УДК 551.461 (476)

Доктор техн. наук М.Ж. Бурлибаев [1]
Доктор геогр. наук А.А. Волчек [2]
Канд. техн. наук С.И. Парфомук [2]
PhD Д.М. Бурлибаева [3]

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ ОЗЕРА БАЛКАШ

Ключевые слова: водный режим, колебания, моделирование, траектория, уровень воды

Средние годовые значения уровня воды в озере Балкаш (Балхаш) с 1879 по 2010 гг. разложены на 3 составляющие: полиномиальную регрессию 7-го порядка, периодическую составляющую синусоидального характера и остаточную последовательность независимых случайных величин. С их применением проведено моделирование траектории колебания уровня озера. Смоделированная траектория длиной 200 значений продемонстрировала низкую вероятность снижения уровня воды в озере ниже 341 м над уровнем моря, равную 1,5 %.

Введение. Особенностью природных водных ресурсов в современных условиях является то, что вода участвует не только в естественном, но и в антропогенном круговороте, а это может оказать существенное влияние на установившееся в природной среде экологическое равновесие [8].

В настоящее время Казахстан начинает испытывать нехватку водных ресурсов и по прогнозам к 2040 году может столкнуться с существенным дефицитом водных ресурсов в объеме 50 % от потребности. Как было отмечено в Государственной программе управления водными ресурсами Казахстана на 2014…2020 гг., крайне важно укреплять принципы и практики интегрированного управления водными ресурсами [5].

Балкаш-Алакольский бассейн (рис. 1) является одним из крупнейших озерных экосистем планеты и представляет собой уникальный природный комплекс, по площади превышающий размеры многих государств [13]. В бассейне проживает пятая часть населения Казахстана, половину

[1] Казахское агентство прикладной экологии, г. Алматы, Казахстан;
[2] Брестский государственный технический университет, Беларусь;
[3] Институт географии МОН РК, г. Алматы, Казахстан

которой составляют сельские жители. Бассейн занимает обширную территорию на Юго-востоке Казахстана и Китая, его площадь составляет 450 тыс. км^2. В казахстанскую часть Балкашского бассейна попадает территория Алматинской области, Моынкумского, Кордайского и Шуского районов Жамбылской области, Актогайского, Шетского и Каркаралинского районов, городов Приозерск, Балкаш Карагандинской области, Урджарского, Аягозского районов Восточно-Казахстанской области, а также северо-западная часть Синьцэян-Уйгурского автономного района Китая. В бассейне расположен крупный мегаполис – г. Алматы. Озеро Балкаш является третьим по величине в Казахстане бессточным водоемом. Котловина озера вытянута и расчленена. Сужением котловины и подводным порогом озеро делится на Западную и Восточную части, соединенные узким проливом Узунарал (шириной до 1970 г. около 12 км, а в настоящее время – около 3,5…4,0 км). В Западном Балкаше вода слабо солоноватая, а в восточной части – соленая, с высоким уровнем минерализации [3].

Рис. 1. Балкаш-Алакольский бассейн.

Основным потребителем водных ресурсов в Казахстане, как и в других странах Центрально-Азиатского региона, является сельское хозяйство (орошение), на долю которого приходится свыше 90 % всего потен-

циала поверхностного стока. На орошаемых землях широко распространен ручной способ полива воды по полосам и бороздам, не всегда соблюдаются севооборот, нормы и режим поливов. Особенно велик водозабор на выращивание риса. Например, на Акдалинском орошаемом массиве фактический водозабор достигал в среднем 70 тыс. $м^3$/га. Применение прогрессивных методов полива (дождевание, капельное и почвенное орошение) затрудняется неправильной формой и мелкоконтурностью участков, плохой спланированностью поверхности [9].

При этом главными факторами негативного воздействия на водные ресурсы являются нерациональное использование воды, а также загрязнение и разрушение экосистем бассейна. Для решения проблем необходимо совершенствовать систему управления водными ресурсами и принимать совместные решения по оптимизации водопользования в регионе. Помимо этого, в мировой практике особенно остро ставятся вопросы о трансграничном переносе загрязняющих веществ по речным системам, как в свете оценки роли отдельных регионов и водопользователей в загрязнении трансграничных рек, так и в смысле общих вопросов урегулирования межгосударственных интересов и проблем в области использования и охраны поверхностных вод [4].

В настоящее время основными проблемами двухсторонних отношений Республики Казахстан и Китайской Народной Республики в плане совместного использования водных ресурсов является вопрос увеличения водозаборов на территории КНР из трансграничных рек Или (Иле) и Иртыша (Ертыс) [12]. Река Или является крупнейшей водной артерией озера Балкаш и обеспечивает около 80 % притока свежих речных вод, благодаря чему уровень озера находился в экологически устойчивом состоянии и предотвращал процессы опустынивания в этом регионе Центральной Азии. Однако дальнейший, постоянно увеличивающийся водозабор китайской стороной и ухудшение качества воды в реке может привести к экологической катастрофе в Балкаш-Алакольском бассейне. В связи с этим вопросы, связанные с рациональным использованием земельных и водных ресурсов, защиты подземных и поверхностных вод от истощения и загрязнения являются весьма актуальными [2].

Целью настоящей работы является моделирование возможных колебаний среднего годового уровня воды озера Балкаш.

Методика расчета. Если рассматривать колебания уровня озера в плоскости (приращение уровня), то исключается явная зависимость коле-

баний уровня от времени, так как исходные данные на плоскости представляются множеством точек [6]. Для этого множества точек можно построить выборочную регрессию, показывающую меру разброса экспериментальных точек вокруг некоторой функции $g(x)$, называемой регрессией. Чаще всего мера разброса для непрерывной на заданном отрезке функции $g(x)$ определяется формулой

$$Q(g)=\sum_{j=1}^{n}\left(y_j-g(x_j)\right)^2, \qquad (1)$$

где y_j – ордината; x_j – абсцисса экспериментальных наблюдений.

Теорема Вейерштрасса гласит, что любая непрерывная на конечном отрезке функция может быть приближена алгебраическим полиномом с любой заданной точностью, поэтому ее можно применять для анализа колебаний уровня воды с применением параметрической модели вида [6]:

$$\Delta H=\Phi(H)+\gamma(t), \qquad (2)$$

где H – уровень водоема; ΔH – его приращения; $\gamma(t)$ – случайная возмущающая сила; $\Phi(H)$ – алгебраический полином, называемый автономной (не зависящей от времени) регрессией.

В автономное уравнение или систему автономных уравнений явно не входит независимая переменная (время), что означает, что закон изменения неизвестных функций, описываемых автономным уравнением или системой автономных уравнений, не меняется с течением времени [10]. Поэтому, полученное решение этого уравнения дает возможность проводить моделирование уровня воды за пределами рассматриваемого отрезка времени.

Для проведения расчетов и последующего моделирования исходные данные наблюдений нормируются с помощью преобразования:

$$Z(t)=\frac{2H(t)-H_{\max}-H_{\min}}{H_{\max}-H_{\min}}, \qquad (3)$$

где $Z(t)$ – нормированная величина уровня водоема; $H(t)$ – исходный уровень в момент времени $t=1,\ldots,N$; $H_{\max}=\max\limits_{1\le t\le N}H(t)$ – максимальный уровень; $H_{\min}=\min\limits_{1\le t\le N}H(t)$ – минимальный уровень водоема.

Метод построения параметрической регрессии основан на использовании следующей линейной относительно параметров дифференциально-разностной модели [1]:

$$Z(t+1)-Z(t)=\Phi(Z(t))+\gamma^{(k)}(t), \quad (4)$$

где $\gamma^{(k)}(t)$ – остаточная последовательность модели регрессии порядка k, а $\Phi(Z(t))$ определяется из соотношения:

$$\Phi(Z(t))=\sum_{i=0}^{k} a_i Z^i(t).$$

Будем предполагать, что эта последовательность имеет постоянное математическое ожидание и дисперсию, а ее значения некоррелированы. Оценки параметров a_i определяются из условия минимума функции Q методом наименьших квадратов:

$$Q(a_0, a_1, ..., a_k)=\sum_{t=1}^{N-1}\left[Z(t+1)-Z(t)-\sum_{i=0}^{k} a_i Z^i(t)\right]^2, \quad (5)$$

где k – степень полинома; N – число статистических данных наблюдений.

Функция $Q(a_0, a_1, ..., a_k)$ достигает минимума в точках, где производные по соответствующим переменным обращаются в ноль. Полученные уравнения являются линейными относительно параметров и решаются обычным способом. Степень полинома k выбирается при условии стабилизации суммы квадратов остаточной последовательности.

При решении уравнения $\Phi(Z(t))=0$ получают равновесные положения уровня для нормированных данных, а соответствующие им равновесные абсолютные положения уровня при рассмотрении производной в полученных точках означают устойчивое (знак «–») или неустойчивое (знак «+») состояние [10]. Для наглядности движения идеальной точки под действием случайной вынуждающей силы рассматривают потенциал

$$U(H)=\int \Phi(H)dH. \quad (6)$$

Минимумы потенциала соответствуют устойчивым состояниям равновесия, а максимумы – неустойчивым.

Для моделирования траектории исследуется остаточная последовательность. Если исследуемая функция $Y(t)$ есть сумма периодической функции $f_p(t)$ с периодом P_0 и шума $\varepsilon(t)$, то при наложении отрезков ряда Y_k длиной P_0 друг на друга выявляется вид периодической функции $f_p(t)$. Для этого необходимо свернуть временной ряд с периодом P_0 и рассмотреть фазовую диаграмму этого периода. Фазовая диаграмма пред-

ставляет собой зависимость Y_k от X_k, где абсцисса X_k определяется следующим выражением [11]:

$$X_k = fr\left(\frac{t_k - t_*}{P_0}\right), \quad k = 1, ..., N, \tag{7}$$

где fr – дробная часть числа; t_k – моменты времени наблюдений; t_* – произвольно выбранный момент времени.

Исходные данные и результаты исследований. В основу исследования положены материалы наблюдений с 1879 по 2010 гг. за средним годовым значением уровня воды в оз. Балкаш. Для проведения анализа имеющегося ряда данных наблюдений построен график колебаний уровня воды оз. Балкаш на исследуемом интервале на высоте 340 м над уровнем моря, изображенный на рис. 2.

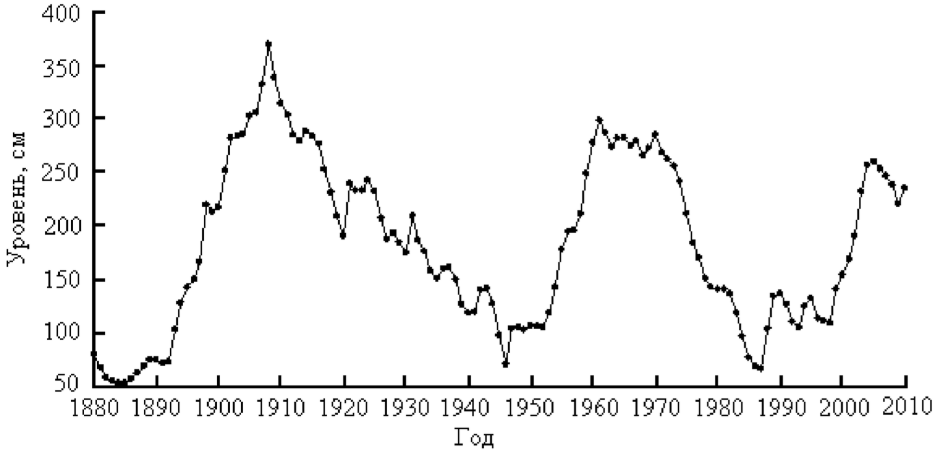

Рис. 2. Колебания уровня озера Балкаш, 1879…2010 гг.

Для моделирования колебаний уровня во избежание ошибок при округлении в вычислениях, исходные данные были нормированы с помощью преобразования (3). При использовании нормированных данных для модели (4)…(5) были рассчитаны суммы квадратов остаточной последовательности $\gamma^{(k)}(t)$ для степени полинома k, равной числам от 3 до 9 включительно. Полученные результаты свидетельствуют о стабилизации остаточной суммы квадратов нормированных данных при k = 7, поэтому дальнейшего увеличения порядка регрессии не требуется (рис. 3).

Далее методом наименьших квадратов была рассчитана функция $\Phi(Z(t))$, описывающая колебания нормированных данных наблюдений и представленная в виде полиномиальной регрессии 7-й степени:

$$\Phi(Z(t)) = 0{,}6751Z^7(t) - 0{,}6185Z^6(t) - 1{,}5607Z^5(t) + 0{,}6909Z^4(t) + \\ + 0{,}9412Z^3(t) - 0{,}1869Z^2(t) - 0{,}1588Z(t) + 0{,}0147 \quad (8)$$

Рис. 3. Зависимость суммы квадратов остаточной последовательности от степени полинома.

Равновесные положения уровня являются корнями уравнения $\Phi(Z(t)) = 0$ и принимают для нормированных данных значения $Z_1 = 0{,}088$, $Z_2 = 0{,}522$, что соответствует двум значениям уровня $H_1 = 225{,}461$ см, $H_2 = 294{,}806$ см, являющихся положениями равновесия (рис. 4).

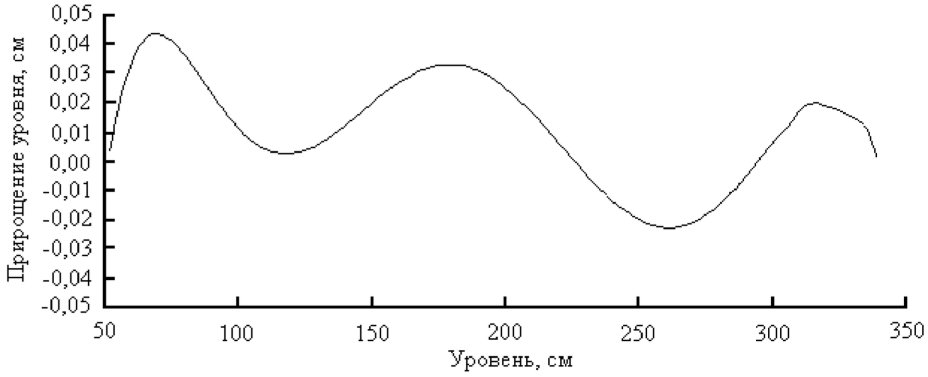

Рис. 4. Полиномиальная регрессия 7-го порядка в абсолютном масштабе.

Используя выражение (6), исследован потенциал уровня оз. Балкаш (рис. 5). Точки экстремумов потенциала совпадают с корнями уравнения $\Phi(Z(t)) = 0$. При этом для оз. Балкаш характерно наличие одного минимума $H_1 = 225{,}461$ см (устойчивое состояние равновесия) и одного максимума $H_2 = 294{,}806$ см (неустойчивый уровень).

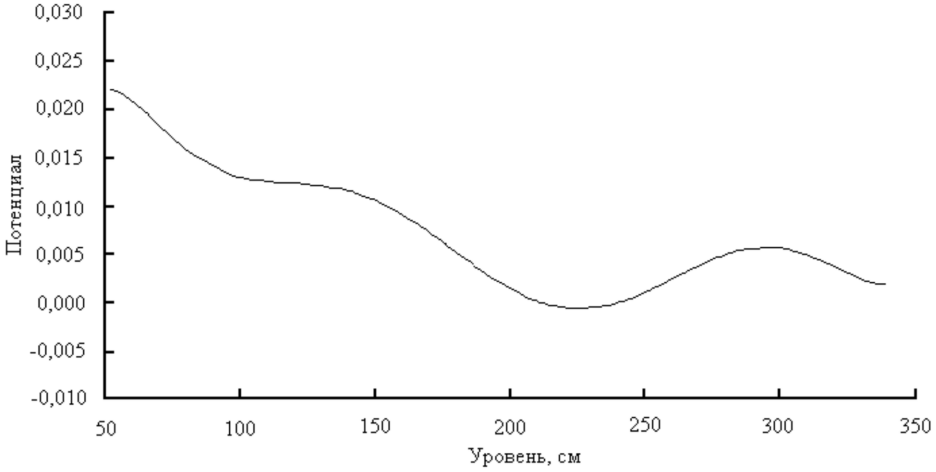

Рис. 5. Потенциал регрессии 7-го порядка.

Для моделирования траектории колебания уровня была исследована остаточная последовательность. Период P_0 остаточной последовательности определен с применением спектрально-временного анализа, в основу которого положено вычисление спектров вариации на скользящих временных отрезках [7]. Для уровня оз. Балкаш выявлен 2-летний цикл, что положено в основу построения фазовой диаграммы на основании соотношения (7), изображенной на рис. 6.

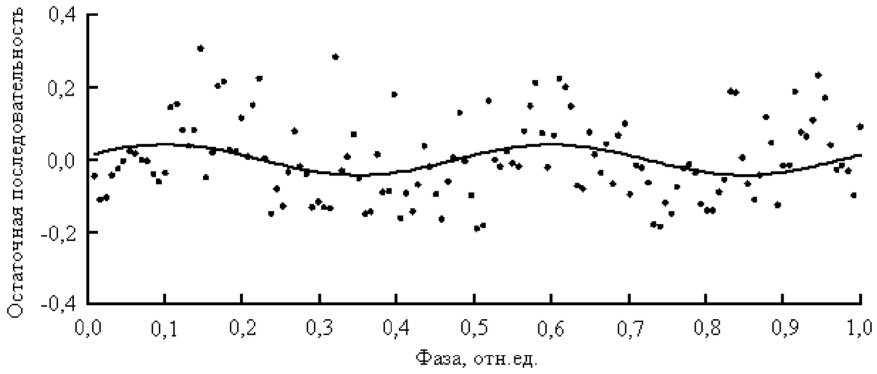

Рис. 6. Фазовая диаграмма остаточной последовательности

Предположим, что фазовая диаграмма остаточной последовательности имеет характерную для сезонных колебаний синусоидальную форму, тогда ее можно представить следующим образом:

$$\gamma^{(7)}(t) = A_0 + A_1 \sin 4\pi t + A_2 \cos 4\pi t + \varepsilon(t), \quad t = 1, 2, ...N, \qquad (9)$$

где $\varepsilon(t)$ – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин.

Значения неизвестных параметров выражения (9) получены методом наименьших квадратов и имеют следующие значения: $A_0 = 0$, $A_1 = 0{,}04010$, $A_2 = 0{,}01327$. После удаления из остаточной последовательности периодической составляющей рассчитаны параметры последовательности $\varepsilon(t)$, имеющие следующие значения: математическое ожидание $M_k = 0$ и стандартное отклонение $\sqrt{D_k} = 0{,}1073$.

Для моделирования траектории колебания уровня озера выражение (9) преобразуется к следующему выражению:

$$\begin{aligned} Z(t+1) = {} & 0{,}6751Z^7(t) - 0{,}6185Z^6(t) - 1{,}5607Z^5(t) + 0{,}6909Z^4(t) + 0{,}9412Z^3(t) - \\ & - 0{,}1869Z^2(t) - 0{,}8412Z(t) + 0{,}0147 + A_0 + A_1 \sin 4\pi t + A_2 \cos 4\pi t + \varepsilon(t) \end{aligned}, \quad (10)$$

где $\varepsilon(t)$ – остаточная последовательность, имеющая нормальное распределение с параметрами $N(0; 0{,}1073)$.

На рис. 7 представлена траектория, смоделированная с помощью автономного дифференциально-разностного уравнения и периодической составляющей. Траектория демонстрирует переходы от верхнего уровня к нижнему, резкие либо постепенные подъемы и падения. Такая траектория позволяет получить вероятностный прогноз методом математического моделирования – построения достаточно большого числа траекторий и расчета на их основе вероятностей достижения того или иного уровня.

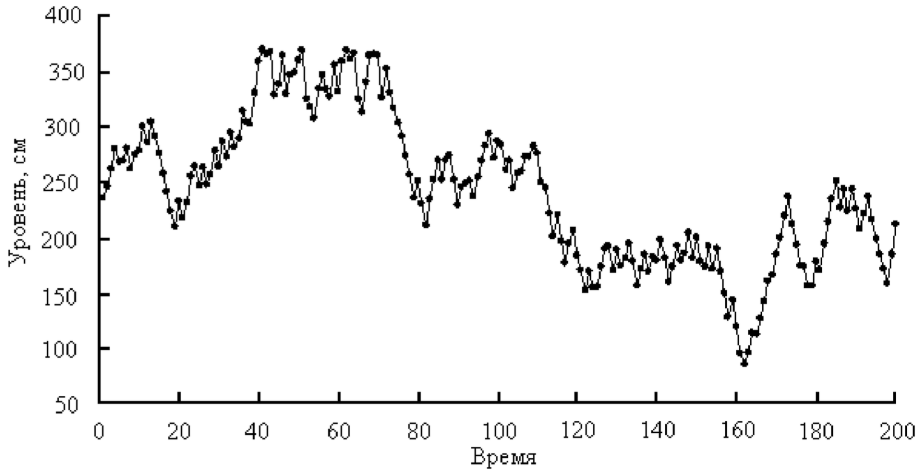

Рис. 7. Смоделированная траектория колебаний уровня озера Балкаш.

Моделирование по формуле (10) траектории длиной 200 значений показало, что ниже предела 100 см, что в абсолютном выражении соответствует 341 м над уровнем моря, выходят 3 значения или 1,5 %. Это позво-

ляет говорить о том, что вероятность достижения минимального годового уровня озера Балкаш маловероятна.

Заключение. В результате проведенных исследований исходные данные разложены на 3 составляющие: полиномиальную регрессию, позволяющую определить не зависящий от времени закон траектории; периодическую составляющую синусоидального характера и остаточную последовательность независимых случайных величин. Моделирование основано на детерминированной части, состоящей из регрессии 7-го порядка и периодической составляющей, а также случайной части, состоящей из независимых одинаково распределенных величин.

С применением предложенной модели можно рассчитывать траектории колебаний уровня озера Балкаш. Смоделированная траектория длиной 200 значений продемонстрировала низкую вероятность снижения уровня воды в озере ниже 341 м над уровнем моря, равную 1,5 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян, С.А. Прикладная статистика. Исследование зависимостей / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
2. Бурлибаев М.Ж. О проблемах использования и загрязнения поверхностных вод в экосистеме озера Балхаш // Современные проблемы геоэкологии и созологии: Доклады междунар. науч.-практ. конф. – Алматы: Шартарап, 2001. – С. 308-311.
3. Бурлибаев М.Ж., Амиргалиев Н.А., Шенбергер И.В., Скольский В.А., Бурлибаева Д.М., Уваров Д.В., Смирнова Д.А., Ефименко А.В., Милюков Д.Ю. Проблемы загрязнения основных трансграничных рек Казахстана. – Алматы: Қағанат, 2014. – Т. 1. – 742 с.
4. Бурлибаев М.Ж., Достай Ж.Д., Николаенко А., Турсунов Э.А. Современное экологическое состояние экосистем Или-Балкашского бассейна. – Алматы: ОО «OST-XXI век», 2009. – 130 с.
5. Джабасов М.Х., Карагодин П.Ф., Ошлаков Г.Г. Геолого-гидрогеологические условия Южно-Прибалхашской впадины в свете новых данных / В кн. «Региональные гидрогеологические исследования в Казахстане». – Алма-Ата: Наука, 1971. – С. 51-57.
6. Информационный бюллетень: Материалы 18-го заседания Балкаш-Алакольского Бассейнового Совета и тренингов по водосберегающим технологиям (25-26 июня 2014 г., г. Алматы)/ Сост. Жакенова С.А., Хон О.В. – Алматы: 2014. – 116 с.

7. Кожевникова И.А., Швейкина В.И. Моделирование колебаний уровня озера Кинерет // Водные ресурсы. – 2014. – Том 41. – № 1. – С. 565-572.
8. Логинов В.Ф., Иконников В.Ф. Спектрально-временной анализ уровенного режима озер и колебаний расходов воды крупных рек Беларуси / Природопользование: сб. научн. тр. – Минск: 2003. – Вып. 9. – С. 25-33.
9. Оганесян К., Тадевосян Г. К проблеме использования трансграничных водных ресурсов. – ЭКВАТЭК-2004. – Ч. 1. – 52 с.
10. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения – М.: Наука, 1965. – 331 с.
11. Теребиж В.Ю. Анализ временных рядов в астрофизике – М.: Наука, 1992. – 389 с.
12. Трансграничные воды в Казахстане: наш ограниченный ресурс. // ЭкоВести. – № 2-3 (40-41), февраль 2005. – С. 2-5.
13. Турсунова А.А., Мырзахметов А.Б. Водные ресурсы Иле-Балкашского бассейна с учетом международных принципов совместного использования // Европейская наука XXI века: Матер. междун. науч. конф., Пшемысль, Польша. – 2012 – С. 23-34.

Поступила 10.11.2017

Техн. ғылымд. докторы	М.Ж. Бурлибаев
Геогр. ғылымд. докторы	А.А. Волчек
Техн. ғылымд. канд.	С.И. Парфомук
PhD	Д.М. Бурлибаева

БАЛҚАШ КӨЛІ ДЕҢГЕЙІНІҢ АУЫТҚУЫН МОДЕЛДЕУ

Түйінді сөздер: су режимі,ауытқуы (тербелуі), моделдеу, траектория, су деңгейі

Балқаш көлі су деңгейінің 1879 жылдан 2010 жыл аралығындағы орташа жылдық мәндері 3 құрамдастырылымдарда орналасқан: 7 кезектегі полиномиалді регрессияда, кезеңдік қалыптасқан синусоидты сипатта және қалған жүйелік тәуелсіз кездейсоқ шамада. Оларды қолданумен көл деңгейінің ауытқу траекторясын моделдеу жүргізілді. Ұзындығы 200 шамадағы моделденген траектория көл деңгейінің төмендеуі 341 м теңіз деңгейінен, 1,5 % құрайтын елеусіз мүмкіндікті көрсетті.

Burlibayev M.Zh., Volchak A.A., Parfomuk S.I., Burlibayeva D.M.

MODELLING FLUCTUATIONS IN THE LEVEL OF LAKE BALKASH

Key words: water regime, fluctuations, modelling, trajectory, water level

The average annual values of the water levels in the Balkhash Lake for the period 1879…2010 are divided into 3 components: a polynomial regression of 7-th order, the periodic component of sinusoidal type and the residual sequence of independent random values. Their application is used for modelling fluctuations of the Balkash Lake. Simulated trajectory with a length of 200 values showed a low probability (equal to 1,5 %) of lowering of the water level in the lake below 341 m above sea level.