

ГИДРАВЛИКА И ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

Научная статья

УДК 532.532.3

doi: 10.31774/2712-9357-2022-12-4-403-417

Принцип наименьшего действия в расчете глубины выходного сечения водослива с широким порогом

Виктор Александрович Шаланин

Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Российская Федерация,
vic_stro_@mail.ru

Аннотация. **Цель:** разработка и экспериментальная проверка метода определения глубины потока в выходном сечении водослива с широким порогом, основанного на применении вариационного принципа наименьшего действия. **Материалы и методы.** Для разработки метода расчета использованы ранее полученные зависимости для определения глубины потока в выходном сечении горизонтального канала с потоком, движущимся в докритическом режиме, и метод определения глубины потока на пороге водослива с широким порогом. Проверка теории производилась с использованием лабораторного эксперимента и компьютерного моделирования в программном комплексе ANSYS 17.0. **Результаты.** Сопоставление результатов экспериментов и компьютерного моделирования показало соответствие результатов вычислений по методу, основанному на принципе наименьшего действия. Проверка выполнена посредством критерия Фишера, значение критерия по данным эксперимента – 14,35, табличное значение критерия – 19,45, что говорит об адекватности предлагаемого метода экспериментальным данным. **Выводы.** На основании прямого вариационного принципа наименьшего действия с учетом влияния центробежных сил в потоке получен метод расчета, позволяющий определять глубину в выходном сечении водослива с широким порогом. Полученная глубина также соответствует переходному режиму, при котором происходит смена подтопленного режима на неподтопленный и при котором изменяется вид сопряжения бьефов с поверхностного на придонный. Сравнение показало расхождение 0,4 % с данными сторонних авторов. Опыты с образованием прилипшей струи в выходном сечении водослива показали, что глубина в таком случае не соответствует предложенному методу расчета, данный принцип также не реализуется при подтоплении водослива.

Ключевые слова: водослив с широким порогом, вариационный принцип, принцип наименьшего действия, пропускная способность, выходное сечение, ANSYS Fluent, вычислительная гидродинамика

Для цитирования: Шаланин В. А. Принцип наименьшего действия в расчете глубины выходного сечения водослива с широким порогом // Мелиорация и гидротехника. 2022. Т. 12, № 4. С. 403–417. <https://doi.org/10.31774/2712-9357-2022-12-4-403-417>.

HYDRAULICS AND ENGINEERING HYDROLOGY

Original article

The least-action principle in the calculation of the broad-crested weir outlet section depth

Victor A. Shalanin

Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation, vic_stro_@mail.ru



Abstract. Purpose: development and experimental verification of a method for determining the flow depth in the outlet section of a broad-crested weir, based on the use of the variational principle of least action. **Materials and methods.** To develop a calculation method, the previously obtained dependences to determine the flow depth in the outlet section of a horizontal canal with a flow moving in a subcritical mode, and a method for determining the flow depth at the crest of a broad-crested weir were used. The theory was tested using a laboratory experiment and computer simulation in the ANSYS 17.0 software package. **Results.** The comparison of the results of experiments and computer simulation showed the conformance of the calculation results by the method based on the least action principle. The verification was carried out using the Fisher criterion, the criterion value according to the experimental data is 14.35, the criterion tabular value is 19.45, which indicates the adequacy of the proposed method to the experimental data. **Conclusions.** Based on the direct variational principle of least action, taking into account the influence of centrifugal forces in the flow, a calculation method that makes it possible to determine the outlet section depth of the broad-crested weir has been obtained. The resulting depth also corresponds to the transitional regime, in which the flooded regime changes to the non-flooded one, and in which the type of pool junction changes from surface to bottom one. The comparison showed a discrepancy of 0.4 % with data from outside authors. Experiments with the formation of a stuck jet in the outlet section of the weir showed that the depth in this case does not correspond to the proposed calculation method, this principle is also not implemented when the weir is flooded.

Keywords: broad-crested weir, variational principle, the least-action principle, conveying capacity, outlet section, ANSYS Fluent, computational fluid dynamics

For citation: Shalanin V. A. The least-action principle in the calculation of the broad-crested weir outlet section depth. *Land Reclamation and Hydraulic Engineering*. 2022;12(4):403–417. (In Russ.). <https://doi.org/10.31774/2712-9357-2022-12-4-403-417>.

Введение. Одной из ключевых величин в гидравлических расчетах водосбросных сооружений, основанных на водосливах, является глубина в выходном сечении водослива. Она необходима при определении дальности отлета струи для расчетов формы криволинейных водосливных поверхностей и при проектировании систем гашения энергии в нижнем бьефе сооружения. Известен также метод измерения расхода потока, основанный на измерении глубины в выходном сечении водослива с широким порогом [1]. Несмотря на важность данной величины в проектировании сооружений, на данный момент используются исключительно эмпирические методы ее определения. Сложность задачи состоит в том, что на выходе водослива формируется кривая спада, завершающаяся водопадом. В данном сечении, помимо сил тяжести и инерции, в потоке появляются центробежные силы. Все это делает невозможным применение классических методов, основанных на уравнении сохранения полной энергии потока, что по-

дробно описано в диссертационном исследовании¹ К. С. Ершова. Из этого вытекает цель данного исследования – получение теоретического метода расчета глубины в выходном сечении водослива с широким порогом.

Материалы и методы

Описание теоретического исследования. Для достижения поставленной цели применен метод расчета, основанный на вариационном принципе наименьшего действия. Данный принцип был успешно применен для получения теоретического метода расчета падения потока с уступа протяженного горизонтального канала с потоком в докритическом состоянии [2] и при определении глубины потока на пороге водослива с широким порогом [3]. Поток в выходном сечении на водосливе с широким порогом имеет схожую схему течения с выходом протяженного горизонтального канала. Основная разница состоит в наличии сверхкритического состояния потока перед началом водопада. В работе использовано основное расчетное уравнение определения глубины потока для прямоугольного поперечного выходного сечения, полученное в работе автора 2020 г. [2]:

$$h_e = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{2gb^2} \left(\frac{1}{1 + \sin \theta} \right)},$$

где h_e – глубина потока в выходном сечении канала, м;

α – корректив кинетической энергии;

Q – объемный расход потока, м³/с;

g – ускорение свободного падения, м/с²;

b – ширина водослива, м;

θ – средний угол наклона линий тока в выходном сечении, градусы.

В предыдущем исследовании автора [3] показано, что на пороге водослива с широким порогом устанавливается глубина, соответствующая

¹Ершов К. С. Гидравлическое обоснование методов прогноза пропускной способности высокопороговых водосбросов с горизонтальной вставкой на гребне: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.16, 05.23.07. М., 2011. 161 с.

вариационному принципу наименьшего действия. Логично предположить, что и в выходном сечении глубина должна установиться по тому же принципу, но уменьшенная вследствие искривления свободной поверхности, появления центробежных сил в потоке, с отклонением от гидростатического распределения давления [4], аналогично падению потока с оконечного уступа канала. В работе автора 2020 г. [2] использовалась величина EDR как отношение глубины в выходном сечении к критической глубине. В применении к водосливам намного удобнее выражать безразмерную величину через напор в верхнем бьефе сооружения по уравнению:

$$k_e = \frac{h_e}{H} = \frac{h \left(\frac{1}{1 + \sin \theta} \right)}{H} = k \left(\frac{1}{1 + \sin \theta} \right),$$

где k_e – безразмерное отношение глубины в выходном сечении к напору в верхнем бьефе водослива;

H – напор в верхнем бьефе водослива, м;

h – глубина потока на пороге водослива с широким порогом, м;

k – безразмерное отношение глубины на пороге к напору в верхнем бьефе водослива.

Расчетная схема водослива с широким порогом представлена на рисунке 1.

В предыдущем исследовании автора [3] на основании вариационного принципа наименьшего действия установлено, что отношение глубины на пороге водослива с широким порогом к глубине в верхнем бьефе определяется формулой $k = \frac{h}{H} = m^{2/3}$, тогда k_e определится уравнением:

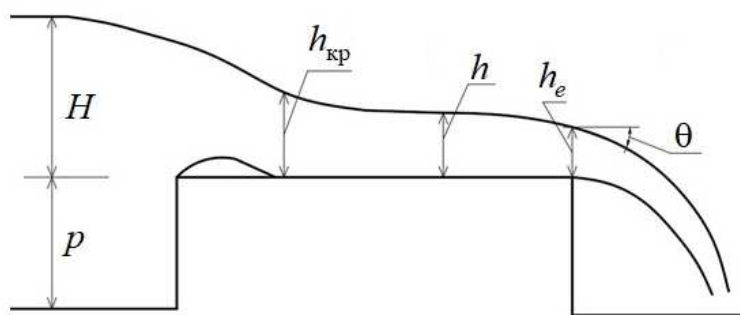
$$k_e = m^{2/3} \left(\frac{1}{1 + \sin \theta} \right), \quad (1)$$

где m – коэффициент расхода.

Величина θ определена согласно исследованиям А. С. Davis, R. P. Jacob,

В. G. S. Ellett [5] при числе Фруда $Fr = 1,414$ для условия, что на пороге устанавливается глубина, соответствующая принципу наименьшего действия, она составила $\theta = 6,257^\circ$. Средний угол наклона линий тока является постоянным во всех случаях, когда на пороге водослива перед выходным сечением реализуется глубина, соответствующая принципу наименьшего действия. Таким образом, согласно уравнению (1) безразмерное отношение глубины на пороге к напору в верхнем бьефе водослива k_e составит:

$$k_e = m^{2/3} \left(\frac{1}{1 + \sin 6,257^\circ} \right) = m^{2/3} \times 0,9018.$$



H – напор в верхнем бьефе водослива, м; p – высота порога водослива, м;
 $h_{кр}$ – критическая глубина, м; h – глубина на пороге водослива, м;
 h_e – глубина потока в выходном сечении канала, м; θ – средний угол
наклона линий тока в выходном сечении, градусы

H – pressure in the weir upstream, m; p – wire height, m; $h_{кр}$ – critical depth, m;
 h – depth at the spillway crest, m; h_e – flow depth in the canal outlet section, m;
 θ – the flow lines mean slope in the output section, degrees

Рисунок 1 – Расчетная схема водослива с широким порогом

Figure 1 – Calculation scheme of the broad-crested weir

Лабораторный эксперимент. С целью проверки предложенного метода были проведены лабораторные эксперименты для исследования глубины потока в выходном сечении водослива с широким порогом. Эксперименты проведены на гидродинамическом стенде Н91.8D фирмы Didacta Italia, фотография стенда представлена на рисунке 2. Данная установка представляет собой полимерный канал прямоугольного сечения длиной 5 м, высотой 0,5 м и шириной 0,1 м.



**Рисунок 2 – Канал экспериментальной установки
(автор фото В. А. Шаланин)**

Figure 2 – Experimental facility canal (photo by V. A. Shalanin)

Для определения глубины в выходном сечении использовались модели водослива с широким порогом прямоугольного сечения, с вертикальными входным и выходным ребрами. Размеры водослива составляют: ширина 0,1 м, длина 0,212 и 0,4 м, высота 0,15 м. Для определения расхода применялся тарированный мерный водослив Крампа. Измерение отметок свободной поверхности потока проводилось нивелированием шпитцен-масштабом. Поддержание свободного режима истечения струи с порога водослива было осуществлено подводом воздуха с атмосферным давлением в подструйное пространство. Лабораторный эксперимент проведен в следующих диапазонах работы водослива с широким порогом: при относительной высоте водослива $p/H = 1,4...3,26$, при относительной длине водослива $L/H = 3,21...6,6$, где L – длина порога водослива с широким порогом, м.

Компьютерное моделирование. Для получения значений глубины потока в выходном сечении водослива было проведено компьютерное моделирование двумерной задачи движения потока через водослив с широким порогом с вертикальным входным ребром. Изучаемый объект располагался в длинном канале с восходящим потоком воды во входном сечении.

Моделирование проведено в программном комплексе ANSYS 17.0. В процессе работы была построена геометрическая модель и сформирована расчетная сетка, определены начальные и граничные условия, а также подобраны оптимальные настройки решателя. Геометрическая модель канала с установленным водосливом выполнена в программе ANSYS DesighnModeler. Геометрическая модель имела следующие размеры: высота водослива 1,75 м, ширина порога 1,5 м, длина подводного канала 15 м, входное ребро водослива вертикальное.

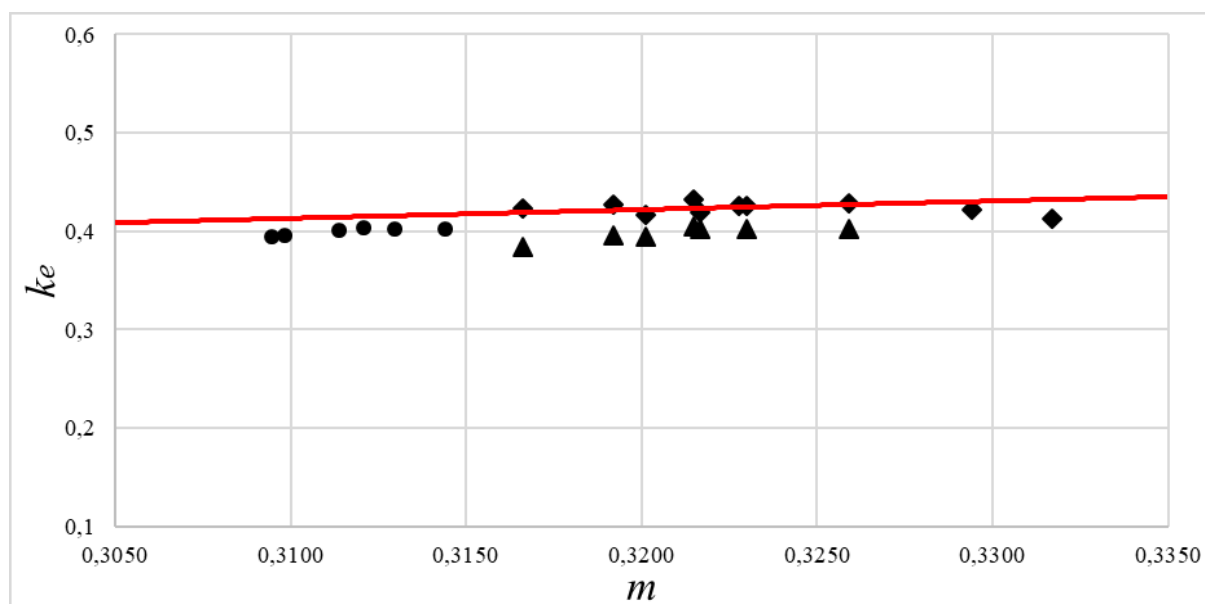
Построение сетки проводилось в программе ANSYS Meshing. В качестве вида сетки была выбрана двумерная неструктурированная сетка с преимущественно четырехугольными ячейками. Максимальный линейный размер элемента расчетной сетки составил 0,0225 м. По поверхности порога водослива выполнено локальное сгущение сетки до значений 0,005 для повышения точности расчетов. Число элементов сетки составило 118009 шт., число узлов 119367 шт., для ячеек характеристики «скошенности» $MOS = 0,472$ и «ортогональности» $MOQ = 0,527$.

В качестве решателя была применена программа ANSYS Fluent. Основу расчета составили уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости и уравнения Навье – Стокса, осредненные по Рейнольдсу (метод RANS). Замыкание системы уравнений произведено посредством модели турбулентности k - ϵ Realizable. Данная модель соответствует точным математическим ограничениям по напряжениям Рейнольдса, используется улучшенная формула для определения турбулентной вязкости и уравнение диссипации, основанное на динамическом уравнении среднеквадра-

тичных колебаний завихренности. Моделирование движения воды произведено в нестационарной постановке, до полной стабилизации потока. Для численного решения уравнений использован алгоритм PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators), как наиболее эффективный для решения нестационарных задач [6]. Для моделирования течения потока со свободной поверхностью применен численный метод отслеживания объема жидкости в ячейке VOF (volume of fluid). Он является наиболее надежным при решении широкого круга практических задач [7–9], позволяет рассматривать физическую задачу как систему из двух несмешивающихся несжимаемых вязких сред. Компьютерное моделирование проведено в следующих диапазонах работы водослива с широким порогом: при относительной высоте водослива $p/H = 3,2...5$, при относительной длине водослива $L/H = 2,76...4,3$.

Анализ результатов производился в программе CFD-Post. Измеряемые параметры – напор в верхнем бьефе сооружения для последующего определения коэффициента расхода и глубина потока в выходном сечении. Удельный расход потока через сооружение задавался в начальных условиях модели.

Результаты и обсуждение. Результаты лабораторного эксперимента и компьютерного моделирования представлены на рисунке 3 и показывают высокое соответствие между расчетными данными, полученными с использованием принципа наименьшего действия, и экспериментальными данными для потока с достаточным доступом воздуха в подструйное пространство. Для проверки допустимости использования предлагаемого метода в практических расчетах был применен критерий Фишера, экспериментальное значение которого меньше табличного: $F_{\text{экс}} = 14,35 < F_{\text{таб}} = 19,45$, что говорит об адекватности предложенного метода экспериментальным данным.



k_e – безразмерное отношение глубины в выходном сечении к напору в верхнем бьефе водослива; m – коэффициент расхода; ♦ – результаты лабораторных экспериментов для свободной струи; ▲ – результаты лабораторных экспериментов для прилипшей струи; ● – результаты компьютерного моделирования в программном комплексе ANSYS; — – результаты расчетов по принципу наименьшего действия

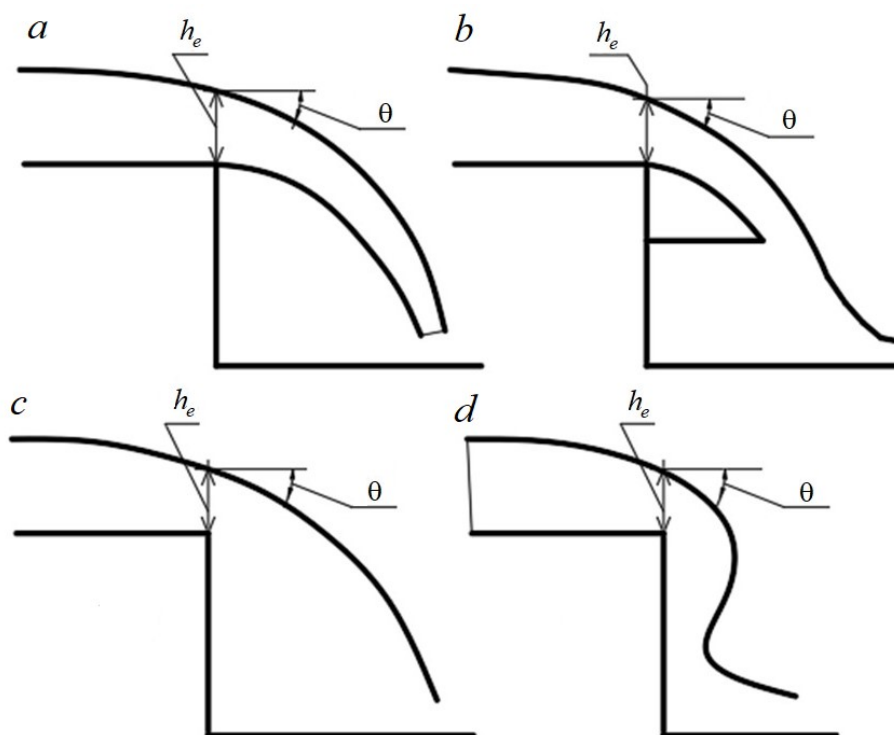
k_e – the dimensionless ratio of the depth in the outlet section to the head in the upstream of the spillway; m – flow rate ratio; ♦ – results of laboratory experiments for a free jet; ▲ – results of laboratory experiments for a stuck jet; ● – results of computer simulation in software ANSYS complex; — – calculations results based on the least action principle

Рисунок 3 – Результаты экспериментальных исследований глубины потока в выходном сечении водослива с широким порогом

Figure 3 – Results of experimental studies of the flow depth in the outlet section of the broad-crested weir

При всем удобстве данного метода он имеет ограничения, сужающие область его применения. Если падение струи потока происходит в закрытом канале, то недостаточное поступление воздуха в подструйное пространство может привести к прилипанию струи и уменьшению глубины потока в выходном сечении водослива. Этот факт делает метод неприменимым к использованию в сооружениях, в которых отсутствует поступление воздуха под струю (рисунок 4). Как показывают данные собственных экспериментов и экспериментов, описанных в работе В. И. Букреева, А. В. Гусева [10], чем меньше давление в подструйной области, тем сильнее прижимается струя к стенке уступа и тем сильнее изгибается струя, тем самым

увеличивая влияние центробежных сил на движение потока жидкости, приводя к его сжатию в выходном сечении.



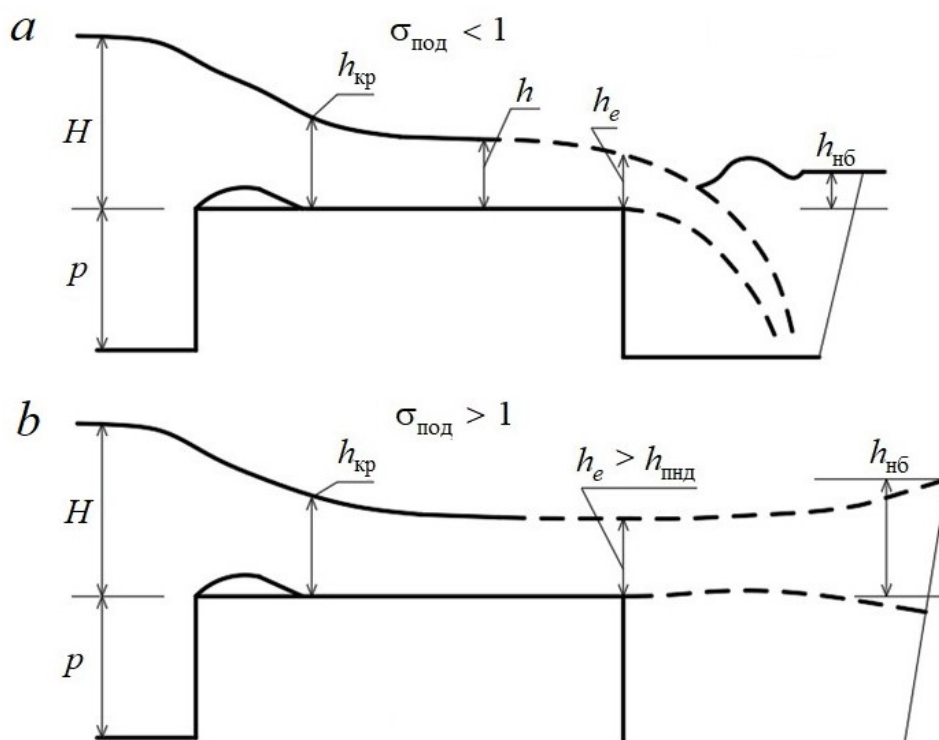
h_e – глубина потока в выходном сечении канала, м; θ – средний угол наклона линий тока в выходном сечении, градусы; *a* – свободная струя; *b* – отжатая струя с образованием каверны; *c* – полностью отжатая струя; *d* – прилипшая струя
 h_e – flow depth in the canal outlet section, m; θ – the average angle of flow lines inclination in the output section, degrees; *a* – free jet; *b* – squeezed jet with the cavity formation; *c* – completely squeezed jet; *d* – stuck jet

Рисунок 4 – Схемы потоков, реализующихся при падении потока с уступа или порога водослива

Figure 4 – Schemes of flows implemented with flow fall from a weir drop or crest

Принцип наименьшего действия продолжает действовать при условиях свободного истечения, вплоть до подтопления водослива. При подтоплении на поток на пороге начинает влиять напор в нижнем бьефе ($h_{нб}$, м), что приводит к уменьшению пропускной способности и постепенному увеличению глубины на пороге водослива и в его выходном сечении (рисунок 5). Существуют такие основные режимы сопряжения бьефов: придонный (рисунок 5*a*) – при неподтопленном режиме и при малых значениях коэф-

коэффициента подтопления ($\sigma_{\text{под}} = h_{\text{нб}}/h_{\text{кр}} < 1$); поверхностный (рисунок 5b) – при сильном подтоплении ($\sigma_{\text{под}} = h_{\text{нб}}/h_{\text{кр}} > 1$); переходный режим ($\sigma_{\text{под}} = h_{\text{нб}}/h_{\text{кр}} = 1$), при котором происходит смена придонного режима сопряжения на поверхностный и наоборот.



H – напор в верхнем бьефе водослива, м; p – высота порога водослива, м;
 $h_{\text{кр}}$ – критическая глубина, м; $\sigma_{\text{под}}$ – коэффициент подтопления; h – глубина на пороге водослива, м; h_e – глубина потока в выходном сечении канала, м; $h_{\text{пнд}}$ – глубина, определяемая по принципу наименьшего действия, м; $h_{\text{нб}}$ – напор в нижнем бьефе, м;
 a – придонный режим сопряжения бьефов; b – поверхностный режим сопряжения бьефов

H – pressure in the weir upstream, m; p – weir crest height, m; $h_{\text{кр}}$ – critical depth, m;
 $\sigma_{\text{под}}$ – flooding coefficient; h – depth at weir crest, m; h_e – flow depth in the canal outlet section, m; $h_{\text{пнд}}$ – depth determined by the least action principle, m;
 $h_{\text{нб}}$ – pressure in the downstream, m; a – near-bottom mode of pool conjugation;
 b – surface mode of pool conjugation

Рисунок 5 – Схема истечения через водослив с широким порогом при различной степени подтопления

Figure 5 – Scheme of the outflow through the broad-crested weir at different degrees of flooding

В исследовании В. И. Букреева [11] было определено, что глубина в выходном сечении при переходном режиме ($h_{\text{пер}}$, м) является величиной постоянной. Эксперименты показали [11], что эта величина составляет $h_{\text{пер}}/h_{\text{кр}} = 0,79$, такую же глубину можно получить, применив вариационный принцип наименьшего действия с учетом того, что вследствие увеличения глубины нижнего бьефа происходит постепенное спрямление потока, выходящего с порога водослива, и, следовательно, уменьшение влияния центробежных сил в данном сечении:

$$h_{\text{пер}} = h = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}} \text{ и } h_{\text{кр}} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}},$$

тогда:

$$\frac{h_{\text{пер}}}{h_{\text{кр}}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{Q^2}{2gb^2}}}{\sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,7937,$$

где $h_{\text{пер}}$ – глубина в выходном сечении водослива при переходном режиме сопряжения бьефов, м.

Расхождение теории с экспериментальными данными в нашем случае составляет 0,4 %. Таким образом, можно судить, что глубина на пороге водослива и в его выходном сечении соответствует принципу наименьшего действия только в неподтопленном режиме работы сооружения, а также является мерой, превышение которой является свидетельством подтопления водослива и начала сопряжения бьефов в поверхностном режиме.

Выводы. На основании прямого вариационного принципа наименьшего действия с учетом влияния центробежных сил в потоке жидкости был получен метод расчета, позволяющий определять глубину в выходном сечении водослива с широким порогом. Полученный метод может использоваться с целью определения характеристик свободной струи для сопряже-

ния бьефов, а также в качестве граничного условия при построении моделей формы свободной поверхности потока на пороге водослива.

Полученная по принципу наименьшего действия глубина совпадает с понятием «второй критической глубины», которая согласно В. И. Букреву, А. В. Гусеву [10, 11] должна устанавливаться в выходном сечении водослива с широким порогом или уступа. Данная глубина также соответствует глубине переходного режима, при котором происходит смена подтопленного режима на неподтопленный и при котором изменяется вид сопряжения бьефов с поверхностного на придонный и наоборот. Проведенные эксперименты и компьютерное моделирование показали соответствие полученной теории экспериментальным данным.

Проведенные исследования показали, что глубина, определенная по принципу наименьшего действия, реализуется только в тех случаях, когда поток не имеет препятствий для свободного истечения. Данный принцип не реализуется для задач истечения через щиты и отверстия, а также для затопленных сооружений.

Список источников

1. Давыдов В. Д. Повышение точности определения расходов на гидросооружениях, работающих по схеме водослива с широким порогом // ИНВУЗ. Лесной журнал. 2016. № 2. С. 141–150. DOI: 10.17238/issn0536-1036.2016.2.141.
2. Шаланин В. А. Применение принципа наименьшего действия в расчетах падения потока с уступа // Известия вузов. Строительство. 2020. № 4. С. 111–120. DOI: 10.32683/0536-1052-2020-736-4-111-120.
3. Шаланин В. А. Принцип наименьшего действия в расчете водослива с широким порогом // Мелиорация и гидротехника [Электронный ресурс]. 2022. Т. 12, № 2. С. 192–208. URL: <http://www.rosniipm-sm.ru/article?n=1286> (дата обращения: 01.08.2022). <https://doi.org/10.31774/2712-9357-2022-12-2-192-208>.
4. Некоторые неувязки современной теории расчета водослива с широким порогом / А. П. Гурьев, Э. С. Беглярова, А. М. Бакштанин, Б. А. Хаек // Природообустройство. 2019. № 5. С. 90–98. DOI: 10.34677/1997-6011/2019-5-90-98.
5. Davis A. C., Jacob R. P., Ellett B. G. S. Estimating trajectory of free overfall nappe // Journal of Hydraulic Engineering. 1999. № 125. P. 79–82. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:1\(79\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:1(79)).
6. Исахов А. А., Кумаров Е. Е. Численное исследование течения жидкости в прорыве плотины методом VOF для сложного рельефа местности // Universum: технические науки. 2021. № 5-1(86). С. 50–54.
7. Almeland S. K., Mukha T., Bensow R. E. An improved air entrainment model for

stepped spillways // Applied Mathematical Modelling. 2021. Vol. 100. P. 170–191. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.07.016>.

8. Karim R. A., Mohammed J. R. A comparison study between CFD analysis and PIV technique for velocity distribution over the Standard Ogee crested spillways // Heliyon. 2020. Vol. 6, iss. 10. e05165. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2020.e05165>.

9. Gualtieri C., Chanson H. Physical and numerical modelling of air-water flows: An Introductory Overview // Environmental Modelling & Software. 2021. Vol. 143. 105109. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2021.105109>.

10. Букреев В. И., Гусев А. В. Каверны за водосливом с широким порогом // Прикладная механика и техническая физика. 2002. Т. 43, № 2. С. 129–135.

11. Букреев В. И. Ондюлярный прыжок при обтекании открытым потоком порога в канале // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42, № 4. С. 40–47.

References

1. Davydov V.D., 2016. *Povyshenie tochnosti opredeleniya raskhodov na gidrosooruzheniyakh, rabotayushchikh po skheme vodosliva s shirokim porogom* [Improving the determination accuracy of costs at hydraulic structures operating under the scheme of a broad-crested weir]. INVUZ. *Lesnoy zhurnal* [Russian Forest Journal], no. 2, pp. 141-150, DOI: 10.17238/issn0536-1036.2016.2.141. (In Russian).

2. Shalanin V.A., 2020. *Primenenie printsipa naimen'shego deystviya v raschetakh padeniya potoka s ustupa* [Application of the least action principle in calculations of the free overfall]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of Higher Educational Institutions. Construction], no. 4, pp. 111-120, DOI: 10.32683/0536-1052-2020-736-4-111-120. (In Russian).

3. Shalanin V.A., 2022. [Principle of least action in broad-crested weir calculation]. *Melioratsiya i gidrotekhnika*, vol. 12, no. 2, pp. 192-208, available: <http://www.rosniipm-sm.ru/article?n=1286> [accessed 01.08.2022], <https://doi.org/2712-9357-2022-10.31774/12-2-192-208>. (In Russian).

4. Guryev A.P., Beglyarova E.S., Bakshtanin A.M., Khaek B.A., 2019. *Nekotorye neuvyazki sovremennoy teorii rascheta vodosliva s shirokim porogom* [Some inconsistencies of the modern calculation of the broad-crested weir]. *Prirodoobustroystvo* [Environmental Engineering], no. 5, pp. 90-98, DOI: 10.34677/1997-6011/2019-5-90-98. (In Russian).

5. Davis A.C., Jacob R.P., Ellett B.G.S., 1999. Estimating trajectory of free overfall nappe. *Journal of Hydraulic Engineering*, no. 125, pp. 79-82, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:1\(79\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:1(79)).

6. Isakhov A.A., Kumarov E.E., 2021. *Chislennoe issledovanie techeniya zhidkosti v proryve plotiny metodom VOF dlya slozhnogo rel'efa mestnosti* [Numerical study of dam-break fluid flow using volume of fluid (VOF) methods for difficult terrain]. *Universum: tekhnicheskie nauki* [Universum: Technical Sciences], no. 5-1(86), pp. 50-54. (In Russian).

7. Almeland S.K., Mukha T., Bensow R.E., 2021. An improved air entrainment model for stepped ways. *Applied Mathematical Modelling*, vol. 100, pp. 170-191, <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.07.016>.

8. Karim R.A., Mohammed J.R., 2020. A comparison study between CFD analysis and PIV technique for velocity distribution over the Standard Ogee crested spillways. *Heliyon*, vol. 6, iss. 10, e05165, <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2020.e05165>.

9. Gualtieri C., Chanson H., 2021. Physical and numerical modeling of air-water flows: An Introductory Overview. *Environmental Modeling & Software*, vol. 143, 105109, <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2021.105109>.

10. Bukreev V.I., Gusev A.V., 2002. *Kaverny za vodoslivom s shirokim porogom* [Caverns behind a broad-crested weir]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics], vol. 43, no. 2, pp. 129-135. (In Russian).

11. Bukreev V.I., 2001. *Ondulyarnyy pryzhok pri obtekanii otkrytym potokom poroga v kanale* [Ondular jump in an open channel flow over the sill]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics], vol. 42, no. 4, pp. 40-47. (In Russian).

Информация об авторе

В. А. Шаланин – старший преподаватель, член-корреспондент Международной академии наук экологии и безопасности жизнедеятельности.

Information about the author

V. A. Shalanin – Senior Lecturer, Corresponding Member of the International Academy of Ecology and Life Protection Sciences.

Автор несет ответственность при обнаружении плагиата, самоплагиата и других нарушений в сфере этики научных публикаций.

The author is responsible for detecting plagiarism, self-plagiarism and other ethical violations in scientific publications.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

The author declares no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 05.08.2022; одобрена после рецензирования 21.10.2022; принята к публикации 02.11.2022.

The article was submitted 05.08.2022; approved after reviewing 21.10.2022; accepted for publication 02.11.2022.