебаний уровня дна арктических морей. Труды ЦИП, вып. 142.

Мустафин Н. В. 1966. Итоги практического применения и перспективы развития методов прогноза уровня в морях Лаптевых и Восточно-Сибирском. Проблемы Арктики и Антарктики, вып. 22.

Нежиховский Р. А. 1955. Река Нева. Гидрометеиздат, Л.

Никифоров Е. Г. 1955. О процессе ветрового волнения. Уч. зап. ЛВМУ им. адм. Макарова, вып. 1, Л.

Носков В. Г. 1964. К вопросу о формировании ленинградских наводнений. Труды ГГИ, вып. 117.

Оболенский В. Н. 1920. Сейши и их теория. Зап. по гидрографии, т. 43, вып. 2, Л.

Овсянникова О. А. 1965. Прогнозирование морских неперидических течений на основе метода линейной экстраполяции случайных процессов. Труды ГОИН, вып. 85.

Оганесян Л. А., Акимова Т. П. 1966. Программа ВЦ ЛОЦЭМИ.

Полубаринова-Кочина П. Я. 1937. К задаче о приливах в прямоугольном бассейне при малых значениях угловой скорости вращения жидкости. Изв. АН СССР, отдел математики и естеств. наук, № 3.

Понявин И. Д. 1965. Волны цунами. Гидрометеиздат, Л.

Попов Г. И. 1961. Об условиях образования цунами. Бюлл. Совета по сейсмологии АН СССР, № 9.

Праудмен Дж. 1957. Динамическая океанография. ИЛ, М.

Привальский В. Е. 1968. О вынужденных колебаниях уровня Балтийского моря. Океанология, т. VIII, вып. 2.

- Ремезова М. В. 1937. Сейши Аральского моря. Труды ГГИ, вып. 5.
- Рихтмайер Р. Д. 1960. Разностные методы решения краевых задач. ИЛ, М.
- Рыкачев М. А. 1898. О наводнениях в С.-Петербурге и о возможности их предсказывать на основании метеорологических наблюдений. Зап. по гидрографии, XIX, СПб.
- Саваренский Е. Ф. 1956. Проблемы цунами. Бюлл. Совета по сейсмологии АН СССР, № 2.
- Саваренский Е. Ф., Тищенко В. Г., Святловский А. Е., Добровольский А. Э., Живаго А. Л. 1958. Цунами 4—5 ноября 1952 г. Бюлл. Совета по сейсмологии АН СССР, № 4.
- Саркисян А. С. 1966. Основы теории и расчет океанических течений. Гидрометеиздат, Л.
- Саткевич А. А. 1926. Основные методы анализа эмпирических кривых периодического типа. Зап. ГГИ, т. 2.
- Саткевич А. А. 1934. Теоретические основы гидроаэродинамики. ОНТИ, М.—Л.
- Святловский А. Е. 1955. Цунами (морские волны при землетрясениях). Секерж-Зенкевич Т. Я. 1957. К задаче о распространении приливной волны в проливе. Изв. АН СССР, серия геогр., № 4.
- Секерж-Зенкевич Т. Я. 1959. Частные решения задачи о распространении свободной приливной волны в канале переменной глубины. Изв. АН СССР, серия геофиз., № 10.
- Сергеев Ю. Н. 1965. Краевые задачи динамической теории приливов. Автореферат диссертации на соискание уч. ст. канд. геогр. наук. Л.
- Серебренников Н. Г. и Первозванский А. А. 1965. Выявление скрытых периодичностей. Изд-во «Наука».
- Сивашинский С. В., Акимова Т. П. 1964. Стандартная программа ВЦ ЛОЦЗМИ.
- Советов С. А. 1933. Механизм ленинградских нагонных наводнений. Сб. «Защита Ленинграда от нагонных наводнений», Л.
- Соловьев В. Н. 1925. Метод моделей и его применение к изучению сейш озера Байкал. Изв. Биолого-геогр. НИИ при Иркутском гос. ун-те, т. II, Иркутск.
- Соловьев С. Л. и Шебалин Ф. Г. 1959. Цунами и интенсивность курило-камчатских землетрясений. Изв. АН СССР, серия геофиз., № 8.
- Соловьев В. Н., Шостакович В. Б. 1926. Сейши озера Байкал. Труды Иркутской магнит. и метеорол. обсерв., № 1.
- Соловьев С. Л. и Ферчев А. Н. 1961. Сводка данных о цунами в СССР. Бюлл. Совета по сейсмологии АН СССР, № 9.
- Сретенский Л. Н. 1936. Теория волновых движений жидкости. ОНТИ, М.—Л.
- Сретенский Л. Н. 1937. Движение свободной приливной волны во вращающемся канале. Уч. зап. МГУ, 7.
- Сретенский Л. Н. 1937а. О движении свободной приливной волны внутри Полярного бассейна. Изв. АН СССР, серия геогр. и геофиз., 9, № 3.
- Сретенский Л. Н. 1945. Распространение полусуточной приливной волны в водном полушарии Земли. Изв. АН СССР, серия геогр. и геофиз., 11, № 3.
- Сретенский Л. Н. 1947. Теория приливов долгого периода. Изв. АН СССР, серия геофиз., 11, № 3.
- Сретенский Л. Н. 1950. Преломление и отражение плоских волн в жидкости при переходе с одной глубины на другую. Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 11.
- Сретенский Л. Н. 1963. Гидродинамическая задача, связанная с проблемой цунами. Труды МГИ АН УССР, т. 27.
- Стокер Дж. 1959. Волны на воде. ИЛ, М.
- Тихомиров А. И. 1958. Сейшевые течения в Якимварском заливе. ДАН СССР, т. 121.
- Тишкин И. Б. 1960. Изучение явления тягуна в портах. Труды ЦНИИМФ, вып. 26.

Тишкин И. Б. 1964. Воздействие длиннопериодных волн на пришвартованные суда на акваториях портов. Труды Союзморниипроекта, № 4.

Томсон Ф. 1962. Анализ и предсказание погоды численным методом. ИЛ, М.

Топорков Л. Г. 1967. Формирование сгонно-нагонных колебаний уровня на бере р. Колымы. Труды ААНИИ, т. 278.

Фельзенбаум А. И. 1968. О методе полных потоков Штокмана—Сверд-рупа—Манка. ДАН СССР, т. 179, № 5.

Фельзенбаум А. И. 1968а. Гидродинамические модели неоднородного океана или моря. Кн. «Проблемы теории ветровых и термохалинных течений».

Фрейдзон А. И., Бельский Н. И., Попков А. А. 1960. Приемы расчета подъемов уровня воды в устье р. Невы. Труды ГОИН, вып. 56.

Численные методы расчета штормовых нагонов. Сб. статей. Перевод Н. Е. Вольцингера и Р. В. Пяскового. Гидрометеониздат, Л., 1964.

Шокальский Ю. М. 1917. Океанография. Петроград.

Штендель В. К., Степанов Н. А. 1960. О точности лабораторных волновых исследований. Труды ЛОИВТА, вып. VIII.

Шулейкин В. В. 1953. Физика моря. Изд. АН СССР, М.

Шулейкин В. В. 1957. Теория морских волн. Труды МГИ АН СССР, т. 9.

Ямпольский А. Д. 1965. О спектральных методах исследования океанологических процессов. Океанология, т. V, вып. 5.

Ямпольский А. Д. 1966. О зависимости спектра скорости дрейфового течения от спектра касательного напряжения ветра. Изв. АН СССР, физика атмосферы и океана, т. 2, № 11.

Яненко Н. Н. 1966. Метод дробных шагов решения многомерных задач. Новосибирск.

Arthur R. and Cochrane I. D. 1948. Reflection of the tsunami. J. Mar. Res., vol. 7, No. 3.

Bartlett M. S. 1967. Some remarks on the analysis of time series. Biometrika, vol. 54, No. 1—2.

Du Boys P. 1891. Essay theorique sur les seiches. Arch. Sci. Phys. Nat. Ser. 3, 25, Geneve.

Breitschneider C. L. 1967. How to calculate storm surges over a continental shelf. Ocean Industry. July.

Clarney J. G. 1955. The use of the primitive equations of motion in numerical prediction. Tellus, 7, No. 1.

Charney J. G. 1962. Integration of the primitive and balance equations. Proc. Int. Symp. on 1960. Numerical Weather Prediction, Tokyo.

Chrystal G. 1905. On the hydrodynamical theory of seiches. Trans. Roy. Soc. Edinb., vol. 41.

Courant R., Friedrichs K. O. und Lewy H. 1928. Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. Math. Ann., 100.

Courant R., Isaacson E. and Rees M. 1952. On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. Comm. Pure and Appl. Math., 5.

Defant A. 1918. Neue Methode zur Ermittlung der Eigenschwingungen (Seiches) von abgeschossenen Wassermassen (Seen, Buchten u. s. w.). Ann. Hydr. und Mar. Met., 46, Berlin.

Defant A. 1953. Theorie der Seiches des Michigansees und ihre Abwandlung durch Wirkung der Korioliskraft. Arch. Mat. Geophys. Biocl. A, Bd 6, H. 2. Wien.

Doodson A. T. 1924. Meteorological perturbations of the sea level and tides. Mon. Not. Roy. Astronom. Soc. Geophys. Suppl., vol. 1, No. 4.

Doodson A. T. and Warburg H. D. 1941. Admiralty manual of tides. London, His Majesties Stationary Office.

Eckart C. 1951. Surface waves on water of variable depth. Marine Physical Laboratory and Scripps Institution of Oceanography, Wave Rep., 100, Ref. 51—12.

Ertel H. 1933. Eine neue Methode zur Berechnung Eigenschwingungen von Wassermassen in Seen unregelmässiger Gestalt. Sitz. Ber. Preuss. Akad. d. Wiss., Phys.-Math. Kl. 24, Berlin.

Fisch A. 1957. Seiche movement and its effect on the hydrology of Lake Victoria. London.

Ficher G. 1965. Comments on „Some Problems Involved in the Numerical Solutions on Tidal“. Hydraulic Equations. Mon. Wea. Rev., vol. 93, No. 2.

Ficher G. 1965a. A survey of finite-difference approximation to the primitive equations. Mon. Wea. Rev., vol. 93, No. 1.

Forel F. A. 1895. Le Léman; monographie limnologique. T. 2. Lousaune.

Friedrichs K. O. 1947. On the derivation of the shallow water theory. Comm. Pure a. Appl. Math., 1.

Goldsborough G. R. 1914. The dynamic theory of the tides in a zonal ocean. Math. Soc., 14.

Goldsborough G. R. 1927. The tides in ocean on a rotating globe. I. Proc. Roy. Soc. (London), A-117.

Goldsborough G. R. 1933. The tides in ocean on a rotating globe. IV. Proc. Roy. Soc. (London), A-140.

Goldstein S. 1928. The free oscillations of water in a canal of elliptic plane. Proc. Math. Soc., 28, London.

Goldstein S. 1929. Tidal motion in rotating elliptic basins of constant depth. Mon. Not. Roy. Ast. Soc. Geophys. Suppl., 2.

Gowrlay A. R., Morris J. 1968. Finite-difference method for non-linear hyperbolic system. J. Mathem. Comput., vol. 22, No. 101—103.

Groen P., Groves G. M. 1962. Surges. In: The Sea, vol. 1, N. Y. — London.

Groves G. M., Mijata M. 1967. On weather-induced long waves in equatorial Pacific. J. Mar. Res., 25, No. 2.

Gutenberg B. 1939. Tsunamis and Earthquakes. Bull. Seismol. Soc. Americ., vol. 29, No. 4.

Hansen W. 1956. Theorie zur Errechnung des Wasserstandes und der Strömungen in Randmeeren nebst Anwendungen. Tellus, 8.

Harris R. A. 1904. Manual of tides. Part IV BUSA Coast Geod. Surv.

Harris L. D. 1956. The effect of a moving pressure disturbance on the water level in a lake. National Hurricane Research Project Report, No. 4.

Harris L. D., Jelesnianski C. 1964. Some problems involved in the numerical solution of tidal hydraulic equation. Mon. Wea. Rev., vol. 92, No. 9.

Heaps N. S. 1965. Storm surges on a continental shelf. Proc. Roy. Soc. A, 257.

Heaps N. S. 1969. A two-dimensional numerical sea model. Proc. Roy. Soc. A, 265.

Holloway J. 1958. Smoothing and filtering of the time series and space fields. Adv. Geoph., 4.

Honda K., Terada T., Ioshida V. and Isitane D. 1909. Secondary undulations of oceanic tides. J. Coll. Sci., Tokyo, 24.

Houghton D., Kasahara A., Washington W. 1966. Long-term integration of the barotropic equations by the Lax-Wendroff method. Mon. Wea. Rev., vol. 94, No. 3.

Hunt I. A. 1956. Effects du vent sur les nappes liquides. La Houille Blanche, 11.

Hutchinson G. E. 1957. A treatise on limnology. Vol. 1, N. Y.

Ichye T. 1950. On the theory of tsunami. Oceanogr. Mag., vol. 2, No. 3.

Iida K. 1958. Magnitude and energy of earthquakes accompanied by tsunami and tsunami energy. J. Earth. Soc. Nagoya Univ., vol. 6, No. 2.

Imamura A. 1949. Least of tsunami in Japan. Zisin, 2.

Ioshida K. 1948. On the partial reflection of long waves. Geophys. Notes Geophys. Inst., Tokyo Univ., No. 31.

Jelesnianski Ch. P. 1965. Numerical calculation of storm tides induced by a tropical storm impinging on a continental shelf. Mon. Wea. Rev., vol. 93, No. 6.

- Jenkins G. M. 1961. General consideration in estimation of spectra. *Tech-nometrics*, vol. 3, No. 2.
- Kasahara A. 1965. On certain finite difference methods for fluid dynamics. *Mon. Wea. Rev.*, vol. 93, No. 1.
- Kawasumi H. 1951. Measures of earthquake danger and expectancy of maximum intensity throughout Japan of historical times. *Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ.*, vol. XXIX, pt 3, Sept.
- Lauverier H. A., Damste B. R. 1962. The North Sea problem. A Numerical treatment. *Proc. Kon. Ned. V. Wetensch.* A-65.
- Lavrentyev M. A., Savarensky E. F. 1961, On the results of investigations of tsunamis in the USSR. 10th Pacif. Sci. Assoc., Honolulu, S. 1, S. a.
- Lax P. D., Wendroff B. 1962. Difference schemes with high order of accuracy for solving hiperbolic equations. *AEC Comp. Appl. Nath. Cent.*, N. Y. Univ.
- Lilly D. K. 1965. On the computational stability of numerical solutions of time-dependent non-linear geophysical fluid dynamics problems. *Mon. Wea. Rev.*, vol. 93, No. 1.
- Matuzawa T. 1963. Comparison of movement of water in a V-shaped bay with that in a U-shapped bay. *Jap. J. Astr. Geophys.*, vol. 11, No. 2.
- McNown J. and Donnel P. 1952. Seiches in harbours the Dock and Harbour Auth.
- Merian I. R. 1828. Über die Bewegung tropfbarer Flüssigkeiten in gefüsen. Basle.
- Miyazaki M. 1965. A numerical computation of storm surge of hurricane Carla 1961 in gulf on Mexico. *Oceanogr. Mag.*, vol. 17, No. 1—2.
- Miyazaki M., Ueno T., Unoki S. 1961. Theoretical investigation on typhoon surges along the Japanese coast. *Oceanogr. Mag.*, vol. 13, No. 1—2.
- Mosers N. K. and Smith R. A. 1968. On continental shelf waves off Oregon. *J. Biophys. Res.*, vol. 73, No. 2.
- Munk W. 1949. Surf beats. *Amer. Geophys. Transactions*, vol. 30, No. 6.
- Munk W., Bullard E. 1963. Patching the longwaves spectrum across the tides. *J. Geophys. Res.*, 68(12).
- Mysak L. A. 1967. On the low frequency on the level on a continental shelf. *J. Geophys. Res.*, vol. 72, No. 12.
- Nashimura G. A., Kanai K. 1934. The long waves in a bay of variable section (1). *Bull. Eathq. Res. Inst. Tokyo. Imp. Univ. Supl.* 1.
- Neumann G. 1944. Die Impedanz mechanischer Swingungssysteme und ihre Anwendung auf die theorie des Seiches. *Ann. Hydrolog. und Mar. Meteorolog.*
- Phillips N. A. 1962. Numerical integration of the hydrostatic system of equations with a modified version of the Eliassen finite-difference grid. *Proc. Intern. Symp. Numerical Weather Prediction in Tokyo.*
- Platzman G. W. 1958. A numerical computation of the surge on 26 June 1954 on Lake Michigan. *Geophysics*, 6, 3/4.
- Porsild A. E. 1932. Notes on seiches and currents in Great Bear Lake. *Geogr. Rev.*, vol. XXII, No. 3.
- Proudman J., Doodson A. T. 1927. On the tides in the ocean bounded by two meridians on a non-rotating earth. *Mon. Not. Roy. Ast. Soc. Geophys. Suppl.* 1.
- Redfield A. C. and Miller A. R. 1958. Water levels accompanying Atlantic Coast hurricanes. Woods Hole Oceanographic Institution Collected Reprints. 1957.
- Reid R. O. 1957. Forced and free surges in a narrow basin of variable depth and width. A numerical approach. *Tech. Rept. Texac*, No. 153.
- Richtmayer R., Morton K. 1967. Difference methods for initial voluie problems. N. Y.
- Rikitake T. 1951. The form of tsunami-waves outside a bay inferred from the motion of bay-water. *Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Imp. Univ.*, 29.
- Rossiter J. R. and Lennon G. W. 1965. Computation of tidal condition in the Thames estuary by the initial value method. *Proc. Inst. Civ. Engr.*, 31.

Schalkwijk W. F. 1947. A contribution to the theory of storm surges on the Dutch Coast. Koninkl. Ned. Met. Inst. Med. Verhand. Ser. B, Nr. 7.

Shepard F. 1933. Changes in the Sagami Bay during the great Japanese Earthquake. J. Geol., No. 5.

Shepard F., MacDonald G. and Cox D. 1950. The tsunami of April 1, 1946. Bull. Scripps. Inst. Oceanogr. Univ. California, vol. 5, No. 6, Berkley.

Sezawa K. 1929. Formation of deep-water waves due to subaqueous shocks. Bull. Earthq. Res. Inst., 6.

Shuman F. G. 1962. Numerical experiments for the primitive equations. Proc. Int. Symp. of Numerical Weather Prediction. Tokyo.

Svensson A. 1959. Some computations of water heights and current in the Baltic. Tellus, vol. 11, No. 2.

Syono S. 1936. On the waves caused by a sudden deformation of a finite portion of the bottom of a sea uniform depth. Geoph. Mag., vol. 10, No. 1.

Takahashi R. 1951. An estimate of future tsunami damage along the Pacific coast Japan. Bull. of Earthquake. Res. Inst. Tokyo Univ., vol. XXIX, P. 1.

Terada H. and Iamaguty S. 1928. On the effect of cyclone upon sea level. Proc. Imp. Ac. Tokyo.

Terazawa K. 1915. On deep-sea water waves caused by a local disturbance on or beneath of surface. Proc. Roy. Soc. London, A, 92, 57.

Tucker M. I. 1950. Surf beats: sea-waves of 1 to 5 min. period. Proc. Roy. Soc. London. Ser. A, vol. 202.

Ueno T. 1967. Numerical experiments of the wind-driven calculation in the Pacific ocean. Oceanogr. Mag., No. 19, vol. 2.

Unoki S., Nacano M. 1953. Oceanogr. Mag., 5, 1.

Van Dorn W. G. 1961. J. Geophys. Res., 66, 11.

Vatanabe. 1956. Investigations of tsunami on the Pacific Coast of the North part of Japan. Geophys. Mag., vol. 27, No. 1.

Weenink M. P. H. 1966. A theory and method of calculation of wind effect on sea levels in a partly enclosed sea, with special application to the southern coast of the North Sea. Koninkl. Ned. Met. Inst. Med. Verhand., Nr. 73.

Wilson B. 1952. Ship response to range action in harbour basin. Am. Soc. Civ. Eng. Trans. No. 2460.

Wilson B. 1954. Oscillation of the sea and phenomenon of range. The Dock and Harbour Authority.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава I	
Теория мелкой воды и ее применение для расчета колебаний уровня . . .	14
§ 1. Основные уравнения	15
§ 2. Модификации уравнений мелкой воды	23
§ 3. Конечно-разностные методы решения уравнений мелкой воды . . .	25
Глава II	
Анемобарические колебания уровня	36
§ 1. Описание явления	—
§ 2. Механизм формирования анемобарических колебаний уровня . . .	38
§ 3. Эмпирико-статистические методы расчета и прогноза уровня . . .	49
§ 4. Численные расчеты штормовых нагонов	77
Глава III	
Цунами (сейсмические колебания уровня)	101
§ 1. Исторические сведения о цунами и их географическое распро- странение	—
§ 2. Описание явления	104
§ 3. Механизм формирования цунами	108
§ 4. Интенсивность цунами и их энергия	116
§ 5. Распространение цунами на глубокой воде	122
§ 6. Изменение цунами при подходе к берегу	133
§ 7. Гидродинамические расчеты цунами	139
§ 8. Предсказание цунами	160
Глава IV	
Сейши	165
§ 1. Описание явления	—
§ 2. Механизм образования сейш	172
§ 3. Влияние сейш на режим озер	176
§ 4. Определение амплитуд и периодов сейш по материалам на- блюдений	178
§ 5. Тягун	187
§ 6. Теория сейш	196
§ 7. Расчет свободных колебаний на основе теории мелкой воды . . .	205
Глава V	
Исследования длинных волн на гидравлических моделях	211
§ 1. Краткие сведения об использовании гидравлических моделей . . .	—
§ 2. Теоретические положения гидравлического моделирования . . .	213
§ 3. Современные гидравлические модели для исследования длин- ных волн и решаемые с их помощью задачи	217
Литература	229
	237

НАХИМ АРОНОВИЧ ЛАБЗОВСКИЙ

**НЕПЕРИОДИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ
УРОВНЯ МОРЯ**

Редактор *З. И. Мироненко*
Художник *Э. И. Копелян*
Техн. редактор *Л. М. Шишкова*
Корректор *В. С. Игнатова*

Сдано в набор 26/XI 1970 г. Подписано к печати
10/II 1971 г. М-25066. Уч.-изд. л. 15,0. Печ. л. 14,5.
Бум. л. 7,25. Бумага типографская № 1. Формат
бумаги 60×90¹/₁₆. Индекс ОЛ-284. Цена 1 р. 78 к.
Тираж 850 экз. Заказ № 683.
Гидрометеорологическое издательство. Ленинград,
В-53, 2-я линия, д. 23

Ленинградская типография № 8
Главполиграфпрома Комитета по печати
при Совете Министров СССР
Ленинград, Прачечный пер., д. № 6.